

Unità didattica: generalità sulla struttura dati grafo (graph)

[1-T]

Titolo: Definizioni e terminologia

Argomenti trattati:

- ✓ Definizione di grafo, cammino, grafo orientato e non orientato, grafo connesso e non connesso
- ✓ Definizione di cammino semplice, cammino minimo, ciclo
- ✓ Rappresentazione grafica di un grafo
- ✓ Rappresentazione di un grafo mediante matrice archi-nodi

Prerequisiti richiesti: generalità sui tipi di dati strutturati

Grafi

La **teoria dei grafi** si fa risalire al 1736 quando **Leonhard Eulero**

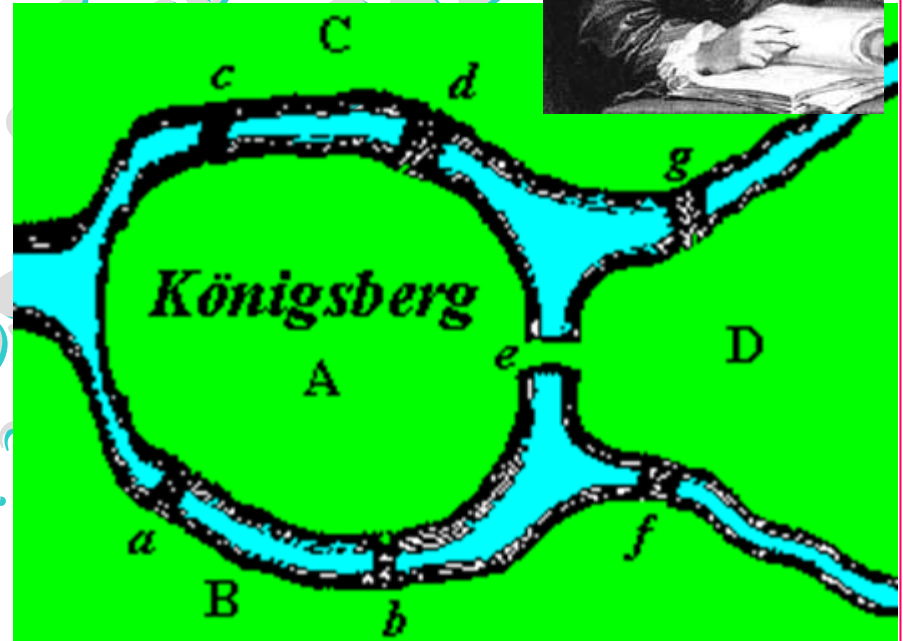
(*Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis*, *Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae* 8) **trattò il seguente**

...



Problema:

La vecchia città di *Königsberg* (in seguito chiamata *Kaliningrad*) aveva 7 ponti (segnati con **a, b, c, ..., g**) sul fiume *Pregal* (in seguito *Pregolya*) per collegare alla terra ferma l'isola di *Kneiphof* (lettere **A, B, C** e **D**).



I suoi abitanti desideravano, se possibile, seguire un **percorso (chiuso)** che, partendo da una terra ferma, attraversasse i sette ponti esattamente 1 volta per tornare al punto di partenza.

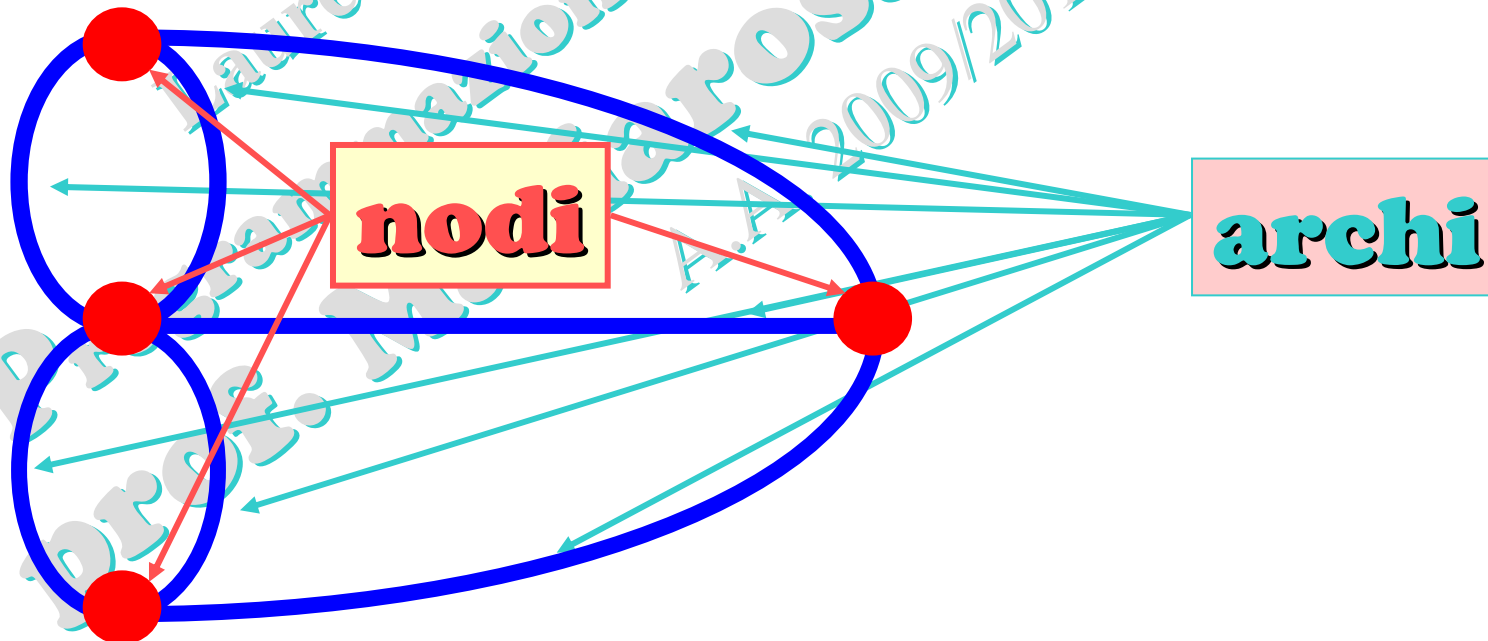
Struttura reticolare: **grafo**

grafo =

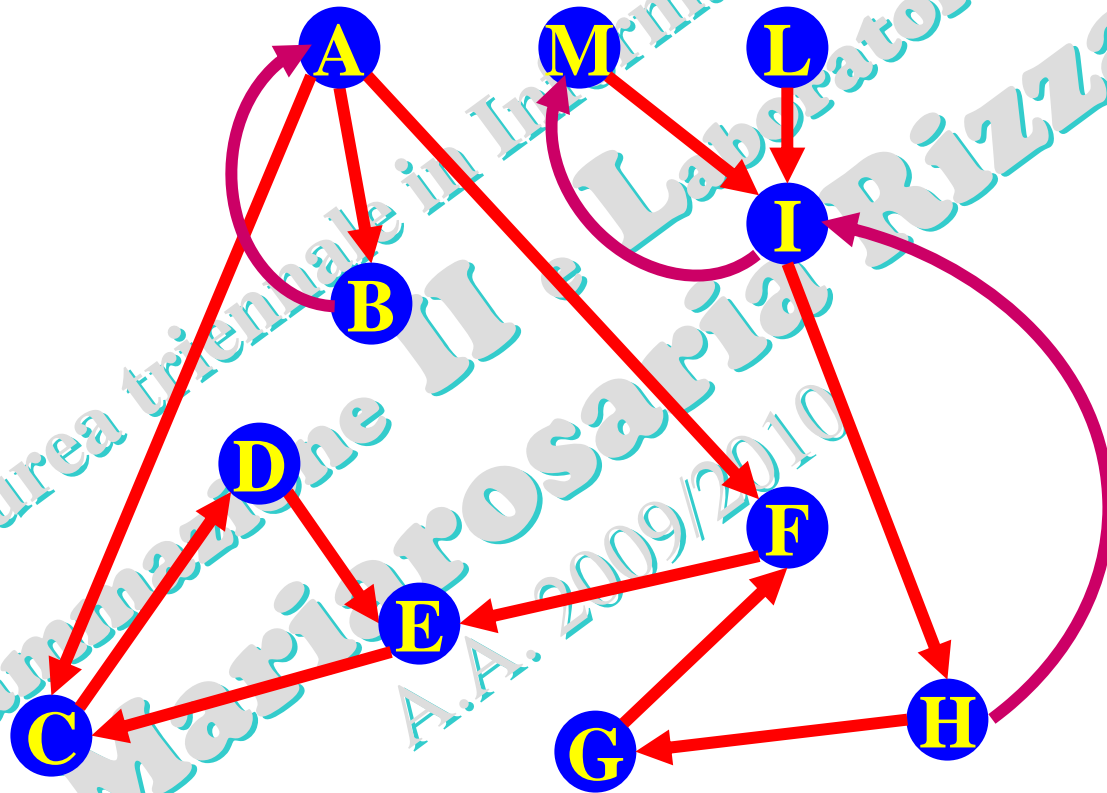
insieme di **nodi** o **vertici**
(punti)

+

insieme di **archi** o **lati**
(connessioni tra due nodi)



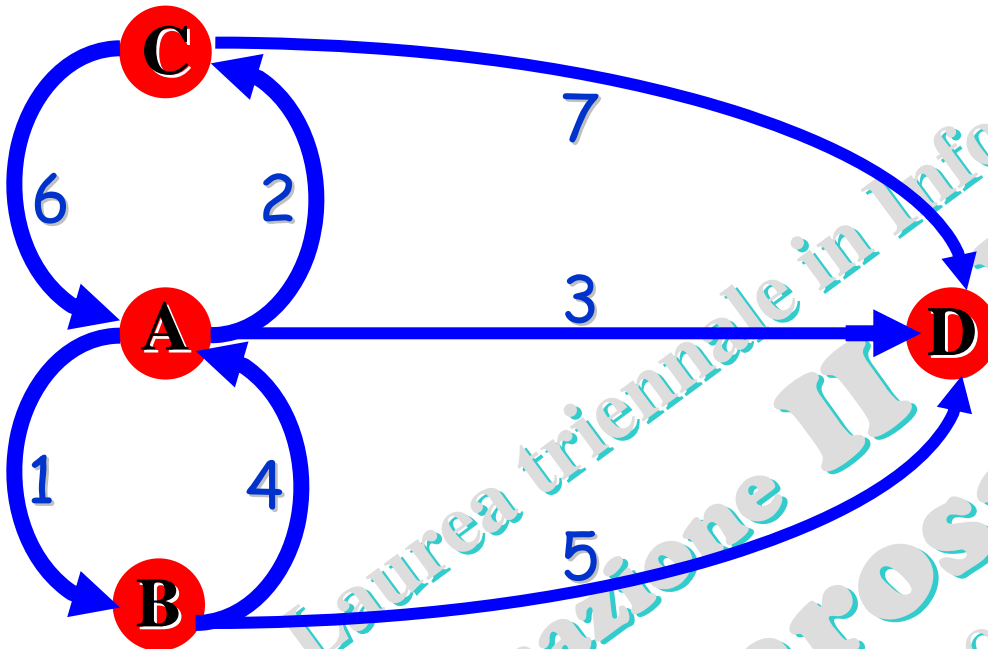
***grafo orientato** = quando è assegnato un verso di percorrenza agli archi*



*Nei grafi orientati è consentito che tra una coppia di nodi vi siano **due archi** purché questi abbiano versi opposti*

Esempio di grafo orientato

rappresentazione grafica



rappresentazione matematica
(mediante matrice)

vertici

1	2	3	4
---	---	---	---

archi

-1	1	0	0
-1	0	1	0
-1	0	0	1
1	-1	0	0
0	-1	0	1
1	0	-1	0
0	0	-1	1

1
2
3
4
5
6
7

vertici o nodi $V = \{A, B, C, D\}$

1	2	3	4
---	---	---	---

archi orientati

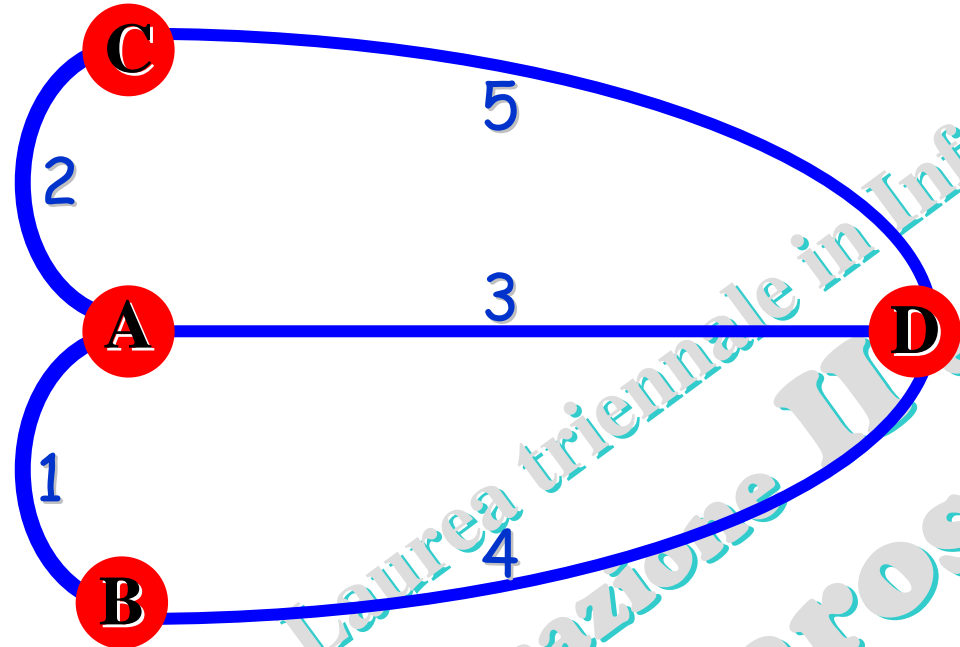
coppie ordinate

$A = \{(A,B);(A,C);(A,D);(B,A);(B,D);(C,A);(C,D)\}$

1	2	3	4	5	6	7
---	---	---	---	---	---	---

Esempio di grafo non orientato

rappresentazione grafica



rappresentazione matematica
(mediante matrice)

vertici

1	2	3	4
1	1	0	0
1	0	1	0
1	0	0	1
0	1	0	1
0	0	1	1

archi

1
2
3
4
5

vertici $V = \{A, B, C, D\}$

1	2	3	4
---	---	---	---

archi non orientati

coppie non ordinate

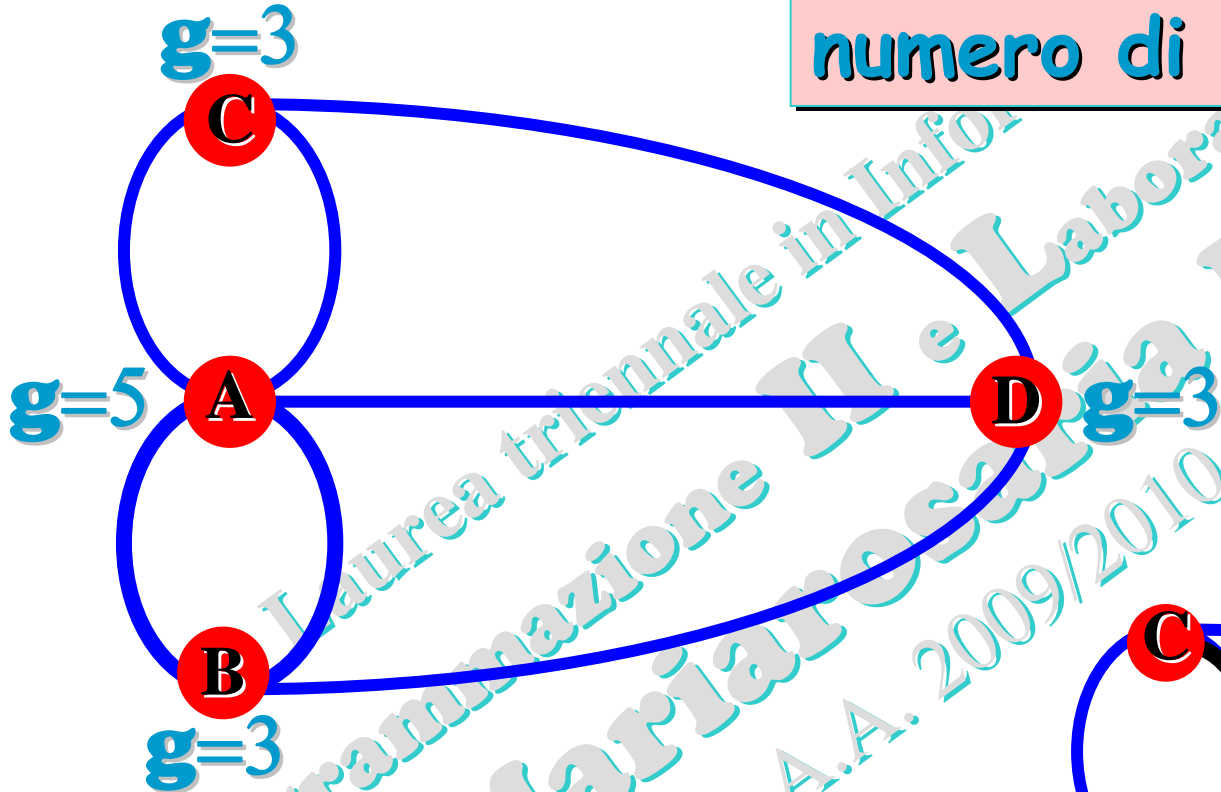
$A = \{(A,B); (A,C); (A,D); (B,D); (C,D)\}$

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

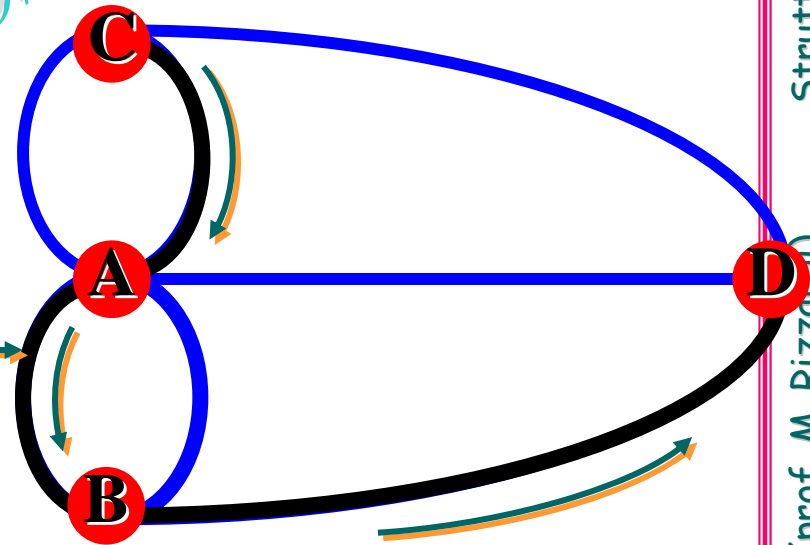
grado di un nodo

=

numero di archi incidenti

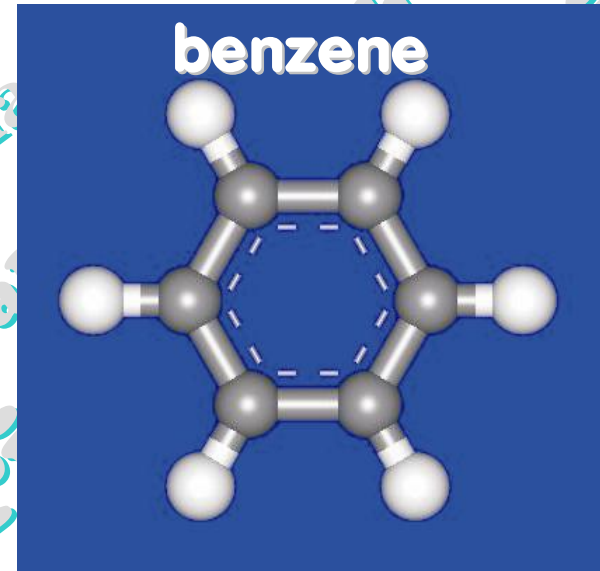
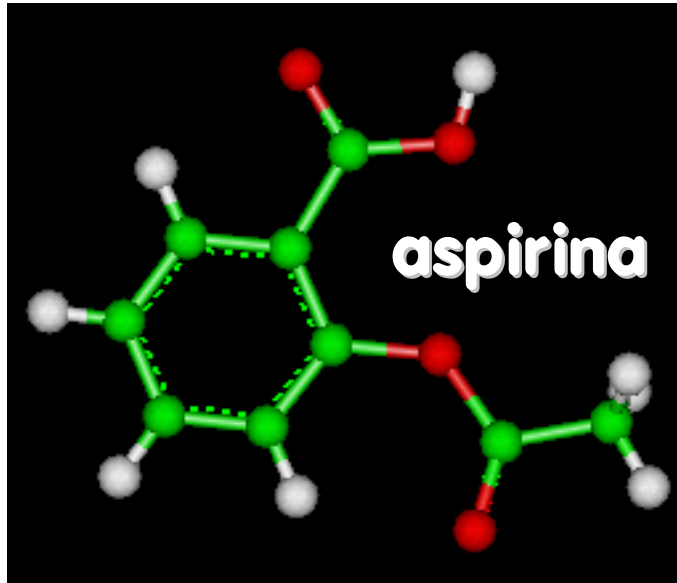


C A B D :
cammino da C a D

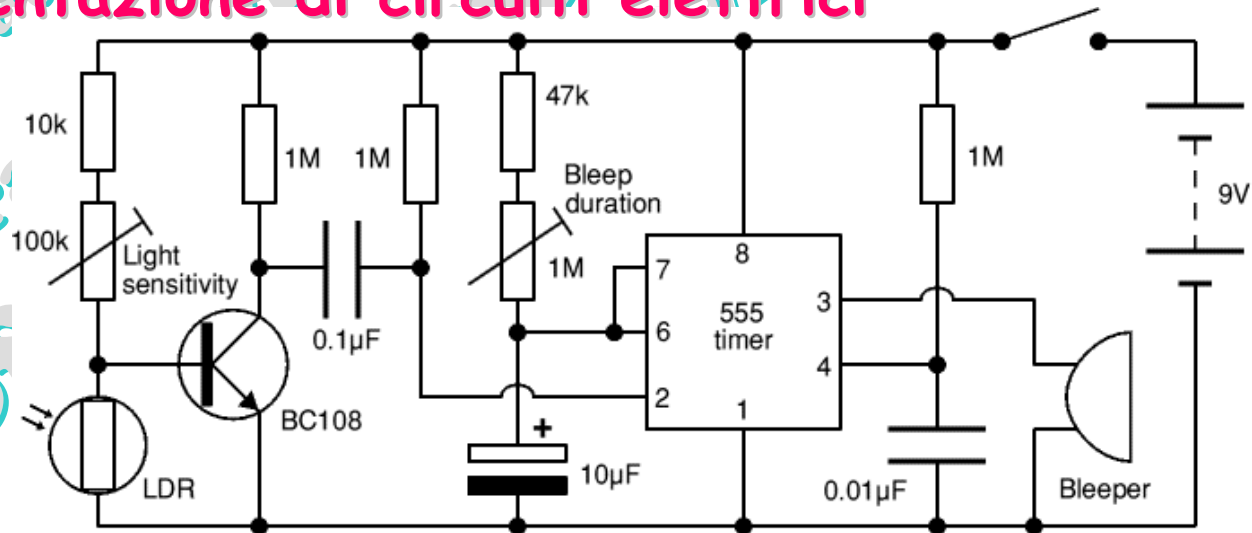


Esempi di applicazioni dei grafi

rappresentazione di strutture molecolari

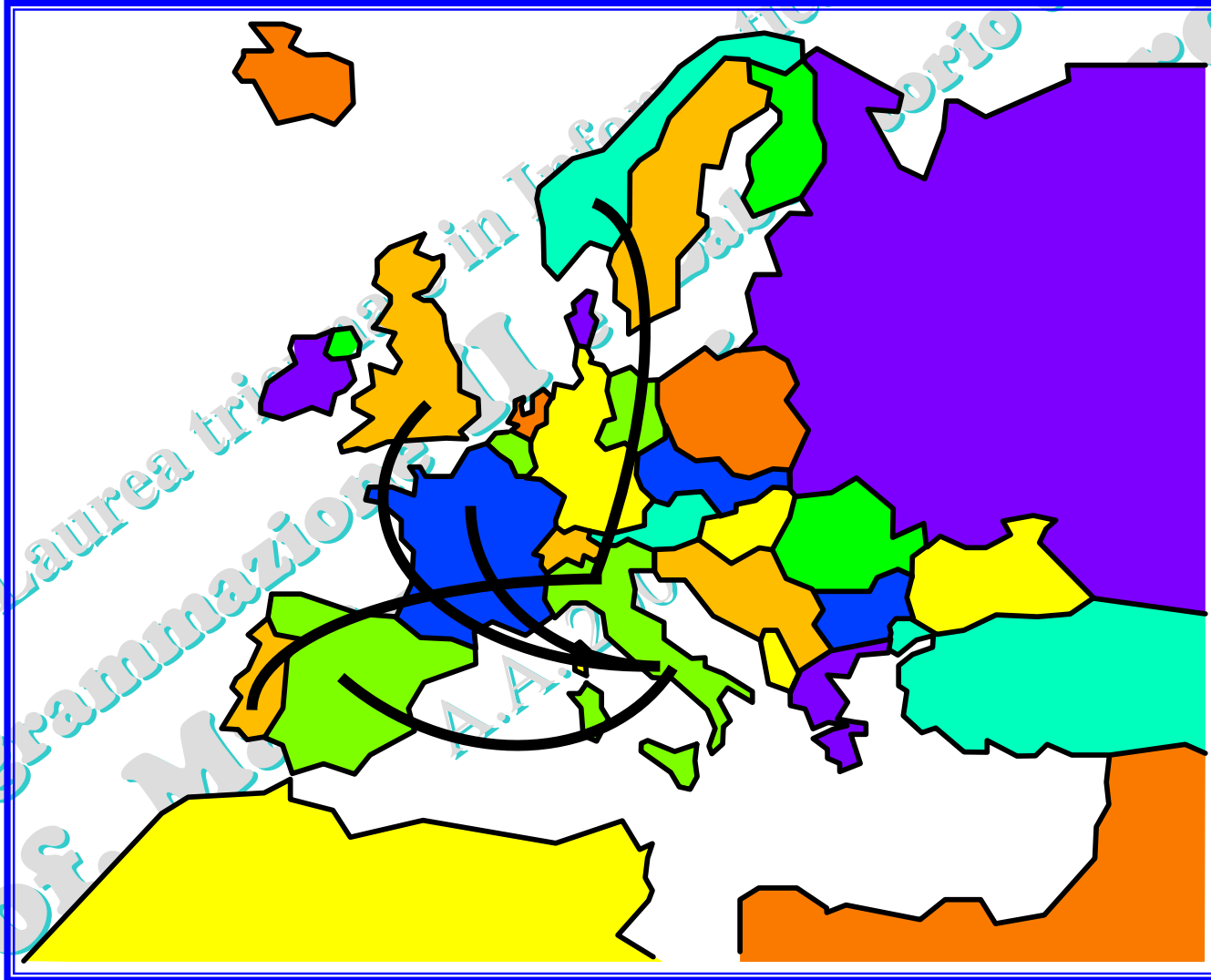


rappresentazione di circuiti elettrici



Sensore (allarme) di variazione di luce

Esempio: quanti colori sono necessari affinché ogni coppia di paesi confinanti abbia colori differenti?



Esempio: rotte aeree tra città

Esempio

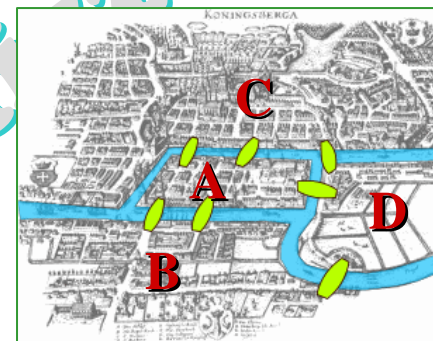
Una **carta stradale** può essere presentata come un grafo i cui nodi sono le città e i cui archi sono le strade fra una città ed un'altra.



Si può risolvere il problema del cammino minimo tra due città.

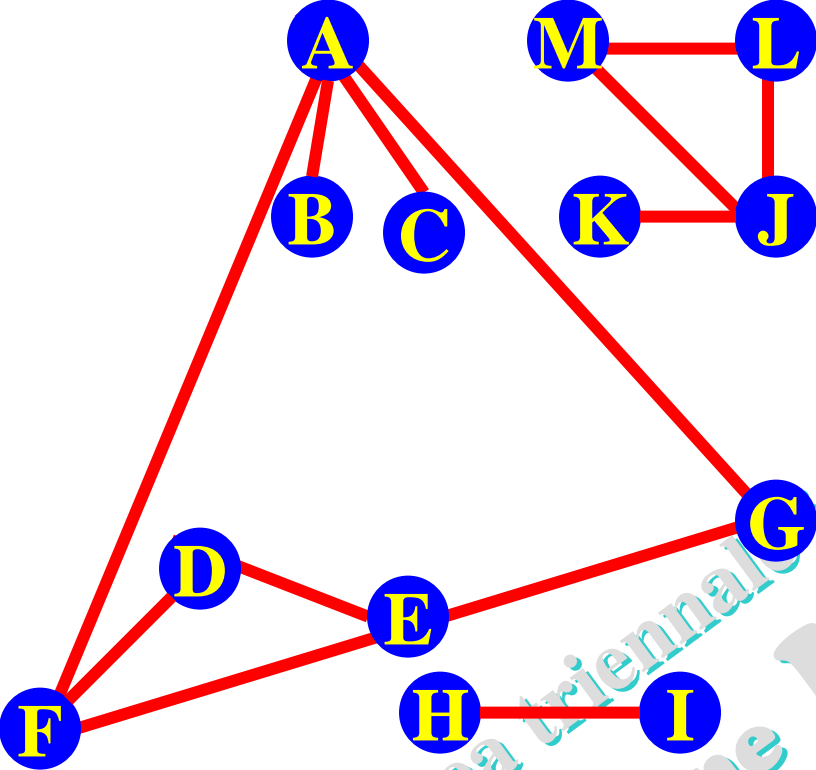
Soluzione al Problema di *Königsberg*:

non si può percorrere tutto il grafo passando una sola volta per ciascun arco e tornando al nodo di partenza.

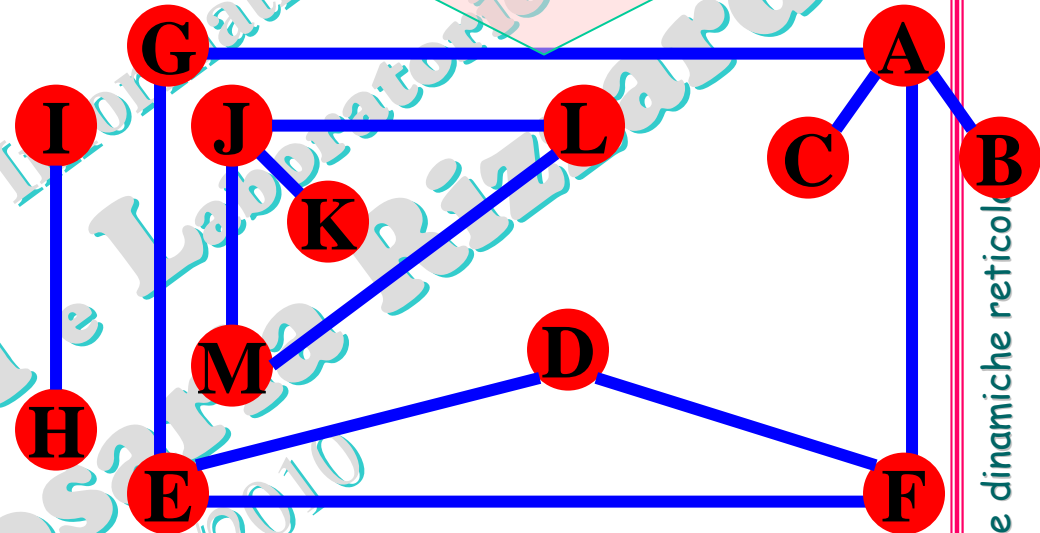
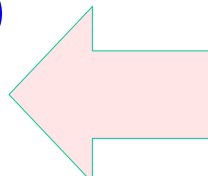


Infatti **Eulero** enunciò il Teor.:
“esiste un percorso (ciclo Euleriano) che parte da un nodo qualsiasi, attraversa una sola volta ciascun arco, termina nel vertice iniziale se, e solo se, il grafo è connesso e tutti i vertici hanno grado pari”.





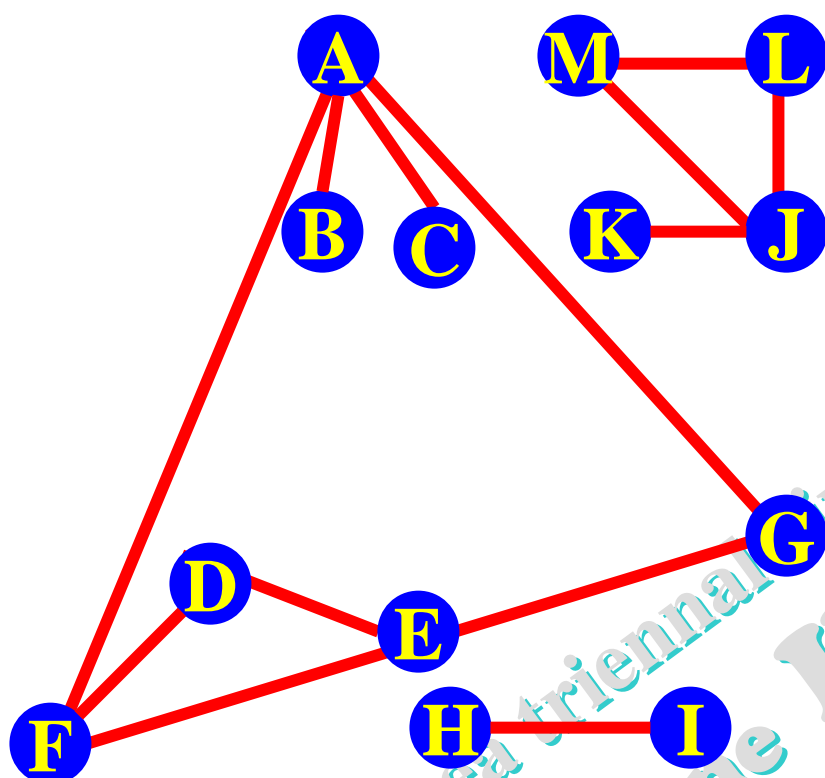
rappresentazioni diverse di
uno stesso grafo (grafi isomorfi)



cammino da x a y = lista di vertici connessi da archi che va da x ad y

lunghezza del cammino = numero degli archi attraversati

cammino da D ad A = { **DFEDFA** *cammino*
DFEGA *cammino semplice* (non
passa 2 volte per uno stesso nodo)
DFA *cammino minimo*



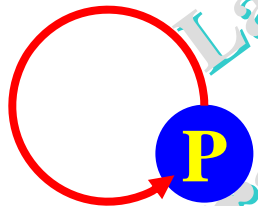
grafo non connesso costituito da tre **grafi connessi** (= tutti i nodi hanno un cammino che li unisce):

ABCDEFG

HI

JKLM

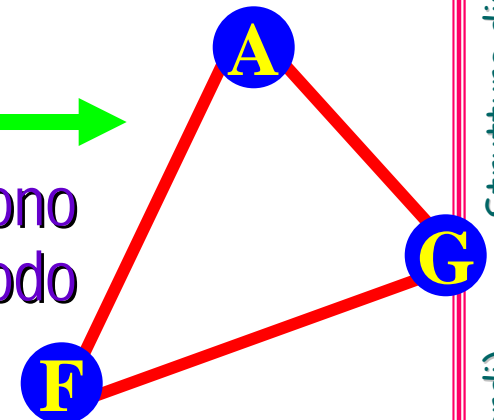
sottografi connessi



AFGA è un **ciclo**:

cammino semplice in cui coincidono (solo) il primo e l'ultimo nodo

cappio o **loop**:
ciclo di lunghezza 1



Ciclo Euleriano: ciclo che attraversa ogni arco esattamente 1 volta.
Ciclo Hamiltoniano: ciclo che visita ogni nodo (tranne il primo) esattamente 1 volta