

## ამოცანა 1: დიფერენციალური განტოლება განცალკევულ ცვალდებში

**მითითება:** განტოლების ყოველი წევრიდან ამოიღეთ ინტეგრალი. გაითვალისწინეთ,  $0$ -ის ინტეგრალი არის  $c$  მუდმივა.

$$1) \frac{dx}{1+x^2} - \frac{dy}{\sqrt{1-y^2}} = 0$$

$$\int \frac{dx}{1+x^2} - \int \frac{dy}{\sqrt{1-y^2}} = c$$
$$\operatorname{arctg} x - \operatorname{arcsin} y = c$$

$$2) y dy - 3 \cos x dx = 0$$

$$\int y dy - \int 3 \cos x dx = c$$
$$\frac{y^2}{2} - 3 \sin x = c$$

$$3) e^{-x} dx - \frac{dy}{\cos^2 y} = 0$$

$$\int e^{-x} dx - \int \frac{dy}{\cos^2 y} = c$$
$$-e^{-x} - \operatorname{tg} y = c$$

$$4) \frac{dx}{\sin^2 x} - (y^2 + 1) dy = 0$$

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x} - \int (y^2 + 1) dy = c$$
$$-\operatorname{ctgx} - \left( \frac{y^3}{3} + y \right) = c$$

$$5) \frac{dy}{1+y^2} - \cos x dx = 0$$

$$\int \frac{dy}{1+y^2} - \int \cos x dx = c$$
$$\operatorname{arctg} y - \sin x = c$$

## ამოცანა 2: მეორე რიგის წრფივი ერთგვაროვანი დიფერენციალური განტოლება

**მითითება:**  $y'' + a_1 y' + a_2 y = 0$  სახის განტოლება არის ერთგვაროვანი.  $y''$  ჩაანაცვლეთ  $k^2$ -ით,  $y'$  ჩაანაცვლეთ  $k$ -ით და  $y$  ჩაანაცვლეთ  $1$ -ით.

$$y'' + a_1 y' + a_2 y = 0 \quad \rightarrow \quad k^2 + a_1 k + a_2 = 0$$

დისკრიმინანტის გამოყენებით იპოვეთ  $k$ -ს მნიშვნელობები.

- 1) თუ დისკრიმინანტი მეტია ნულზე  $D > 0$ , მაშინ მას აქვს ორი განსხვავებული ამონახსნი  $k_1$  და  $k_2$  ( $k_1 \neq k_2$ ). ამიტომ, ზოგადი ამონახსნი იქნება:

$$y = c_1 e^{k_1 x} + c_2 e^{k_2 x}$$

- 2) თუ დისკრიმინანტი უდრის ნულს  $D = 0$ , მაშინ მას აქვს ერთი ამონახსნი  $k$  ( $k_1 = k_2 = k$ ) და ზოგადი ამონახსნი იქნება:

$$y = c_1 e^{kx} + c_2 x e^{kx}$$

---

1)  $y'' - 7y' + 12y = 0$

$$k^2 - 7k + 12 = 0$$

$$D = 49 - 48 = 1$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{1} = 1$$

$$k_1 = \frac{7-1}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$k_2 = \frac{7+1}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$y = c_1 e^{3x} + c_2 e^{4x}$$

---

2)  $y'' + 6y' + 9y = 0$

$$k^2 + 6k + 9 = 0$$

$$D = 36 - 36 = 0$$

$$k = -\frac{6}{2} = -3$$

$$y = c_1 e^{-3x} + c_2 x e^{-3x}$$

---

3)  $y'' - 8y' + 16y = 0$

$$k^2 - 8k + 16 = 0$$

$$D = 64 - 64 = 0$$

$$k = \frac{8}{2} = 4$$

$$y = c_1 e^{4x} + c_2 x e^{4x}$$

---

4)  $y'' - 9y = 0$

$$k^2 - 9 = 0$$

$$(k-3)(k+3) = 0$$

$$k_1 = -3$$

$$k_2 = 3$$

$$y = c_1 e^{-3x} + c_2 e^{3x}$$

---

5)  $2y'' - 6y' = 0$

$$2k^2 - 6k = 0$$

$$2k(k-3) = 0$$

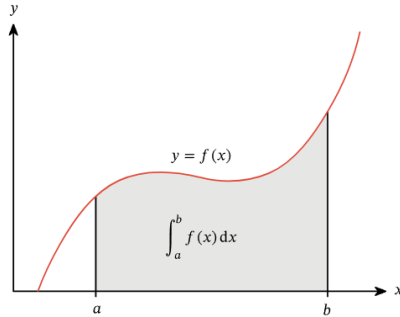
$$k_1 = 0$$

$$k_2 = 3$$

$$y = c_1 e^0 + c_2 e^{3x} = c_1 + c_2 e^{3x}$$

### ამოცანა 3: ბრტყელი ფიგურის ფართობის გამოთვლა

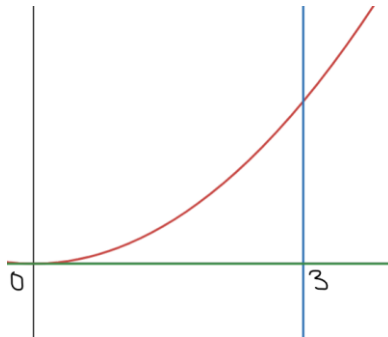
მითითება: ააგეთ ნახაზი და გამოიყენეთ ფორმულა  $S = \int_a^b f(x) dx$



1.  $y = 2x^2$

$x = 3$

$y = 0$

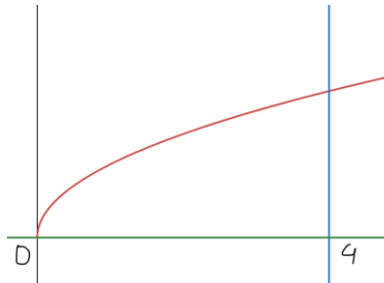


$$S = \int_0^3 2x^2 dx = \frac{2x^3}{3} \Big|_0^3 = \frac{2 \cdot 3^3}{3} = \frac{2 \cdot 27}{3} = 18$$

2.  $y = \sqrt{x}$

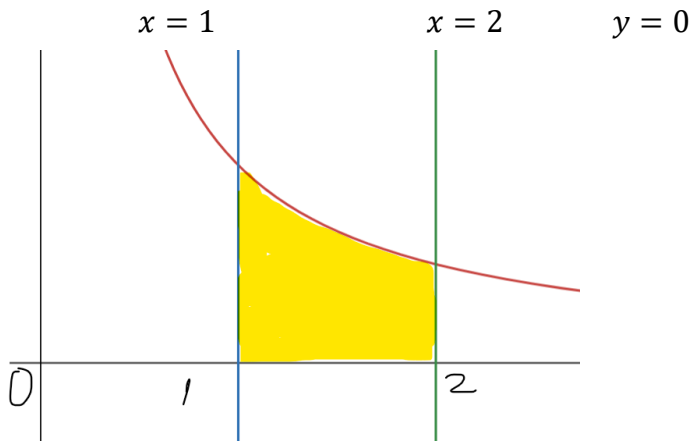
$x = 4$

$y = 0$



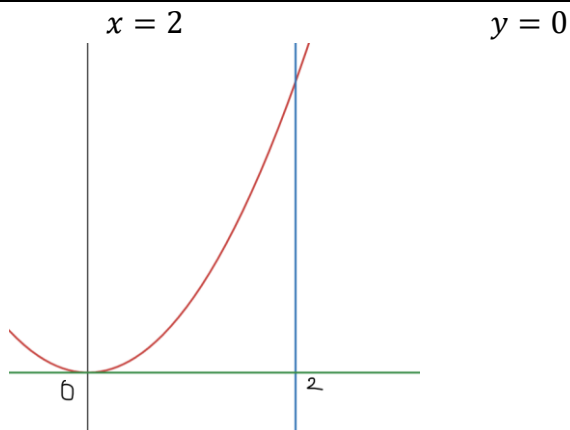
$$S = \int_0^4 \sqrt{x} dx = \int_0^4 x^{\frac{1}{2}} dx = \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} \Big|_0^4 = \frac{2\sqrt{x}^3}{3} \Big|_0^4 = \frac{2\sqrt{4}^3}{3} = \frac{2 \cdot 8}{3} = \frac{16}{3}$$

$$3. \quad y = \frac{1}{x}$$



$$S = \int_1^2 \frac{1}{x} dx = \ln x \Big|_1^2 = \ln 2 - \ln 1 = \ln 2 - 0 = \ln 2$$

$$4. \quad y = 3x^2$$



$$S = \int_0^2 3x^2 dx = \frac{3x^3}{3} \Big|_0^2 = x^3 \Big|_0^2 = 2^3 = 8$$

#### ამოცანა 4: იპოვეთ რიცხვითი მწკრივის მითითებული წევრი

*მითითება: პირობაში მოცემული ფორმულიდან  $\sum_{n=1}^{\infty} U_n$  ამოწერეთ მხოლოდ ფუნქცია  $U_n$  და მითითებული წევრის რიცხვით ჩაანაცვლეთ  $n$ .*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n^2 - 2}{3n + 7}$$

$$U_3 = ?$$

$$U_n = \frac{5n^2 - 2}{3n + 7}$$

$$U_3 = \frac{5 \cdot 3^2 - 2}{3 \cdot 3 + 7} = \frac{5 \cdot 9 - 2}{9 + 7} = \frac{45 - 2}{16} = \frac{43}{16}$$

## ამოცანა 5: გამოიკვლიეთ რიცხვითი მწკრივი კრებადობაზე (კოშის რადიკალური ნიშნის გამოყენებით)