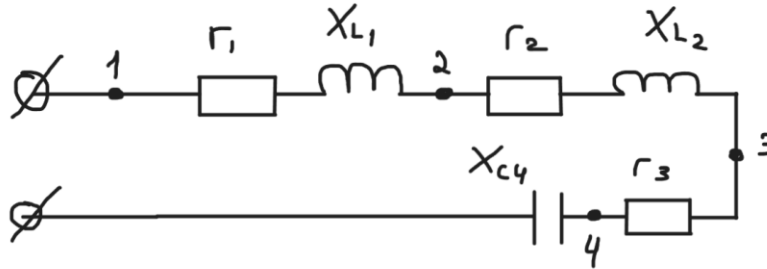


ნიმუში 1.

ელექტრულ წრედზე, რომელშიც მიმდევრობით ჩართულია ორი კოჭა, რეოსტატი და კონდენსატორი, მოდებულია 66 ვ ძაბვა. წინააღობები შემდეგია: $r_1 = 1.5 \Omega$, $X_{L1} = 1.5 \Omega$, $r_2 = 3 \Omega$, $X_{L2} = 1 \Omega$, $r_3 = 2 \Omega$, $X_{C4} = 2 \Omega$. იპოვეთ დენი წრედში, ძაბვები წინააღობებზე, ძაბვები ცალკეულ უბნებზე, მთელი წრედისა და მისი ცალკეული უბნების მიერ მოხმარებული სიმძლავრეები, სიმძლავრის კოეფიციენტი ($\cos \varphi$).



ამოხსნა:

მოც: $r_1 = 1.5 \Omega$

$$r_2 = 3 \Omega$$

$$r_3 = 2 \Omega$$

$$X_{L1} = 1.5 \Omega$$

$$X_{L2} = 1 \Omega$$

$$X_{C4} = 2 \Omega$$

$$U = 66 \text{ ვ}$$

 $I, U_{r1}, U_{r2}, U_{r3}, U_{X_{L1}}, U_{X_{L2}}, U_{X_{C4}}, U_1, U_2, U_3, P, Q, S, \cos \varphi = ?$

ვიპოვოთ დენი:

$$I = \frac{U}{Z}$$

ვეძებთ სრულ წინააღობას Z:

$$Z = \sqrt{r^2 + (X_L - X_C)^2}$$

r არის ყველა აქტიური წინააღობის ჯამი, X_L და X_C კი შესაბამისი რეაქტიული წინააღობის ჯამი:

$$r = r_1 + r_2 + r_3$$

$$X_L = X_{L1} + X_{L2}$$

$$X_C = X_{C4}$$

ჩავსვათ მნიშვნელობები და ამოვსხნათ:

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{(r_1 + r_2 + r_3)^2 + (X_{L1} + X_{L2} - X_{C4})^2} = \sqrt{(1.5 + 3 + 2)^2 + (1.5 + 1 - 2)^2} \\ &= \sqrt{6.5^2 + 0.5^2} \approx 6.6 \Omega \end{aligned}$$

უკვე შეგვიძლია, ვიპოვოთ დენი:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{66}{6.6} = 10 \text{ ა}$$

ვიპოვოთ ძაბვები თითოეულ ელემენტზე.

$$\begin{aligned}
 U &= Ir = IX_L = IX_C \\
 U_{r1} &= Ir_1 = 10 \cdot 1.5 = 15 \text{ ვ} \\
 U_{r2} &= Ir_2 = 10 \cdot 3 = 30 \text{ ვ} \\
 U_{r3} &= Ir_3 = 10 \cdot 2 = 20 \text{ ვ} \\
 U_{X_{L1}} &= IX_{L1} = 10 \cdot 1.5 = 15 \text{ ვ} \\
 U_{X_{L2}} &= IX_{L2} = 10 \cdot 1 = 15 \text{ ვ} \\
 U_{X_{C4}} &= IX_{C4} = 10 \cdot 2 = 20 \text{ ვ}
 \end{aligned}$$

თუკი ამოცანაში უბნები მითითებულია, უნდა ვიპოვოთ ძაბვები თითოეულ უბანზე. ნახაზის მიხედვით, პირველი უბანი არის 1 და 2 წერტილებს შორის მოქცეული, მეორე უბანი მოქცეულია 2 და 3 წერტილებს შორის და ა.შ. Z_n -ით აღვნიშნოთ შესაბამისი უბნის სრული წინაღობა, ანუ მასში მოქცეული ელემენტების სრული წინაღობა, რომლის საპოვნელად ანალოგიურად ვიყენებთ ზემოთ გამოყენებულ ფორმულას $Z = \sqrt{r^2 + (X_L - X_C)^2}$. გაითვალისწინეთ, რომ თუკი ამოცანაში უბნები მითითებული/ნახსენები არ არის, ეს კონკრეტული ეტაპი აღარ დაინერგება.

$$\begin{aligned}
 U_1 &= IZ_1 = I \sqrt{r_1^2 + X_{L1}^2} = 10 \sqrt{1.5^2 + 1.5^2} \approx 10 \cdot 2.1 = 21 \text{ ვ} \\
 U_2 &= IZ_2 = I \sqrt{r_2^2 + X_{L2}^2} = 10 \sqrt{3^2 + 1^2} \approx 10 \cdot 3.2 = 32 \text{ ვ} \\
 U_3 &= IZ_3 = Ir_3 = 10 \cdot 2 = 20 \text{ ვ} \\
 U_4 &= IZ_4 = IX_{C4} = 10 \cdot 2 = 20 \text{ ვ}
 \end{aligned}$$

აქტიური სიმძლავრების საპოვნელად შეგვიძლია გამოვიყენოთ დენის კვადრატისა და შესაბამისი აქტიური წინაღობის ნამრავლის ფორმულა:

$$\begin{aligned}
 P_1 &= I^2 r_1 = 10^2 \cdot 1.5 = 150 \text{ ვტ} \\
 P_2 &= I^2 r_2 = 10^2 \cdot 3 = 300 \text{ ვტ} \\
 P_3 &= I^2 r_2 = 10^2 \cdot 2 = 200 \text{ ვტ}
 \end{aligned}$$

სრული აქტიური სიმძლავრე იქნება ცალკეული აქტიური სიმძლავრეების ჯამი:

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = 150 + 300 + 200 = 650 \text{ ვტ}$$

რეაქტიული სიმძლავრეების საპოვნელად შეგვიძლია გამოვიყენოთ დენის კვადრატისა და შესაბამისი რეაქტიული წინაღობის ნამრავლის ფორმულა. (შენიშვნა: ინდექსის ციფრები, მარტივი აღქმისთვის, აღებულია წინაღობის ინდექსის ციფრის მიხედვით)

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= I^2 X_{L1} = 10^2 \cdot 1.5 = 150 \text{ ვარ} \\
 Q_2 &= I^2 X_{L2} = 10^2 \cdot 1 = 100 \text{ ვარ} \\
 Q_4 &= I^2 X_{C4} = 10^2 \cdot 2 = 200 \text{ ვარ}
 \end{aligned}$$

სრული რეაქტიული სიმძლავრის საპოვნელად, წინა შემთხვევისგან განსხვავებით, ინდექსიური სიმძლავრეები (კოჭას სიმძლავრე, X_L -ით ნაპოვნი) დადებითი ნიშნით აიღება, ხოლო ტევადური სიმძლავრეები (კონდენსატორის სიმძლავრე, X_C -ით ნაპოვნი) უარყოფითი ნიშნით აიღება:

$$Q = Q_1 + Q_2 - Q_4 = 150 + 100 - 200 = 50 \text{ ვარ}$$

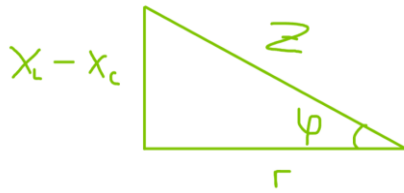
სრული სიმძლავრის საპოვნელად ვიყენებთ ფორმულას $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$, ან $S = I^2 Z$ (დამრგვალების გამო, პასუხები შეიძლება არ დაემთხვეს):

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{650^2 + 50^2} \approx 652 \text{ ვა}$$

ან

$$S = I^2 Z = 10^2 \cdot 6.6 = 660 \text{ ვა}$$

cosφ-ის საპოვნელად, შეგვიძლია გამოვიყენოთ სამკუთხედი:



$$\cos\varphi = \frac{r_1 + r_2 + r_3}{Z} = \frac{1.5 + 3 + 2}{6.6} = \frac{6.5}{6.6} \approx 0.98$$

ამავე სამკუთხედით შეგვიძლია sinφ-ის პოვნაც, რომელიც სიმძლავრეების სხვა ფორმულაში გამოიყენება:

$$\sin\varphi = \frac{X_{L1} + X_{L2} - X_{C4}}{Z} = \frac{1.5 + 1 - 2}{6.6} \approx 0.08$$

კოსინუსისა და სინუსის მიღებული შედეგებით შეგვიძლია სიმძლავრეები ალტერნატიული ფორმულით ვიპოვოთ. დამრგვალების გამო, რიცხვები ზემოთ მიღებულ შედეგებს შეიძლება არ დაემთხვეს:

$$P = UI\cos\varphi = 66 \cdot 10 \cdot 0.98 = 646.8 \text{ ვტ}$$

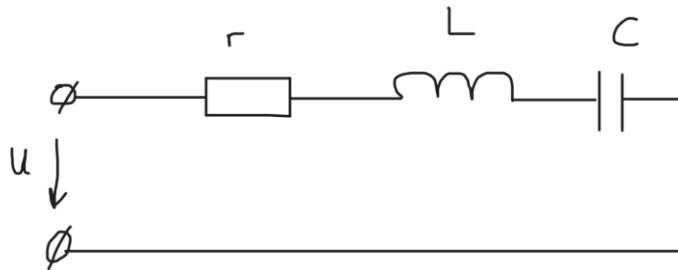
$$Q = UI\sin\varphi = 66 \cdot 10 \cdot 0.08 = 52.8 \text{ ვარ}$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = UI = 66 \cdot 10 = 660 \text{ ვა}$$

ნიმუში 2. RLC რეზონანსული წრედი

ელექტრულ წრედში, რომლის ბოლოებზე მოდებულია 100 ვ ძაბვა, მიმდევრობით შეერთებულია $r = 5 \, \Omega$ აქტიური წინაღობა, $L = 71 \text{ მლჰ}$ ინდუქციურობის კოჭა, და კონდენსატორი, რომლის ტევადობა ისეა შერჩეული, რომ მივიღოთ ძაბვების რეზონანსი. სიხშირე $f = 50 \text{ ჰც}$. განსაზღვრეთ დენი, ძაბვები რეზისტორზე, კონდენსატორსა და კოჭაზე, კონდენსატორის C ტევადობა, სიმძლავრეები, და ენერგიის მაქსიმალური მარაგი მაგნიტურ და ელექტრულ ველებში.

ამოხსნა:



ამოვწეროთ მოცემულობა. ერთეულები Si სისტემაში უნდა იყოს (მაგალითად, მჰნ, ანუ მილიი ჰენრი, იგივეა რაც 10^{-3} ჰენრი, და ა.შ.):

მოც: $U = 100$ ვ

$$L = 71035 = 71 \cdot 10^{-3} \text{ ჰნ}$$

$$r = 5 \Omega$$

$$f = 50 \text{ ჰც}$$

$$X_L = X_C$$

$$I, U_r, U_c, U_L, C, P_r, Q_L, Q_C, S, W = ?$$

ვიპოვოთ დენი:

$$I = \frac{U}{Z}$$

ამისათვის უნდა ვიპოვოთ სრული წინაღობა Z :

$$Z = \sqrt{r^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{5^2 + 0} = 5 \Omega$$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{100}{5} = 20 \text{ ა}$$

რეზონანსის პირობაა, რომ ინდუქციური და ტევადური წინააღობები ერთმანეთის ტოლია. $X_C = X_L$. ამის გამოყენებით, შეგვიძლია მოცემული ინდუქციურობის დახმარებით არამხოლოდ ინდუქციური წინააღობა X_L , აგრეთვე X_C ტევადური წინააღობაც ვიპოვოთ, რითაც შევძლებთ ძაბვების პოვნას თითოეულ წინააღობაზე.

პირველ რიგში, ვიპოვოთ ინდუქციური წინააღობა.

$$X_L = \omega L = 2\pi f L = 2 \cdot 3.14 \cdot 50 \cdot 71 \cdot 10^{-3} \approx 22.3 \Omega$$

ამრიგად, ინდუქციური წინააღობაც:

$$X_C = X_L = 22.3 \Omega$$

უკვე შეგვიძლია ძაბვების პოვნა:

$$U_r = Ir = 20 \cdot 5 = 100 \text{ ვ}$$

$$U_L = IX_L = 20 \cdot 22.3 = 446 \text{ ვ}$$

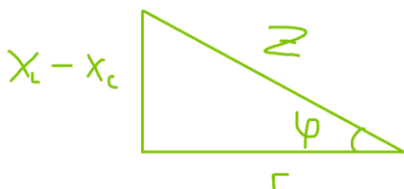
$$U_C = IX_C = 20 \cdot 22.3 = 446 \text{ ვ}$$

ვიპოვოთ კონდენსატორის ტევადობა C ინდუქციური წინააღობის ფორმულიდან:

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

$$C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{1}{2 \cdot 3.14 \cdot 50 \cdot 22.3} = \frac{1}{7002.2} \approx 0.00014 = 0.14 \cdot 10^{-3} \text{ ფ}$$

$\cos\varphi$ -სა და $\sin\varphi$ -ის საპოვნელად, შეგვიძლია გამოვიყენოთ სამკუთხედი:



$$\cos\varphi = \frac{r}{Z} = \frac{5}{5} = 1$$

$$\sin\varphi = \frac{X_L - X_C}{Z} = \frac{0}{5} = 0$$

შესაბამისად, შეგვიძლია ვიპოვოთ აქტიური, რეაქტიული და სრული სიმძლავრეები:

$$P_r = U_r I \cos \varphi = 100 \cdot 20 \cdot 1 = 2000 \text{ ვტ}$$

$$Q_L = U_L I \sin \varphi = 445 \cdot 20 \cdot 0 = 0 \text{ ვარ}$$

$$Q_C = U_C I \sin \varphi = 445 \cdot 20 \cdot 0 = 0 \text{ ვარ}$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = UI = 100 \cdot 20 = 2000 \text{ ვა}$$

თუკი ამოცანაში ენერგიის პოვნას გვთხოვენ, ვიყენებთ შემდეგ ფორმულებს. მათი პასუხები თეორიულად უნდა დაემთხვეს, თუმცა დამრგვალების გამოყენების გამო ისინი მცირედით შეიძლება განსხვავდებოდნენ:

$$W_L = \frac{LI^2}{2} = \frac{71 \cdot 10^{-3} \cdot 20^2}{2} = 14.2 \text{ ჯ}$$

$$W_C = \frac{CU_C^2}{2} = \frac{0.14 \cdot 10^{-3} \cdot 446^2}{2} = 13.9 \text{ ჯ}$$
