

## ამოცანა 1: დიფერენციალური განტოლება განცალკევულ ცვალდებში

**მითითება:** განტოლების ყოველი წევრიდან ამოიღეთ ინტეგრალი. გაითვალისწინეთ,  $0$ -ის ინტეგრალი არის  $c$  მუდმივა.

$$1) \frac{dx}{1+x^2} - \frac{dy}{\sqrt{1-y^2}} = 0$$

$$\int \frac{dx}{1+x^2} - \int \frac{dy}{\sqrt{1-y^2}} = c$$
$$\arctg x - \arcsin y = c$$

$$2) y dy - 3 \cos x dx = 0$$

$$\int y dy - \int 3 \cos x dx = c$$
$$\frac{y^2}{2} - 3 \sin x = c$$

$$3) e^{-x} dx - \frac{dy}{\cos^2 y} = 0$$

$$\int e^{-x} dx - \int \frac{dy}{\cos^2 y} = c$$
$$-e^{-x} - \operatorname{tg} y = c$$

$$4) \frac{dx}{\sin^2 x} - (y^2 + 1) dy = 0$$

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x} - \int (y^2 + 1) dy = c$$
$$-\operatorname{ctgx} - \left( \frac{y^3}{3} + y \right) = c$$

$$5) \frac{dy}{1+y^2} - \cos x dx = 0$$

$$\int \frac{dy}{1+y^2} - \int \cos x dx = c$$
$$\arctg y - \sin x = c$$

## ამოცანა 2: მეორე რიგის წრფივი ერთგვაროვანი დიფერენციალური განტოლება

**მითითება:**  $y'' + a_1 y' + a_2 y = 0$  სახის განტოლება არის ერთგვაროვანი.  $y''$  ჩაანაცვლეთ  $k^2$ -ით,  $y'$  ჩაანაცვლეთ  $k$ -ით და  $y$  ჩაანაცვლეთ  $1$ -ით.

$$y'' + a_1 y' + a_2 y = 0 \quad \rightarrow \quad k^2 + a_1 k + a_2 = 0$$

დისკრიმინანტის გამოყენებით იპოვეთ  $k$ -ს მნიშვნელობები.

- 1) თუ დისკრიმინანტი მეტია ნულზე  $D > 0$ , მაშინ მას აქვს ორი განსხვავებული ამონახსნი  $k_1$  და  $k_2$  ( $k_1 \neq k_2$ ). ამიტომ, ზოგადი ამონახსნი იქნება:

$$y = c_1 e^{k_1 x} + c_2 e^{k_2 x}$$

- 2) თუ დისკრიმინანტი უდრის ნულს  $D = 0$ , მაშინ მას აქვს ერთი ამონახსნი  $k$  ( $k_1 = k_2 = k$ ) და ზოგადი ამონახსნი იქნება:

$$y = c_1 e^{kx} + c_2 x e^{kx}$$

---

1)  $y'' - 7y' + 12y = 0$

$$k^2 - 7k + 12 = 0$$

$$D = 49 - 48 = 1$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{1} = 1$$

$$k_1 = \frac{7-1}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$k_2 = \frac{7+1}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$y = c_1 e^{3x} + c_2 e^{4x}$$

---

2)  $y'' + 6y' + 9y = 0$

$$k^2 + 6k + 9 = 0$$

$$D = 36 - 36 = 0$$

$$k = -\frac{6}{2} = -3$$

$$y = c_1 e^{-3x} + c_2 x e^{-3x}$$

---

3)  $y'' - 8y' + 16y = 0$

$$k^2 - 8k + 16 = 0$$

$$D = 64 - 64 = 0$$

$$k = \frac{8}{2} = 4$$

$$y = c_1 e^{4x} + c_2 x e^{4x}$$

---

4)  $y'' - 9y = 0$

$$k^2 - 9 = 0$$

$$(k-3)(k+3) = 0$$

$$k_1 = -3$$

$$k_2 = 3$$

$$y = c_1 e^{-3x} + c_2 e^{3x}$$

---

5)  $2y'' - 6y' = 0$

$$2k^2 - 6k = 0$$

$$2k(k-3) = 0$$

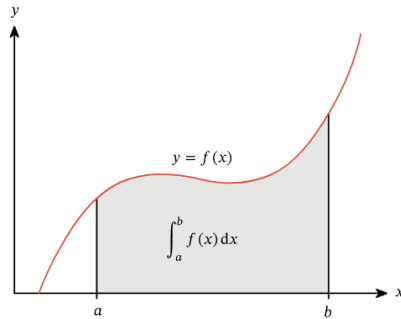
$$k_1 = 0$$

$$k_2 = 3$$

$$y = c_1 e^0 + c_2 e^{3x} = c_1 + c_2 e^{3x}$$

### ამოცანა 3: ბრტყელი ფიგურის ფართობის გამოთვლა

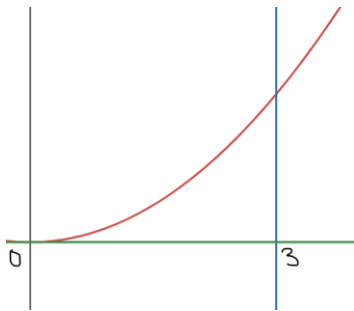
მითითება: ააგეთ ნახაზი და გამოიყენეთ ფორმულა  $S = \int_a^b f(x) dx$



1.  $y = 2x^2$

$x = 3$

$y = 0$

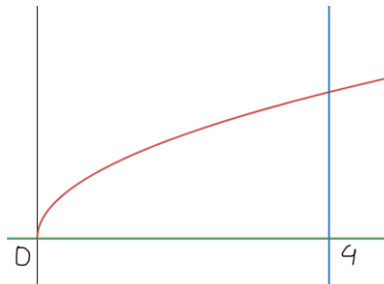


$$S = \int_0^3 2x^2 dx = \frac{2x^3}{3} \Big|_0^3 = \frac{2 \cdot 3^3}{3} = \frac{2 \cdot 27}{3} = 18$$

2.  $y = \sqrt{x}$

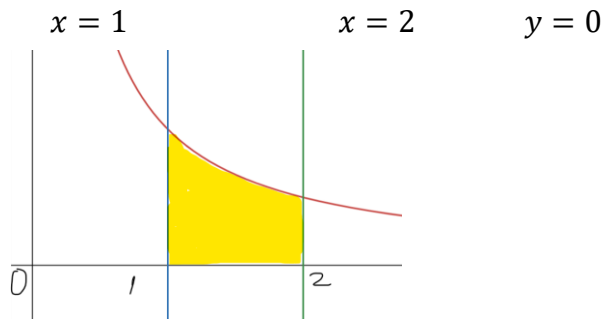
$x = 4$

$y = 0$



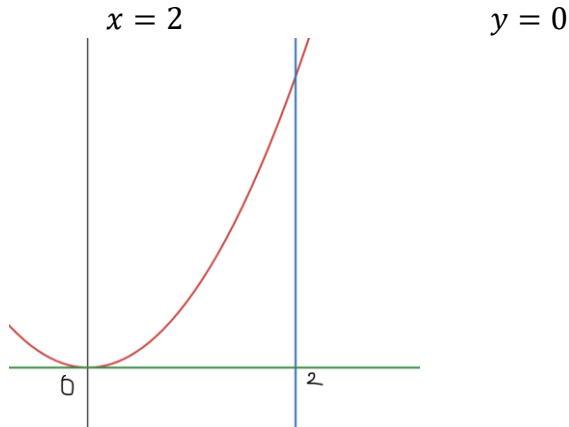
$$S = \int_0^4 \sqrt{x} dx = \int_0^4 x^{\frac{1}{2}} dx = \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} \Big|_0^4 = \frac{2\sqrt{x}^3}{3} \Big|_0^4 = \frac{2\sqrt{4}^3}{3} = \frac{2 \cdot 8}{3} = \frac{16}{3}$$

$$3. \quad y = \frac{1}{x}$$



$$S = \int_1^2 \frac{1}{x} dx = \ln x \Big|_1^2 = \ln 2 - \ln 1 = \ln 2 - 0 = \ln 2$$

$$4. \quad y = 3x^2$$



$$S = \int_0^2 3x^2 dx = \frac{3x^3}{3} \Big|_0^2 = x^3 \Big|_0^2 = 2^3 = 8$$

**ამოცანა 4: იპოვეთ რიცხვითი მწკრივის მითითებული წევრი**

**მითითება:** პირობაში მოცემული ფორმულიდან  $\sum_{n=1}^{\infty} U_n$  ამოწერეთ მხოლოდ ფუნქცია  $U_n$  და მითითებული წევრის რიცხვით ჩაანაცვლოთ  $n$ .

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n^2 - 2}{3n + 7}$$

$$U_3 = ?$$

$$U_n = \frac{5n^2 - 2}{3n + 7}$$

$$U_3 = \frac{5 \cdot 3^2 - 2}{3 \cdot 3 + 7} = \frac{5 \cdot 9 - 2}{9 + 7} = \frac{45 - 2}{16} = \frac{43}{16}$$

**ამოცანა 5 (ან 6): გამოიკვლიეთ რიცხვითი მწკრივი**

**კრებადობაზე (კოშის რადიკალური ნიშნის გამოყენებით)**

**მითითება:** პირობაში მოცემული ფორმულიდან  $\sum_{n=1}^{\infty} U_n$  ამოწერეთ მხოლოდ ფუნქცია  $U_n$  და იპოვეთ ზღვარი ამ ფუნქციის  $n$ -ური ფესვისა

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{U_n}$ . თუ მიღებული შედეგი ნაკლებია ერთზე, ფუნქცია კრებადია, ხოლო თუ მეტია ერთზე, ფუნქცია განშლადია.

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{3n-1}{7n+4} \right)^n$$

$$U_n = \left( \frac{3n-1}{7n+4} \right)^n$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\left( \frac{3n-1}{7n+4} \right)^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-1}{7n+4} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{3n}{n} - \frac{1}{n}}{\frac{7n}{n} + \frac{4}{n}} = \frac{3-0}{7+0} = \frac{3}{7}$$

რადგან  $\frac{3}{7} < 1$ , რიცხვითი მწკრივი კრებადია

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n^2+4}{3n^2-4n} \right)^n$$

$$U_n = \left( \frac{n^2+4}{3n^2-4n} \right)^n$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\left( \frac{n^2+4}{3n^2-4n} \right)^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2+4}{3n^2-4n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{n^2}{n^2} + \frac{4}{n^2}}{\frac{3n^2}{n^2} - \frac{4n}{n^2}} = \frac{1+0}{3-0} = \frac{1}{3}$$

რადგან  $\frac{1}{3} < 1$ , რიცხვითი მწკრივი კრებადია

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n-3}{7n+5} \right)^{\frac{n}{2}}$$

$$U_n = \left( \frac{2n-3}{7n+5} \right)^{\frac{n}{2}}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\left( \frac{2n-3}{7n+5} \right)^{\frac{n}{2}}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n-3}{7n+5} \right)^{\frac{1}{2}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{2n-3}{7n+5}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{\frac{2n}{n} - \frac{3}{n}}{\frac{7n}{n} + \frac{5}{n}}}$$

$$= \sqrt{\frac{2-0}{7+0}} = \sqrt{\frac{2}{7}}$$

რადგან  $\sqrt{\frac{2}{7}} < 1$ , რიცხვითი მწკრივი კრებადია

**ამოცანა 6 (ან 5): გამოიკვლიეთ რიცხვითი მწკრივი კრებადობაზე (დალამბერის რადიკალური ნიშნის გამოყენებით)**

**მიითითება:** პირობაში მოცემული ფორმულიდან  $\sum_{n=1}^{\infty} U_n$  ამოწერეთ მხოლოდ ფუნქცია  $U_n$  და იპოვეთ  $U_{n+1}$ , რისთვისაც  $n$  ჩაანაცვლეთ  $n + 1$ -ით. ამის შემდეგ იპოვეთ ზღვარი  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{U_{n+1}}{U_n}$ . თუ მიღებული შედეგი ნაკლებია ერთზე, ფუნქცია კრებადია, ხოლო თუ მეტია ერთზე, ფუნქცია განშლადია.

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot 3^n}{5^n}$$

$$U_n = \frac{n \cdot 3^n}{5^n}$$

$$U_{n+1} = \frac{n \cdot 3^{n+1}}{5^{n+1}}$$

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{U_{n+1}}{U_n} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n \cdot 3^{n+1}}{5^{n+1}} \cdot \frac{5^n}{n \cdot 3^n} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n \cdot 3^n \cdot 3}{5^n \cdot 5} \cdot \frac{5^n}{n \cdot 3^n} \right) \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{\cancel{n} \cdot \cancel{3^n} \cdot 3}{\cancel{5^n} \cdot 5} \cdot \frac{\cancel{5^n}}{\cancel{n} \cdot \cancel{3^n}} \right) = \frac{3}{5} \end{aligned}$$

რადგან  $\frac{3}{5} < 1$ , რიცხვითი მწკრივი კრებადია

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 \cdot 3^n}{7^n}$$

$$U_n = \frac{n^2 \cdot 3^n}{7^n}$$

$$U_{n+1} = \frac{(n+1)^2 \cdot 3^{n+1}}{7^{n+1}}$$

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{U_{n+1}}{U_n} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{(n+1)^2 \cdot 3^{n+1}}{7^{n+1}} \cdot \frac{7^n}{n^2 \cdot 3^n} \right) \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{(n+1)^2 \cdot \cancel{3^n} \cdot 3}{\cancel{7^n} \cdot 7} \cdot \frac{\cancel{7^n}}{\cancel{n^2} \cdot \cancel{3^n}} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3(n+1)^2}{7n^2} \right) \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3(n^2 + 2n + 1)}{7n^2} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n^2 + 6n + 3}{7n^2} \right) \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{3n^2}{n^2} + \frac{6n}{n^2} + \frac{3}{n^2}}{\frac{7n^2}{n^2}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 + 0 + 0}{7} = \frac{3}{7} \end{aligned}$$

რადგან  $\frac{3}{7} < 1$ , რიცხვითი მწკრივი კრებადია

**ამოცანა 7: იპოვეთ ხარისხოვანი მწკრივის კრებადობის რადიუსი**

**მიითითება:** პირობაში მოცემული ფორმულიდან  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x_n$  ამოწერეთ მხოლოდ  $a_n$ . თუ  $a_n$  არის ფუნქცია აყვანილი  $n$ -ურ ხარისხში (მაგალითად,  $a_n = \left(\frac{3n-1}{7n+4}\right)^n$ ), იპოვეთ ზღვარი  $R = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n\sqrt[n]{a_n}}$ . სხვა შემთხვევაში, იპოვეთ  $a_{n+1}$  და ამოხსენით ზღვარი  $R = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{a_{n+1}}$ . კრებადობის შუალედი არის  $(-R; R)$  შუალედი.

$$\begin{aligned}
 1. \quad & \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{3n-1}{7n+4}\right)^n \\
 & a_n = \left(\frac{3n-1}{7n+4}\right)^n \\
 & R = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n\sqrt[n]{a_n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n\sqrt[n]{\left(\frac{3n-1}{7n+4}\right)^n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\frac{3n-1}{7n+4}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n+4}{3n-1} \\
 & = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{7n}{n} + \frac{4}{n}}{\frac{3n}{n} - \frac{1}{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7 + 0}{3 - 0} = \frac{7}{3} \\
 & \text{კრებადობის შუალედი } \left(-\frac{7}{3}; \frac{7}{3}\right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. \quad & \sum_{n=0}^{\infty} \frac{nx^n}{7^n} \\
 & a_n = \frac{n}{7^n} \\
 & a_{n+1} = \frac{n+1}{7^{n+1}} \\
 & R = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{a_{n+1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{7^n} \cdot \frac{7^{n+1}}{n+1}\right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{7^n} \cdot \frac{7^n \cdot 7}{n+1}\right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n}{n+1} \\
 & = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{7n}{n}}{\frac{n}{n} + \frac{1}{n}} = 7 \\
 & \text{კრებადობის შუალედი } (-7; 7)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3. \quad & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot x^n}{n \cdot 5^n} \\
 & a_n = \frac{2^n}{n \cdot 5^n}
 \end{aligned}$$

$$a_{n+1} = \frac{2^{n+1}}{(n+1) \cdot 5^{n+1}}$$

$$R = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{a_{n+1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2^n}{n \cdot 5^n} \cdot \frac{(n+1) \cdot 5^{n+1}}{2^{n+1}} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2^n}{n \cdot 5^n} \cdot \frac{(n+1) \cdot 5^n \cdot 5}{2^n \cdot 2} \right)$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5(n+1)}{2n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n+5}{2n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{5n}{n} + \frac{5}{n}}{\frac{2n}{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5+0}{2} = \frac{5}{2}$$

კრებადობის შუალედია  $(-\frac{5}{2}; \frac{5}{2})$

4.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}$

$$a_n = \frac{1}{n^2}$$

$$a_{n+1} = \frac{1}{(n+1)^2}$$

$$R = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{a_{n+1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{n^2} \cdot \frac{(n+1)^2}{1} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^2}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 2n + 1}{n^2}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{n^2}{n^2} + \frac{2n}{n^2} + \frac{1}{n^2}}{\frac{n^2}{n^2}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 0 + 0}{1} = 1$$

კრებადობის შუალედია  $(-1; 1)$

## ამოცანა 8: ამოხსენით მეორე რიგის წრფივი

## არაერთგვაროვანი დიფერენციალური განტოლება

**მითითება:**  $y'' + a_1 y' + a_2 y = f(x)$  სახის განტოლება არის

არაერთგვაროვანი. მისი ამონახსნია  $y = \bar{y} + y^*$ .

$\bar{y}$ -ის საპოვნელად, განტოლება გაუტოლოთ ნულს  $y'' + a_1 y' + a_2 y = 0$  და იპოვეთ მისი ამონახსნი (იხილეთ ამოცანა 2). აქვე დავიმახსოვროთ  $k$ -ს რამდენი ამონახსნი არის 0-ის ტოლი (ნული, ერთი, ან ორი). ეს იქნება შემდგომში  $\alpha$ -ის მნიშვნელობა.

$y^*$ -ის საპოვნელად, პირველ რიგში უნდა დავადგინოთ  $f(x)$ -ის რიგი, იგივე  $x$ -ის უდიდესი ხარისხი; თუ რიგი 1-ის ტოლია,  $y^* = (Ax + B)x^\alpha$ , ხოლო თუ რიგი 2-ის ტოლია,  $y^* = (Ax^2 + Bx + C)x^\alpha$ . ამის შემდეგ საჭიროა  $A, B, C$ -ის მნიშვნელობათა პოვნა, რისთვისაც ვაწარმოებთ  $y^*$  ორჯერ და შედეგად ვპოულობთ  $(y^*)'$ -სა და  $(y^*)''$ . ეს შედეგები  $(y^*, (y^*)', (y^*)'')$  შეგვაქვს საწყის განტოლებაში ( $y, y', y''$ -ის ადგილზე) და



ვხსნით  $A, B, C$  -ის მნიშვნელობებს. შემდგომში ეს მნიშვნელობები შეგვყავს  $y^*$ -ის ტოლობაში, და საბოლოოდ ვპოულობთ განტოლების ამონახსნს:  
 $y = \bar{y} + y^*$ .

---

1.  $y'' + 2y' = 2x + 1$

$$y'' + 2y' = 0$$

$$k^2 + 2k = 0$$

ვიპოვოთ  $k$ -ს მნიშვნელობები:

$$D = 2^2 - 4 \cdot 0 = 4$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{4} = 2$$

$$k_1 = \frac{-2 - 2}{2} = -2$$

$$k_2 = \frac{-2 + 2}{2} = 0$$

ვიპოვოთ  $\bar{y}$ :

$$\bar{y} = c_1 e^{-2x} + c_2 e^{0x} = c_1 e^{-2x} + c_2$$

რადგან  $k$ -ს ამონახსნებიდან ერთი მათგანი ტოლია 0-ის, ამიტომაც  $\alpha = 1$ , ხოლო მოცემული განტოლების მარჯვენა მხარე  $(2x + 1)$  არის პირველი რიგის მრავალწევრი, შესაბამისად,  $y^* = (Ax + B)x^1 = (Ax + B)x = Ax^2 + Bx$

განტოლების ამოსახსნელად, გვჭირდება  $y^*$ -ის პირველი და მეორე რიგის წარმოებულები, ვინაიდან მოცემული განტოლების მარცხენა მხარე ამ წარმოებულებს შეიცავს:

$$(y^*)' = (Ax^2 + Bx)' = 2Ax + B$$

$$(y^*)'' = (2Ax + B)' = 2A$$

შევიტანოთ განტოლებაში:

$$2A + 2Ax + B = 2x + 3$$

ვინაიდან ერთნაირხარისხიანი წევრები ერთმანეთის ტოლია,

$$2Ax = 2x, \text{ ანუ } A = \frac{2x}{2x} = 1. \text{ ანალოგიურად, თავისუფალი წევრების}$$

$$\text{გამოყენებით ვიპოვიოთ } B\text{-ს: } 2A + B = 3; \quad 2 \cdot 1 + B = 3; \quad B = 3 - 2 = 1.$$

ვიპოვოთ  $y^*$ :

$$y^* = Ax^2 + Bx = x^2 + x$$

საბოლოოდ, ვიპოვოთ ზოგადი ამონახსნი ( $y = \bar{y} + y^*$ ):

$$y = c_1 e^{-2x} + c_2 + x^2 + x$$

---

2.  $y'' + 4y' + 3y = 2x^2 + x$

$$\underline{y'' + 4y' + 3y = 2x^2 + x}$$

$$y'' + 4y' + 3y = 0$$

$$k^2 + 4k + 3 = 0$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{16 - 4 \cdot 3} = \sqrt{16 - 12} = \sqrt{4} = 2$$

$$k_1 = \frac{-4 - 2}{2} = -3; \quad k_2 = \frac{-4 + 2}{2} = -1$$

$$\underline{y = C_1 e^{-3x} + C_2 e^{-x}}$$

həqiqət  $(2x^2 + x)$ -in  $x$ -in qamqam bərabərliyi, nəzər salaraq,  $y^*$  haqqında təxminlər, şərtlər,

$$y^* = (Ax^2 + Bx + C) x^\alpha$$

həqiqət  $k_1 \neq 0$  və  $k_2 \neq 0$ ,  $\alpha = 0$ , şərtlər

$$\underline{y^* = (Ax^2 + Bx + C) x^0 = Ax^2 + Bx + C}$$

$$\text{Şərtlər } (y^*)' \text{ və } (y^*)'' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (y^*)' = (Ax^2 + Bx + C)' = 2Ax + B$$

$$(y^*)'' = (2Ax + B) = 2A$$

həqiqət bərabərliyi şərtlər:

$$y'' + 4y' + 3y = 2x^2 + x \rightarrow (y^*)'' + (y^*)' + 3y^* = 2x^2 + x$$



$$(2A) + 4(2Ax + B) + 3(Ax^2 + Bx + C) = 2x^2 + x$$

$$2A + 8Ax + 4B + 3Ax^2 + 3Bx + 3C = 2x^2 + x$$

Հանդիսանալով  $A, B, C$  գտնենք  $y^*$ -ը  
համընդհանուր.

$$x^2 \rightarrow 3Ax^2 = 2x^2$$

$$3A = 2$$

$$A = \frac{2}{3}$$

$$x \rightarrow 8Ax + 3Bx = x$$

$$8A + 3B = 1$$

$$3B = 1 - 8A$$

$$B = \frac{1 - 8A}{3} = \frac{1 - 8 \cdot \frac{2}{3}}{3} = -\frac{13}{9}$$

$$0.6) \rightarrow 2A + 4B + 3C = 0$$

$$2 \cdot \frac{2}{3} + 4 \cdot \left(-\frac{13}{9}\right) + 3C = 0 \quad (0.9)$$

$$2 \cdot 2 \cdot 3 + 4 \cdot (-13) + 9 \cdot 3C = 0$$

$$12 - 52 + 27C = 0$$

$$27C = 40$$

$$C = \frac{40}{27}$$

$A, B, C$  նշանակում  $y^*$ -ը:

$$y^* = Ax^2 + Bx + C = \frac{2}{3}x^2 - \frac{13}{9}x + \frac{40}{27}$$

Տեղադրելով ընդհանուր ( $y = \bar{y} + y^*$ )

$$y = C_1 e^{-3x} + C_2 e^{-x} + \frac{2}{3}x^2 - \frac{13}{9}x + \frac{40}{27}$$

3.  $y'' - 3y' = 7x - 4$

$$y'' - 3y' = 7x - 4$$

$$y'' - 3y' = 0$$

$$k^2 - 3k = 0$$

$$k(k-3) = 0; \quad k_1 = 0; \quad k_2 = 3$$

$$y = C_1 e^0 + C_2 e^{3x} = C_1 + C_2 e^{3x}$$

həqəz  $(7x-4)$ -in  $x$ -ə nisbətində tərtiblər 1,  $\alpha=1$  şünl  $\int$  hqəz  $7x-4$  nisbətində, şünl  $\alpha=1$

$$y^* = (Ax+B)x^\alpha$$

həqəz  $k_1 = 0$  və  $k_2 \neq 0$ , nisbətində şünl  $\alpha=1$  nisbətində, şünl  $\alpha=1$ :

$$y^* = (Ax+B)x^1 = Ax^2 + Bx$$

nisbətində  $(y^*)'$  və  $(y^*)''$ :

$$(y^*)' = (Ax^2 + Bx)' = 2Ax + B$$

$$(y^*)'' = 2A$$

nisbətində  $7x-4$  nisbətində

$$y'' - 3y' = 7x - 4 \rightarrow (y^*)'' - 3(y^*)' = 7x - 4$$



$$2A - 3(2Ax + B) = 7x - 4$$

$$2A - 6Ax + 3B = 7x - 4$$

3. Schritt A & B:

$$x \rightarrow -6Ax = 7x$$

$$-6A = 7$$

$$A = -\frac{7}{6}$$

$$\text{m. G.} \rightarrow 2A + 3B = -4$$

$$-\frac{14}{6} + 3B = -4 \quad (\cdot 6)$$

$$-14 + 18B = -24$$

$$18B = 10$$

$$B = \frac{10}{18} = \frac{5}{9}$$

3. Schritt A & B:

$$y^* = Ax^2 + Bx = -\frac{7}{6}x^2 + \frac{5}{9}x$$

3. Schritt, Substit. ( $y = \bar{y} + y^*$ )

$$y = c_1 + c_2 e^{3x} - \frac{7}{6}x^2 + \frac{5}{9}x$$

## ამოცანა 9: თეორიული 1

### ა) დიფერენციალური განტოლების ცნება

განტოლებას რომელიც ამყარებს კავშირს დაუკიდებელ ცვლადს, ამ ცვლადზე დამოკიდებულ ფუნქციასა და ამ ფუნქციის სხვადასხვა რიგის წარმოებულებს ან დიფერენციალებს შორის, უწოდებენ დიფერენციალურ განტოლებას. განტოლებას აქვს სახე:  $F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0$

### ბ) დიფერენციალური განტოლების ამონახსნის ცნება (პირველი რიგისთვის)

ვთქვათ მოცემულია პირველი რიგის დიფ განტოლება  $y' = f(x; y)$ . ვიტყვით, რომ მოცემული დიფ. განტოლების ამონახსნია  $y = \phi(x)$ , თუ იგი ჩასმული მოცემულ დიფ განტოლებაში, მას გადააქცევს იგივეობად.

### გ) დიფერენციალური განტოლება განცალკეად ცვლადებში

განტოლებას  $M(x; y)dx + N(x; y)dy = 0$  სადაც  $M(x; y) = M_1(x) \cdot M_2(y)$  და  $N(x; y) = N_1(x) \cdot N_2(y)$  უწოდებენ დიფ. განტოლებას განცალკეად ცვლადებში

## ამოცანა 10: თეორიული 2

### ა) რიცხვითი მწკრივის კრებადობის აუცილებელი პირობა

ვთქვათ მოცემულია რიცხვითი მწკრივი  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ . მწკრივის კრებადობის აუცილებელი

პირობაა  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$

### ბ) რიცხვითი მწკრივის კრებადობის დალამბერის ნიშანი

განვიხილოთ დადებითწევრებიანი რიცხვითი მწკრივი

$$u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n + \dots \quad (u)$$

იმ შემთხვევაში, როდესაც არსებობს  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = q$ , დალამბერის ნიშანი შემდეგ მართივ

სახეს იღებს. მწკრივი კრებადია თუ  $q < 1$ , განშლადია თუ  $q > 1$  და გვაქვს საეჭვო შემთხვევა თუ  $q = 1$ . ამ უკანასკნელ შემთხვევაში, კი თუ კიდევ რაიმე დამატებით პირობას არ აქვს ადგილი, მწკრივის კრებადობის შესახებ ვერავითარ დასკვნას ვერ გავაკეთებთ.

### გ) ხარისხოვანი მწკრივის კრებადობის რადიუსის გამოსათვლელი ფორმულა

განვიხილოთ რიცხვითი მწკრივი

$$a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n + \dots$$

$$R = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right|$$

$$R = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt[n]{a_n}}$$

მწკრივი კრებადია შუალედზე  $(-R; R)$

---