

ამოცანა 1: დიფერენციალური განტოლება განცალკევულ ცვალდებში

მითითება: განტოლების ყოველი წევრიდან ამოიღეთ ინტეგრალი. გაითვალისწინეთ, 0 -ის ინტეგრალი არის c მუდმივა.

$$1) \frac{dx}{1+x^2} - \frac{dy}{\sqrt{1-y^2}} = 0$$

$$\int \frac{dx}{1+x^2} - \int \frac{dy}{\sqrt{1-y^2}} = c$$
$$\operatorname{arctg} x - \arcsin y = c$$

$$2) y dy - 3 \cos x dx = 0$$

$$\int y dy - \int 3 \cos x dx = c$$
$$\frac{y^2}{2} - 3 \sin x = c$$

$$3) e^{-x} dx - \frac{dy}{\cos^2 y} = 0$$

$$\int e^{-x} dx - \int \frac{dy}{\cos^2 y} = c$$
$$-e^{-x} - \operatorname{tg} y = c$$

$$4) \frac{dx}{\sin^2 x} - (y^2 + 1) dy = 0$$

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x} - \int (y^2 + 1) dy = c$$
$$-\operatorname{ctgx} - \left(\frac{y^3}{3} + y \right) = c$$

$$5) \frac{dy}{1+y^2} - \cos x dx = 0$$

$$\int \frac{dy}{1+y^2} - \int \cos x dx = c$$
$$\operatorname{arctg} y - \sin x = c$$

ამოცანა 2: მეორე რიგის წრფივი ერთგვაროვანი დიფერენციალური განტოლება

მითითება: $y'' + a_1 y' + a_2 y = 0$ სახის განტოლება არის ერთგვაროვანი. y'' ჩაანაცვლეთ k^2 -ით, y' ჩაანაცვლეთ k -ით და y ჩაანაცვლეთ 1 -ით.

$$y'' + a_1 y' + a_2 y = 0 \quad \rightarrow \quad k^2 + a_1 k + a_2 = 0$$

დისკრიმინანტის გამოყენებით იპოვეთ k -ს მნიშვნელობები.

- 1) თუ დისკრიმინანტი მეტია ნულზე $D > 0$, მაშინ მას აქვს ორი განსხვავებული ამონახსნი k_1 და k_2 ($k_1 \neq k_2$). ამიტომ, ზოგადი ამონახსნი იქნება:

$$y = c_1 e^{k_1 x} + c_2 e^{k_2 x}$$

- 2) თუ დისკრიმინანტი უდრის ნულს $D = 0$, მაშინ მას აქვს ერთი ამონახსნი k ($k_1 = k_2 = k$) და ზოგადი ამონახსნი იქნება:

$$y = c_1 e^{kx} + c_2 x e^{kx}$$

1) $y'' - 7y' + 12y = 0$

$$k^2 - 7k + 12 = 0$$

$$D = 49 - 48 = 1$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{1} = 1$$

$$k_1 = \frac{7-1}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$k_2 = \frac{7+1}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$y = c_1 e^{3x} + c_2 e^{4x}$$

2) $y'' + 6y' + 9y = 0$

$$k^2 + 6k + 9 = 0$$

$$D = 36 - 36 = 0$$

$$k = -\frac{6}{2} = -3$$

$$y = c_1 e^{-3x} + c_2 x e^{-3x}$$

3) $y'' - 8y' + 16y = 0$

$$k^2 - 8k + 16 = 0$$

$$D = 64 - 64 = 0$$

$$k = \frac{8}{2} = 4$$

$$y = c_1 e^{4x} + c_2 x e^{4x}$$

4) $y'' - 9y = 0$

$$k^2 - 9 = 0$$

$$(k-3)(k+3) = 0$$

$$k_1 = -3$$

$$k_2 = 3$$

$$y = c_1 e^{-3x} + c_2 e^{3x}$$

5) $2y'' - 6y' = 0$

$$2k^2 - 6k = 0$$

$$2k(k-3) = 0$$

$$k_1 = 0$$

$$k_2 = 3$$

$$y = c_1 e^0 + c_2 e^{3x} = c_1 + c_2 e^{3x}$$
