Unità didattica: algoritmi di visita di un grafo [3-T]

Titolo: Algoritmi di visita di una struttura reticolare

Argomenti trattati:

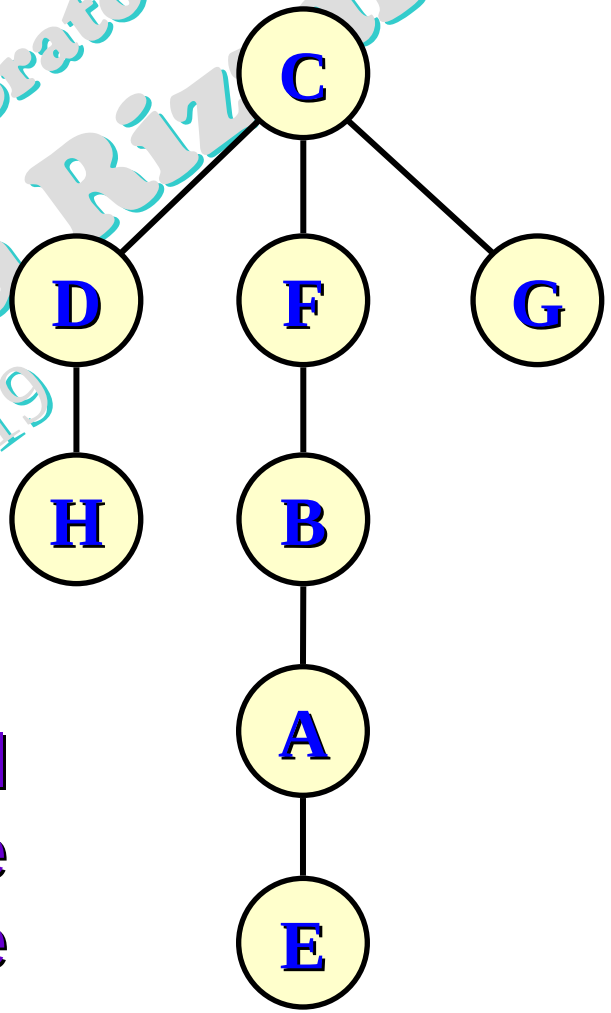
- ✓ Visita in ordine anticipato di un albero
- ✓ Visita di un grafo: algoritmo di visita in profondità (Depth First Search)

Prerequisiti richiesti: pila, visita di un albero, rappresentazione di un grafo

Algoritmo di visita in ordine anticipato per gli alberi generici

Usando una pila si possono visitare i nodi di un albero qualsiasi con un algoritmo simile alla visita in ordine anticipato di un albero binario.

L'ordine anticipato, qui, va inteso nel senso che si visita un nodo e soltanto dopo si passa a visitare un suo figlio.



Idea dell'algoritmo di visita in ordine anticipato per gli alberi generici

inserisci C nella pila

estrai un nodo dalla pila (C)

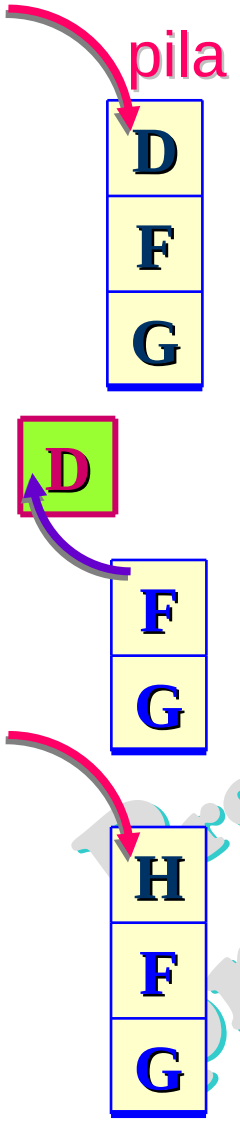
visita il nodo estratto (C)

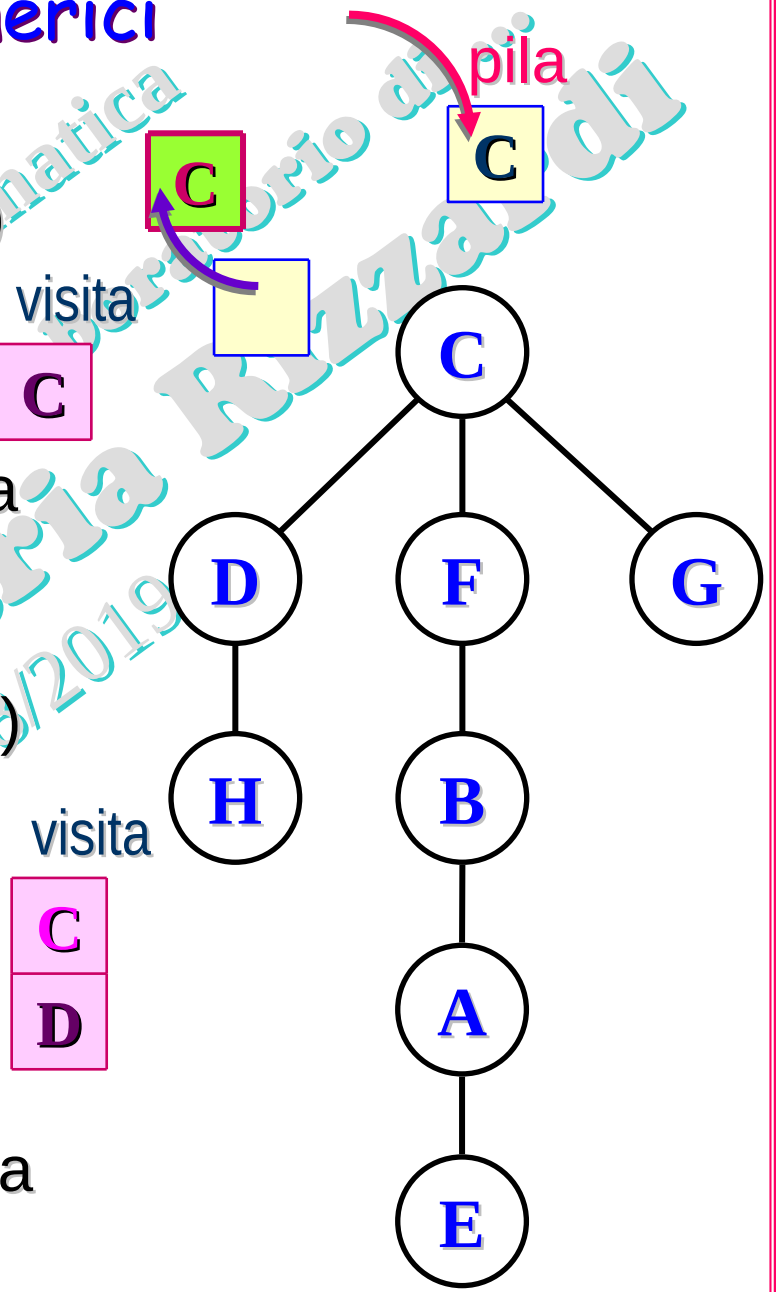
inserisci i figli di C nella pila

estrai un nodo dalla pila (D)

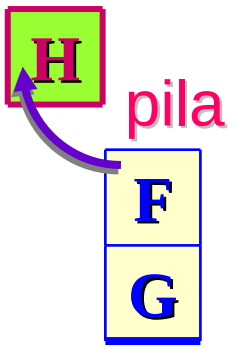
visita il nodo estratto (D)

inserisci i figli di D nella pila





Idea dell'algoritmo di visita in ordine anticipato per gli alberi generici

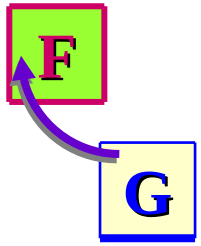


estrai un nodo dalla pila (**H**)

visita il nodo estratto (**H**)

visita

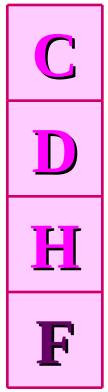
inserisci i figli di **H** nella pila
(non ce ne sono)

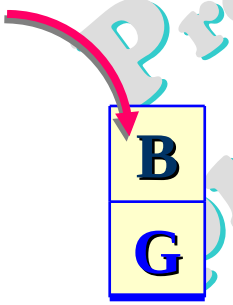


estrai un nodo dalla pila (**F**)

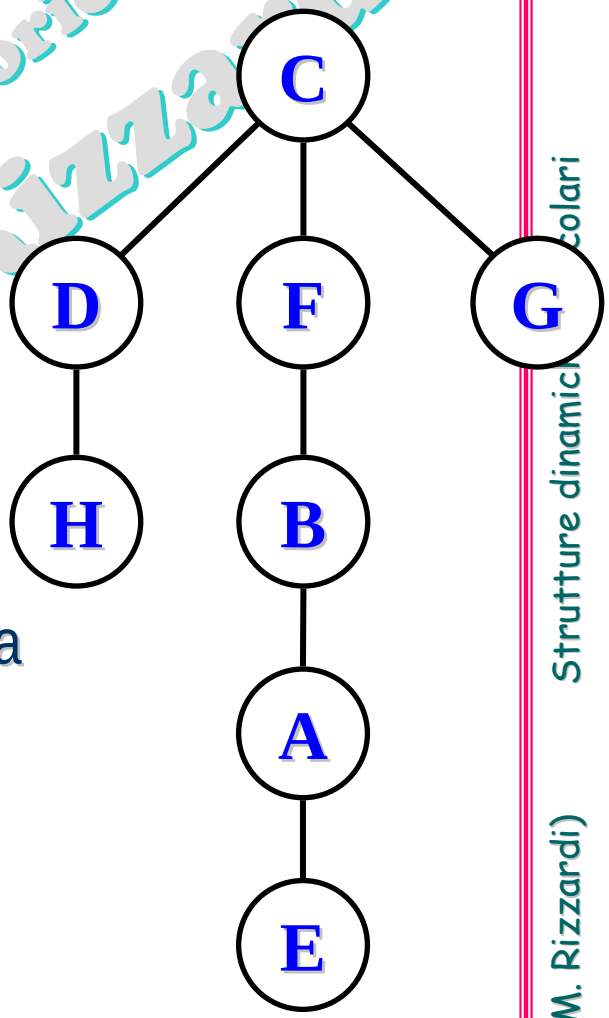
visita il nodo estratto (**F**)

visita

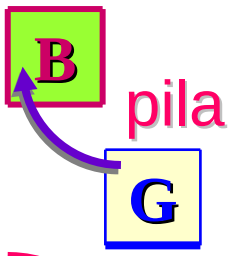




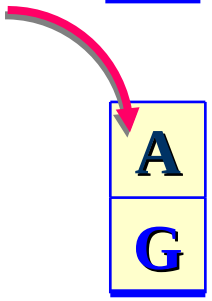
inserisci i figli di **F** nella pila



Idea dell'algoritmo di visita in ordine anticipato per gli alberi generici

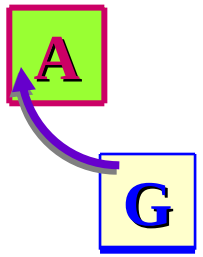


estrai un nodo dalla pila (**B**)

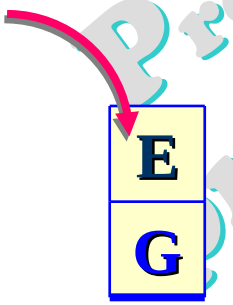


visita il nodo estratto (**B**)

inserisci i figli di **B** nella pila



estrai un nodo dalla pila (**A**)

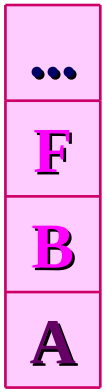


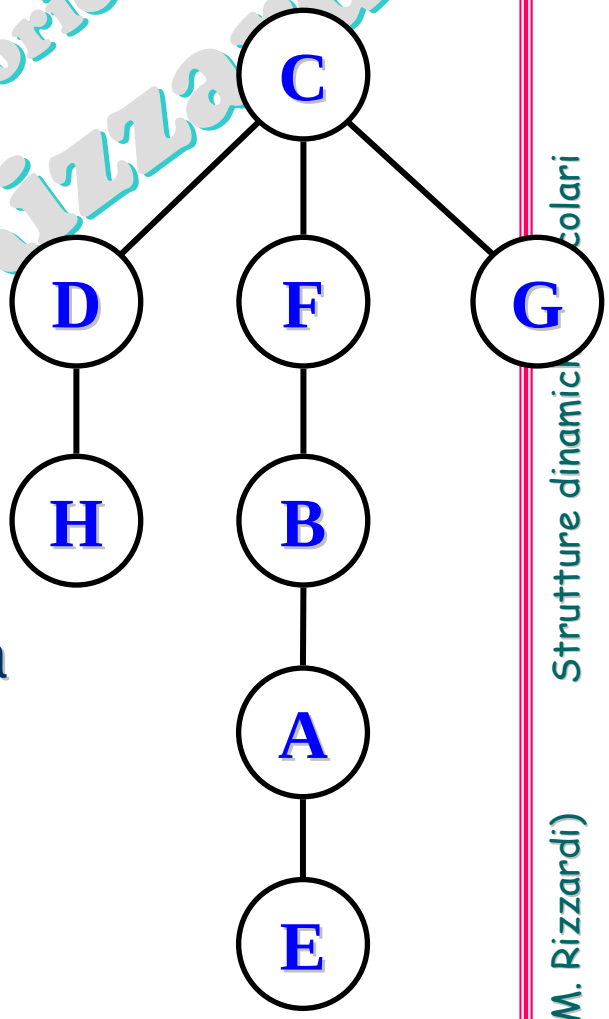
visita il nodo estratto (**A**)

inserisci i figli di **A** nella pila

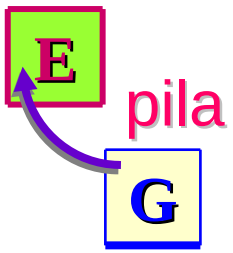
visita

visita





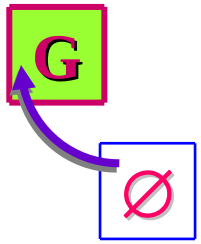
Idea dell'algoritmo di visita in ordine anticipato per gli alberi generici



estrai un nodo dalla pila (**E**)

visita il nodo estratto (**E**)

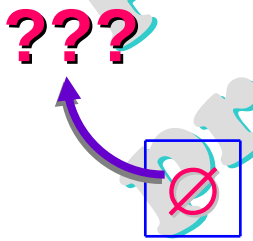
inserisci i figli di **E** nella pila
(non ce ne sono)



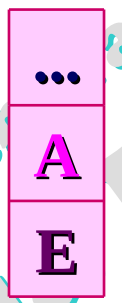
estrai un nodo dalla pila (**G**)

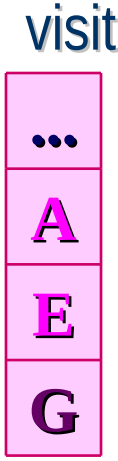
visita il nodo estratto (**G**)

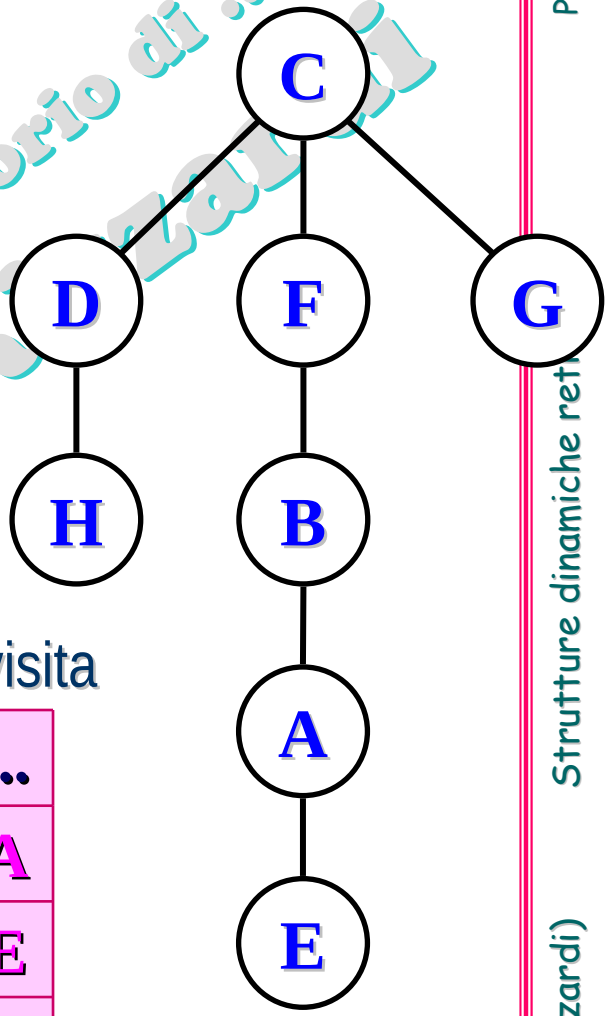
inserisci i figli di **G** nella pila
(non ce ne sono)



estrai un nodo dalla pila, ma la pila è vuota:
quindi ... fine algoritmo!







L'algoritmo **DFS (Depth First Search)** di **Visita in Profondità di un grafo** viene descritto molto semplicemente in forma ricorsiva:

visita un nodo V
(ricorsivamente) visita ogni nodo U adiacente a V e non ancora visitato

Se il ***grafo*** è ***connesso***, saranno raggiunti tutti i nodi, altrimenti viene visitato solo il sottografo connesso cui **V** appartiene

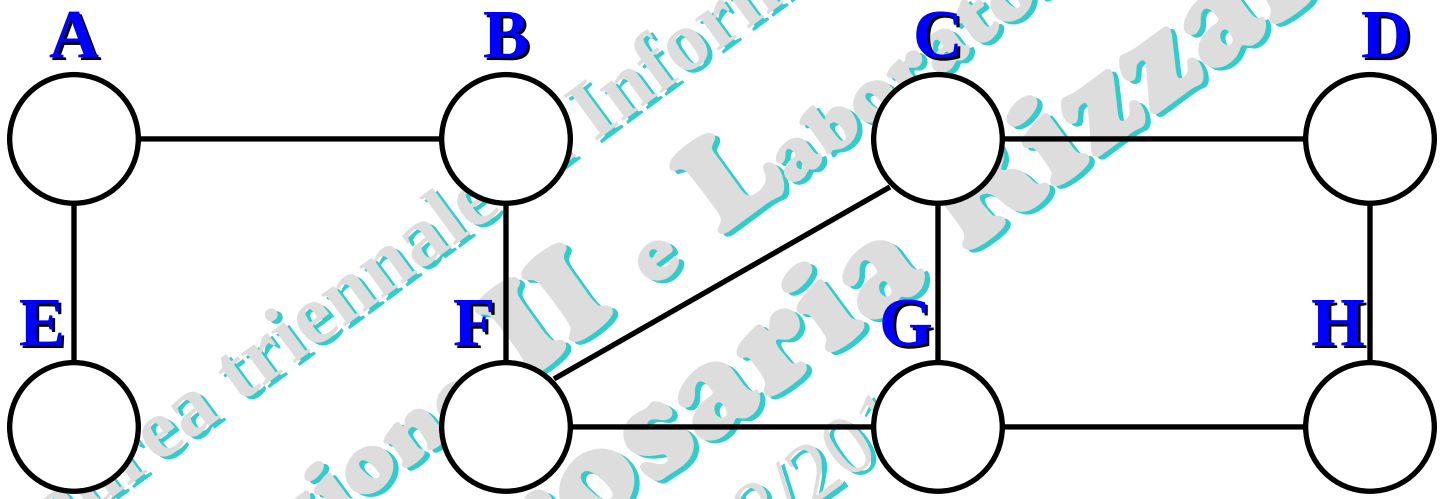
Nell'algoritmo DFS (Depth First Search) ricorsivo la pila (stack), usata per ricordare i vertici non ancora visitati, è gestita implicitamente dalla ricorsione.

```
DFS (Graph G, Vertice N)
{
   tutti i vertici di G sono "non visitati";
   DFS_visit(G, N);
}
```

```
DFS_visit (Graph G, Vertice V)
{  se V è "non visitato", allora
          { visita V;
            V è "visitato";
            per "tutti i nodi U adiacenti a V"
            DFS_visit (G, U);
          }
}
```

Algoritmi di visita di un grafo: visita in profondità (DFS – Depth First Search)

ESEMPIO

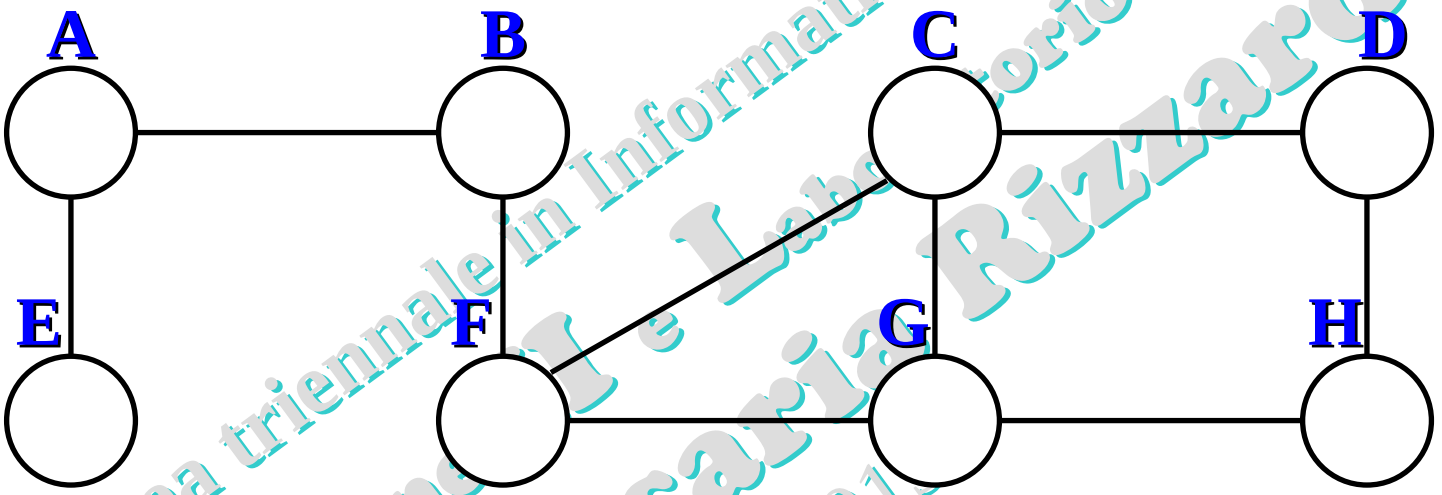


L'algoritmo iterativo della **visita in profondità** di un grafo viene realizzato utilizzando esplicitamente una pila: ogni volta che si visita un nuovo nodo, si inseriscono i suoi nodi adiacenti nella pila.

Ad ogni passo si estrae un nodo dalla pila e, se non è stato visitato, lo si visita.

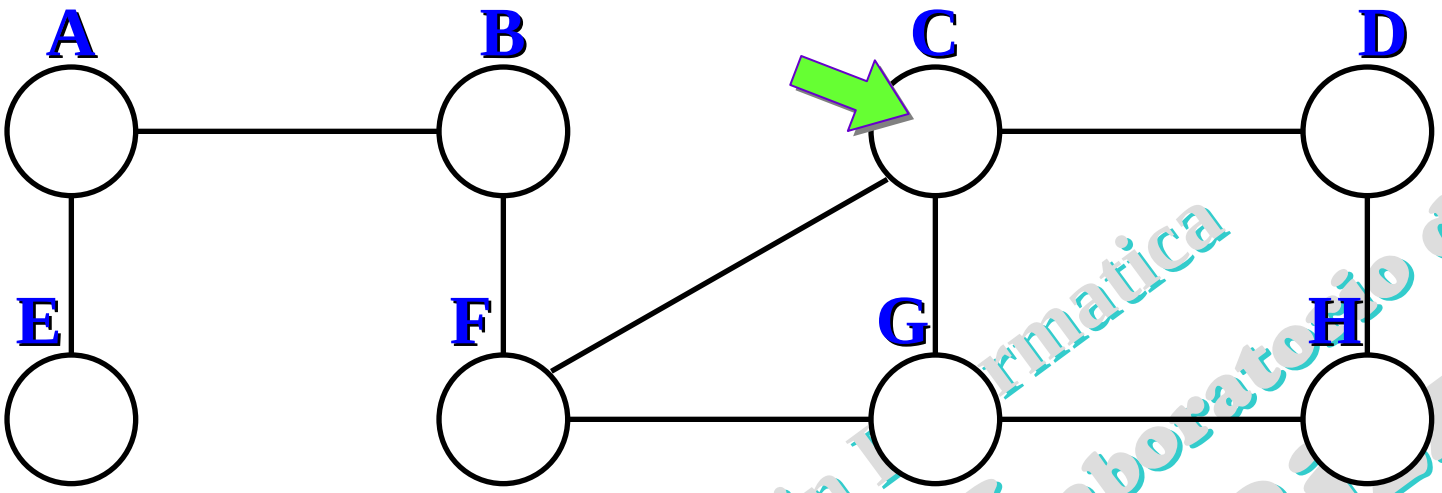
Algoritmi di visita di un grafo: visita in profondità

ESEMPIO



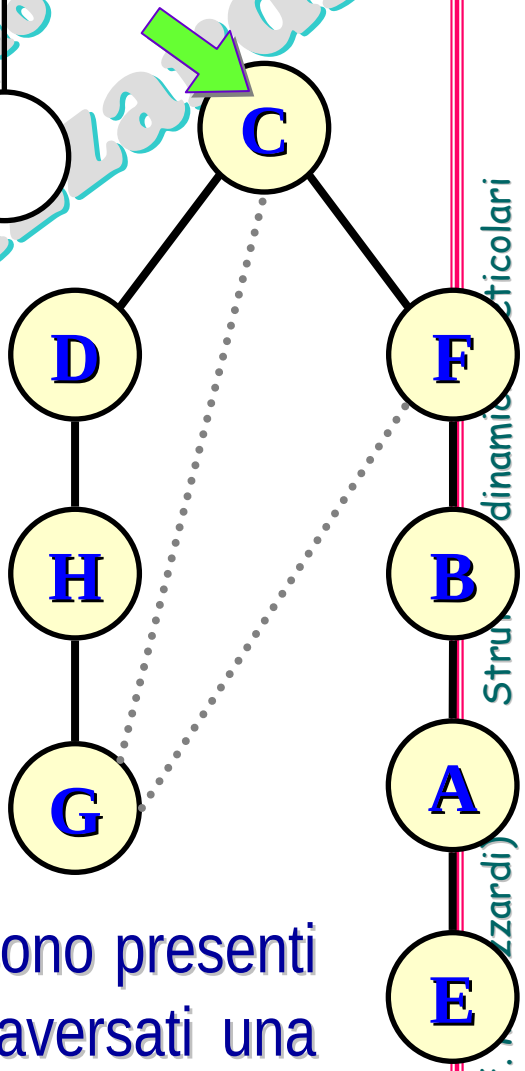
Per descrivere il funzionamento dell'algoritmo si utilizza la **colorazione** dei vertici (cioè un flag) con le regole:

- Inizialmente tutti i vertici sono bianchi ("non visitati").
- Un vertice è colorato in grigio quando viene "visitato".



L'algoritmo DFS coincide con la visita in ordine anticipato di un albero qualsiasi la cui radice è il nodo da cui si parte.

L'algoritmo DFS trasforma il grafo in un albero (albero di ricerca depth-first).

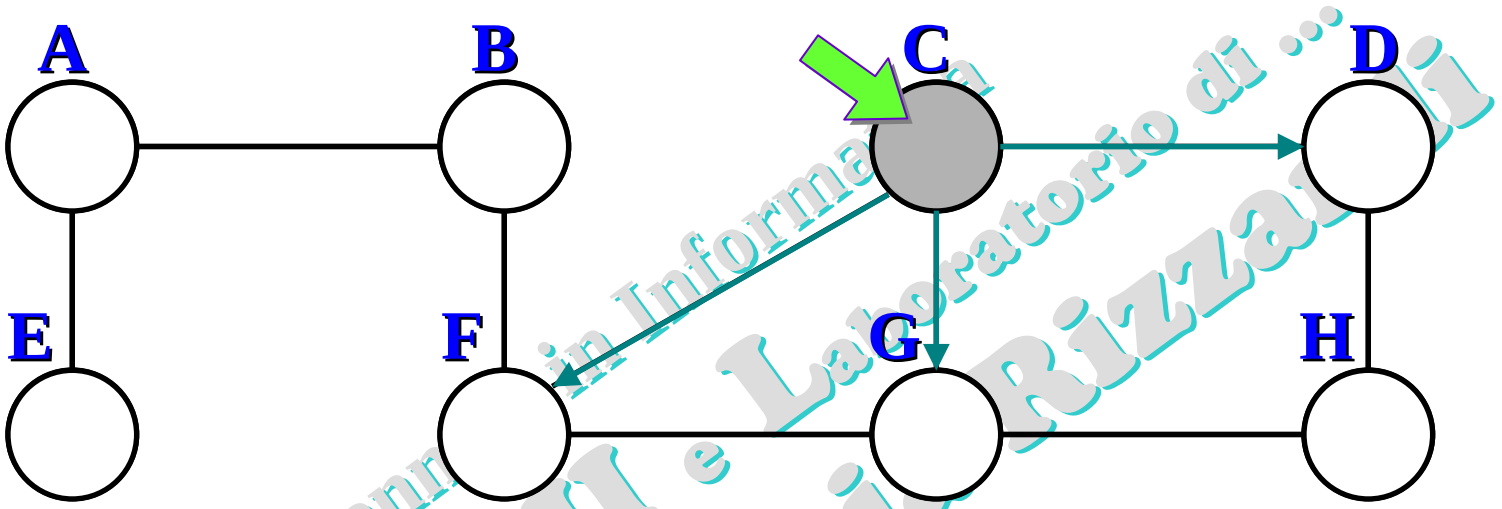


Nell'albero di ricerca depth-first corrispondente non sono presenti tutti gli archi del grafo ma quelli presenti sono attraversati una volta. Nella DFS tutti gli archi del grafo sono attraversati due volte.

Algoritmo Depth First Search iterativo

```
procedure DFS_visit_iterat (var G: Grafo, var V: Vertice)
  {
   visita V;
   inserisci nella pila i nodi adiacenti a V;
   while pila “non vuota”
          estrai nodo U dalla pila;
          if nodo U “non visitato”
                 visita U;
          endif
          inserisci nella pila i nodi adiacenti a U;
   endwhile
  }
```

Visita in profondità - DFS



Inizialmente:

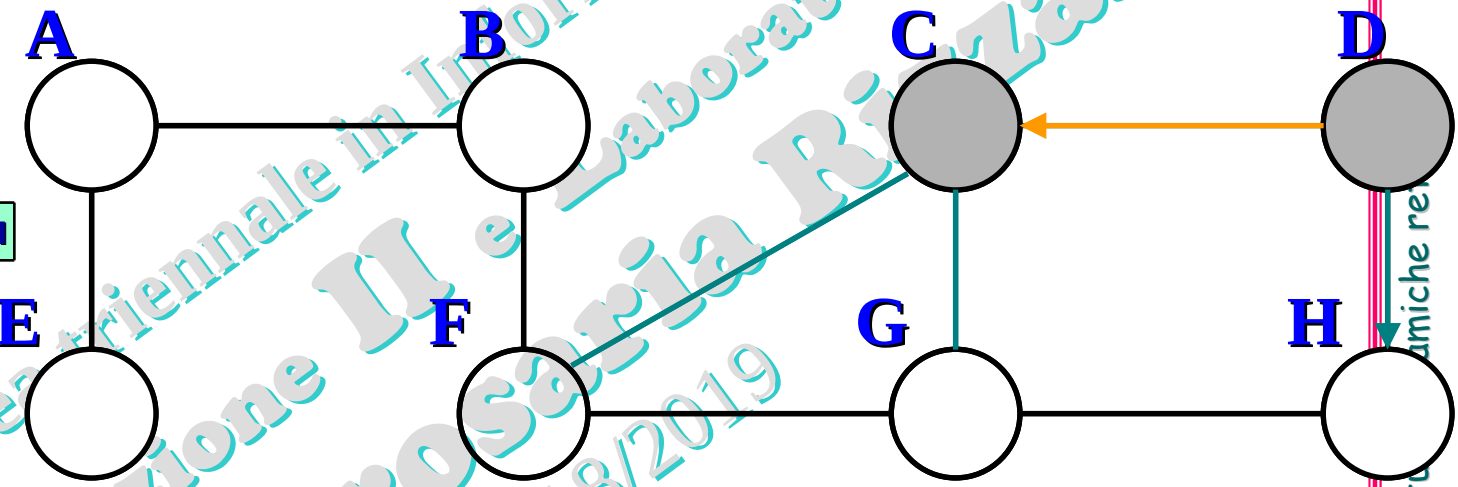
- Viene assegnato il colore bianco (="non visitato") a tutti i vertici.
- Se ad es. si comincia la visita da **C** come vertice sorgente: **C** viene colorato in grigio (="visitato").
- Sono inseriti nella pila i nodi adiacenti a **C** (ciò equivale a percorrere gli archi che partono da **C**).

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	0	0	1	0	0	0
B	1	0	0	0	0	1	0	0
C	0	0	0	1	0	1	1	0
D	0	0	1	0	0	0	0	1
E	1	0	0	0	0	0	0	0
F	0	1	1	0	0	0	1	0
G	0	0	1	0	0	1	0	0
H	0	0	0	1	0	0	1	0
	A	B	C	D	E	F	G	H

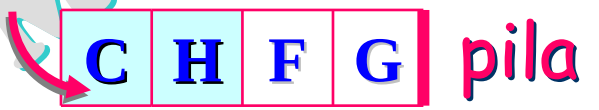
Visita in profondità - DFS

	A	B	C	D	E	F	G	H
A								
B	1							
C	0	0						
D	0	0	1					
E	1	0	0	0				
F	0	1	1	0	0			
G	0	0	1	0	0	1		
H	0	0	0	1	0	0	1	

- Estrae nodo dalla pila (**D**), essendo "bianco" lo visita e lo colora in grigio.



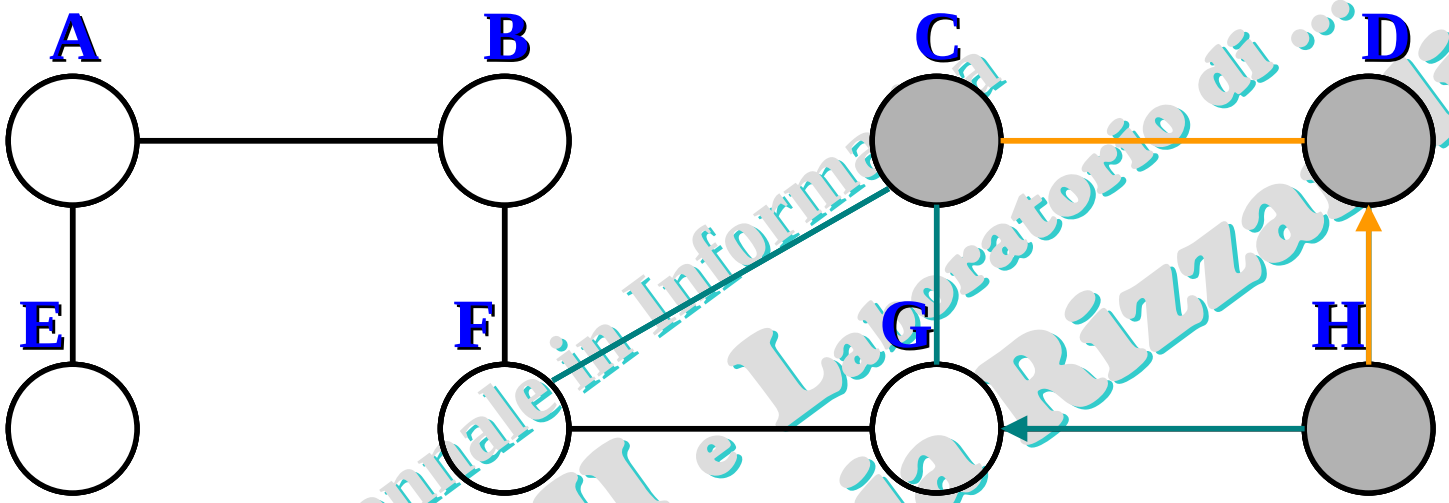
- Inserisce nella pila i vertici adiacenti a **D**: nodi **C**, **H** (ciò equivale a percorrere gli archi che partono da **D** – l'arco arancio è stato percorso 2 volte).



	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	0	0	1	0	0	0	A
B	0	0	0	1	0	0		B
C	1	0	1	1	0			C
D	0	0	0	1				D
E	0	0	0					E
F	1	0						F
G	1							G
H								H

- Estrae nodo dalla pila (**C**), essendo "grigio" non lo visita.

Visita in profondità - DFS

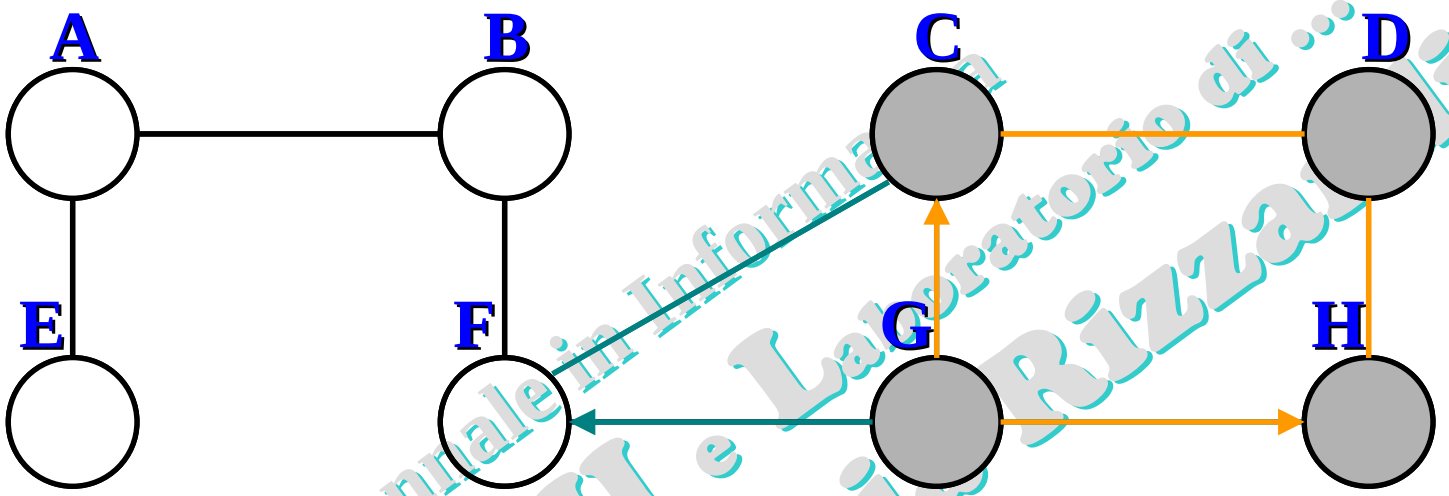


- Estrae nodo dalla pila (**H**), essendo "bianco" lo visita e lo colora in grigio.

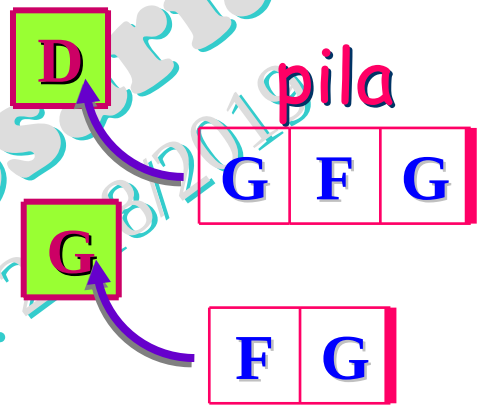
A	B	C	D	E	F	G	H	
	1	0	0	1	0	0	0	A
		0	0	0	1	0	0	B
			1	0	1	1	0	C
				0	0	0	1	D
					0	0	0	E
						1	0	F
							1	G
								H

- Inserisce nella pila i vertici adiacenti ad **H**: nodi **D**, **G** (ciò equivale a percorrere gli archi che partono da **H** – l'arco arancio è stato percorso 2 volte).

Visita in profondità - DFS

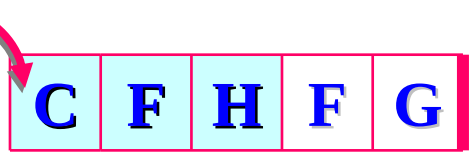


- Estrae nodo dalla pila (**D**) essendo "grigio" non lo visita.
- Estrae nodo dalla pila (**G**), essendo "bianco" lo visita e lo colora in grigio.

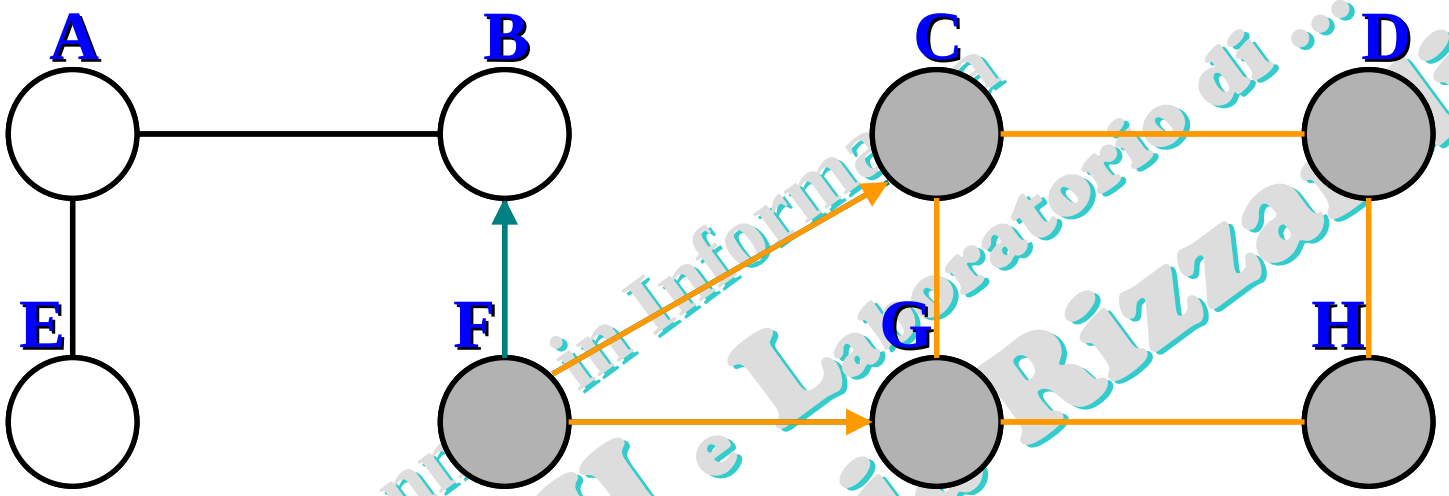


	A	B	C	D	E	F	G	H	
	1	0	0	1	0	0	0		A
	0	0	0	1	0	0			B
	1	0	1	1	0				C
	0	0	0	1					D
	0	0	0						E
	1	0							F
	1								G
									H

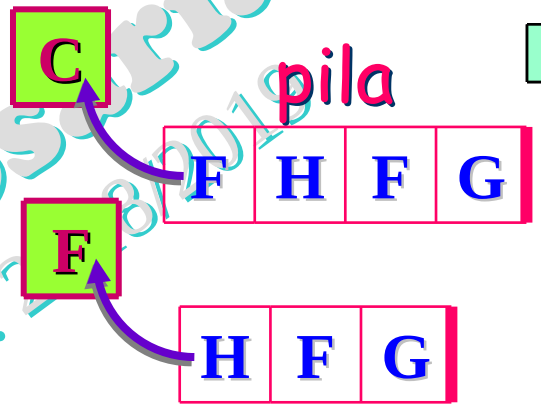
- Inserisce nella pila i vertici adiacenti ad **G**: nodi **C**, **F**, **H** (ciò equivale a percorrere gli archi che partono da **G** – l'arco arancio è stato percorso 2 volte).

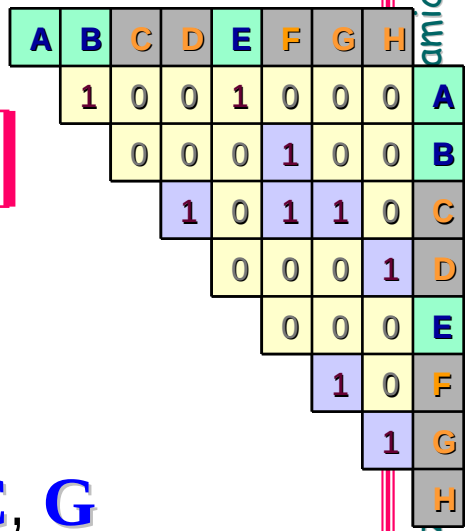


Visita in profondità - DFS



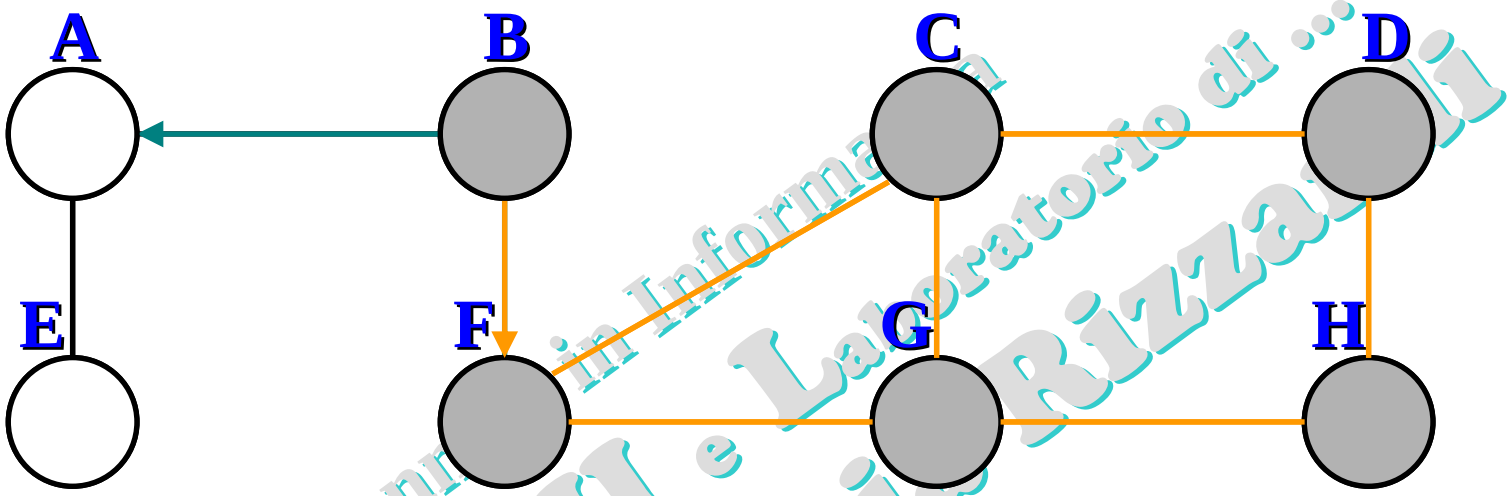
- Estrae nodo dalla pila (**C**) essendo "grigio" non lo visita.
- Estrae nodo dalla pila (**F**), essendo "bianco" lo visita e lo colora in grigio.





- Inserisce nella pila i vertici adiacenti ad **F**: nodi **B**, **C**, **G** (ciò equivale a percorrere gli archi che partono da **F** – l'arco arancio è stato percorso 2 volte).

Visita in profondità - DFS

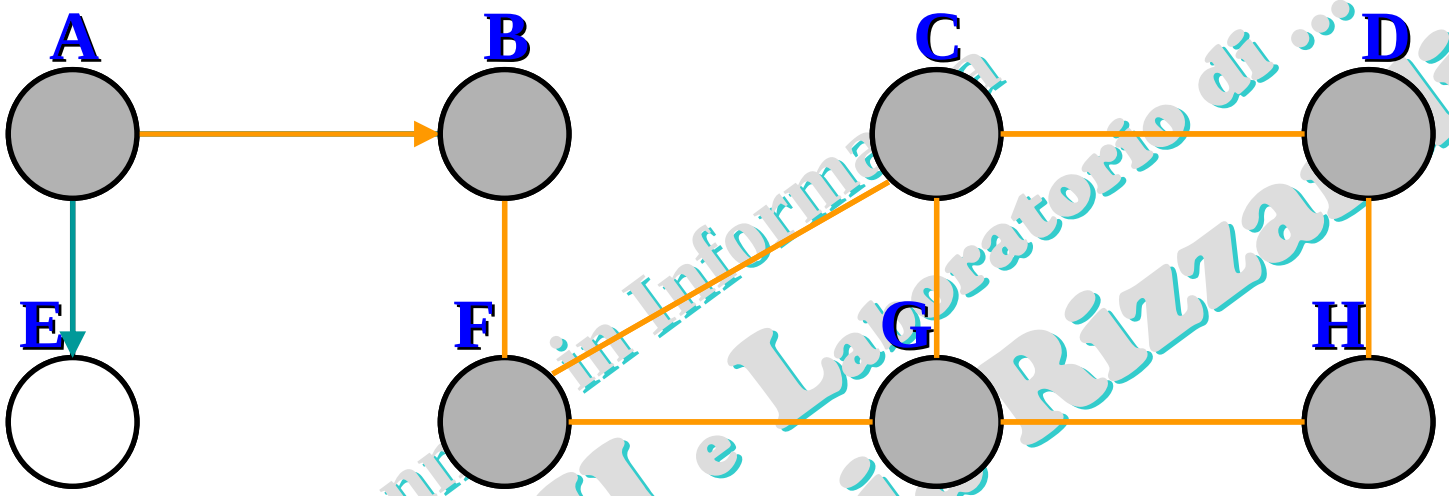


- Estrae nodo dalla pila (**B**) essendo "bianco" lo visita e lo colora in grigio.

A	B	C	D	E	F	G	H	
1	0	0	1	0	0	0		A
0	0	0	1	0	0			B
1	0	1	1	0				C
0	0	0	1					D
0	0	0						E
1	0							F
1								G
								H

- Inserisce nella pila i vertici adiacenti a **B**: nodi **A**, **F** (ciò equivale a percorrere gli archi che partono da **B** – l'arco arancio è stato percorso 2 volte).

Visita in profondità - DFS

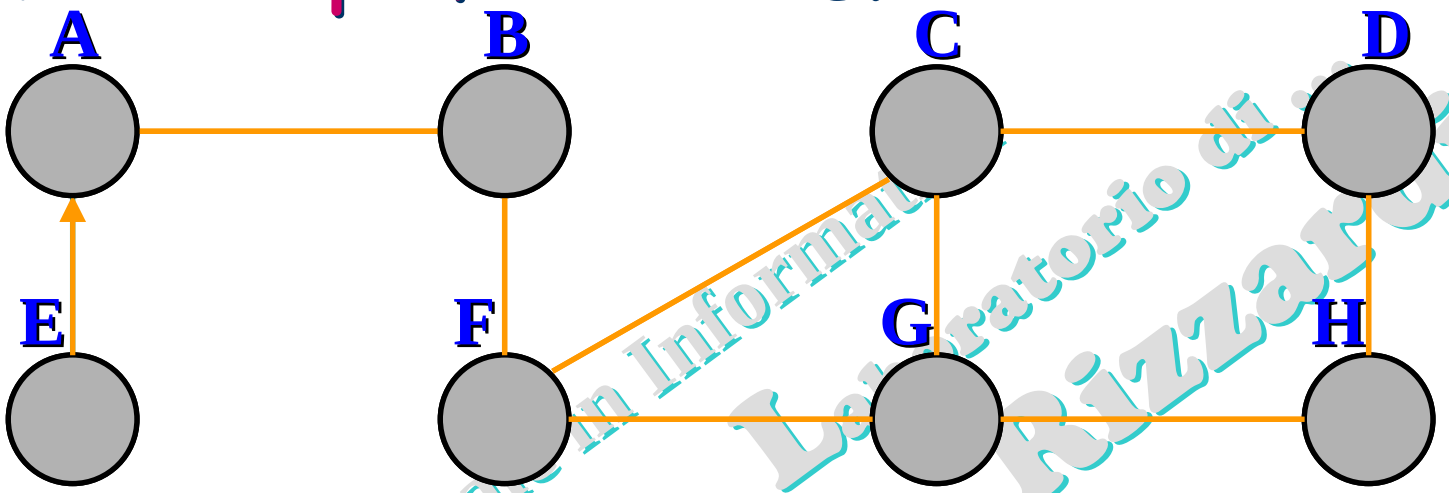


- Estrae nodo dalla pila (**A**) essendo "bianco" lo visita e lo colora in grigio.

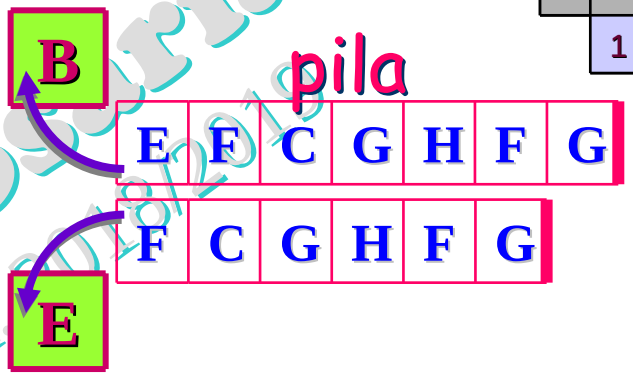
	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	0	0	1	0	0	0	
B	0	0	0	1	0	0		
C	1	0	1	1	0			
D	0	0	0	1				
E	0	0	0					
F	1	0						
G	1							
H								

- Inserisce nella pila i vertici adiacenti ad **A**: nodi **B**, **E** (ciò equivale a percorrere gli archi che partono da **A** – l'arco arancio è stato percorso 2 volte).

Visita in profondità - DFS



- Estrae nodo dalla pila (**B**) essendo "grigio" non lo visita.
- Estrae nodo dalla pila (**E**), essendo "bianco" lo visita e lo colora in grigio.



	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	0	0	1	0	0	0	
B	0	0	0	1	0	0		
C	1	0	1	1	0			
D	0	0	0	1				
E	0	0	0					
F	1	0						
G	1							
H								

- Inserisce nella pila i vertici adiacenti ad **E**: nodo **A** (ciò equivale a percorrere gli archi che partono da **E** – l'arco arancio è stato percorso 2 volte).

A	F	C	G	H	F	G

- Svuota la pila estraendo, uno alla volta, i nodi che ormai sono tutti "grigi".

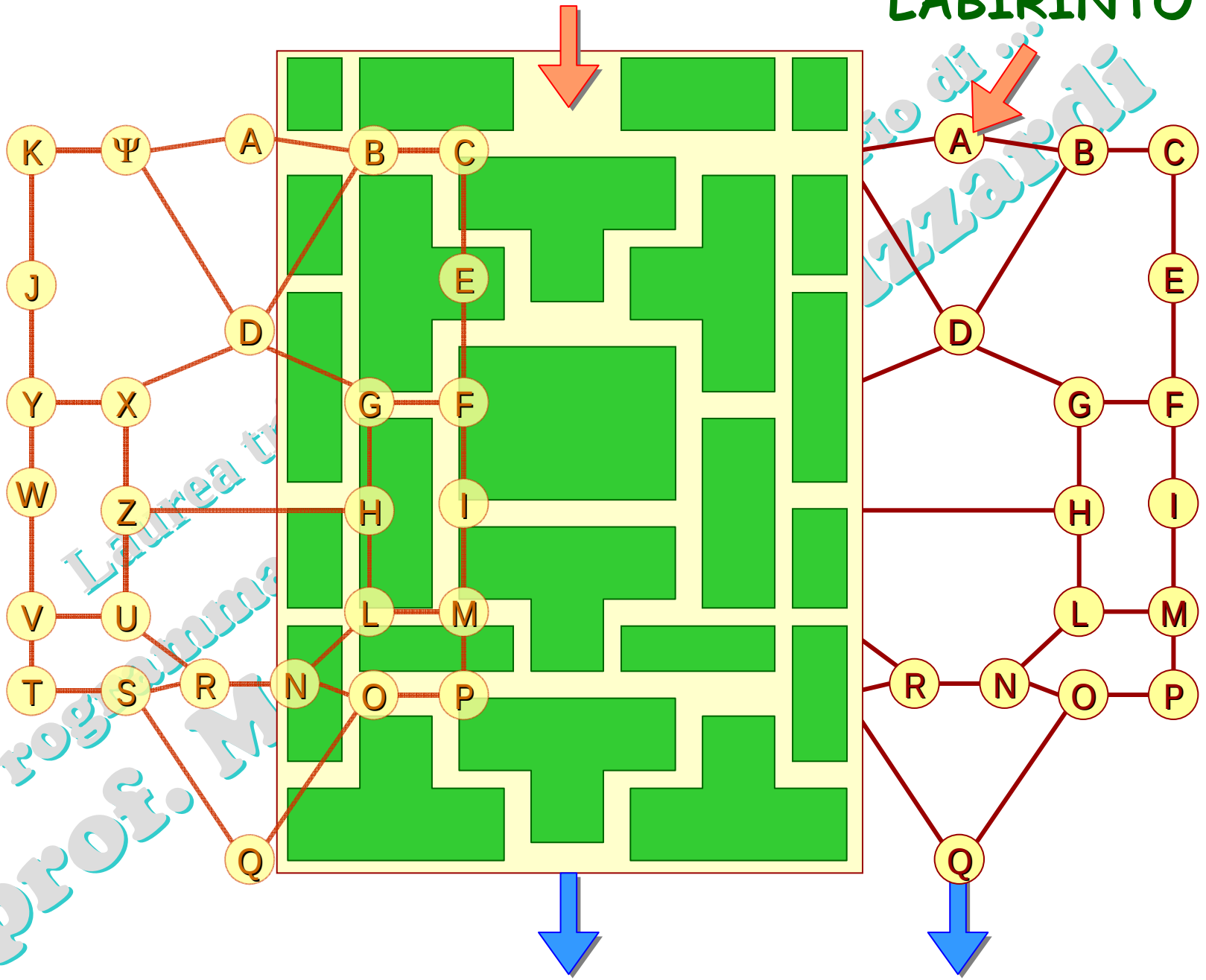
ordine di visita: **C, D, H, G, F, B, A, E**

Algoritmo Depth First Search iterativo migliorato


```
procedure DFS_visit_iterat (var G: Grafo, var N: integer, var V: Vertice)
  {
   visita V; v_count:=1;
   inserisci nella pila i nodi adiacenti a V;
   while   pila "non vuota"   and   v_count < N
           estrai nodo U dalla pila;
           if nodo U "non visitato"
                   visita U; v_count:=v_count+1;
           endif
           inserisci nella pila i nodi adiacenti a U;
   endwhile
  }
```

N numero totale di vertici nel grafo

Applicazione dell'algoritmo DFS: attraversamento di un LABIRINTO



Esercizi:

1 Scrivere *function C* per la visita in ordine anticipato di un albero qualsiasi. [liv. 2]

2 Scrivere *function C* per la visita di un grafo mediante l'algoritmo *Depth First Search* iterativo. Applicare l'algoritmo al grafo che descrive il labirinto della pagina precedente per trovare l'uscita Q a partire dall'ingresso A. [liv. 2]