

Numerische Mathematik I

Wintersemester 2021/22

Programmieraufgabe 2

In dieser Programmieraufgabe werden wir das nahtlose Klonen von Bildausschnitten mittels der Poisson-Gleichung implementieren.



1. Schreibe eine Funktion, welche den vektorisierten Laplace-Operator

$$\Delta = (I_M \otimes D_N^{(2)} + D_M^{(2)} \otimes I_N)$$

für ein Bild der Größe $N \times M$ als dünnbesetzte (sparse) Matrix bestimmt. Stelle die Matrix für $(N, M) = (5, 7)$ grafisch dar.

2. Schreibe eine Funktion, um Seamless-Cloning mit Hilfe der Differenzengleichung

$$\Delta \text{vec}(f) = \Delta \text{vec}(g) \text{ auf } \mathring{\Omega} \quad \text{mit} \quad \vec{f}|_{\partial\Omega} = \vec{f}^*|_{\partial\Omega}$$

durchzuführen. Hierbei soll ein rechteckiges Bild g in ein größeres Bild f^* an einer gegebenen Position eingefügt werden. Implementiere als Hilfsfunktion das Seamless-Cloning für Grauwertbilder, wobei das Ergebnis wieder ein Grauwertbild sein soll – runde die Pixel entsprechend.

3. Schreibe eine Funktion, um Seamless-Cloning mit Hilfe der Differenzengleichung

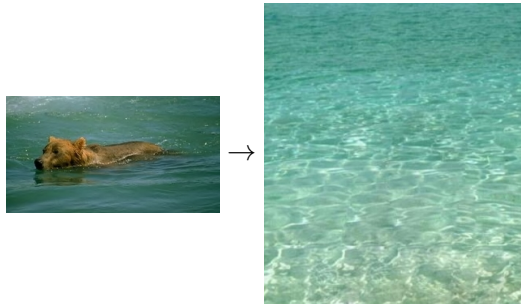
$$\Delta \text{vec}(f) = \text{vec}(\text{div } v) \text{ auf } \mathring{\Omega} \quad \text{mit} \quad \vec{f}|_{\partial\Omega} = \vec{f}^*|_{\partial\Omega}$$

und den gemischten Gradienten

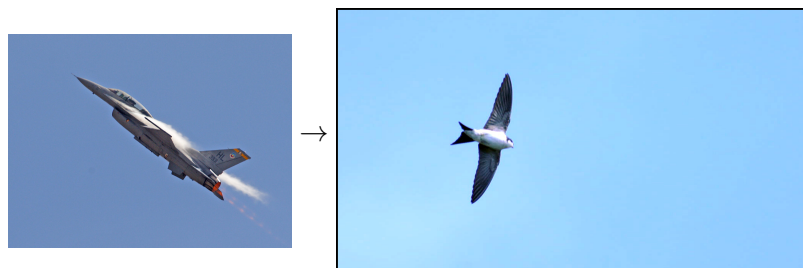
$$v_{nm} = \begin{cases} \nabla f_{nm}^* & \text{wenn } \|\nabla f_{nm}^*\| > \|\nabla g_{nm}\|, \\ \nabla g_{nm} & \text{sonst} \end{cases}$$

durchzuführen. Hierbei soll ein rechteckiges Bild g in ein größeres Bild f^* an einer gegebenen Position eingefügt werden. Implementiere als Hilfsfunktion das Seamless-Cloning für Grauwertbilder, wobei das Ergebnis wieder ein Grauwertbild sein soll – runde die Pixel entsprechend.

4. Schneide nun den Bären aus und füge ihn ins Wasser ein



und platziere das Flugzeug neben den Vogel.



Der Himmel im Bild mit dem Flugzeug soll hierbei einen Teil des Vogels verdecken!
Gib die Ergebnisse mittels Seamless-Cloning mit Laplace-Operator (Teilaufgabe 2),
mit gemischten Gradienten (Teilaufgabe 3) und ohne Seamless-Cloning (Einfügen
ohne Nachbearbeitung) auf den Bildschirm aus.

Zum Lösen des Gleichungssystems kann das CG-Verfahren von `scipy` verwendet werden.
Beschrifte die Ausgaben.

Vermeide, so gut es geht, duplizierten Code! Insbesondere sollten Funktionen, die in vorigen Teilaufgaben implementiert wurden, einfach aufgerufen werden, anstatt den Code zu copy-pasten. Generell ist davon abzuraten, Code zu copy-pasten und nur an ein paar Stellen zu modifizieren, weil man eine Änderung (z.B. Bugfix) an mehreren Stellen vornehmen muss. Das erzeugt unnötigen Aufwand und ggf. Bugs, wenn man eine Stelle vergisst. Besser ist allgemein gehaltener Code, der durch Verwendung von Variablen/Parametern unterschiedliche Szenarien abdecken kann.