Exploring the Physical Manifestation of Humanity's Subconscious Desires

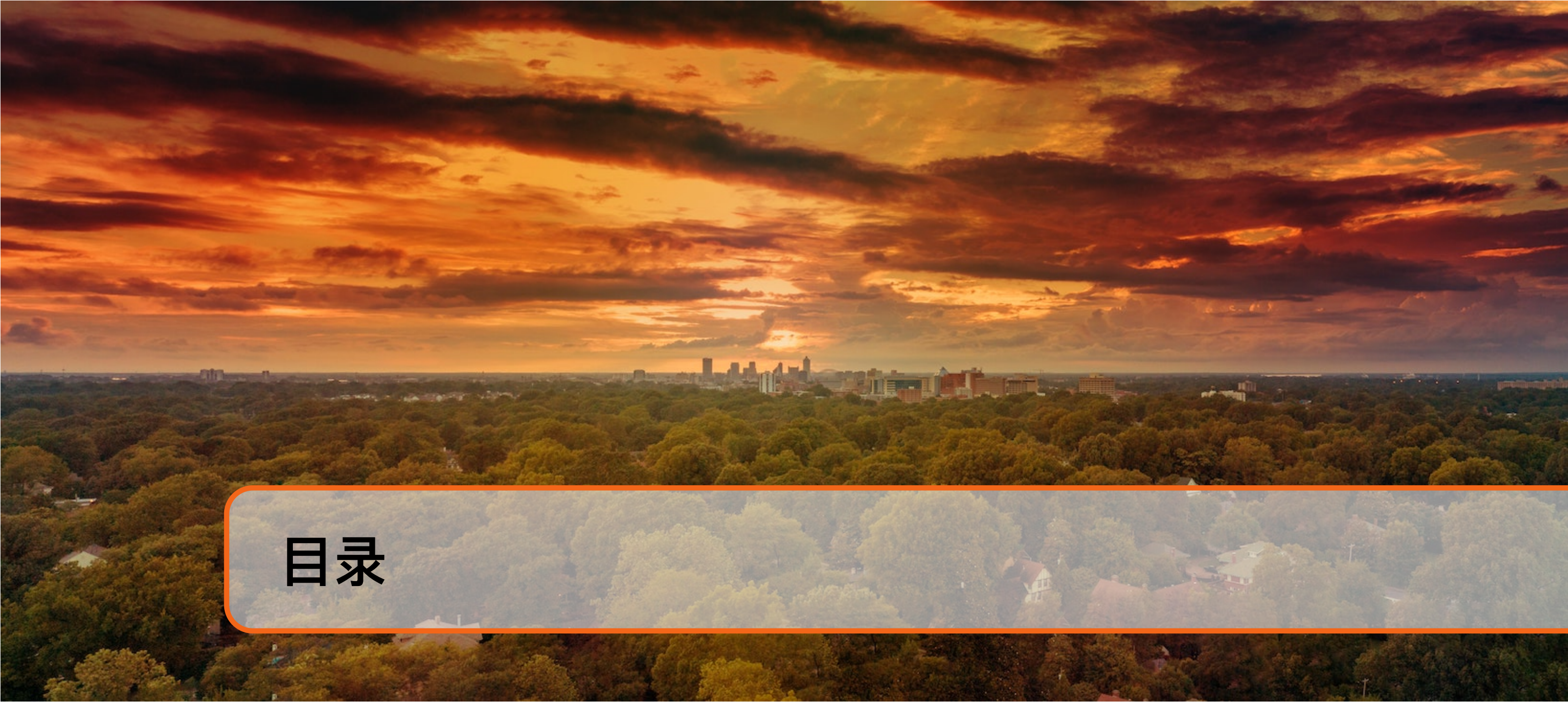
A Practical Guide

Goro Akechi

Published by Publisher

book-website.com

First printing, March 2022



目录

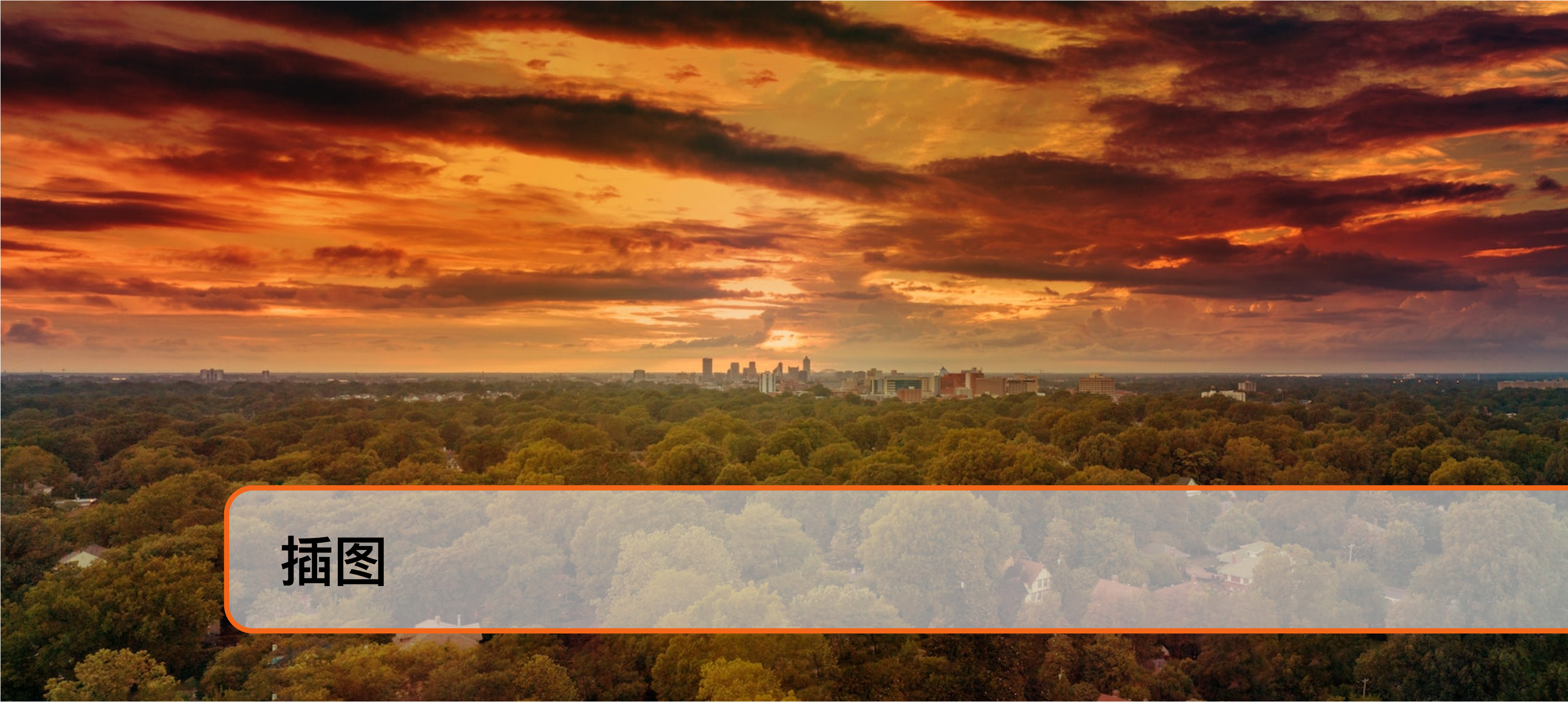
I	Part One Title

1 Pre-requisite knowledge:Basic Conception 11
1.1 Explanation of symbols 11
1.1.1 不同数的符号表示 11
1.1.2 集合中的常见概念符号 11
1.1.3 集合中的常见概念 11
1.2 mapping 12
1.3 algebraic operation 13
1.3.1 Basic Algebraic Operation 13
1.3.2 operational rule 14
1.3.3 distributive law 16
1.4 Mapping and transformations 16

2 In-text Element Examples 19
2.1 Lists 19
2.1.1 Numbered List 19
2.1.2 Bullet Point List 19
2.1.3 Descriptions and Definitions 19
2.2 International Support 20
2.3 Ligatures 20

II Part Two Title

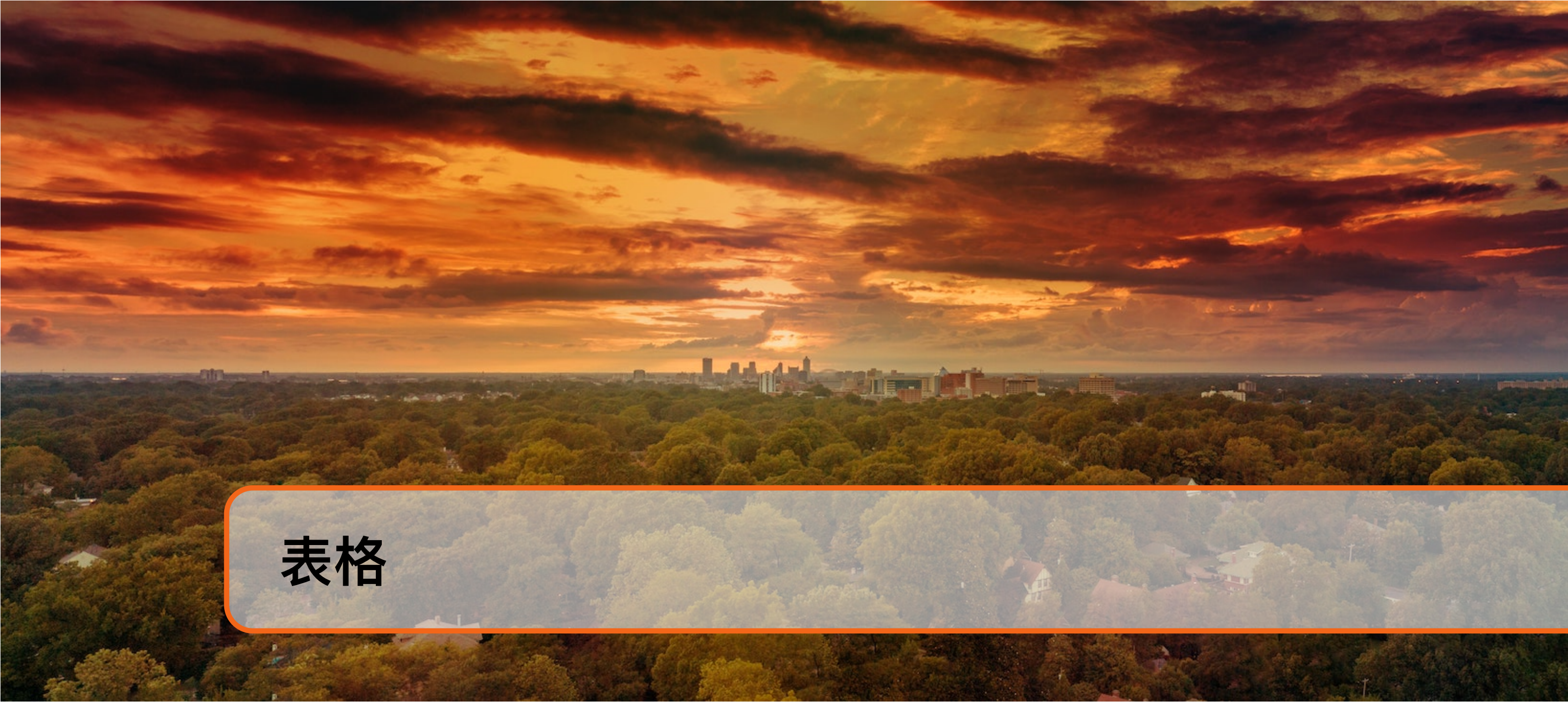
3 Mathematics . . . 23
3.1 Theorems . . . 23
3.1.1 Several equations . . . 23
3.1.2 Single Line . . . 23
3.2 Definitions . . . 23
3.3 Notations . . . 24
3.4 Remarks . . . 24
3.5 Corollaries . . . 24
3.6 Propositions . . . 24
3.6.1 Several equations . . . 24
3.6.2 Single Line . . . 24
3.7 Examples . . . 24
3.7.1 Equation Example . . . 24
3.7.2 Text Example . . . 25
3.8 Exercises . . . 25
3.9 Problems . . . 25
3.10 Vocabulary . . . 25
4 Presenting Information and Results with a Long Chapter Title . . . 27
4.1 Table . . . 27
4.2 Figure . . . 27
Bibliography . . . 29
Articles . . . 29
Books . . . 29
Index . . . 31
Appendices . . . 31
A Appendix Chapter Title . . . 31
A.1 Appendix Section Title . . . 31
B Appendix Chapter Title . . . 33
B.1 Appendix Section Title . . . 33



插图

1.1 双射 17
1.2 单射但不满射 17
1.3 满射但不单射 17
1.4 单射但不满射 17

4.1 Figure caption. 28
4.2 Floating figure. 28



表格

4.1 Table caption. 27
4.2 Floating table. 28

Part One Title

1 **Pre-requisite knowledge:Basic Conception 11**

1.1 Explanation of symbols 11
1.2 mapping 12
1.3 algebraic operation 13
1.4 Mapping and transformations 16

2 **In-text Element Examples 19**

2.1 Lists 19
2.2 International Support 20
2.3 Ligatures 20

1. Pre-requisite knowledge:Basic Conception

1.1 Explanation of symbols

在抽象代数的学习中，会使用到集合中的知识，当然也会使用到集合中的各种符号，在这一小节中，对这些符号进行一遍复习。

1.1.1 不同数的符号表示

- $\mathbb{R}$ 全体实数 (有理数和无理数) 的集合
- $\mathbb{N}$ 全体自然数集合
- $\mathbb{N}^*$ 全体非负整数排除 0 的集合
- $\mathbb{Q}$ 全体有理数 (整数和分数) 的集合
- $\mathbb{Z}$ 全体整数的集合
- $\mathbb{C}$ 全体复数的集合

1.1.2 集合中的常见概念符号

- 集合 A,B,C
- 元素 a,b,c
- 空集 $\emptyset$
- 元素与集合之间的从属关系:$\in$,$\notin$
- 集合与集合之间的从属关系:$\subset$,$\subseteq$,$\not\subset$
- 交集，补集，并集：$A \cup B$ $A \cap B$,A^{C}

1.1.3 集合中的常见概念

要证明两个集合相等，只需要证明这两个集合相互包含即可，这是一个非常常见的证明集合相等的手段。

Theorem 1.1 定理一：两个集合 A,B 相等的充要条件:$A = B \Longleftrightarrow A \subset B \Longleftrightarrow B \subset A$

在抽象代数中,我们将使用集合的笛卡尔积来定义映射,这是一个非常重要的概念。

Theorem 1.2 我们称:$A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n = \{(a_1, a_2, \ldots, a_n) | a_i \in A_i\}$ 为 n 个集合 $A_1, A_2, \ldots A_n$ 的笛卡尔积。

() 内表示的是有序数组，而 a_1 则表示的是 A_1 里的元素。

■ **Example 1.1**

$$A = \{a, b, c\}, B = \{1, 2\}, A \times B = \{(a,1), (b,1), (c,1), (a,2), (b,2), (c,2)\}$$

■

根据上面这个例题，我们可以推断出一个结论。

Theorem 1.3 一般地，如果 $|A| = m, |B| = n$ 那么 $|A \times B| = mn$

R 一般，我们使用 $|A|$ 来表示 A 集合中元素的个数。比如上面的 $A \times B$ 表示的就是 AB 笛卡尔积所构成的集合的元素的个数。

1.2 mapping

Theorem 1.4 映射的定义

设 $\emptyset$ 是从笛卡尔积 $A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n$ 到集合 D 的一个法则，如果 $A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n$ 中的每一个元素 $(a_1, a_2, \ldots a_n)$ 都有 D 中唯一的元素 d 与之对应，那么我们称 $\emptyset$ 是从 $A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n$ 到 D 的一个映射。

■ **Example 1.2** 设 $A_1 = \{$东, 西$\}, A_2 = \{$南$\}, D = \{$高，低$\}$, 则 $\emptyset_1$(西，南)= 高不是 $A_1 \times A_2$ 到 D 的映射，因为只定义了一种情况，总共有两种情况，没有进行一一对应。如果改为 $\emptyset_2$(西，南)= 高,$\emptyset_2$(东，南)= 低, 符合定义，所以是 $A_1 \times A_2$ 到 D 的映射。 ■

■ **Example 1.3** 设 $A_1 = D = \mathbb{R}$,

$\emptyset(a) = a, a \neq 1$

$\emptyset(1) = b, b^2 = 1$

不是 A_1 到 D 的映射。

虽然这个映射对每一个定义域内的变量都进行了映射，但是在自变量为 1 的时候 b 可以等于 +1 也可以等于–1, 不符合一一对应的条件，所以不是映射。 ■

■ **Example 1.4** 设 $A_1 = D = \mathbb{Z}_+$, 则

$\emptyset(a) = a - 1$

不是 A_1 到 D 的映射。

由于 A 和 D 都是属于正整数集合，所以当 a=1 的时候映射结果不在 D 集合内，所以不是。 ■

Theorem 1.5 映射相等

设 $\emptyset_1,\emptyset_2$ 都是从笛卡尔积 $A_1\times A_2\times\ldots\times A_n$ 到集合 D 的映射，如果对于 $A_1\times A_2\times\ldots\times A_n$ 中的每一个元素 $(a_1,a_2,\ldots,a_n)$ 都有

$$\emptyset_1(a_1,a_2,\ldots,a_n)=\emptyset_2(a_1,a_2,\ldots,a_n),$$

则称这两个映射 $\emptyset_1,\emptyset_2$ 是相等的。

R 特别注意：两个映射相等，实际上的要求是:
- 它们的定义域相等
- 它们的作用效果是相通的

■ **Example 1.5** 设 A=D 都表示正整数的集合,$\emptyset_1:A\to D$ 定义为:$\emptyset_1(a)=1,\emptyset_2:A\to$ 定义为:$\emptyset_2(a)=a^0$，则 $\emptyset_1=\emptyset_2$

由于前提条件是正整数的集合，而不是自然数，元素自然不可能是 0，所以定义域一样，而作用效果也一样，映射的结果都是 1，所以映射是相等的，但是如果将本例改为自然数，则是错误的。■

1.3 algebraic operation

1.3.1 Basic Algebraic Operation

本节的目标任务就是重新定义代数运算，打破之前对代数运算的认知，从映射与集合的观点来重新定义。

Theorem 1.6 一个从 $A\times B$ 到 D 的映射叫做一个 $A\times B$ 到 D 的代数运算。

映射运算 $\emptyset$:$A\times B\to D,(a,b)\to d=\emptyset(a,b)$

代数运算 ∘: $A\times B\to D,(a,b)\to d=a\circ b$

■ **Example 1.6** 设 $A=\mathbb{Z},B=\mathbb{Z}-\{0\},D=\mathbb{Q}$, 则

$$\circ:(a,b)\to\frac{a}{b}=a\circ b$$

是一个 $A\times B$ 到 D 的代数运算，也就是普通的除法。

对于被除数是整数，除数是不为 0 的整数来说，除法的运算结果既有可能是分数，也有可能是不为 0 的整数，所以综合来看映射自然是有理数集。

■

■ **Example 1.7** 设 A={1,2},B={1,2},D={奇，偶}, 则

$$\circ:(1,1)\to \text{奇},\ (1,2)\to \text{奇},\ (2,1)\to \text{偶},\ (2,2)\to \text{偶}$$

是一个 $A\times B$ 到 D 的代数运算。

对于 $A\times$B 笛卡尔积的每一个有序数组都规定了映射的结果，并且结果都在 D 集合中存在，所以自然符合代数运算的含义。■

Theorem 1.7 我们称 $A\times A$ 的代数运算 $\circ$ 为 A 上的代数运算，或者 A 上的二元运算。$\circ$ 具有封闭性。

■ **Example 1.8** 设 $A=\mathbb{Z}$, 则普通数的加法，减法，乘法，都是集合 A 上的代数运算。

结论当然是成立的，任意一个整数 + 整数，整数–整数，整数 * 整数，结果都是整数。 ■

1.3.2 operational rule

1.3.2.1 associative law &commutative law

Theorem 1.8 设 *circ* 是集合 A 上的一个代数运算。

- 如果对于 $\forall a,b,c\in A$，都有 $(a\circ b)\circ c=a\circ(b\circ c)$, 则称 $\circ$ 适合结合律。
- 如果对于 $\forall a,b\in A$，都有 $a\circ b=b\circ a$, 则称 $\circ$ 适合交换律。

■ **Example 1.9** 在有理数集 $\mathbb{Q}$ 上规定代数运算 $\circ$ 为普通加法 +, 那么显然 $\circ$ 适合结合律和交换律，并且显然有:

$$[(1\circ 2)\circ(-1)]\circ(-2)=0,$$
$$1\circ\{[2\circ(-1)]\circ(-2)\}=0,$$
$$\{[(-2)\circ 2]\circ 1\}\circ(-1)=0.$$

从这个例子可以看出，当 $\circ$ 适合结合律和交换律的时候，任意方式加括号不改变若干个元素的乘积，任意改变元素的顺序也不改变若干元素的乘积。 ■

Theorem 1.9 如果集合 A 上的代数运算适合结合律，那么任意加括号都不改变若干元素的运算结果。

Theorem 1.10 如果集合 A 上的代数运算适合结合律和交换律，那么任意加括号，任意改变元素的顺序，都不改变若干元素的运算结果。

■ **Example 1.10** 设 A={所有不为零的实数},$\circ$ 是普通数的除法 $a\circ b=\frac{a}{b}$, 判断 $\circ$ 是否适合结合律。

不适合。反例:$(36\circ 12)\circ 3=3\circ 3=1$, 而 $36\circ(12\circ 3)=36\circ 4=9$ ■

R 证明结论中，要证明一个结论是错误的，只需要举出一个反例即可。而要证明一个结论是对的，需要证明所有情况都是正确的。

■ **Example 1.11** 设 A={a,b,c}，规定:

∘	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

这道题的结论是所有情况都是正确的，但是我们要证明这个结论正确，我们需要证明每一个结论都是正确的。但是如果挨个证明，总共有 27 个等式。我们观察 a 发现这是一种特殊情况，$a \circ any = any, any \circ = any$, 所以 a 是类似于乘法中 1 的作用，我们根据这个特性，将情况分为 x,y,z 中有 a 和 x,y,z 中不存在 a 的情况。

证明. 对于任意的 x,y,z$\in A$,

1. 当 x,y,z 中至少有一个为 a 的时候，结合律成立:

a. 当 x=a 的时候，$(x \circ y) \circ z = y \circ z, x \circ (y \circ z) = y \circ z$

b. 当 y=a 的时候,$(x \circ y) \circ z = x \circ z, x \circ (y \circ z) = x \circ z$

c. 当 z=a 的时候，$(x \circ y) \circ z = x \circ y, x \circ (y \circ z) = x \circ y$

2. 当 x,y,z 中任何一个都不为 a 的时候，结合律成立，这个时候情况只有 $2^3 = 8$，只需要证明每一种情况均成立，则结合律成立。

a.$(b \circ b) \circ b = c \circ b = a, b \circ (b \circ b) = b \circ c = a$

b.$(b \circ b) \circ c = c \circ c = b, b \circ (b \circ c) = b \circ a = b$

c.$(b \circ c) \circ b = a \circ b = b, b \circ (c \circ b) = b \circ a = b$

d.$(b \circ c) \circ c = a \circ c = c, b \circ (c \circ c) = (b \circ b = c)$

e.$(c \circ b) \circ b = a \circ b = b, c \circ (b \circ b) = c \circ c = b$

f.$(c \circ b) \circ c = a \circ c = c, c \circ (b \circ c) = c \circ a = c$

g.$(c \circ c) \circ b = b \circ b = c, c \circ (c \circ b) = c \circ a = c$

h.$(c \circ c) \circ c = b \circ c = a, c \circ (c \circ c) = c \circ b = a$ ■

■

■ **Example 1.12** 设 A={a,b,c,d}, 规定:

∘	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	d	a	c
c	c	a	b	d
d	d	c	a	b

判断 ∘ 是否适合交换律。已知有限集 A 上的代数运算 ∘ 的运算表，你能判断 ∘ 是否适合交换律吗？得到的规律是什么？

不合适,$c \circ d = d$, 而 $d \circ c = a$，结论: 代数运算 ∘ 适合交换律当且仅当其运算表中元素关于主对角线对称。 ■

1.3.2.2 cancellation law

Theorem 1.11 设 $\circ$ 是集合 A 上的一个代数运算,$\forall a,b,c \in A.$,

1. 若 $a \circ b = a \circ c \Rightarrow b = c$，则称 $\circ$ 适合左消去律

2. 若 $b \circ a = c \circ a \Rightarrow b = c$, 则称 $\circ$ 适合右消去律。3. 若 $\circ$ 既适合右消去律又适合左消去律，则称 $\circ$ 适合消去律。

■ **Example 1.13** 设 A={a,b,c,d}, 规定:

$\circ_3$	a	b	c	d
a	a	b	c	b
b	b	a	d	c
c	c	d	a	b
d	d	c	b	a

$\circ_4$	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	a	d	c
c	c	d	a	b
d	d	c	b	a

判断上述代数运算是否适合左消去律或右消去律。已知有限集 A 上的代数运算 $\circ$ 的运算表，你能得到判断 $\circ$ 是否适合左消去律或右消去律的规律吗?

由于集合中元素具有互异性，每一个方格中的元素都不能相等，这也就说明如果对于一行某一个元素对应每一列的元素结果为相等的，说明不符合左消去律，而某列一个元素对应每一行的元素结果为相等的，则说明不符合右消去律。举个例子: 以第一个表格中第二行 a 为例，对应第三列和第五列的元素都是 b,$a \circ b = b, a \circ d = b \Rightarrow b = d$, 由于集合元素中的互异性，$b \neq d$，所以左消去律不符合，同理右消去律也不符合。对于第二个表格，既符合左消去律，也符合右消去律，所以符合消去律。 ■

1.3.3 distributive law

特别注意，分配律是对于两种代数运算而言的，和之前的运算律不一样。

Theorem 1.12 设 $\otimes, \oplus$ 是集合 A 上的两个代数运算，$\forall a_1, a_2, b \in A.$

1. 若 $b \otimes (a_1 \oplus a_2) = (b \otimes a_1) \oplus (b \otimes a_2)$, 则称 $\otimes$ 对于 $\oplus$ 适合左分配律;

2. 若 $(a_1 \oplus a_2) \otimes b = (a_1 \otimes b) \oplus (a_2 \otimes b)$, 则称 $\otimes$ 对于 $\oplus$ 适合右分配律，或者第二分配律。

3. 若 $\otimes, \oplus$ 既适合左分配律，又适合右分配律，则称 $\otimes, \oplus$ 适合分配律。

1.4 Mapping and transformations

Theorem 1.13 设 $\phi: A \to \bar{A}$ 是一个映射，对于任意的 $a,b \in \bar{A}$, 如果 $a \neq b \Rightarrow \phi(a) \neq \phi(b)$, 则称 ϕ 是从 A 到 $\bar{A}$ 的单射。

Theorem 1.14 $\phi: A \to \bar{A}$ 是单射当且仅当对于任意的 $a,b \in \bar{A}, \phi(a) = \phi(b) \Rightarrow = b$

Theorem 1.15 设 $\phi: A \to \bar{A}$ 是一个映射, 如果对于任意的 $b \in \bar{A}$, 都存在 $a \in A$, 有 $b = \phi(a)$, 则称 ϕ 是从 A 到 $\bar{A}$ 的满射。既是单射又是满射的映射称为一一映射 (双射)。

Theorem 1.16 设 $f: A \to B$ 和 $g: B \to C$ 是两个映射。规定 $g \circ f: A \to C$ 为对于任意的 $x \in A, (g \circ f)(x) = g(f(x))$，则称 $g \circ f$ 为 f 与 g 的复合映射。

■ **Example 1.14** 设 f(x)=sinx,g(x)=x^3，则 f 与 g 的复合函数为 $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = sin^3 x$ ■

Theorem 1.17 单射的复合是单射；满射的复合是满射；双射的复合是双射。

为了方便理解，可以来看看这几幅图进行直观对比：

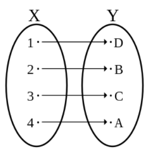


图 1.1: 双射

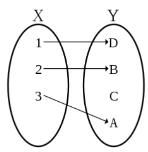


图 1.2: 单射但不满射

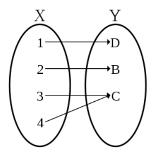


图 1.3: 满射但不单射

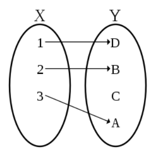


图 1.4: 单射但不满射

■ **Vocabulary 1.1 — 单射.** 指将不同的变量映射到不同的值的函数

■ **Vocabulary 1.2 — 满射.** 指陪域等于值域的函数。

■ **Vocabulary 1.3 — 双射.** 既是单射又是满射的函数

Theorem 1.18 设 $f: A \to B$ 和 $g: B \to A$ 是两个映射。如果 $f \circ g = id_B : B \to B$ 且 $g \circ f = id_A : A \Rightarrow A$, 则称 f 与 g 互为逆映射。

Theorem 1.19 双射存在唯一的逆映射，且这个逆映射也是双射

证明. 设 $f: A \to B$ 是一个双射.

我们规定 $f^{-1}: B \to A$ 为对于任意的 $y = f(x) \in B, f^{-1}(y) = x$, 即原像运算。由于 f 是满射，说明 B 集合中的每一个元素都可以对应 A 中唯一的元素，这符合映射的定义（详情可以看笛卡尔积定义映射的部分)，所以通过满射的条件，我们证明了双射存在逆映射

接下来我们应该证明逆映射是一个单射。任意取 $f(x_1) = y_1 \neq y_2 = f(x_2) \in B$, 这个是根据 f 是单射可以得到的，所以 $f^{-1}(y_1) = x_1 \neq x_2 = f^{-1}(y_2)$, 根据 $x_1 \neq x_2$ 作为媒介，我们推出了 $f^{-1}(y_1) \neq f^{-1}(y_2)$, 从而可以证明 f^{-1} 是单射

接下来证明逆映射是满射的情况, 这个的证明和证明单射是非常像的，由于 f 是映射, 任取 $x \in A, f(x) = y \in B$。这说明了 x 在 f^{-1} 的原像是存在的，从而 f^{-1} 自然是满射。

然后需要证明 f^{-1} 是 f 的逆映射。对于任意的 $x\in A$，如果令 $x_1=(f^{-1}\circ f)(x)$，则 $x_1=f^{-1}(f(x))$，从而 $f(x)=f(x_1)$。由于 f 是单射，所以可以得到 $x_1=x$，于是 x=$(f^{-1}\circ f)(x)$ 对于任意的 $x\in A$ 都成立。这就证明了 $f^{-1}\circ f=id_A$，同理可证 $f\circ f^{-1}=id_B$

最后需要证明逆映射的唯一性，设 g 也是 f 的一个逆映射，则由于逆映射的定义必然有 $g\circ f=id_A, f\circ g=id_B$，所以 $g=g\circ id_B=g\circ(f\circ f^{-1}=(g\circ f)\circ f^{-1})=id_A\circ f^{-1}=f^{-1}$ ■

Definition 1.1 一个 A 到 A 得映射叫做 A 的一个变换。一个 A 到 A 的单射，满射，或 A 与 A 之间的一一映射（双射）叫做 A 的一个单射变换，满射变换或一一变换。

Theorem 1.20 变换的复合适合结合律。

证明. 设 T 表示集合 A 上所有的变换的集合，对于任意的 $f,g,h\in T$，因为对于任意的 $x\in A$,:

$((f\circ g)\circ h)(x)=(f\circ g)(h(x))=f(g(h(x)))$,

$(f\circ(g\circ h))(x)=f((g\circ h)(x))=f(g(h(x)))$

最后根据映射相等的定义，立即推 $(f\circ g)\circ h=f(\circ(g\circ h))$ ■

■ **Example 1.15** 假定 ϕ 是 A 与 $\bar{A}$ 之间的一一映射,$a\in A$，则 $\phi^{-1}[\phi(a)]=\phi[\phi^{-1}(a)]=?$

若 phi 是 A 的一一变换，这两个问题的结果又是什么？

1. ϕ 是 A 与 $\bar{A}$ 之间的一一映射，$\phi^{-1}[\phi(a)]=a,\phi[\phi^{-1}(a)]$ 一般不存在，因为一一映射是从 A$\Rightarrow B$ 的一个映射，在 B 中不一定定义域包括 $\phi(a)$
2. ϕ 是 A 的一个一一变换的时候，两式都等于 a，对于第二条可以使用变换的结合律来得到结果 $\phi^[\phi^{-1}(a)]=\phi^{-1}[\phi(a)]=a$，关键在于此时 $\phi(a),a$ 都在 A 中，一定有定义。

■

2. In-text Element Examples

2.1 Lists

Lists are useful to present information in a concise and/or ordered way.

2.1.1 Numbered List

1. First numbered item
    a. First indented numbered item
    b. Second indented numbered item
        i. First second–level indented numbered item
2. Second numbered item
3. Third numbered item

2.1.2 Bullet Point List

- First bullet point item
    – First indented bullet point item
    – Second indented bullet point item
        ◦ First second–level indented bullet point item
- Second bullet point item
- Third bullet point item

2.1.3 Descriptions and Definitions

Name Description
Word Definition
Comment Elaboration

2.2 International Support

àáâäãåèéêëìíîïòóôöõøùúûüÿýñçčšž
ÀÁÂÄÃÅÈÉÊËÌÍÎÏÒÓÔÖÕØÙÚÛÜŸÝÑ
ßÇŒÆČŠŽ

2.3 Ligatures

fi fj fl ffl ffi Ty

II

Part Two Title

3 Mathematics 23

3.1 Theorems 23
3.2 Definitions 23
3.3 Notations 24
3.4 Remarks 24
3.5 Corollaries 24
3.6 Propositions 24
3.7 Examples 24
3.8 Exercises 25
3.9 Problems 25
3.10 Vocabulary 25

4 Presenting Information and Results with a Long Chapter Title 27

4.1 Table 27
4.2 Figure 27

3. Mathematics

3.1 Theorems

3.1.1 Several equations

This is a theorem consisting of several equations.

Theorem 3.1 — Name of the theorem. In $E=\mathbb{R}^n$ all norms are equivalent. It has the properties:

$$\big| ||\mathbf{x}|| - ||\mathbf{y}|| \big| \leq ||\mathbf{x}-\mathbf{y}|| \tag{3.1}$$

$$||\sum_{i=1}^{n} \mathbf{x}_i|| \leq \sum_{i=1}^{n} ||\mathbf{x}_i|| \quad \text{where } n \text{ is a finite integer} \tag{3.2}$$

3.1.2 Single Line

This is a theorem consisting of just one line.

Theorem 3.2 A set $\mathscr{D}(G)$ in dense in $L^2(G)$, $|\cdot|_0$.

3.2 Definitions

A definition can be mathematical or it could define a concept.

Definition 3.1 — Definition name. Given a vector space E, a norm on E is an application, denoted $||\cdot||$, E in $\mathbb{R}^+ = [0,+\infty[$ such that:

$$||\mathbf{x}|| = 0 \;\Rightarrow\; \mathbf{x} = \mathbf{0} \tag{3.3}$$

$$||\lambda \mathbf{x}|| = |\lambda| \cdot ||\mathbf{x}|| \tag{3.4}$$

$$||\mathbf{x}+\mathbf{y}|| \leq ||\mathbf{x}|| + ||\mathbf{y}|| \tag{3.5}$$

3.3 Notations

■ **Notation 3.1** Given an open subset G of $\mathbb{R}^n$, the set of functions φ are:

1. Bounded support G;
2. Infinitely differentiable;

a vector space is denoted by $\mathscr{D}(G)$.

3.4 Remarks

This is an example of a remark.

R The concepts presented here are now in conventional employment in mathematics. Vector spaces are taken over the field $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, however, established properties are easily extended to $\mathbb{K} = \mathbb{C}$.

3.5 Corollaries

Corollary 3.1 — Corollary name. The concepts presented here are now in conventional employment in mathematics. Vector spaces are taken over the field $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, however, established properties are easily extended to $\mathbb{K} = \mathbb{C}$.

3.6 Propositions

3.6.1 Several equations

Proposition 3.1 — Proposition name. It has the properties:

$$\left| ||\mathbf{x}|| - ||\mathbf{y}|| \right| \leq ||\mathbf{x} - \mathbf{y}|| \tag{3.6}$$

$$||\sum_{i=1}^{n} \mathbf{x}_i|| \leq \sum_{i=1}^{n} ||\mathbf{x}_i|| \quad \text{where } n \text{ is a finite integer} \tag{3.7}$$

3.6.2 Single Line

Proposition 3.2 Let $f, g \in L^2(G)$; if $\forall \varphi \in \mathscr{D}(G)$, $(f, \varphi)_0 = (g, \varphi)_0$ then $f = g$.

3.7 Examples

3.7.1 Equation Example

■ **Example 3.1** Let $G = \{x \in \mathbb{R}^2 : |x| < 3\}$ and denoted by: $x^0 = (1, 1)$; consider the function:

$$f(x) = \begin{cases} e^{|x|} & \text{si } |x - x^0| \leq 1/2 \\ 0 & \text{si } |x - x^0| > 1/2 \end{cases} \tag{3.8}$$

The function f has bounded support, we can take $A = \{x \in \mathbb{R}^2 : |x - x^0| \leq 1/2 + \varepsilon\}$ for all $\varepsilon \in]0; 5/2 - \sqrt{2}[$. ■

3.7.2 Text Example

■ **Example 3.2 — Example name.** Aliquam arcu turpis, ultrices sed luctus ac, vehicula id metus. Morbi eu feugiat velit, et tempus augue. Proin ac mattis tortor. Donec tincidunt, ante rhoncus luctus semper, arcu lorem lobortis justo, nec convallis ante quam quis lectus. Aenean tincidunt sodales massa, et hendrerit tellus mattis ac. Sed non pretium nibh. Donec cursus maximus luctus. Vivamus lobortis eros et massa porta porttitor. ■

3.8 Exercises

Exercise 3.1 This is a good place to ask a question to test learning progress or further cement ideas into students' minds. ■

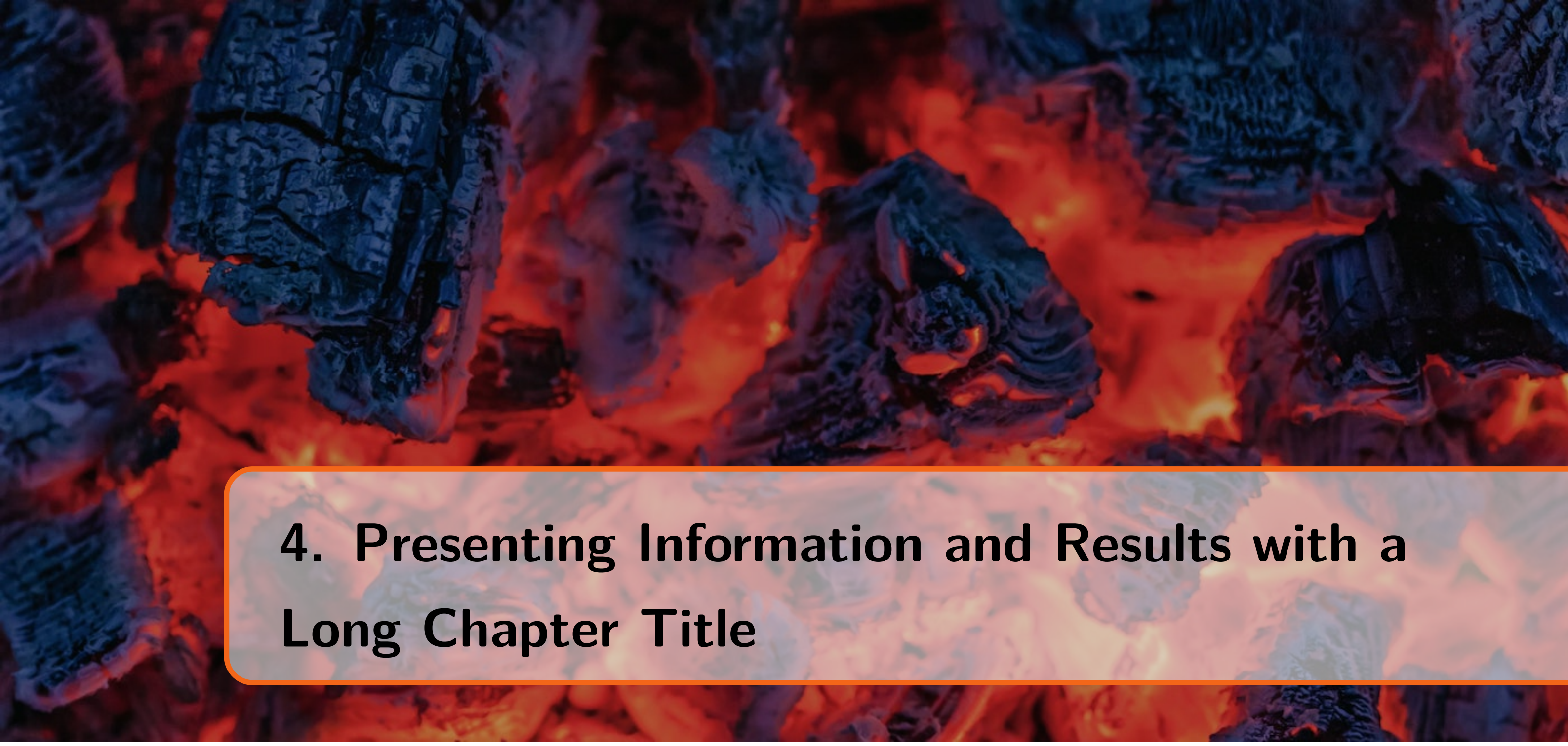
3.9 Problems

Problem 3.1 What is the average airspeed velocity of an unladen swallow?

3.10 Vocabulary

Define a word to improve a students' vocabulary.

■ **Vocabulary 3.1 — Word.** Definition of word.



4. Presenting Information and Results with a Long Chapter Title

4.1 Table

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Praesent porttitor arcu luctus, imperdiet urna iaculis, mattis eros. Pellentesque iaculis odio vel nisl ullamcorper, nec faucibus ipsum molestie. Sed dictum nisl non aliquet porttitor. Etiam vulputate arcu dignissim, finibus sem et, viverra nisl. Aenean luctus congue massa, ut laoreet metus ornare in. Nunc fermentum nisi imperdiet lectus tincidunt vestibulum at ac elit. Nulla mattis nisl eu malesuada suscipit.

Treatments	Response 1	Response 2
Treatment 1	0.0003262	0.562
Treatment 2	0.0015681	0.910
Treatment 3	0.0009271	0.296

表 4.1: Table caption.

Referencing Table 4.1 in-text using its label.

4.2 Figure

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Praesent porttitor arcu luctus, imperdiet urna iaculis, mattis eros. Pellentesque iaculis odio vel nisl ullamcorper, nec faucibus ipsum molestie. Sed dictum nisl non aliquet porttitor. Etiam vulputate arcu dignissim, finibus sem et, viverra nisl. Aenean luctus congue massa, ut laoreet metus ornare in. Nunc fermentum nisi imperdiet lectus tincidunt vestibulum at ac elit. Nulla mattis nisl eu malesuada suscipit.

Treatments	**Response 1**	**Response 2**
Treatment 1	0.0003262	0.562
Treatment 2	0.0015681	0.910
Treatment 3	0.0009271	0.296

表 4.2: Floating table.

图 4.1: Figure caption.

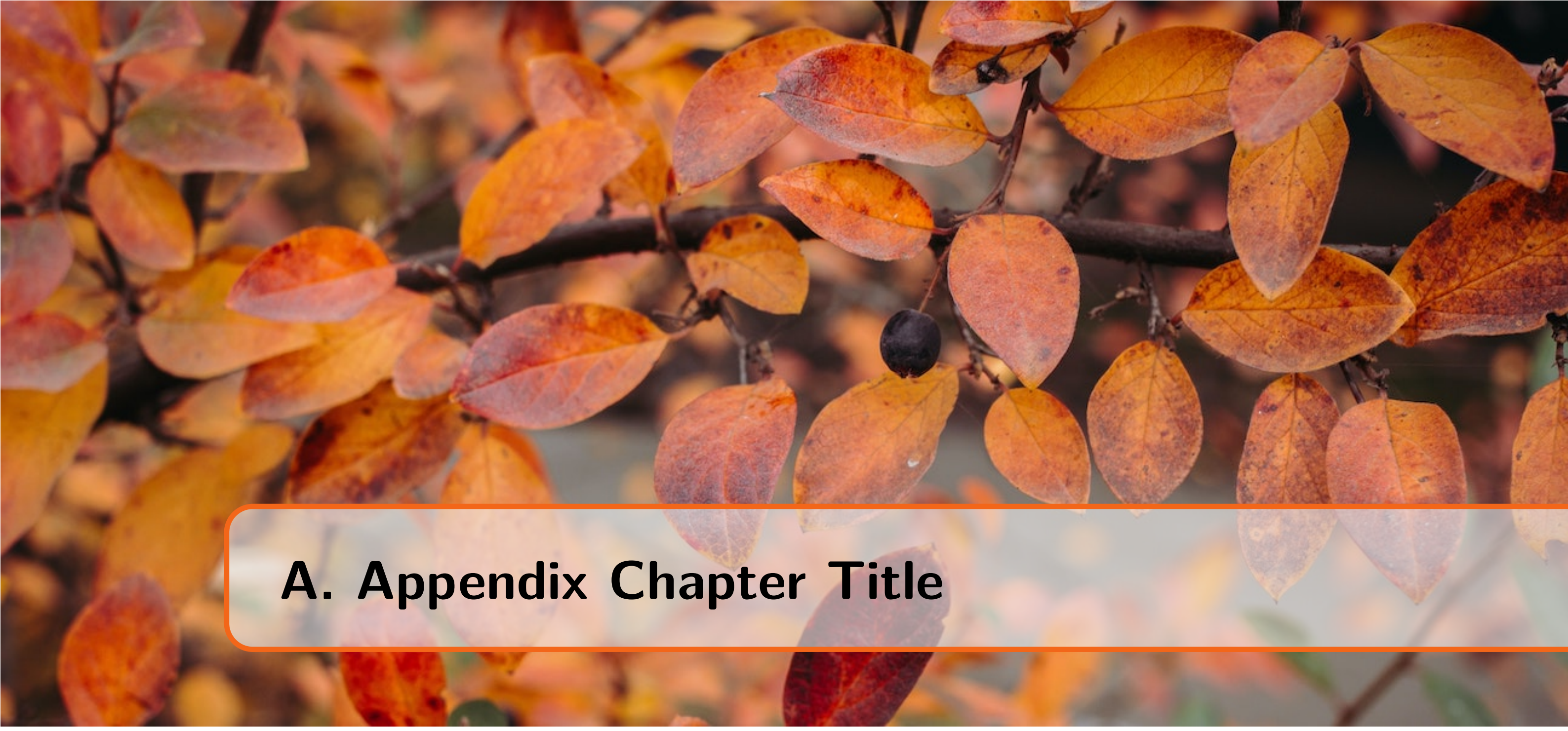
Referencing Figure 4.1 in-text using its label.

图 4.2: Floating figure.

Bibliography

Articles

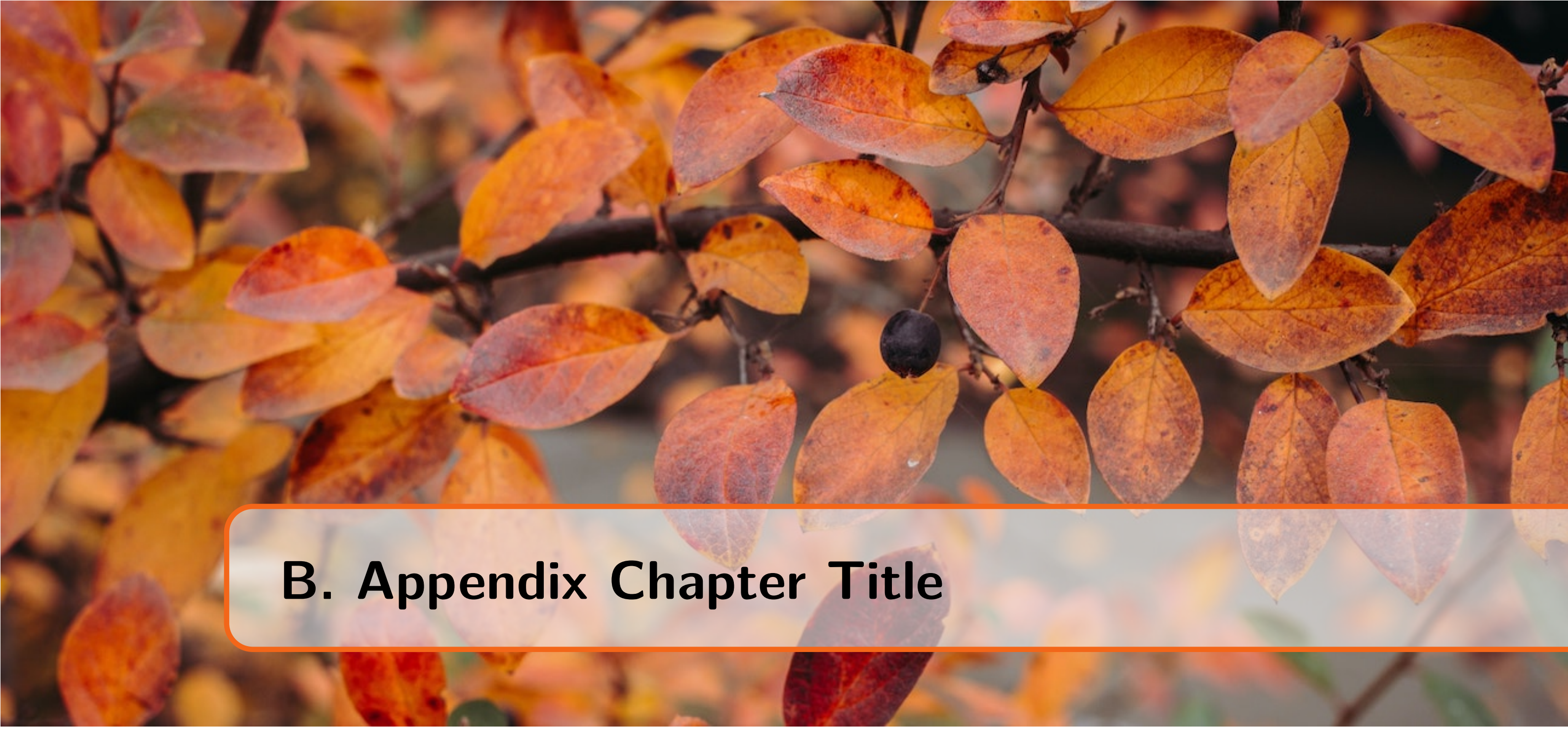
Books



A. Appendix Chapter Title

A.1 Appendix Section Title

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Aliquam auctor mi risus, quis tempor libero hendrerit at. Duis hendrerit placerat quam et semper. Nam ultricies metus vehicula arcu viverra, vel ullamcorper justo elementum. Pellentesque vel mi ac lectus cursus posuere et nec ex. Fusce quis mauris egestas lacus commodo venenatis. Ut at arcu lectus. Donec et urna nunc. Morbi eu nisl cursus sapien eleifend tincidunt quis quis est. Donec ut orci ex. Praesent ligula enim, ullamcorper non lorem a, ultrices volutpat dolor. Nullam at imperdiet urna. Pellentesque nec velit eget est euismod pretium.



B. Appendix Chapter Title

B.1 Appendix Section Title

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Aliquam auctor mi risus, quis tempor libero hendrerit at. Duis hendrerit placerat quam et semper. Nam ultricies metus vehicula arcu viverra, vel ullamcorper justo elementum. Pellentesque vel mi ac lectus cursus posuere et nec ex. Fusce quis mauris egestas lacus commodo venenatis. Ut at arcu lectus. Donec et urna nunc. Morbi eu nisl cursus sapien eleifend tincidunt quis quis est. Donec ut orci ex. Praesent ligula enim, ullamcorper non lorem a, ultrices volutpat dolor. Nullam at imperdiet urna. Pellentesque nec velit eget est euismod pretium.