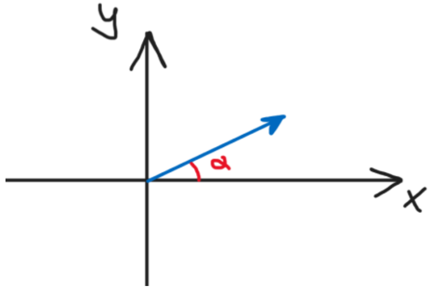
ამოცანა 1: ძალის გეგმილების პოვნა ox და oy ღერძებზე

მითითება: ox ღერძზე გეგმილის საპოვნელად F ძალა გაამრავლეთ მოცემული კუთხის კოსინუსზე, ხოლო oy ღერძზე გეგმილის საპოვნელად — სინუსზე.
გაითვალისწინეთ, თუ მოცემულ ნახაზზე ძალის ვექტორის მიმართულება ემთხვევა ღერძის მიმართულებას, შესაბამისი გეგმილი დადებითი ნიშნისაა, წინააღმდეგ შემთხვევაში — უარყოფითი.

მაგალითი 1: $\alpha = 30°, F = 20$ ნ. იპოვეთ F_x და F_y.

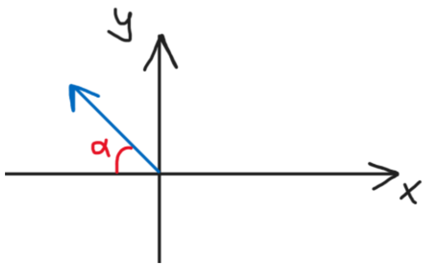


ამოხსნა:

$$F_x = F \cdot \cos\alpha = F \cdot \cos 30° = 20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3} \approx 17\ \text{ნ}$$

$$F_y = F \cdot \sin\alpha = F \cdot \sin 30° = 20 \cdot \frac{1}{2} = 10\ \text{ნ}$$

მაგალითი 2: $\alpha = 45°, F = 16$ ნ. იპოვეთ F_x და F_y.

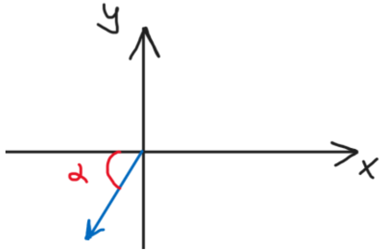


ამოხსნა:

$$F_x = F \cdot cos\,\alpha = -F \cdot cos\,45° = -16 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -8\sqrt{2} \approx -11.3\ \text{ნ}$$

$$F_y = F \cdot sin\,\alpha = F \cdot sin\,45° = 16 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 8\sqrt{2} = 11.3\ \text{ნ}$$

მაგალითი 3: $\alpha = 60°, F = 40$ ნ. იპოვეთ F_x და F_y.

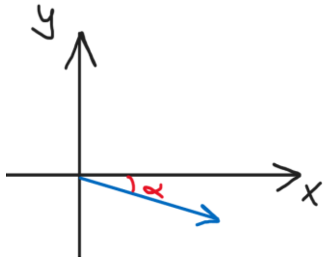


ამოხსნა:

$$F_x = F \cdot cos\, \alpha = -F \cdot cos\, 60° = -40 \cdot \frac{1}{2} = -20\ \textit{ნ}$$

$$F_y = F \cdot sin\, \alpha = -F \cdot sin\, 60° = -\ 40 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -20\sqrt{3} \approx 34.6\ \textit{ნ}$$

მაგალითი 4: $\alpha = 30°, F = 8$ ნ. იპოვეთ F_x და F_y.

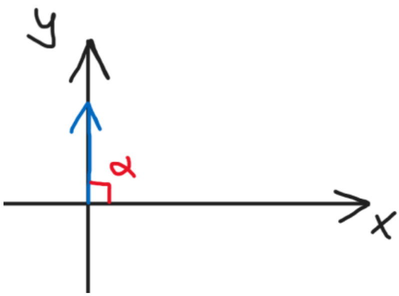


ამოხსნა:

$$F_x = F \cdot cos\, \alpha = F \cdot cos\, 30° = 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} \approx 6.9\ \textit{ნ}$$

$$F_y = F \cdot sin\, \alpha = -F \cdot sin\, 30° = -\ 8 \cdot \frac{1}{2} = -4\ \textit{ნ}$$

მაგალითი 5: $\alpha = 90°, F = 12$ ნ. იპოვეთ F_x და F_y.



ამოხსნა:

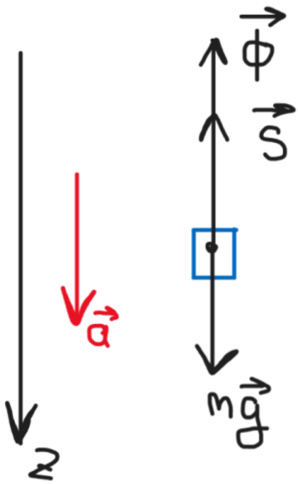
$$F_x = F \cdot cos\, \alpha = F \cdot cos\, 90° = 8 \cdot 0 = 0$$
$$F_y = F \cdot sin\, \alpha = \ F \cdot sin\, 90° = 8 \cdot 1 = 8\ \textit{ნ}$$

ამოცანა 2: დაჭიმულობის ძალის პოვნა დალამბერის პრინციპით

მითითება: ნახაზის აგებისას, სხეულზე მოდეთ ქვევით მიმართული $m\vec{g}$ სიმძიმის ძალა, ზევით მიმართული $\vec{S}$ დაჭიმულობის ძალა, აჩქარების საწინააღმდეგოდ მიმართული ϕ ინერციის ძალა. z ღერძი და აჩქარება მიმართეთ მოძრაობის (ზევით ან ქვევით) მიმართულებით.

მაგალითი 1: თოკზე დაკიდებული 15 კგ მასის ტვირთი მოძრაობს <u>ქვევით</u> $a = 0.6$ მ/წმ^2 აჩქარებით. იპოვეთ თოკის დაჭიმულობა დალამბერის პრინციპის გამოყენებით.

ამოხსნა:



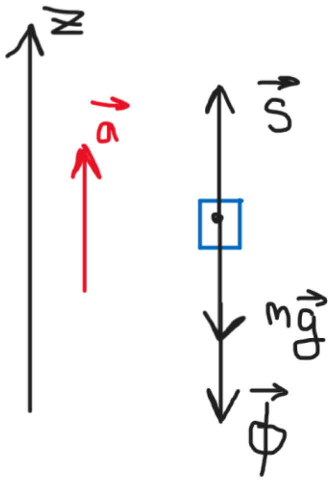
$$m\vec{a} = \vec{S} + m\vec{g}$$
$$\vec{S} + m\vec{g} - (m\vec{a}) = 0$$
$$\vec{S} + m\vec{g} + \vec{\phi} = 0$$
$$\phi = ma$$

z-ღერძზე:

$$mg - S - \phi = 0$$
$$mg - S - ma = 0$$
$$S = mg - ma = m(g - a) = 15(10 - 0.6) = 15 \cdot 9.4 = 141 \text{ ნ}$$

მაგალითი 2: თოკზე დაკიდებული 15 კგ მასის ტვირთი მოძრაობს **ზევით** $a = 0.6$ მ/წმ^2 აჩქარებით. იპოვეთ თოკის დაჭიმულობა დალამბერის პრინციპის გამოყენებით.

ამოხსნა:



$$m\vec{a} = \vec{S} + m\vec{g}$$
$$\vec{S} + m\vec{g} - (m\vec{a}) = 0$$
$$\vec{S} + m\vec{g} + \vec{\phi} = 0$$
$$\phi = ma$$

z-ღერძზე:

$$-mg + S - \phi = 0$$
$$-mg + S - ma = 0$$
$$S = mg + ma = m(g + a) = 15(10 + 0.6) = 15 \cdot 10.6 = 159 \text{ ნ}$$

ამოცანა 3: ძალის მუშაობა

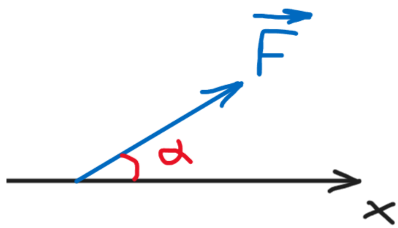
მითითება: გამოიყენეთ ფორმულა

$$A = \int_0^x F \cos x \, dx$$

სადაც ინტეგრალის ზედა ზღვარი x ამოცანაში მოცემული გადაადგილების წერტილის კოორდინატია.

მაგალითი: სხეულზე მოქმედებს მუდმივი მიმართულების $F = 3x^3$ ძალა, რომელიც ox ღერძთან ადგენს $\alpha = 30°$ კუთხეს. იპოვეთ ამ ძალის მუშაობა, როცა სხეული კოორდინატთა სათავიდან გადაადგილდება წერტილში, რომლის კოორდინატია $x = 4$.

ამოხსნა:



$$A = \int_0^4 F \cos \alpha \, dx = \int_0^4 3x^3 \cos 30^0 \, dx = \int_0^4 3x^3 \frac{\sqrt{3}}{2} dx = \frac{3\sqrt{3}}{2} \int_0^4 x^3 \, dx$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{x^4}{4}\Bigg|_0^4 = \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{4^4}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot 4^3 = 96\sqrt{3} \approx 166.3$$

ამოცანა 4: ნორმალური აჩქარება

მითითება: გამოიყენეთ ნორმალური აჩქარების ფორმულა $a_n = \frac{v^2}{r}$, სადაც სიჩქარე v ტოლია S-ის წარმოებულის (იგივე $\dot{S}$).

მაგალითი: წერტილი მოძრაობს $r = 1.5$ მ რადიუსის წრეწირზე $S = 2t^2$ კანონით. იპოვეთ ნორმალური აჩქარება $t = 1$ წმ მომენტში.

ამოხსნა:

$$a_n = \frac{v^2}{r}$$
$$v = \dot{S} = (2t^2)' = 4t$$

როცა $t = 1$ წმ,

$$v = 4t = 4 \cdot 1 = 4\,\frac{მ}{წმ}$$

ამრიგად,

$$a_n = \frac{4^2}{1.5} = \frac{16}{1.5} = 10\frac{2}{3} \approx 10.6\,\frac{მ}{წმ^2}$$

ამოცანა 5: კუთხური სიჩქარე და კუთხური აჩქარება

მითითება: კუთხური სიჩქარე ω ტოლია φ-ის წარმოებულის (იგივე $\dot{\varphi}$), ხოლო კუთხური აჩქარება ε ტოლია კუთხური სიჩქარის ω წარმოებულის (იგივე $\dot{\omega}$). წარმოებულთა პოვნის შემდეგ, ჩასვით დროის მნიშვნელობა თითოეულ მათგანში.

მაგალითი: სხეული ბრუნავს უძრავი ღერძის გარშემო $\varphi = 3t^2 + 1$ კანონით. იპოვეთ კუთხური სიჩქარე და კუთხური აჩქარება $t = 1$ წმ მომენტში.

ამოხსნა:

$$\omega = \dot{\varphi} = (3t^2 + 1)' = 6t + 0 = 6t$$
$$\varepsilon = \dot{\omega} = (6t)' = 6$$

როცა $t = 1$ წმ,

$$\omega = 6t = 6 \cdot 1 = 6\,\frac{მ}{წმ}$$
$$\varepsilon = 6\,\frac{მ}{წმ^2}$$

ამოცანა 6: მოძრაობის რაოდენობა და კინეტიკური ენერგია

მითითება: იპოვეთ სხეულის სიჩქარე v მოცემული მოძრაობის კანონის გაწარმოებით (იგივე $\dot{x}$). მიღებულ ფორმულაში ჩასვით დროის მნიშვნელობა და განსაზღვრეთ სიჩქარე.
სიჩქარის მიღებული შედეგით იპოვეთ მოძრაობის რაოდენობა $q = mv$ და კინეტიკური ენერგია $T = \frac{1}{2}mv^2$.

მაგალითი: $m = 20$ კგ მასის მატერიალური წერტილი მოძრაობს წრფეზე $x = 4t + 2t^2$ კანონით. იპოვეთ წერტილის მოძრაობის რაოდენობა და კინეტიკური ენერგია $t = 1$ წმ მომენტში.

ამოხსნა:

$$v = \dot{x} = (4t + 2t^2)' = 4 + 4t$$

როცა $t = 1$, ამიტომ

$$v = 4 + 4t = 4 + 4 \cdot 1 = 4 + 4 = 8\ \frac{\text{მ}}{\text{წმ}}$$

მოძრაობის რაოდენობა:

$$q = mv = 20 \cdot 8 = 160\ \text{კგ} \cdot \frac{\text{მ}}{\text{წმ}}$$

კინეტიკური ენერგია:

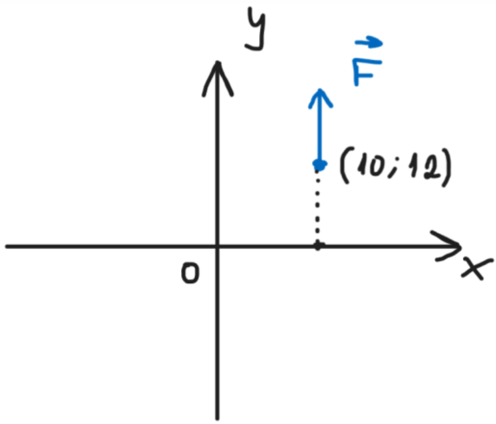
$$T = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 8^2 = 10 \cdot 64 = 640\ \text{ჯ}$$

ამოცანა 7: ძალის მომენტი

მითითება: გამოიყენეთ ფორმულა $M_O(\vec{F}) = hF$, სადაც h ტოლია მოცემული წერტილის x კოორდინატის.

მაგალითი: გამოთვალეთ F ძალის მომენტი კოორდინატთა სათავის მიმართ, თუ წერტილის კოორდინატია $(10; 12)$, ხოლო ძალა $F = 20$ ნ.

ამოხსნა:



$$M_O(\vec{F}) = hF = 10 \cdot 20 = 200 \text{ ნ} \cdot \text{მ}$$

ამოცანა 8: ძალა

მითითება: გამოიყენეთ ფორმულა $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$, სადაც $F_x = m\ddot{x}$ და $F_y = m\ddot{y}$.

მაგალითი: 12 კგ მასის სხეული მოძრაობს სიბრტყეზე. $x = 4t^2$, $y = 3t^2$. იპოვეთ წერტილზე მოქმედი ძალა.

ამოხსნა:

$$\dot{x} = (4t^2)' = 8t$$
$$\ddot{x} = (8t)' = 8$$
$$\dot{y} = (3t^2)' = 6t$$
$$\ddot{y} = (6t)' = 6$$
$$F_x = m\ddot{x} = 12 \cdot 8 = 96 \text{ ნ}$$
$$F_y = m\ddot{y} = 12 \cdot 6 = 72 \text{ ნ}$$
$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{96^2 + 72^2} = \sqrt{14400} = 120 \text{ ნ}$$
