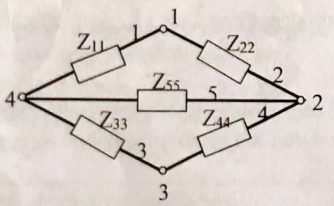


ფაკულტეტი	საინჟინრო-ტექნიკური
დეპარტამენტი	ენერგეტიკისა და ტელეკომუნიკაციების
სპეციალობა	ელექტრული ინჟინერია (6B211-21; 6B212-21);
საგანი	ელექტროტექნიკის ამოცანების მათემატიკური უზრუნველყოფა
პედაგოგი	ფხაკაძე შორენა
გამოცდის სახე	დასკვნითი გამოცდა
სემესტრი	სწ მე-2 წელი, საშემოდგომო

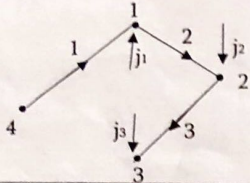
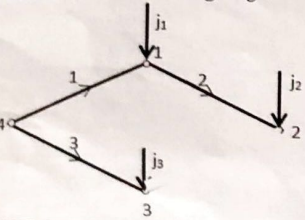
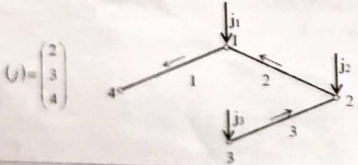
	შეკითხვის, დავალების, საკითხის ან ტესტის შინაარსი	ტესტის შემთხვევაში ჩაწერეთ წერტილით გამოყოფილი პასუხები	1, 2, 3, ...
1.	რა ეწოდებათ მოცემული ჩანაცვლების სქემის 1,2,3, და 4 წერტილებს ? 	ა) 1, 2, 3 და 4 წერტილებს კვანძები. ბ) 1, 2, 3 და 4 წერტილებს შტოები. გ) 1, 2, 3 და 4 წერტილებს კონტურები. დ) 1, 2, 3 და 4 წერტილებს განაწილების კოეფიციენტები.	1
2.	რას უწოდებენ ღია სქემას, რომლის შტოებზეც არჩეული გვაქვს დადებითი მიმართულება?	ა) მოგვიხილი ანუ ორიენტირებული სქემა. ბ) გამარტივებული სქემა. გ) გართულებული სქემა. დ) არცერთი პასუხი არ არის სწორი.	2
3.	რა განზომილება აქვს დენს I ?	ა) ამპერი. ბ) ომი. გ) ვოლტი. დ) სიმენსი.	3
4.	რა განზომილება აქვს დენს R ?	ა) ამპერი. ბ) ომი.	3

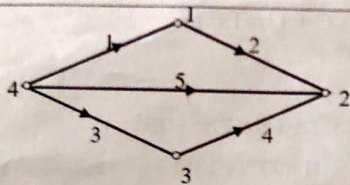
		გ) ვოლტი. დ) სიმენსი.
5.	რა ეწოდება გამტარში მუხტების მოწესრიგებულ მოძრაობას?	ა) დენი. ბ) ძაბვა. გ) წინაღობა. დ) სიმძლავრე.
6.	რა არის დენის სიდიდე?	ა) გამტარში გამავალი მუხტების წარმოებული დროით. ბ) გამტარში გამავალი მუხტების წარმოებული ძაბვით. გ) გამტარში გამავალი მუხტების წარმოებული წინააღობით. დ) არცერთი პასუხი არ არის სწორი.
7.	როგორ განიშარტება კირხოფის I კანონი?	ა) კვანძურ წერტილში დენების ალგებრული ჯამი ერთის ტოლია $\sum I = 1$ ბ) ყოველ შეკრულ კონტურში ე მ ძალების ალგებრული ჯამი უდრის ნულს $\sum E = 0$ გ) კვანძურ წერტილებში დენების ალგებრული ჯამი ნულის ტოლია $\sum I = 0$ დ) ყოველ შეკრულ კონტურში ე მ ძალების ალგებრული ჯამი უდრის ამ კონტურში შემავალ ყველა წინააღობაზე ძაბვების ვარდნების ალგებრულ ჯამს $\sum E = \sum I r$
8.	როგორ განიშარტება კირხოფის II კანონი?	ა) კვანძურ წერტილში დენების ალგებრული ჯამი ერთის ტოლია $\sum I = 1$ ბ) ყოველ შეკრულ კონტურში ე მ ძალების ალგებრული ჯამი უდრის ნულს $\sum E = 0$ გ) კვანძურ წერტილებში დენების ალგებრული ჯამი ნულის ტოლია $\sum I = 0$ დ) ყოველ შეკრულ კონტურში ე მ ძალების ალგებრული ჯამი უდრის ამ კონტურში შემავალ ყველა წინააღობაზე ძაბვების ვარდნების ალგებრულ ჯამს

		$\sum E = \sum I r$	
9.	როგორ B მატრიცას ეწოდება A ატრიცის შებრუნებული მატრიცა?	<p>ა) რომლის A მატრიცასთან ნამრავლი გვაძლევს ერთეულოვან მატრიცას.</p> <p>ბ) რომლის A მატრიცასთან ჯამი გვაძლევს ერთეულოვან მატრიცას.</p> <p>გ) რომლის A მატრიცასთან სხვაობა გვაძლევს ერთეულოვან მატრიცას.</p> <p>დ) რომლის A მატრიცასთან განაყოფი გვაძლევს ერთეულოვან მატრიცას.</p>	6
10.	გამოთვალეთ დეტერმინანტის მნიშვნელობა: $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} = 2 \cdot 2 \cdot 1 + 1 \cdot 3 \cdot 1 + 1 \cdot 2 \cdot 1 - 1 \cdot 2 \cdot 1 - 2 \cdot 3 \cdot 2 - 1 \cdot 1 \cdot 1 =$ $= 4 + 3 + 2 - 2 - 12 - 1 = 7 - 13 = -6$ <p>ა) -6.</p> <p>ბ) -10.</p> <p>გ) 3.</p> <p>დ) 5.</p>	7
11.	გამოსახეთ კოორდინატა ღერძების და \vec{i}, \vec{j} და \vec{k} მგეზავებით \vec{a}, \vec{b} და \vec{c} ვექტორების ჯამი, თუ: $\vec{a} = \vec{a}(1; 2; 3); \vec{b} = \vec{b}(0; -1; -2);$ $\vec{c} = \vec{c}(2; 2; 2).$	<p>ა) $3\vec{i} + 3\vec{j} + 3\vec{k}$.</p> <p>$(a_x + b_x + c_x)\vec{i} + (a_y + b_y + c_y)\vec{j} + (a_z + b_z + c_z)\vec{k} = 3\vec{i} + 3\vec{j} + 3\vec{k}$</p> <p>ბ) $2\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$.</p> <p>გ) $2\vec{i} + 7\vec{j} + 3\vec{k}$.</p> <p>დ) $\vec{i} + 3\vec{j} + 8\vec{k}$.</p>	8
12.	გამოსახეთ კოორდინატა ღერძების და \vec{i}, \vec{j} და \vec{k} მგეზავებით \vec{a}, \vec{b} და \vec{c} ვექტორების ჯამი, თუ: $\vec{a} = \vec{a}(3; 1; 1); \vec{b} = \vec{b}(1; 1; 1);$ $\vec{c} = \vec{c}(-2; 0; 2).$	<p>ა) $3\vec{i} + 3\vec{j} + 3\vec{k}$.</p> <p>ბ) $2\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$.</p> <p>$(a_x + b_x + c_x)\vec{i} + (a_y + b_y + c_y)\vec{j} + (a_z + b_z + c_z)\vec{k} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$</p> <p>გ) $2\vec{i} + 7\vec{j} + 3\vec{k}$.</p> <p>დ) $\vec{i} + 3\vec{j} + 8\vec{k}$.</p>	8
13.	იპოვეთ $\vec{a}(1; 2; 3)$ და $\vec{b}(3; 1; 2)$ ვექტორების სკალარული ნამრავლი.	<p>$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y + a_z \cdot b_z$</p> <p>$\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 3 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 3 + 2 + 6 = 11$</p> <p>ა) 11.</p> <p>ბ) 10.</p> <p>გ) 27.</p>	9

		დ) 15.	9
14.	იპოვეთ $\vec{a}(1;1;4)$ და $\vec{b}(1;1;2)$ ვექტორების სკალარული ნამრავლი.	$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y + a_z \cdot b_z$ $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 4 \cdot 2 = 1 + 1 + 8 = 10$ ა) 11. ბ) 10. გ) 27. დ) 15.	
15.	როგორ ღია სქემას უწოდებენ მოგეზილი ანუ ორიენტირებული სქემა?	ა) რომლის შტოებზეც არჩეული გვაქვს დადებითი მიმართულება. ბ) რომლის შტოებზეც არჩეული გვაქვს უარყოფითი მიმართულება. გ) რომლის შტოებზეც არჩეული არ გვაქვს მიმართულება. დ) რომელსაც შტოები არ გააჩნია.	10
16.	რას განსაზღვრავს გრაფი?	ა) ცალკეულ ობიექტთა ან სიდიდეთა შორის ფუნქციონალური დამოკიდებულების არსებობის ფაქტს. ბ) დენებისა და ძაბვების არსებობას. გ) წინაღობებისა და სიმძლავრეების არსებობას. დ) არცერთი პასუხი არ არის სწორი.	10
17.	რას ეწოდება კომპლექსური რიცხვი?	ა) ტარკვეული რიგით აღებულ ნამდვილ რიცხვთა (a,b) წყვილს. ბ) ნატურალურ რიცხვთა (a,b) წყვილს. გ) ინტეგრალურ რიცხვთა (a,b) წყვილს. დ) არცერთი პასუხი არ არის სწორი.	11
18.	კომპლექსურ რიცხვთა სიმრავლეში რას უდრის i^2 ?	ა) -1. ბ) 2. გ) 0. დ) 1.	12
19.	კომპლექსურ რიცხვთა სიმრავლეში როგორ ჩაიწერება კომპლექსური რიცხვები?	ა) $a + bi$ და $a - bi$ ბ) $a - bi$ და $a \cdot bi$ გ) $a + bi$ და $a : bi$ დ) $a + bi$ და $a \cdot bi$	13
20.	როგორია რიცხვთა შუალედული კომპლექსური რიცხვის ნამრავლი?	ა) ნამდვილი. ბ) კომპლექსური. გ) ნატურალური. დ) ფუნქციური.	13

21.	ნებისმიერ ვექტორს კომპლექსურ სიბრტყეზე შეესაბამება სრულიად გარკვეული კომპლექსური რიცხვი. რა ფორმებით შეიძლება ამ რიცხვების ჩაწერა? ა) მაჩვენებლიანი ფორმით ბ) ტრიგონომეტრიული ფორმით გ) ალგებრული ფორმით	ა) მხოლოდ მაჩვენებლიანი ფორმით. ბ) მხოლოდ ტრიგონომეტრიული ფორმით. გ) მხოლოდ ალგებრული ფორმით. დ) ყველა პასუხი სწორია.	14
22.	როგორ გამოისახება სინუსოიდალური დენი ტრიგონომეტრიული ფორმით?	ა) $I = I_m \sin(\omega t + \varphi)$. ბ) $E = E_m \sin(\omega t + \varphi)$. გ) $U = U_m \sin(\omega t + \varphi)$. დ) $R = R_m \sin(\omega t + \varphi)$.	15
23.	რას უდრის $5 + 2i$ და $3 + 4i$ კომპლექსური რიცხვების ჯამი?	$(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$ $(5 + 2i) + (3 + 4i) = (5 + 3) + (2 + 4)i = 8 + 6i$ ა) $8 + 6i$. ბ) $2 + 3i$. გ) $1 + i$. დ) $5 + 7i$.	16
24.	რას უდრის $1 + 2i$ და $3 + 2i$ კომპლექსური რიცხვების ნამრავლი?	$(a + bi) \cdot (c + di) = ac + bic + adi + bdi^2 =$ $= ac + bic + adi - bd = (ac - bd) + (cb + ad)i$ $(1 + 2i) \cdot (3 + 2i) = 1 \cdot 3 + 2 \cdot 3i + 1 \cdot 2i + 2 \cdot 2i^2 =$ $= 3 + 6i + 2i + 4i^2 = 3 + 8i - 4 = 8i - 1$ ა) $8i - 1$. ბ) $3i - 2$. გ) $i + 10$. დ) $7i - 4$.	17
25.	მოცემული სქემისათვის იპოვეთ შტოებში დენების განაწილების კოეფიციენტთა (C) მატრიცა.	$(C) = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$	18

			
26.	<p>მოცემული სქემისათვის იპოვეთ შტოებში დენების განაწილების კოეფიციენტთა (C) მატრიცა,</p> 	$(C) = \begin{pmatrix} -1, & -1, & 0 \\ 0, & -1, & 0 \\ 0, & 0, & -1 \end{pmatrix}$	18
27.	<p>მოცემულ სქემაში იპოვეთ შტოებში დენების მნიშვნელობათა მატრიცა, თუ კვანძებზე მიწოდებული დენების მნიშვნელობათა მარიცაა</p>  $j = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$	$(I) = (C) \cdot (j)$ $(I) = \begin{pmatrix} 1, & 1, & 1 \\ 0, & 1, & 1 \\ 0, & 0, & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 7 \\ 4 \end{pmatrix}$	19
28.	<p>მოცემული ორიენტირებული სქემისათვის შეადგინეთ მქორთების მატრიცა:</p>	$(M_{\text{ორ}}) = \begin{pmatrix} -1, & 1, & 0, & 0, & 0 \\ 0, & -1, & 0, & -1, & -1 \\ 0, & 0, & -1, & 1, & 0 \\ 1, & 0, & 1, & 0, & 1 \end{pmatrix}$	20

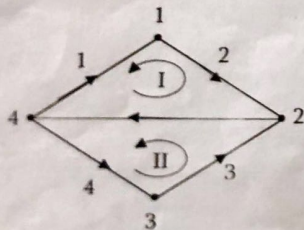


29. ღია სქემის შტოებში დენების განაწილების კოეფიციენტთა მატრიცაა (C), ხოლო კვანძებზე მიწოდებული დენების მნიშვნელობათა მატრიცაა (J). იპივეთ სქემის შტოებში დენების მნიშვნელობათა (I) მატრიცა, თუ $(C) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ და $(J) = \begin{pmatrix} 10 \\ 20 \\ 30 \end{pmatrix}$

$$I = (C) \cdot (J) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 10 \\ 20 \\ 30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 50 \\ 30 \end{pmatrix}$$

21

30. მოცემული ორიენტირებული სქემისათვის შეადგინეთ კონტურთა მატრიცა მითითებული ორიენტაციების გათვალისწინებით.



$$(N) = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

22

31.	გადაამრავლეთ კომპლექსური რიცხვები: $\alpha_1 = 4(\cos 77^\circ + i \sin 77^\circ)$ და $\alpha_2 = 2(\cos 13^\circ + i \sin 13^\circ)$	$\alpha_1 \cdot \alpha_2 = 8(\cos 77^\circ + i \sin 77^\circ) \cdot (\cos 13^\circ + i \sin 13^\circ) =$ $= 8(\cos 77^\circ \cdot \cos 13^\circ + i \sin 77^\circ \cos 13^\circ +$ $+ \cos 77^\circ \cdot i \sin 13^\circ + i^2 \sin 77^\circ \sin 13^\circ =$ $= 8 \cdot \frac{1}{2} (\cos(77^\circ + 13^\circ) + \cos(77^\circ - 13^\circ) + i \sin(77^\circ + 13^\circ) +$ $+ i \sin(77^\circ - 13^\circ) + i \sin(77^\circ + 13^\circ) - i \sin(77^\circ - 13^\circ) +$ $+ \cos(77^\circ + 13^\circ) - \cos(77^\circ - 13^\circ)) =$ $= 4(\cos 90^\circ + \cos 64^\circ + i \sin 90^\circ + i \sin 64^\circ + i \sin 90^\circ - i \sin 64^\circ + \cos 90^\circ - \cos 64^\circ)$ $= 4(2\cos 90^\circ + 2i \sin 90^\circ) = 8(\cos 90^\circ + i \sin 90^\circ) = 8(0 + i \cdot 1) = 8i$	23
32.	იპოვეთ მოცემული ელექტრული სისტემიდან Δ , Δ_1 , Δ_2 , Δ_3 და I_I ; I_{II} ; I_{III} ; მნიშვნელობები. $\begin{cases} E_1 = I_{II}r_4 + I_I(r_1 + r_3 - r_4) + I_{III}r_2 \\ E_2 = I_Ir_3 + I_{III}r_5 + I_{II}(r_4 + r_2 - r_3) \\ E_3 = I_{III}(r_2 + r_3 - r_5) + I_Ir_5 + I_{II}r_4 \end{cases}$		24

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

ფაკულტეტის დეკანი _____ ომარ კიკვიძე
 დეპარტამენტის კოორდინატორი _____ ომარ ზივზივაძე
 საგნის პედაგოგი _____ შორენა ფხაკაძე

11. გამოსახეთ კოორდინატთა ღერძების $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ მგეზავებით a, b, c ვექტორების ჯამი, თუ

$$\vec{a} = \vec{a}(1; 2; 3)$$

$$\vec{b} = \vec{b}(0; -1; -2)$$

$$\vec{c} = \vec{c}(2; 2; 2)$$

მითითება. გამოიყენეთ ფორმულა

$$(a_1 + b_1 + c_1)\vec{i} + (a_2 + b_2 + c_2)\vec{j} + (a_3 + b_3 + c_3)\vec{k}$$

$$(1 + 0 + 2)\vec{i} + (2 + (-1) + 2)\vec{j} + (3 + (-2) + 2)\vec{k} = 3\vec{i} + 3\vec{j} + 3\vec{k}$$

12. გამოსახეთ კოორდინატთა ღერძების $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ მგეზავებით a, b, c ვექტორების ჯამი, თუ

$$\vec{a} = \vec{a}(3; 1; 1)$$

$$\vec{b} = \vec{b}(1; 1; 1)$$

$$\vec{c} = \vec{c}(-2; 0; 2)$$

მითითება. გამოიყენეთ ფორმულა

$$(a_1 + b_1 + c_1)\vec{i} + (a_2 + b_2 + c_2)\vec{j} + (a_3 + b_3 + c_3)\vec{k}$$

$$(3 + 1 + (-2))\vec{i} + (1 + 1 + 0)\vec{j} + (1 + 1 + 2)\vec{k} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$$

13. იპოვეთ a და b ვექტორების სკალარული ნამრავლი, თუ

$$\vec{a} = \vec{a}(1; 2; 3), \quad \vec{b} = \vec{b}(3; 1; 2)$$

მითითება. გამოიყენეთ ფორმულა

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 3 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 3 + 2 + 6 = 11$$

14. იპოვეთ a და b ვექტორების სკალარული ნამრავლი, თუ

$$\vec{a} = \vec{a}(1; 1; 4), \quad \vec{b} = \vec{b}(1; 1; 2)$$

მითითება. გამოიყენეთ ფორმულა

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 4 \cdot 2 = 1 + 1 + 8 = 10$$

23. რას უდრის $5 + 2i$ და $3 + 4i$ კომპლექსური რიცხვების ჯამი?

$$5 + 2i + 3 + 4i = 5 + 3 + 2i + 4i = 8 + 6i$$

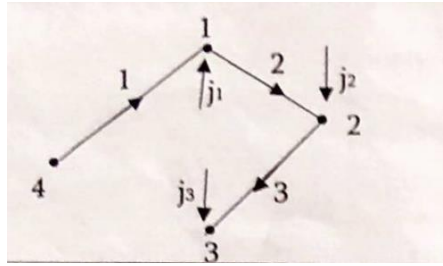
24. რას უდრის $1 + 2i$ და $3 + 2i$ კომპლექსური რიცხვების ნამრავლი?

$$(1 + 2i)(3 + 2i) = 1 \cdot 3 + 1 \cdot 2i + 2i \cdot 3 + 2i \cdot 2i = 3 + 2i + 6i + 4i^2 = 3 + 8i + 4 \cdot (-1) = 3 - 4 + 8i = -1 + 8i = 8i - 1$$

25. მოცემული სქემისათვის იპოვეთ შტოებში დენების განაწილების კოეფიციენტთა (C) მატრიცა.

მითითება. (C) მატრიცის საპოვნელად ვაკვირდებით შტოების ისრების მიმართულებას: ის შტოები, რომლებიც მიმართულია მე-4 წერტილისკენ (ანუ შედიან მე-4 წერტილში), არიან დადებითი ნიშნის, ხოლო რომლებიც გამოდიან მე-4 წერტილიდან, არიან უარყოფითი ნიშნის. მატრიცის ასაგებად განვიხილავთ 1, 2 და 3 წერტილებისა და შტოების დამოკიდებულებას. თუკი შტო ეხება განსახილველ წერტილს, მაშინ მისი მნიშვნელობა იქნება 1 ან -1 (როგორც ზემოთ ვახსენეთ, ნიშანი დამოკიდებულია იმაზე, შედის თუ გამოდის მე-4 წერტილიდან). ამავდროულად, თუკი შტოს მეოთხე წერტილთან შემაერთებელ გზა განსახილველ წერტილზე გადის, კვლავ დაიწერება 1 ან -1 . ხოლო თუკი შტო არ ეხება განსახილველ წერტილს და ამ შტოს მეოთხე წერტილთან დამაკავშირებელ გზაზე განსახილველი წერტილი არ მდებარეობს, დაიწერება 0.

განვიხილოთ მოცემული ნახაზი.



პირველ რიგში განვსაზღვროთ, შტოთა ნიშნები; სამივე შტო გამოდის მეოთხე წერტილიდან, ამიტომაც სამივე უარყოფითია.

საპოვნელი (C) მატრიცის პირველი სტრიქონი შეესაბამება პირველ წერტილს (j_1). პირველი და მეორე შტოები მას უშუალოდ ეხება, ამიტომაც ისინი 0 არ არის. აგრეთვე, მესამე შტოსა და მეოთხე წერტილის შემაერთებელი გზა გადის პირველ წერტილზე (j_1), ამიტომაც ისიც 0 არ არის.

განვსაზღვროთ ნიშნები. მივიღეთ, რომ მატრიცის პირველი სტრიქონია $-1, -1, -1$.

განვიხილოთ მეორე წერტილი (j_2). პირველი შტო მას არ ეხება, თანაც პირველი შტო მეოთხე წერტილს პირდაპირ უკავშირდება მეორე წერტილის (j_2) გარეშე, ამიტომაც იგი 0-ია. მეორე და მესამე შტოები მეორე წერტილს (j_2) უშუალოდ ეხებიან, ამიტომაც ისინი 0-ის ტოლი არ არიან. ამრიგად მატრიცის მეორე სტრიქონია $0, -1, -1$.

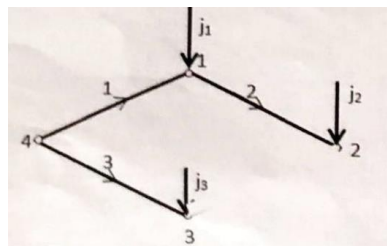
განვიხილოთ მესამე წერტილი (j_3). პირველი და მეორე შტოები მას არ ეხებიან, თანაც პირველი და მეორე შტოები მეოთხე წერტილს ისე უკავშირდებიან, რომ მესამე წერტილის (j_3) გავლა არ უწევთ, ამიტომაც ორივე ნულის ტოლია, ხოლო მესამე შტო უშუალოდ ეხება მესამე წერტილს (j_3), ამიტომაც იგი არანულოვანია და როგორც უკვე ვაჩვენეთ, -1 -ის ტოლია. შესაბამისად, მესამე სტრიქონი ტოლია $0, 0, -1$.

შევადგინოთ მატრიცა:

$$(C) = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

26. მოცემული სქემისათვის იპოვეთ შტოებში დენების განაწილების კოეფიციენტთა (C) მატრიცა.

იხილეთ წინა ამოცანის მითითება.



პირველ რიგში განვსაზღვროთ, შტოთა ნიშნები; სამივე შტო გამოდის მეოთხე წერტილიდან, ამიტომაც სამივე უარყოფითია.

პირველ წერტილს (j_1) უშუალოდ ეხება პირველი და მეორე შტოები, ამიტომაც ისინი არანულოვანია. მესამე შტო პირველ წერტილს (j_1) არ ეხება, თანაც ამ შტოს მეოთხე წერტილთან შემაერთებელი გზა არ გადის პირველ წერტილზე, შესაბამისად იგი ნულის ტოლია. მივიღეთ, რომ მატრიცის პირველი სტრიქონია $-1, -1, 0$.

მეორე წერტილს (j_2) ეხება მხოლოდ მეორე შტო, ამიტომაც იგი არანულოვანია. პირველი და მესამე შტოები მას არ ეხება, თანაც მეოთხე წერტილს ისე უკავშირდებიან, რომ არ გადიან მეორე წერტილზე, ამიტომაც ისინი ნულის ტოლია. მივიღეთ, რომ მატრიცის მეორე სტრიქონია $0, -1, 0$.

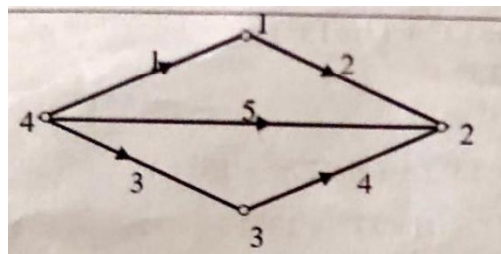
მესამე წერტილს (j_3) არ ეხება პირველი და მეორე შტოები, თანაც მათი მეოთხე წერტილთან შემაერთებული გზა არ გადის მესამე წერტილზე, ამიტომაც ისინი ნულოვანია. მესამე შტო ეხება მესამე წერტილს, ამიტომაც იგი არანულოვანია. შესაბამისად, მატრიცის მესამე სტრიქონია $0, 0, -1$.

ამრიგად, მატრიცა ტოლია:

$$(C) = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

28. მოცემული ორიენტირებული სქემისთვის, შეადგინეთ შეერთების მატრიცა.

მითითება. (M_{sr}) შეერთების მატრიცის საპოვნელად, განვიხილავთ წერტილებისა და შტოების ურთიერთკავშირს. მატრიცის თითოეული სტრიქონი შეესაბამება თითოეულ წერტილს, ხოლო თითოეული სვეტი — შტოს. თუკი შტო არ ეხება განსახილველ წერტილს, მატრიცაში შესაბამის ადგილზე მისი მნიშვნელობა ნულის ტოლია, ხოლო თუ ეხება იგი ტოლია 1-ის ან -1 -ის. დადებითია ის შტო, რომელიც გამოდის განსახილველ წერტილიდან, ხოლო უარყოფითია ის შტო, რომელიც შედის განსახილველ წერტილში.



განვიხილოთ ნახაზი.

პირველ წერტილს ეხება მხოლოდ პირველი და მეორე შტოები, ამიტომაც დანარჩენები ნულის ტოლია. პირველი შტო პირველ წერტილში შედის, ამიტომაც იგი -1 -ია, ხოლო მეორე შტო მისგან გამოდის, ამიტომაც იგი 1-ია. შესაბამისად, მატრიცის პირველი სტრიქონი ტოლია: $-1, 1, 0, 0, 0$.

მეორე წერტილს ეხება მხოლოდ მეორე, მეოთხე და მეხუთე შტოები, შესაბამისად დანარჩენი შტოები ნულის ტოლია. მეორე, მეოთხე და მეხუთე შტო შედის მეორე წერტილში, ამიტომაც სამივე უარყოფითი ერთის ტოლია. ამრიგად, მატრიცის მეორე სტრიქონი ტოლია: $0, -1, 0, -1, -1$.

მესამე წერტილს ეხება მხოლოდ მესამე და მეოთხე შტოები, ამიტომაც დანარჩენი შტოები ნულის ტოლია. მესამე შტო შედის მესამე წერტილში, ამიტომაც იგი უარყოფითი ერთის ტოლია, ხოლო მეოთხე შტო გამოდის მესამე წერტილიდან, ამიტომაც იგი დადებითი ერთის ტოლია. მივიღეთ მესამე სტრიქონი: $0, 0, -1, 1, 0$.

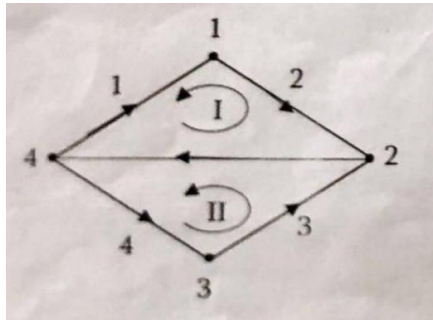
მეოთხე წერტილს ეხება მხოლოდ პირველი, მესამე და მეხუთე შტოები, ამიტომაც დანარჩენი შტოები ნულის ტოლია. პირველი, მესამე და მეხუთე შტოები გამოდიან მეოთხე წერტილიდან, ამიტომაც ისინი დადებითი ერთის ტოლია. შედეგად, მატრიცის მეოთხე სტრიქონი იქნება: $1, 0, 1, 0, 1$.

ავაგოთ მატრიცა:

$$(M_{sr}) = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

32. მოცემული ორიენტირებული სქემისთვის შეადგინეთ კონტურთა მატრიცა მითითებული ორიენტაციების გათვალისწინებით:

მითითება. (N) კონტურთა მატრიცის შესადგენად ორივე კონტურს ცალ-ცალკე განვიხილავთ. შტოები, რომლებიც კონტურში არ მონაწილეობენ, ნულის ტოლია, ხოლო რომლებიც მონაწილეობენ, დადებითი ან უარყოფითი ერთის ტოლია. ნიშანი დამოკიდებულია იმ ფაქტზე, ემთხვევა თუ არა შტოს ისრის მიმართულება კონტურის წრიული ისრის მიმართულებას.



განვიხილოთ ნახაზი. პირველი კონტური შედგება შტოებისგან 1, 2, და 5 (ამ ნახაზზე მეხუთე შტოს ციფრი ბეჭდური შეცდომის გამო არ აწერა), შესაბამისად, დანარჩენი შტოები ნულის ტოლია. ასევე ვხედავთ, რომ პირველი კონტურის დადებით მიმართულებად მიღებულია საათის ისრის საპირისპირო მიმართულება. 1, 2, და 5 შტოები მოძრაობენ საათის ისრის მიმართულებით, ანუ სამივე ეწინააღმდეგება აღებულ დადებით მიმართულებას. შესაბამისად, ეს სამი შტო (1, 2, 5) უარყოფითი ერთის ტოლია. ამრიგად, მატრიცის პირველი სტრიქონია: $-1, -1, 0, 0, -1$.

მეორე კონტური შედგება შტოებისგან 3, 4 და 5. შესაბამისად, დანარჩენი შტოები ნულის ტოლია. აგრეთვე, მეორე კონტურშიც დადებით მიმართულებად აღებულია საათის ისრის საპირისპირო მიმართულება. 3, 4 და 5 შტოები მოძრაობენ საათის ისრის მიმართულების საპირისპიროდ, ესე იგი ემთხვევიან მეორე კონტურის დადებით მიმართულებას, ამიტომაც სამივე დადებითი ერთის ტოლია. მივიღეთ, რომ მატრიცის მეორე სტრიქონია: $0, 0, 1, 1, 1$.

შევადგინოთ მატრიცა:

$$(N) = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

31. გადაამრავლეთ კომპლექსური რიცხვები:

$$\alpha_1 = 4(\cos 77^\circ + i \sin 77^\circ)$$

$$\alpha_2 = 2(\cos 13^\circ + i \sin 13^\circ)$$

მითითება. გამრავლებისას ყურადღება მიაქციეთ წარმოსახვით რიცხვ i -ს და გაითვალისწინეთ, რომ $i^2 = -1$.

$$\begin{aligned} \alpha_1 \cdot \alpha_2 &= 4(\cos 77^\circ + i \sin 77^\circ) \cdot 2(\cos 13^\circ + i \sin 13^\circ) = 8[(\cos 77^\circ + i \sin 77^\circ) \cdot (\cos 13^\circ + i \sin 13^\circ)] \\ &= 8[\cos 77^\circ \cdot \cos 13^\circ + i \cos 77^\circ \sin 13^\circ + i \sin 77^\circ \cos 13^\circ + i^2 \sin 77^\circ \sin 13^\circ] \\ &= 8[\cos 77^\circ \cdot \cos 13^\circ + i \cos 77^\circ \sin 13^\circ + i \sin 77^\circ \cos 13^\circ - \sin 77^\circ \sin 13^\circ] = \dots \end{aligned}$$

გამოთვლების გასაგრძელებლად, გამოვიყენოთ შემდეგი ცხრილი:

$$\begin{aligned} \sin \alpha \cos \beta &= \frac{1}{2} [\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)] \\ \cos \alpha \sin \beta &= \frac{1}{2} [\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)] \\ \cos \alpha \cos \beta &= \frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)] \end{aligned}$$

$$\sin \alpha \sin \beta = -\frac{1}{2}[\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta)]$$

ვინაიდან ყოველი შემთხვევა შეიცავს $\frac{1}{2}$ -ს, უმჯობესია, თუ მას თავიდანვე ფრჩხილებიდან გავიტანოთ:

$$\begin{aligned} \dots &= 8 \cdot \frac{1}{2}[(\cos(77^\circ + 13^\circ) + \cos(77^\circ - 13^\circ)) + i(\sin(77^\circ + 13^\circ) - \sin(77^\circ - 13^\circ)) \\ &\quad + i(\sin(77^\circ + 13^\circ) + \sin(77^\circ - 13^\circ)) - (-\cos(77^\circ + 13^\circ) - \cos(77^\circ - 13^\circ))] \\ &= 4[\cos 90^\circ + \cos 64^\circ + i(\sin 90^\circ - \sin 64^\circ) + i(\sin 90^\circ + \sin 64^\circ) + \cos 90^\circ - \cos 64^\circ] \\ &= 4[\cos 90^\circ + \cos 64^\circ + i \sin 90^\circ - i \sin 64^\circ + i \sin 90^\circ + i \sin 64^\circ + \cos 90^\circ - \cos 64^\circ] \\ &= 4[2 \cos 90^\circ + 2i \sin 90^\circ] = 4[2 \cdot 0 + 2 \cdot i \cdot 1] = 8i \end{aligned}$$

32. იპოვეთ მოცემული ელექტრული სისტემიდან $\Delta, \Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ და I_I, I_{II}, I_{III} მნიშვნელობები.

$$\begin{cases} E_1 = I_{II}r_4 + I_I(r_1 + r_3 - r_4) + I_{III}r_2 \\ E_2 = I_Ir_3 + I_{III}r_5 + I_{II}(r_4 + r_2 - r_3) \\ E_3 = I_{III}(r_2 + r_3 - r_5) + I_Ir_5 + I_{II}r_4 \end{cases}$$

მითითება. გადაწერეთ სისტემა ისე, რომ დენები თანმიმდევრულად განლაგდნენ (I_I, I_{II}, I_{III}):

$$\begin{cases} E_1 = I_I(r_1 + r_3 - r_4) + I_{II}r_4 + I_{III}r_2 \\ E_2 = I_Ir_3 + I_{II}(r_4 + r_2 - r_3) + I_{III}r_5 \\ E_3 = I_Ir_5 + I_{II}r_4 + I_{III}(r_2 + r_3 - r_5) \end{cases}$$

Δ -ს საპოვნელად, შეადგინეთ მატრიცა წინააღობების შესაბამის ადგილზე გადაწერით. გაითვალისწინეთ, რომ სადაც დენი მიწის ნიშნითაა, შესაბამის წინააღობებს მიწისუბი გადაჰყვებათ (აქ ასეთი შემთხვევა არაა). თუკი წინააღობების მნიშვნელობები (r_1, r_2, \dots, r_5) მოცემულია, ჩასვით რიცხვები და იპოვეთ დეტერმინანტი, წინააღმდეგ შემთხვევაში, დატოვეთ შემდეგი სახით.

$$\Delta = \begin{vmatrix} r_1 + r_3 - r_4 & r_4 & r_2 \\ r_3 & r_4 + r_2 - r_3 & r_5 \\ r_5 & r_4 & r_2 + r_3 - r_5 \end{vmatrix}$$

$\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ -ის საპოვნელად, ზემოთ ნაპოვნი Δ მატრიცის შესაბამისი სვეტი (პირველი, მეორე ან მესამე) ჩაანაცვლეთ თავდაპირველ სისტემის მარცხენა მხარეს მოცემული მნიშვნელობებით. გაითვალისწინეთ, რომ გამოცდაზე სავარაუდოდ $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ -თაგან მხოლოდ ერთ-ერთი იქნება საპოვნელი შეზღუდული დროის გამო.

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} E_1 & r_4 & r_2 \\ E_2 & r_4 + r_2 - r_3 & r_5 \\ E_3 & r_4 & r_2 + r_3 - r_5 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} r_1 + r_3 - r_4 & E_1 & r_2 \\ r_3 & E_2 & r_5 \\ r_5 & E_3 & r_2 + r_3 - r_5 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} r_1 + r_3 - r_4 & r_4 & E_1 \\ r_3 & r_4 + r_2 - r_3 & E_2 \\ r_5 & r_4 & E_3 \end{vmatrix}$$

გაითვალისწინეთ, რომ თუკი სისტემის მარცხენა მხარეს რომელიმე ხაზზე ეწერა $E_2 - E_3$ ან მსგავსი მოქმედება ნაცვლად მხოლოდ ერთი წევრისა, მატრიცაში იგი უცვლელად გადავიდოდა. აქაც, თუკი პირობაში E_1, E_2, E_3 -ის მნიშვნელობები მოცემულია, ჩასვით რიცხვები და იპოვეთ დეტერმინანტი, წინააღმდეგ შემთხვევაში დატოვეთ ზემოთ მოცემული სახით.

და ბოლოს, I_I, I_{II}, I_{III} -ის გამოსათვლელად გამოიყენეთ ფორმულები:

$$I_I = \frac{\Delta_1}{\Delta}$$

$$I_{II} = \frac{\Delta_2}{\Delta}$$

$$I_{III} = \frac{\Delta_3}{\Delta}$$

აქაც ანალოგიურად, თუკი რიცხვები მოცემული არ არის, პასუხი დატოვეთ ზემოთ მოცემულ ფორმაში, წინააღმდეგ შემთხვევაში ჩასვით მიღებული რიცხვები.