

姓名: 陈修言 学号: 2021211223 班级: 信息研 21-1 科目: 矩阵理论

题 1.1

证明:

由题意知, 三个点 A, B, C 对应坐标为: $A(x_i, y_i, z_i), B(x_j, y_j, z_j), C(x_k, y_k, z_k)$, 所以向量 $\vec{AB} = (x_j - x_i, y_j - y_i, z_j - z_i)$, 向量 $\vec{AC} = (x_k - x_i, y_k - y_i, z_k - z_i)$ 。由公式可知, 由 ABC 三点组成的三角形面积 $S = \frac{1}{2} |\vec{AB} \times \vec{AC}|$ 。

$$\begin{aligned} \vec{AB} \times \vec{AC} &= \begin{vmatrix} i & j & k \\ x_j - x_i & y_j - y_i & z_j - z_i \\ x_k - x_i & y_k - y_i & z_k - z_i \end{vmatrix} \\ &= i * \begin{vmatrix} y_j - y_i & z_j - z_i \\ y_k - y_i & z_k - z_i \end{vmatrix} - j * \begin{vmatrix} x_j - x_i & z_j - z_i \\ x_k - x_i & z_k - z_i \end{vmatrix} + k * \begin{vmatrix} x_j - x_i & y_j - y_i \\ x_k - x_i & y_k - y_i \end{vmatrix} \\ \therefore |\vec{AB} \times \vec{AC}| &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\sqrt{(i^2) * \begin{vmatrix} y_j - y_i & z_j - z_i \\ y_k - y_i & z_k - z_i \end{vmatrix}^2 + (-j)^2 * \begin{vmatrix} x_j - x_i & z_j - z_i \\ x_k - x_i & z_k - z_i \end{vmatrix}^2 + (k^2) * \begin{vmatrix} x_j - x_i & y_j - y_i \\ x_k - x_i & y_k - y_i \end{vmatrix}^2} \\ &= \sqrt{\begin{vmatrix} y_j - y_i & z_j - z_i \\ y_k - y_i & z_k - z_i \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} x_j - x_i & z_j - z_i \\ x_k - x_i & z_k - z_i \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} x_j - x_i & y_j - y_i \\ x_k - x_i & y_k - y_i \end{vmatrix}^2} \end{aligned}$$

证毕!

题 1.2

由于二阶行列式的值为行/列向量所组成平行四边形的有向面积, 所以可以通过判断已知线段和另一个点组成的两个向量之间平行四边形的有向面积, 如果为正, 表示另一个点在已知线段的逆时针方向, 即左方, 如果为负则为顺时针方向, 即右方, 如果为 0 则与已知线段共线。

MATLAB 代码如下:

```
1      % Plot function  $f(x) = 2x^3 - x - 2$ 
2      ezplot('2*x^3-x-2',[0, 2])
3      hold on
4      plot([0,2],[0,0], 'r')
```