ელექტროტექნიკური ამოცანების მათემატიკური უზრუნველყოფა

შუალედური გამოცდის საკითხები

1. განმარტეთ, რას ეწოდება სიდიდე.
   ყოველ ბუნებრივ ობიექტს, რეალობას, რომლის გაზომვაც შეიძლება, სიდიდე ეწოდება.
2. რას ნიშნავს გაზომვა?
   გაზომვა ნიშნავს გასაზომი სიდიდის შედარებას ამავე ბუნების მქონე საზომ ერთეულად მიღებულ სიდიდესთან.
3. განმარტეთ, რას ეწოდება ვექტორი.
   სიდიდეს, რომელიც ხასიათდება სიდიდით, მიმართულებით და ქმედების წერტილით, ვექტორი ეწოდება.
4. ვექტორი შეიძლება იყოს: (1) სრიალა, (2) ბმული, (3) თავისუფალი. *(პასუხი შეიძლება იყოს ჩამოთვლილთაგან რამდენიმე)*
   სამივე.
5. იპოვეთ a ვექტორის მოდული, თუ $\vec{a} = 3\vec{\imath} + 4\vec{\jmath}$
   მითითება. გამოიყენეთ ფორმულა $|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$
   $$|\vec{a}| = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$
6. იპოვეთ a ვექტორის მოდული, თუ $\vec{a} = \sqrt{12}\vec{\imath} - 2\vec{\jmath}$
   $$|\vec{a}| = \sqrt{\sqrt{12}^2 + (-2)^2} = \sqrt{12 + 4} = \sqrt{16} = 4$$
7. იპოვეთ $\vec{a} = \sqrt{5}\vec{\imath} + 2\vec{\jmath}$ ვექტორის მოდული და მიმართულების კოსინუსები.
   მითითება. მოდულის საპოვნელად, გამოიყენეთ ფორმულა $|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$.
   მიმართულების კოსინუსების საპოვნელად, გამოიყენეთ ფორმულები:
   $$\cos\alpha = \frac{a_1}{|\vec{a}|}, \qquad \cos\beta = \frac{a_2}{|\vec{a}|}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{\sqrt{5}^2 + 2^2} = \sqrt{5+4} = \sqrt{9} = 3$$

$$\cos\alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\cos\beta = \frac{2}{3}$$

8. იპოვეთ $\vec{a} = \sqrt{27}\vec{i} + 3\vec{j}$ ვექტორის მოდული და მიმართულების კოსინუსები.

$$|\vec{a}| = \sqrt{\sqrt{27}^2 + 3^2} = \sqrt{27+9} = \sqrt{36} = 6$$

$$\cos\alpha = \frac{\sqrt{27}}{6}$$

$$\cos\beta = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

9. იპოვეთ ვექტორების ჯამის მოდული, თუ

$$\vec{a} = \vec{a}(3;2), \qquad \vec{b} = \vec{b}(2;-1)$$

მითითება. გამოიყენეთ ფორმულა

$$|\vec{a}+\vec{b}| = \sqrt{(a_1+b_1)^2 + (a_2+b_2)^2}$$

$$|\vec{a}+\vec{b}| = \sqrt{(3+2)^2 + (2+(-1))^2} = \sqrt{5^2+1^2} = \sqrt{26}$$

10. იპოვეთ ვექტორების ჯამის მოდული, თუ

$$\vec{a} = \vec{a}(4;1), \qquad \vec{b} = \vec{b}(-1;-1)$$

$$|\vec{a}+\vec{b}| = \sqrt{(4+(-1))^2 + (1+(-1))^2} = \sqrt{3^2+0^2} = \sqrt{9} = 3$$

11. გამოსახეთ კოორდინატთა ღერძების $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ მგეზავებით a, b, c ვექტორების ჯამი, თუ

$$\vec{a} = \vec{a}(2;1;2)$$
$$\vec{b} = \vec{b}(0;1;-2)$$
$$\vec{c} = \vec{c}(3;3;3)$$

მითითება. გამოიყენეთ ფორმულა

$$(a_1+b_1+c_1)\vec{i} + (a_2+b_2+c_2)\vec{j} + (a_3+b_3+c_3)\vec{k}$$

$$(2+0+3)\vec{i} + (1+1+3)\vec{j} + (2+(-2)+3)\vec{k} = 5\vec{i} + 5\vec{j} + 3\vec{k}$$

12. გამოსახეთ კოორდინატთა ღერძების $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ მგეზავებით a, b, c ვექტორების ჯამი, თუ

$$\vec{a} = \vec{a}(2;1;1)$$
$$\vec{b} = \vec{b}(1;1;3)$$
$$\vec{c} = \vec{c}(-2;0;1)$$

$$(2+1+(-2))\vec{\imath} + (1+1+0)\vec{\jmath} + (1+3+1)\vec{k} = \vec{\imath} + 2\vec{\jmath} + 5\vec{k}$$

13. იპოვეთ a და b ვექტორების სკალარული ნამრავლი, თუ

$$\vec{a} = \vec{a}(1;3;1), \qquad \vec{b} = \vec{b}(3;2;2)$$

მითითება. გამოიყენეთ ფორმულა

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 3 + 3 \cdot 2 + 1 \cdot 2 = 3 + 6 + 2 = 11$$

14. იპოვეთ a და b ვექტორების სკალარული ნამრავლი, თუ

$$\vec{a} = \vec{a}(1;1;5), \qquad \vec{b} = \vec{b}(-2;1;4)$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot (-2) + 1 \cdot 1 + 5 \cdot 4 = -2 + 1 + 20 = 19$$

15. როგორ ღია სქემას უწოდებენ მოგეზილ, ანუ ორიენტირებულ სქემას?

ღია სქემას, რომლის შტოებზეც არჩეული გვაქვს დადებითი მიმართულება, მოგეზილი ანუ ორიენტირებული სქემა ეწოდება.

16. რას განსაზღვრავს გრაფი?

გრაფი განსაზღვრავს ცალკეულ ობიექტთა ან სიდიდეთა შორის ფუნქციონალური დამოკიდებულების არსებობის ფაქტს.

17. ჩანაცვლების სქემის მიხედვით, დაწერეთ ცხრილში რომელი არის საკუთრივი ელემენტები:

მითითება: საკუთრივი ელემენტია ის, რომლის ინდექსის რიცხვები ერთნაირია, ანუ $Z_{11}, Z_{22}, Z_{33}, Z_{44}, Z_{55}$.

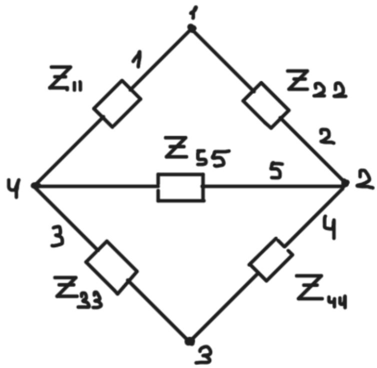
N	1	2	3	4	5
1	Z_{11}	Z_{12}	Z_{13}	Z_{14}	Z_{15}
2	Z_{21}	Z_{22}	Z_{23}	Z_{24}	Z_{25}
3	Z_{31}	Z_{32}	Z_{33}	Z_{34}	Z_{35}
4	Z_{41}	Z_{42}	Z_{43}	Z_{44}	Z_{45}
5	Z_{51}	Z_{52}	Z_{53}	Z_{54}	Z_{55}

18. ჩანაცვლების სქემის მიხედვით, დაწერეთ ცხრილში რომელი არის თანაზიარი ელემენტები:

მითითება: <u>თანაზიარი</u> ელემენტია ის, რომლის ინდექსის რიცხვები განსხვავებულია, ანუ ყველა წევრი გარდა $Z_{11}, Z_{22}, Z_{33}, Z_{44}, Z_{55}$-ისა. გაითვალისწინეთ, რომ ინდექსის ერთ-ერთი ან ორივე რიცხვი არ შეიძლება იყოს 5-ზე მეტი ან 0, ამიტომაც სავარაუდო პასუხი, რომელიც ზემოთ ჩამოთვლილი წევრების გარდა შეიცავს, მაგალითად, Z_{01} ან Z_{62} არასწორია. სწორი არის, მაგალითად (Z_{12}, Z_{25}, Z_{54}).

N	1	2	3	4	5
1	Z_{11}	Z_{12}	Z_{13}	Z_{14}	Z_{15}
2	Z_{21}	Z_{22}	Z_{23}	Z_{24}	Z_{25}
3	Z_{31}	Z_{32}	Z_{33}	Z_{34}	Z_{35}
4	Z_{41}	Z_{42}	Z_{43}	Z_{44}	Z_{45}
5	Z_{51}	Z_{52}	Z_{53}	Z_{54}	Z_{55}

19. რა ეწოდება მოცემული ჩანაცვლების სქემის 1, 2, 3, 4 წერტილებს?



სწორი პასუხია — კვანძი (კვანძები).

20. შეადგინეთ დენის მატრიცა და იპოვეთ დეტერმინანტი.

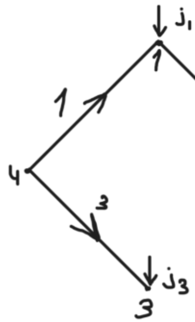
$I_{11} = 2ა$	$I_{12} = 5ა$	$I_{13} = 1ა$
$I_{21} = 1ა$	$I_{22} = 2ა$	$I_{23} = 1ა$
$I_{31} = 2ა$	$I_{32} = 5ა$	$I_{33} = 4ა$

$$\begin{vmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 4 \end{vmatrix} = 2 \cdot 2 \cdot 4 + 5 \cdot 1 \cdot 2 + 1 \cdot 5 \cdot 1 - 1 \cdot 2 \cdot 2 - 5 \cdot 1 \cdot 4 - 1 \cdot 5 \cdot 2$$

$$= 16 + 10 + 5 - 4 - 20 - 10 = 31 - 34 = -3$$

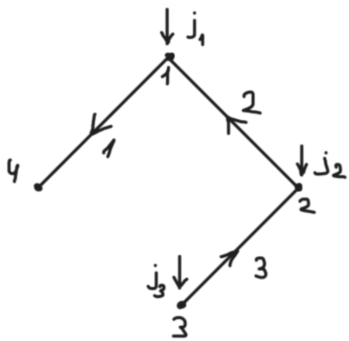
შენიშვნა: ბოლო სამი ამოცანის შემთხვევაში, გამოცდაზე იდენტური ნახაზები იქნება, ამიტომაც პასუხებიც იდენტურია:

21. მოცემული ნახაზის მიხედვით, განსაზღვრეთ, როგორ ჩაიწერება დენების განაწილების კოეფიციენტთა მატრიცა.



$$(C) = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

22. მოცემულ სქემაში იპოვეთ შტოებში დენების მნიშვნელობათა მატრიცა, თუ კვანძებზე მიწოდებული დენების მნიშვნელობათა მატრიცაა $j = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

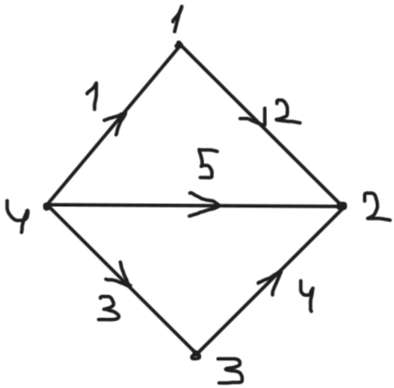


$$(C) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$I = (C) \cdot j = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1\cdot 2 + 1\cdot 3 + 1\cdot 4 \\ 0\cdot 2 + 1\cdot 3 + 1\cdot 4 \\ 0\cdot 2 + 0\cdot 3 + 1\cdot 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+3+4 \\ 3+4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 9 \\ 7 \\ 4 \end{pmatrix}$$

23. მოცემული ორიენტირებული სქემისათვის, შეადგინეთ შეერთების მატრიცა.



$$M = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$