

11. გამოსახეთ კოორდინატთა ღერძების  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  მგეზავებით  $a, b, c$  ვექტორების ჯამი, თუ

$$\vec{a} = \vec{a}(1; 2; 3)$$

$$\vec{b} = \vec{b}(0; -1; -2)$$

$$\vec{c} = \vec{c}(2; 2; 2)$$

**მითითება.** გამოიყენეთ ფორმულა

$$(a_1 + b_1 + c_1)\vec{i} + (a_2 + b_2 + c_2)\vec{j} + (a_3 + b_3 + c_3)\vec{k}$$

$$(1 + 0 + 2)\vec{i} + (2 + (-1) + 2)\vec{j} + (3 + (-2) + 2)\vec{k} = 3\vec{i} + 3\vec{j} + 3\vec{k}$$

---

12. გამოსახეთ კოორდინატთა ღერძების  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  მგეზავებით  $a, b, c$  ვექტორების ჯამი, თუ

$$\vec{a} = \vec{a}(3; 1; 1)$$

$$\vec{b} = \vec{b}(1; 1; 1)$$

$$\vec{c} = \vec{c}(-2; 0; 2)$$

**მითითება.** გამოიყენეთ ფორმულა

$$(a_1 + b_1 + c_1)\vec{i} + (a_2 + b_2 + c_2)\vec{j} + (a_3 + b_3 + c_3)\vec{k}$$

$$(3 + 1 + (-2))\vec{i} + (1 + 1 + 0)\vec{j} + (1 + 1 + 2)\vec{k} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$$

---

13. იპოვეთ  $a$  და  $b$  ვექტორების სკალარული ნამრავლი, თუ

$$\vec{a} = \vec{a}(1; 2; 3), \quad \vec{b} = \vec{b}(3; 1; 2)$$

**მითითება.** გამოიყენეთ ფორმულა

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 3 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 3 + 2 + 6 = 11$$

---

14. იპოვეთ  $a$  და  $b$  ვექტორების სკალარული ნამრავლი, თუ

$$\vec{a} = \vec{a}(1; 1; 4), \quad \vec{b} = \vec{b}(1; 1; 2)$$

**მითითება.** გამოიყენეთ ფორმულა

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 4 \cdot 2 = 1 + 1 + 8 = 10$$

---

23. რას უდრის  $5 + 2i$  და  $3 + 4i$  კომპლექსური რიცხვების ჯამი?

$$5 + 2i + 3 + 4i = 5 + 3 + 2i + 4i = 8 + 6i$$

---

24. რას უდრის  $1 + 2i$  და  $3 + 2i$  კომპლექსური რიცხვების ნამრავლი?

$$(1 + 2i)(3 + 2i) = 1 \cdot 3 + 1 \cdot 2i + 2i \cdot 3 + 2i \cdot 2i = 3 + 2i + 6i + 4i^2 = 3 + 8i + 4 \cdot (-1) = 3 - 4 + 8i = -1 + 8i = 8i - 1$$

---

31. გადაამრავლეთ კომპლექსური რიცხვები:

$$\alpha_1 = 4(\cos 77^\circ + i \sin 77^\circ)$$

$$\alpha_2 = 2(\cos 13^\circ + i \sin 13^\circ)$$

**მითითება.** გამრავლებისას ყურადღება მიაქციეთ წარმოსახვით რიცხვ  $i$ -ს და გაითვალისწინეთ, რომ  $i^2 = -1$ .

$$\begin{aligned} \alpha_1 \cdot \alpha_2 &= 4(\cos 77^\circ + i \sin 77^\circ) \cdot 2(\cos 13^\circ + i \sin 13^\circ) = 8[(\cos 77^\circ + i \sin 77^\circ) \cdot (\cos 13^\circ + i \sin 13^\circ)] \\ &= 8[\cos 77^\circ \cdot \cos 13^\circ + i \cos 77^\circ \sin 13^\circ + i \sin 77^\circ \cos 13^\circ + i^2 \sin 77^\circ \sin 13^\circ] \\ &= 8[\cos 77^\circ \cdot \cos 13^\circ + i \cos 77^\circ \sin 13^\circ + i \sin 77^\circ \cos 13^\circ - \sin 77^\circ \sin 13^\circ] = \dots \end{aligned}$$

გამოთვლების გასაგრძელებლად, გამოვიყენოთ შემდეგი ცხრილი:

$$\begin{aligned}\sin \alpha \cos \beta &= \frac{1}{2}[\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)] \\ \cos \alpha \sin \beta &= \frac{1}{2}[\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)] \\ \cos \alpha \cos \beta &= \frac{1}{2}[\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)] \\ \sin \alpha \sin \beta &= -\frac{1}{2}[\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta)]\end{aligned}$$

ვინაიდან ყოველი შემთხვევა შეიცავს  $\frac{1}{2}$ -ს, უმჯობესია, თუ მას თავიდანვე ფრჩხილებიდან გავიტანთ:

$$\begin{aligned}\dots &= 8 \cdot \frac{1}{2}[(\cos(77^\circ + 13^\circ) + \cos(77^\circ - 13^\circ)) + i(\sin(77^\circ + 13^\circ) - \sin(77^\circ - 13^\circ)) \\ &\quad + i(\sin(77^\circ + 13^\circ) + \sin(77^\circ - 13^\circ)) - (-\cos(77^\circ + 13^\circ) - \cos(77^\circ - 13^\circ))] \\ &= 4[\cos 90^\circ + \cos 64^\circ + i(\sin 90^\circ - \sin 64^\circ) + i(\sin 90^\circ + \sin 64^\circ) + \cos 90^\circ - \cos 64^\circ] \\ &= 4[\cos 90^\circ + \cos 64^\circ + i \sin 90^\circ - i \sin 64^\circ + i \sin 90^\circ + i \sin 64^\circ + \cos 90^\circ - \cos 64^\circ] \\ &= 4[2 \cos 90^\circ + 2i \sin 90^\circ] = 4[2 \cdot 0 + 2 \cdot i \cdot 1] = 8i\end{aligned}$$

32. იპოვეთ მოცემული ელექტრული სისტემიდან  $\Delta, \Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$  და  $I_I, I_{II}, I_{III}$  მნიშვნელობები.

$$\begin{cases} E_1 = I_{II}r_4 + I_I(r_1 + r_3 - r_4) + I_{III}r_2 \\ E_2 = I_Ir_3 + I_{III}r_5 + I_{II}(r_4 + r_2 - r_3) \\ E_3 = I_{III}(r_2 + r_3 - r_5) + I_Ir_5 + I_{II}r_4 \end{cases}$$

*მითითება.* გადაწერეთ სისტემა ისე, რომ დენები თანმიმდევრულად განლაგდნენ ( $I_I, I_{II}, I_{III}$ ):

$$\begin{cases} E_1 = I_I(r_1 + r_3 - r_4) + I_{II}r_4 + I_{III}r_2 \\ E_2 = I_Ir_3 + I_{II}(r_4 + r_2 - r_3) + I_{III}r_5 \\ E_3 = I_Ir_5 + I_{II}r_4 + I_{III}(r_2 + r_3 - r_5) \end{cases}$$

$\Delta$ -ს საპოვნელად, შეადგინეთ მატრიცა წინააღობების შესაბამის ადგილზე გადაწერით. გაითვალისწინეთ, რომ სადაც დენი მიწის ნიშნითაა, შესაბამის წინააღობებს მიწისუბი გადაჰყვებათ (აქ ასეთი შემთხვევა არაა). თუკი წინააღობების მნიშვნელობები ( $r_1, r_2, \dots, r_5$ ) მოცემულია, ჩასვით რიცხვები და იპოვეთ დეტერმინანტი, წინააღმდეგ შემთხვევაში, დატოვეთ შემდეგი სახით.

$$\Delta = \begin{vmatrix} r_1 + r_3 - r_4 & r_4 & r_2 \\ r_3 & r_4 + r_2 - r_3 & r_5 \\ r_5 & r_4 & r_2 + r_3 - r_5 \end{vmatrix}$$

$\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ -ის საპოვნელად, ზემოთ ნაპოვნი  $\Delta$  მატრიცის შესაბამისი სვეტი (პირველი, მეორე ან მესამე) ჩაანაცვლეთ თავდაპირველ სისტემის მარცხენა მხარეს მოცემული მნიშვნელობებით. გაითვალისწინეთ, რომ გამოცდაზე სავარაუდოდ  $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ -თაგან მხოლოდ ერთ-ერთი იქნება საპოვნელი შეზღუდული დროის გამო.

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} E_1 & r_4 & r_2 \\ E_2 & r_4 + r_2 - r_3 & r_5 \\ E_3 & r_4 & r_2 + r_3 - r_5 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} r_1 + r_3 - r_4 & E_1 & r_2 \\ r_3 & E_2 & r_5 \\ r_5 & E_3 & r_2 + r_3 - r_5 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} r_1 + r_3 - r_4 & r_4 & E_1 \\ r_3 & r_4 + r_2 - r_3 & E_2 \\ r_5 & r_4 & E_3 \end{vmatrix}$$

გაითვალისწინეთ, რომ თუკი სისტემის მარცხენა მხარეს რომელიმე ხაზზე ეწერა  $E_2 - E_3$  ან მსგავსი მოქმედება ნაცვლად მხოლოდ ერთი წევრისა, მატრიცაში იგი უცვლელად გადავიდოდა. აქაც, თუკი პირობაში  $E_1, E_2, E_3$ -ის მნიშვნელობები მოცემულია, ჩასვით რიცხვები და იპოვეთ დეტერმინანტი, წინააღმდეგ შემთხვევაში დატოვეთ ზემოთ მოცემული სახით.

და ბოლოს,  $I_I, I_{II}, I_{III}$ -ის გამოსათვლელად გამოიყენეთ ფორმულები:

$$\begin{aligned} I_I &= \frac{\Delta_1}{\Delta} \\ I_{II} &= \frac{\Delta_2}{\Delta} \\ I_{III} &= \frac{\Delta_3}{\Delta} \end{aligned}$$

აქაც ანალოგიურად, თუკი რიცხვები მოცემული არ არის, პასუხი დატოვეთ ზემოთ მოცემულ ფორმაში, წინააღმდეგ შემთხვევაში ჩასვით მიღებული რიცხვები.