11. გამოსახეთ კოორდინატთა ღერძების $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ მგეზავებით a, b, c ვექტორების ჯამი, თუ

$$\vec{a} = \vec{a}(1;2;3)$$
$$\vec{b} = \vec{b}(0;-1;-2)$$
$$\vec{c} = \vec{c}(2;2;2)$$

მითითება. გამოიყენეთ ფორმულა

$$(a_1 + b_1 + c_1)\vec{i} + (a_2 + b_2 + c_2)\vec{j} + (a_3 + b_3 + c_3)\vec{k}$$

$$(1 + 0 + 2)\vec{i} + (2 + (-1) + 2)\vec{j} + (3 + (-2) + 2)\vec{k} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$$

---

12. გამოსახეთ კოორდინატთა ღერძების $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ მგეზავებით a, b, c ვექტორების ჯამი, თუ

$$\vec{a} = \vec{a}(3;1;1)$$
$$\vec{b} = \vec{b}(1;1;1)$$
$$\vec{c} = \vec{c}(-2;0;2)$$

მითითება. გამოიყენეთ ფორმულა

$$(a_1 + b_1 + c_1)\vec{i} + (a_2 + b_2 + c_2)\vec{j} + (a_3 + b_3 + c_3)\vec{k}$$

$$(3 + 1 + (-2))\vec{i} + (1 + 1 + 0)\vec{j} + (1 + 1 + 2)\vec{k} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$$

---

13. იპოვეთ a და b ვექტორების სკალარული ნამრავლი, თუ

$$\vec{a} = \vec{a}(1;2;3), \qquad \vec{b} = \vec{b}(3;1;2)$$

მითითება. გამოიყენეთ ფორმულა

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 3 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 3 + 2 + 6 = 11$$

---

14. იპოვეთ a და b ვექტორების სკალარული ნამრავლი, თუ

$$\vec{a} = \vec{a}(1;1;4), \qquad \vec{b} = \vec{b}(1;1;2)$$

მითითება. გამოიყენეთ ფორმულა

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 4 \cdot 2 = 1 + 1 + 8 = 10$$

---

23. რას უდრის $5 + 2i$ და $3 + 4i$ კომპლექსური რიცხვების ჯამი?

$$5 + 2i + 3 + 4i = 5 + 3 + 2i + 4i = 8 + 6i$$

---

24. რას უდრის $1 + 2i$ და $3 + 2i$ კომპლექსური რიცხვების ნამრავლი?

$$(1 + 2i)(3 + 2i) = 1 \cdot 3 + 1 \cdot 2i + 2i \cdot 3 + 2i \cdot 2i = 3 + 2i + 6i + 4i^2 = 3 + 8i + 4 \cdot (-1) = 3 - 4 + 8i$$
$$= -1 + 8i = 8i - 1$$

---

31. გადაამრავლეთ კომპლექსური რიცხვები:

$$\alpha_1 = 4(\cos 77° + i \sin 77°)$$
$$\alpha_2 = 2(\cos 13° + i \sin 13°)$$

მითითება. გამრავლებისას ყურადღება მიაქციეთ წარმოსახვით რიცხვ i-ს და გაითვალისწინეთ, რომ $i^2 = -1$.

$$\alpha_1 \cdot \alpha_2 = 4(cos\,77° + i\,sin\,77°) \cdot 2(cos\,13° + i\,sin\,13°) = 8[(cos\,77° + i\,sin\,77°) \cdot (cos\,13° + i\,sin\,13°)]$$
$$= 8[cos\,77° \cdot cos13° + i\,cos77°sin13° + isin77°cos13° + i^2 sin77°sin33°]$$
$$= 8[cos\,77° \cdot cos13° + i\,cos77°sin13° + isin77°cos13° - sin77°sin33°] = \cdots$$

გამოთვლების გასაგრძელებლად, გამოვიყენოთ შემდეგი ცხრილი:

$$\sin\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}[\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)]$$

$$cos\,\alpha\, sin\,\beta = \frac{1}{2}[sin(\alpha+\beta) - sin(\alpha-\beta)]$$
$$cos\,\alpha\, cos\,\beta = \frac{1}{2}[cos(\alpha+\beta) + cos(\alpha-\beta)]$$
$$sin\,\alpha\, sin\,\beta = \frac{1}{2}[cos(\alpha+\beta) - cos(\alpha-\beta)]$$

ვინაიდან ყოველი შემთხვევა შეიცავს $\frac{1}{2}$-ს, უმჯობესია, თუ მას თავიდანვე ფრჩხილებიდან გავიტანთ:

$$\begin{aligned}
\ldots = 8\cdot\frac{1}{2}[&(\cos(77^\circ+13^\circ)+\cos(77^\circ-13^\circ)) + i(\sin(77^\circ+13^\circ)-\sin(77^\circ-13^\circ)) \\
&+ i(\sin(77^\circ+13^\circ)+\sin(77^\circ-13^\circ)) - (\cos(77^\circ+13^\circ)+\cos(77^\circ-13^\circ))] \\
&= 4[\cos 90^\circ + \cos 64^\circ + i(\sin 90^\circ - \sin 64^\circ) + i(\sin 90^\circ + \sin 64^\circ) - \cos 90^\circ - \cos 64^\circ] \\
&= 4[\cos 90^\circ + \cos 64^\circ + i\,sin\,90^\circ - i\sin 64^\circ + i\sin 90^\circ + i\sin 64^\circ - \cos 90^\circ - \cos 64^\circ] \\
&= 4[2i\sin 90^\circ] = 4[2\cdot i\cdot 1] = 8i
\end{aligned}$$

---

32. იპოვეთ მოცემული ელექტრული სისტემიდან $\Delta, \Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ და I_I, I_{II}, I_{III} მნიშვნელობები.

$$\begin{cases} E_1 = I_{II}r_4 + I_I(r_1+r_3-r_4) + I_{III}r_2 \\ E_2 = I_Ir_3 + I_{III}r_5 + I_{II}(r_4+r_2-r_3) \\ E_3 = I_{III}(r_2+r_3-r_5) + I_Ir_5 + I_{II}r_4 \end{cases}$$

მითითება. გადაწერეთ სისტემა ისე, რომ დენები თანმიმდევრულად განლაგდნენ (I_I, I_{II}, I_{III}):

$$\begin{cases} E_1 = I_I(r_1+r_3-r_4) + I_{II}r_4 + I_{III}r_2 \\ E_2 = I_Ir_3 + I_{II}(r_4+r_2-r_3) + I_{III}r_5 \\ E_3 = I_Ir_5 + I_{II}r_4 + I_{III}(r_2+r_3-r_5) \end{cases}$$

Δ-ს საპოვნელად, შეადგინეთ მატრიცა წინაღობების შესაბამის ადგილზე გადაწერით. გაითვალისწინეთ, რომ სადაც დენი მინუს ნიშნითაა, შესაბამის წინაღობებს მინუსები გადაჰყვებათ (აქ ასეთი შემთხვევა არაა). თუკი წინაღობების მნიშვნელობები $(r_1, r_2, \ldots r_5)$ მოცემულია, ჩასვით რიცხვები და იპოვეთ დეტერმინანტი, წინააღმდეგ შემთხვევაში, დატოვეთ შემდეგი სახით.

$$\Delta = \begin{vmatrix} r_1+r_3-r_4 & r_4 & r_2 \\ r_3 & r_4+r_2-r_3 & r_5 \\ r_5 & r_4 & r_2+r_3-r_5 \end{vmatrix}$$

$\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$-ის საპოვნელად, ზემოთ ნაპოვნი Δ მატრიცის შესაბამისი სვეტი (პირველი, მეორე ან მესამე) ჩაანაცვლეთ თავდაპირველ სისტემის მარცხენა მხარეს მოცემული მნიშვნელობებით. გაითვალისწინეთ, რომ გამოცდაზე სავარაუდოდ $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$-თაგან მხოლოდ ერთ-ერთი იქნება საპოვნელი შეზღუდული დროის გამო.

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} E_1 & r_4 & r_2 \\ E_2 & r_4+r_2-r_3 & r_5 \\ E_3 & r_4 & r_2+r_3-r_5 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} r_1+r_3-r_4 & E_1 & r_2 \\ r_3 & E_2 & r_5 \\ r_5 & E_3 & r_2+r_3-r_5 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} r_1+r_3-r_4 & r_4 & E_1 \\ r_3 & r_4+r_2-r_3 & E_2 \\ r_5 & r_4 & E_3 \end{vmatrix}$$

გაითვალისწინეთ, რომ თუკი სისტემის მარცხენა მხარეს რომელიმე ხაზზე ეწერა $E_2 - E_3$ ან მსგავსი მოქმედება ნაცვლად მხოლოდ ერთი წევრისა, მატრიცაში იგი უცვლელად გადავიდოდა. აქაც, თუკი პირობაში E_1, E_2, E_3-ის მნიშვნელობები მოცემულია, ჩასვით რიცხვები და იპოვეთ დეტერმინანტი, წინააღმდეგ შემთხვევაში დატოვეთ ზემოთ მოცემული სახით.

და ბოლოს, I_I, I_{II}, I_{III}-ის გამოსათვლელად გამოიყენეთ ფორმულები:

$$I_I = \frac{\Delta_1}{\Delta}$$

$$I_{II} = \frac{\Delta_2}{\Delta}$$

$$I_{III} = \frac{\Delta_3}{\Delta}$$

აქაც ანალოგიურად, თუკი რიცხვები მოცემული არ არის, პასუხი დატოვეთ ზემოთ მოცემულ ფორმაში, წინააღმდეგ შემთხვევაში ჩასვით მიღებული რიცხვები.