Modulo: Strutture dati dinamiche gerarchiche [P2_09]

Unità didattica: struttura dati albero binario (binary tree)

[2-T]

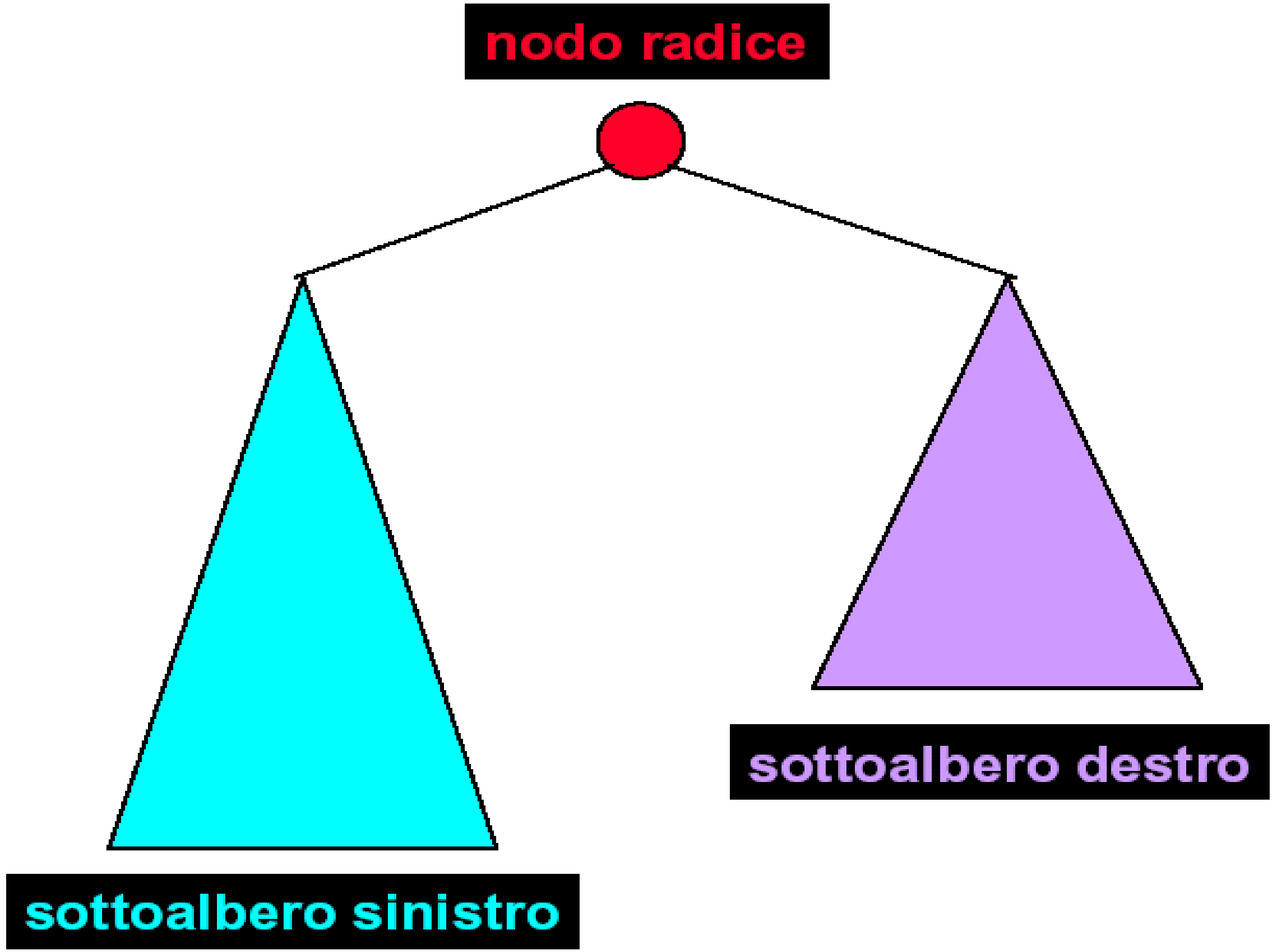
Titolo: Definizioni ed algoritmi di visita

Argomenti trattati:

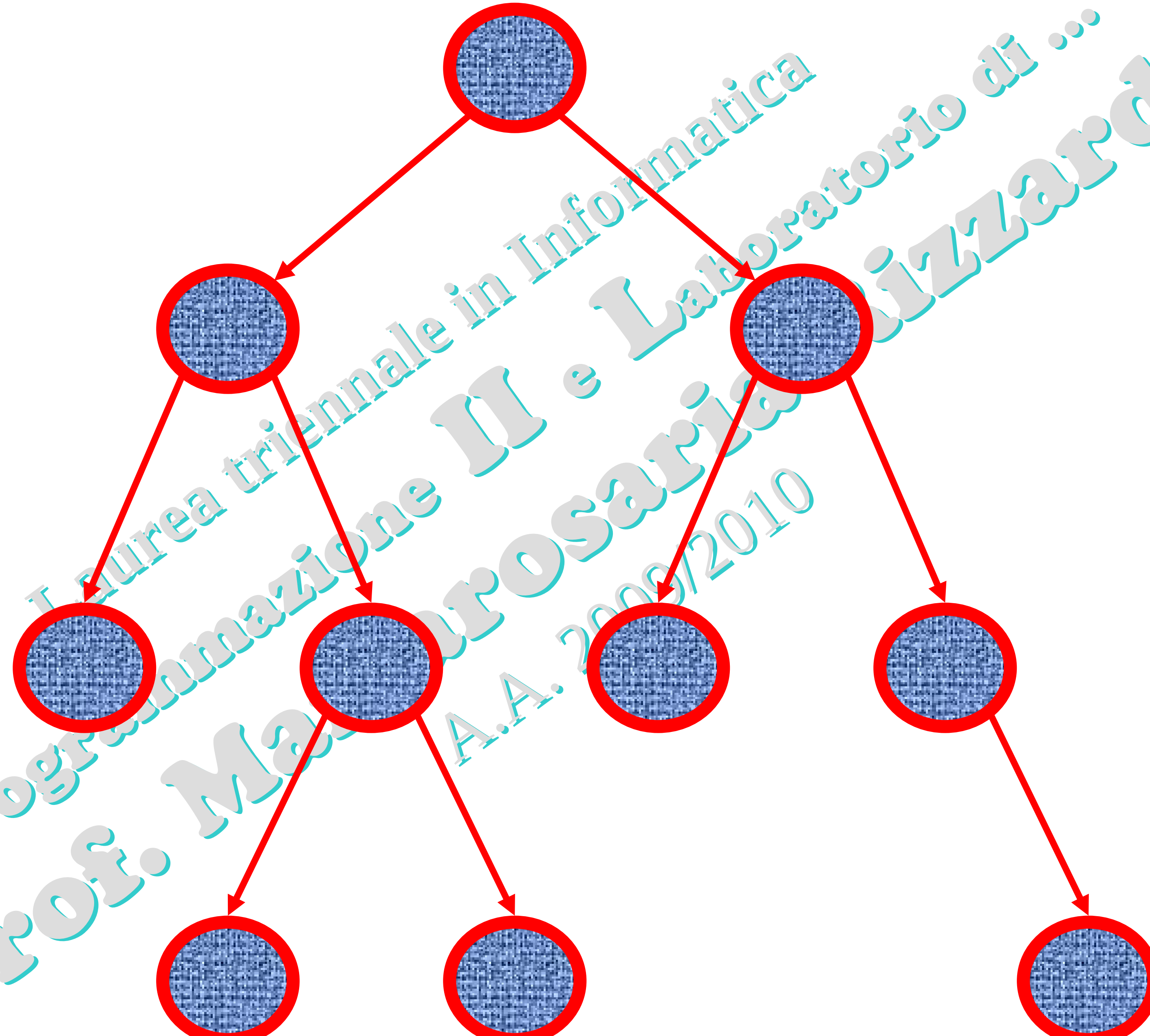
- ✓ Definizione di albero binario, di nodo radice e sottoalbero sinistro e sottoalbero destro
- ✓ Albero binario "completo" e "quasi completo"
- ✓ Algoritmi di visita di un albero binario: attraversamento in ordine anticipato (preorder visit), simmetrico (inorder visit) e differito (postorder visit)

Prerequisiti richiesti: generalità sugli alberi

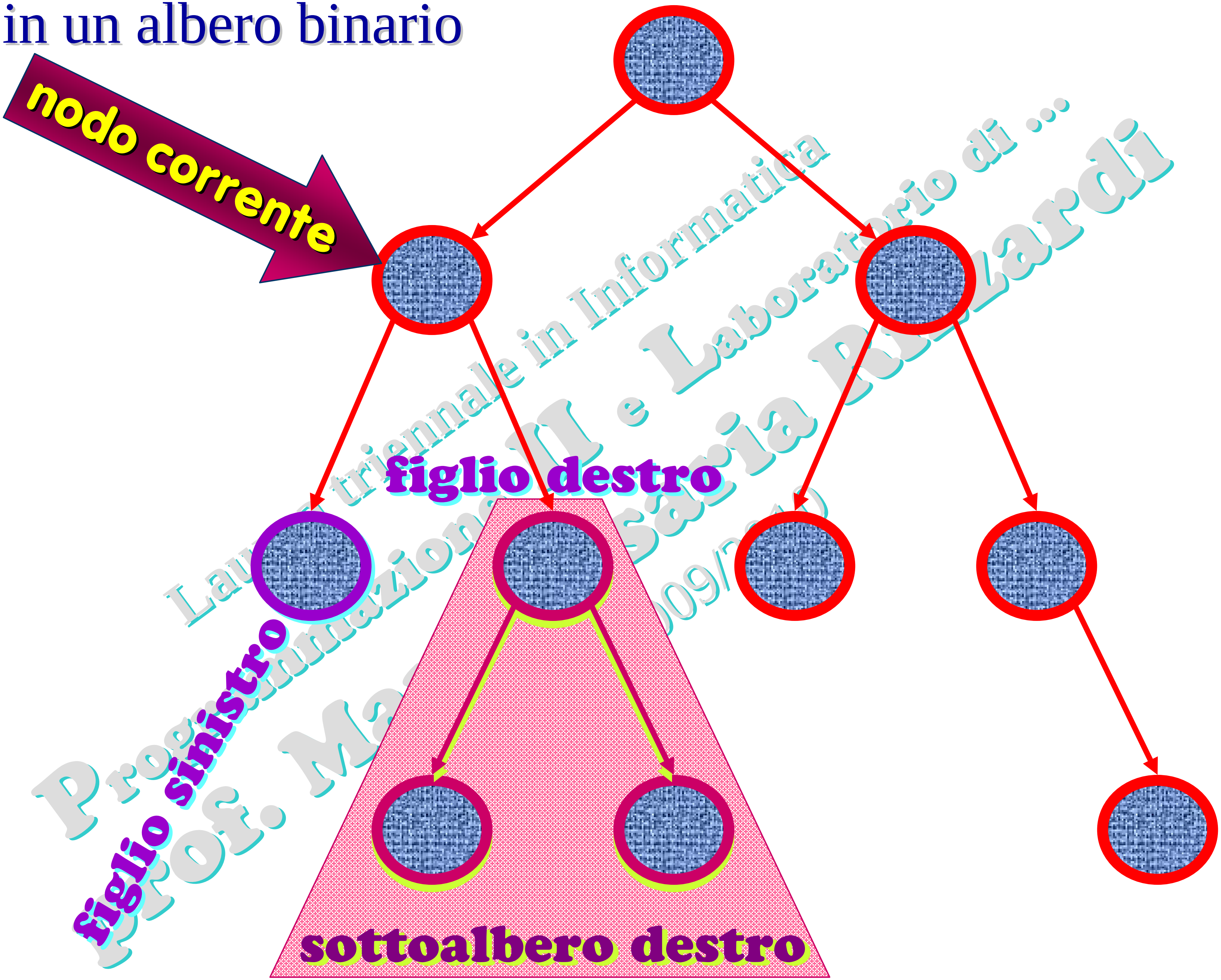
Albero binario



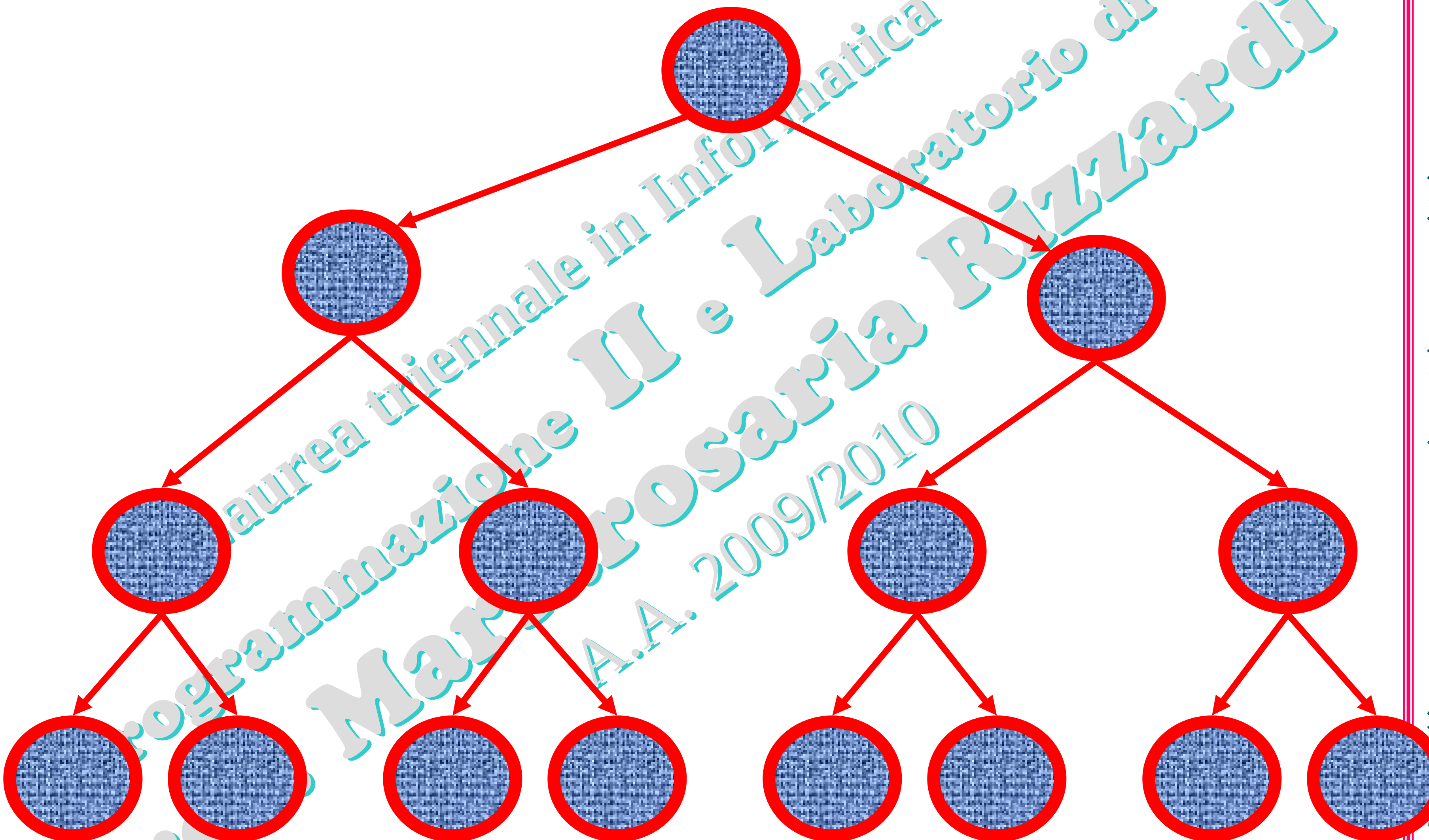
Albero binario: al più due figli per ogni nodo



in un albero binario



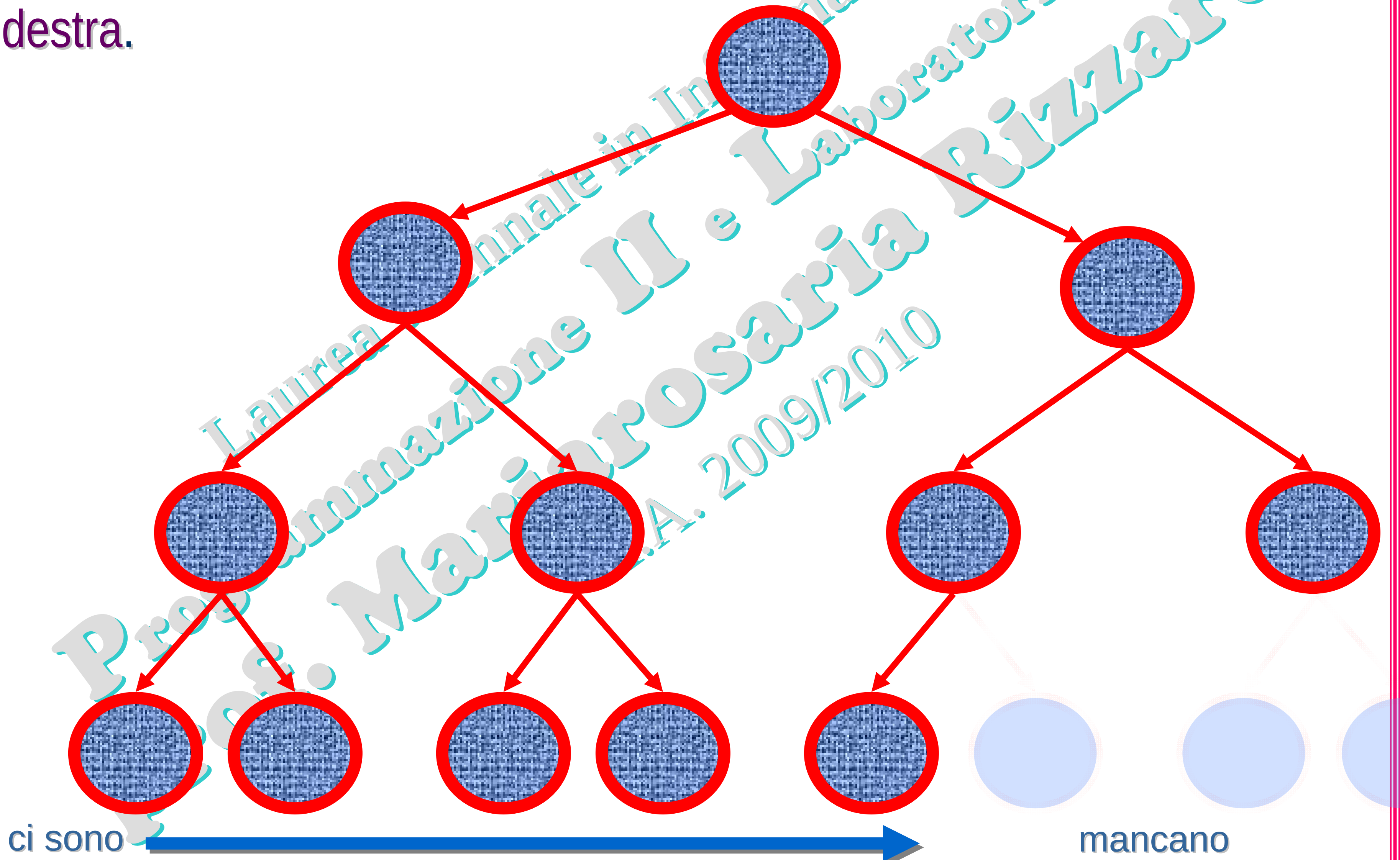
Albero binario completo: esattamente due figli per ogni nodo tranne che per le foglie

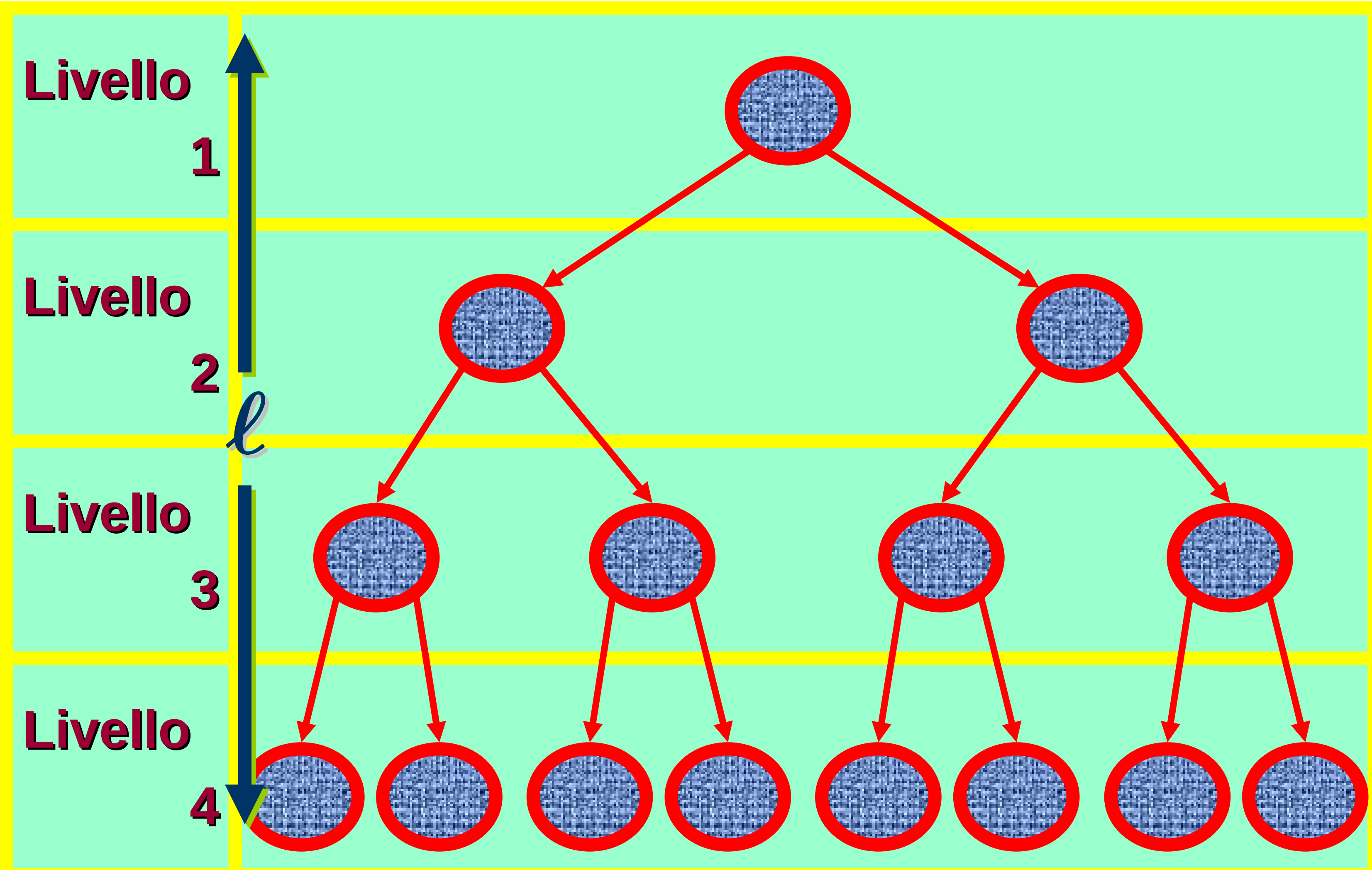


numero foglie $= 2^{\text{livelli}-1}$

numero nodi $= 2^{\text{livelli}}-1$

Albero binario quasi completo: se e solo se sono completi tutti i suoi livelli tranne al più l'ultimo. L'ultimo livello è riempito da sinistra, cioè eventualmente mancano solo le foglie a destra.





numero nodi

$2^0 = 1$

$+$

$2^1 = 2$

$+$

$2^2 = 4$

$+$

$2^3 = 8$

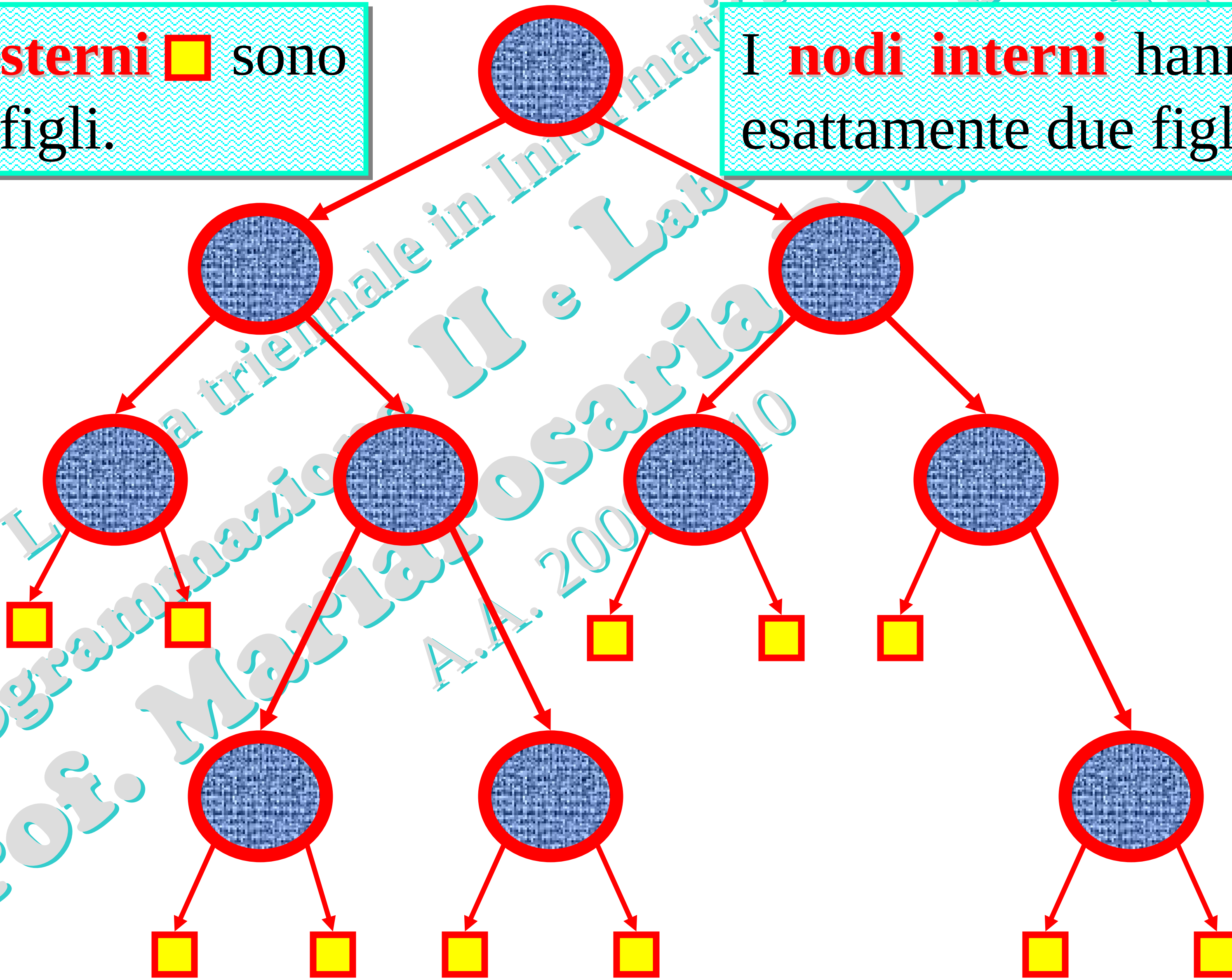
$= 15$

In un ***albero binario completo***, di profondità o altezza ℓ, il numero totale di nodi è: $1 + 2 + 2^2 + \cdots + 2^{\ell-1} = 2^\ell - 1$

Si può completare parzialmente o totalmente un albero binario non completo con dei nodi fittizi: "□" detti nodi esterni.

I **nodi esterni** □ sono privi di figli.

I **nodi interni** hanno esattamente due figli.



Visita di un albero binario

attraversamento
preorder
(ordine anticipato)

visita nell'ordine:
1. la radice,
2. il sottoalbero sinistro,
3. il sottoalbero destro.

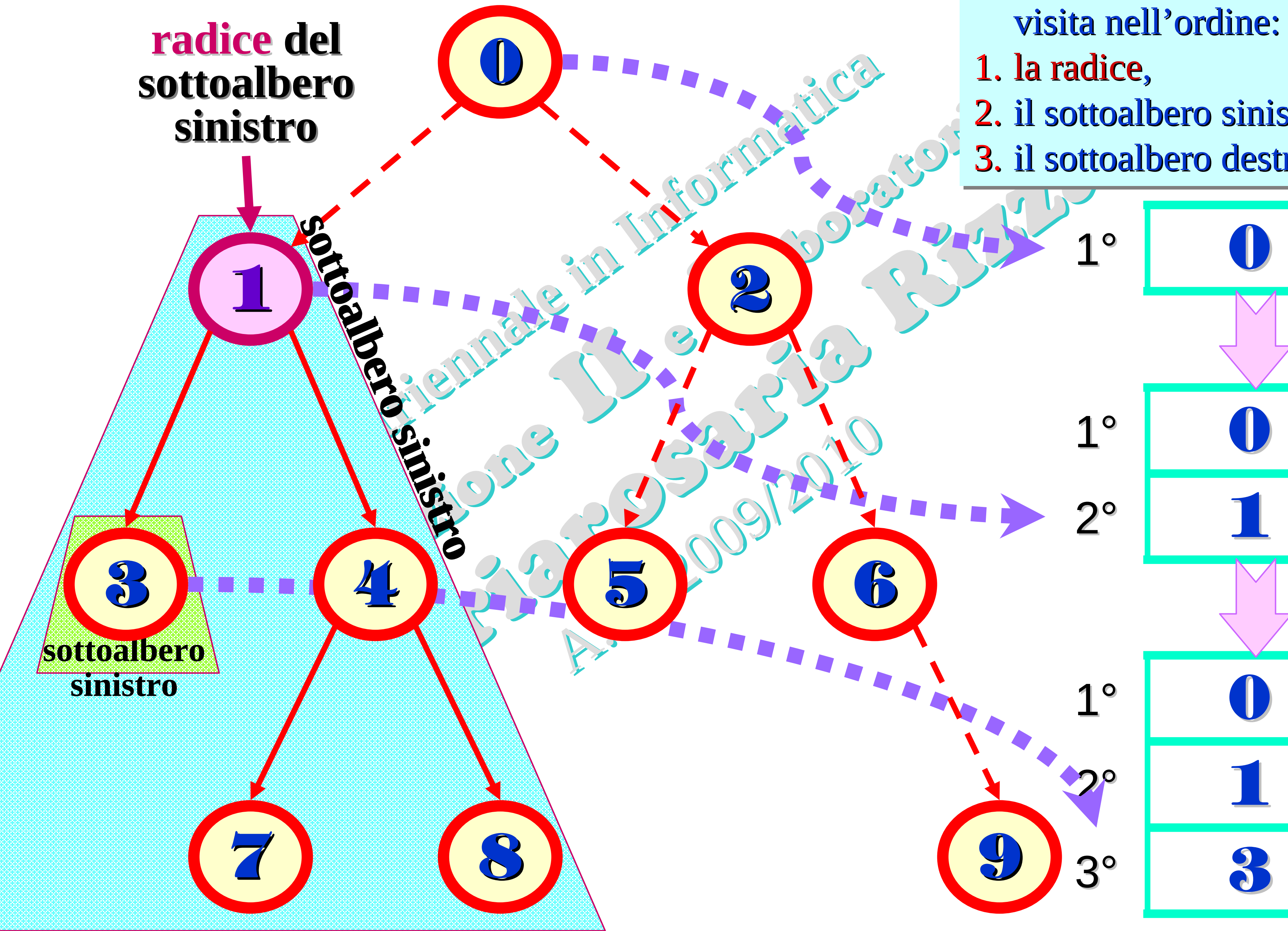
attraversamento
inorder
(ordine simmetrico)

visita nell'ordine:
1. il sottoalbero sinistro,
2. la radice,
3. il sottoalbero destro.

attraversamento
postorder
(ordine differito)

visita nell'ordine:
1. il sottoalbero sinistro,
2. il sottoalbero destro,
3. la radice.

Esempio Visita preorder



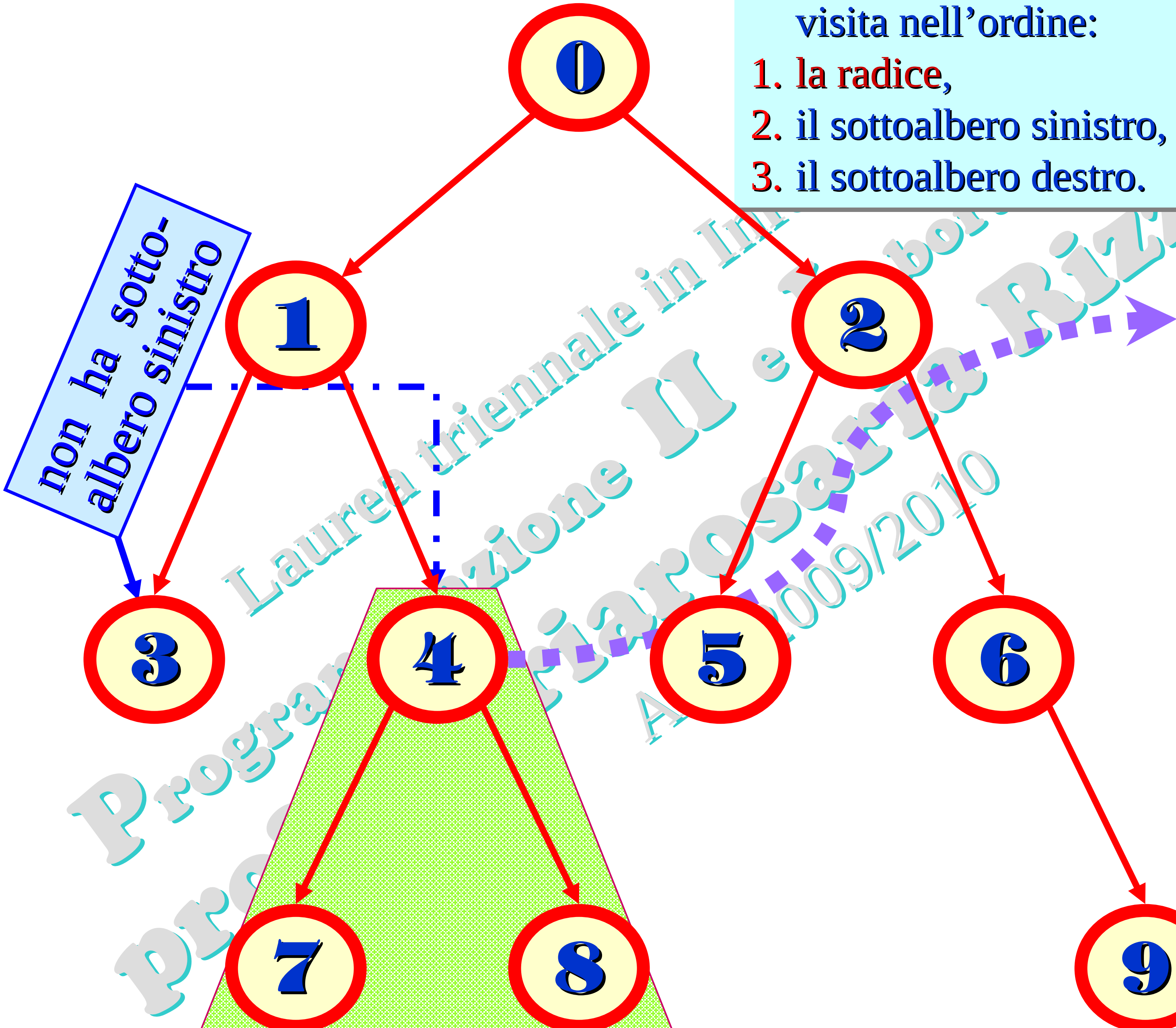
visita nell'ordine:

1. la radice,
2. il sottoalbero sinistro,
3. il sottoalbero destro.

Visita preorder

visita nell'ordine:

1. la radice,
2. il sottoalbero sinistro,
3. il sottoalbero destro.

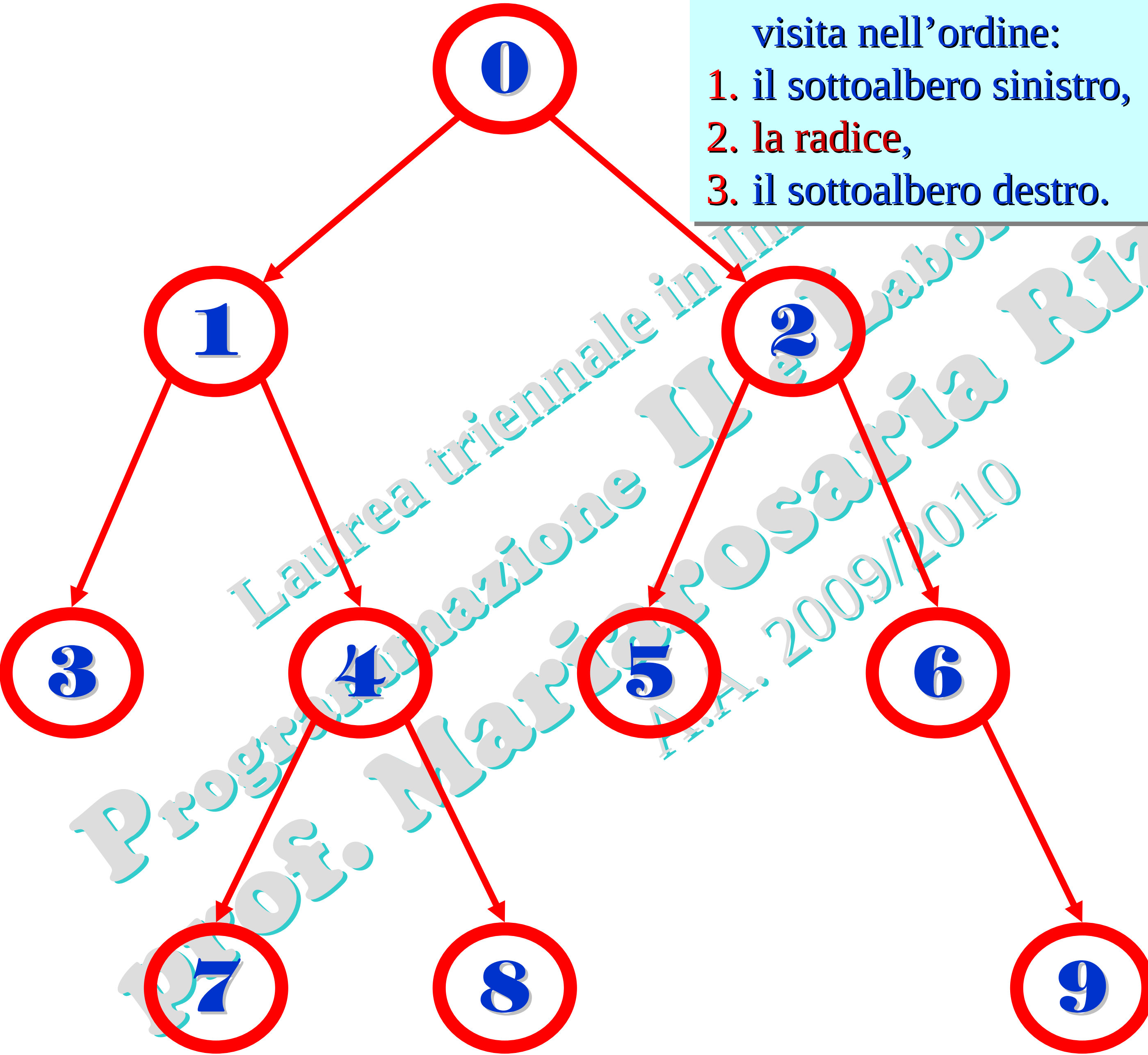


1°	0
2°	1
3°	3
4°	4
5°	7
6°	8
7°	2
8°	5
9°	6
10°	9

Esempio — Visita inorder

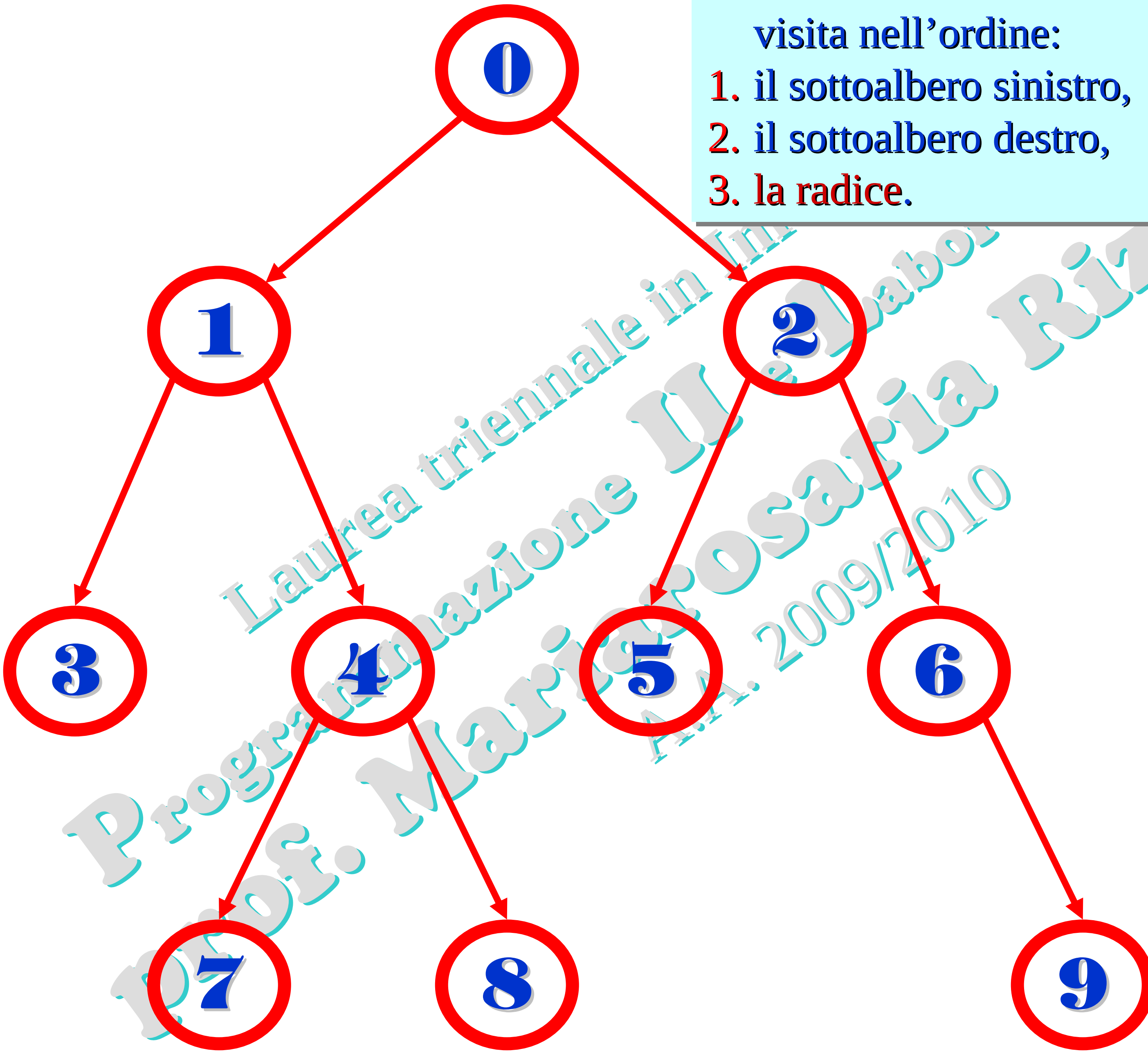
visita nell'ordine:

1. il sottoalbero sinistro,
2. la radice,
3. il sottoalbero destro.



1°	3
2°	1
3°	7
4°	4
5°	8
6°	0
7°	5
8°	2
9°	6
10°	9

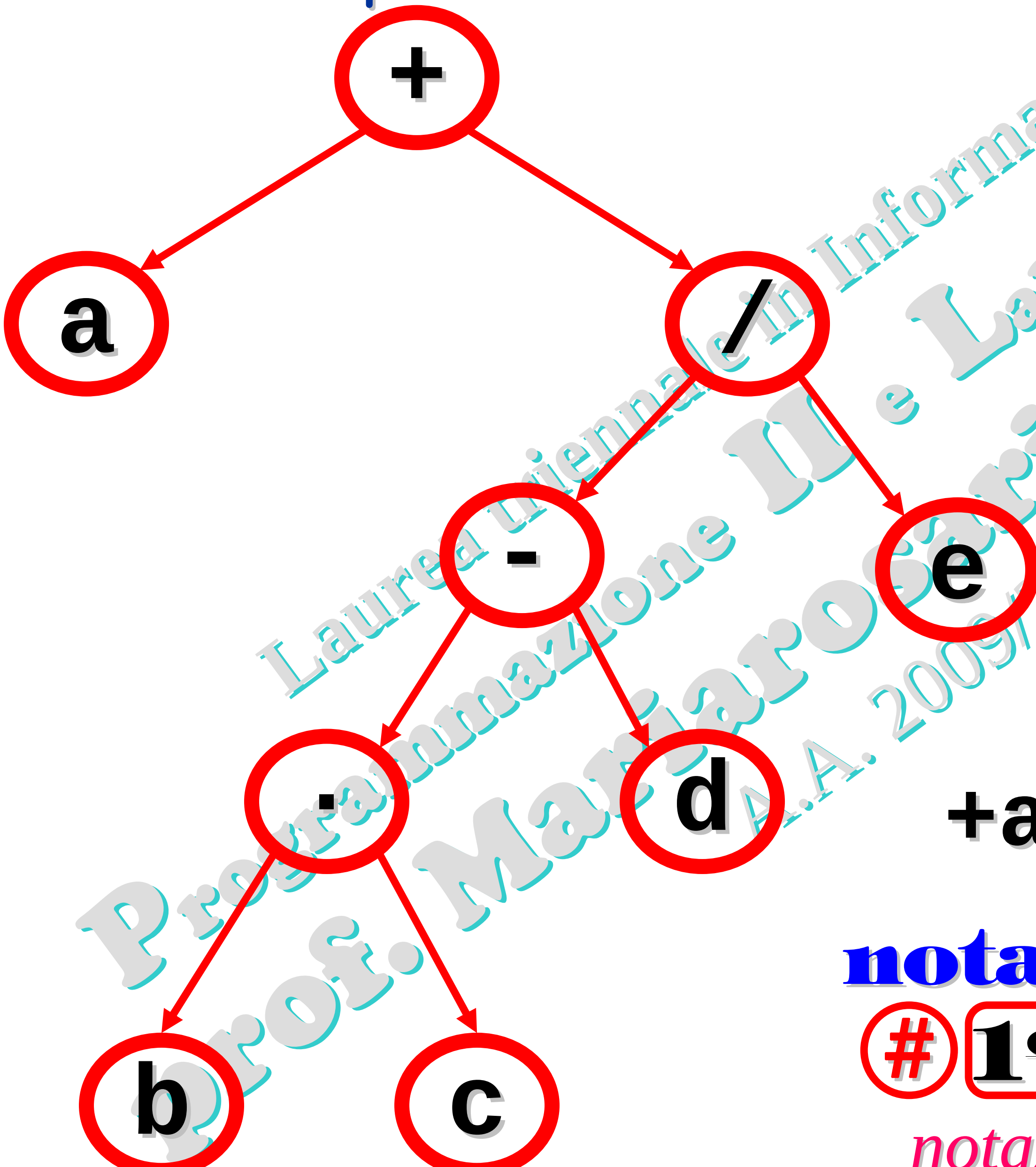
Esempio — Visita postorder



visita nell'ordine:
1. il sottoalbero sinistro,
2. il sottoalbero destro,
3. la radice.

1°	3
2°	7
3°	8
4°	4
5°	1
6°	5
7°	9
8°	6
9°	2
10°	0

Esempio: (parser) visita preorder di un'espressione aritmetica



$$a+\frac{bc-d}{e}$$

a+(b·c-d)/e

+a/-·bcde

=

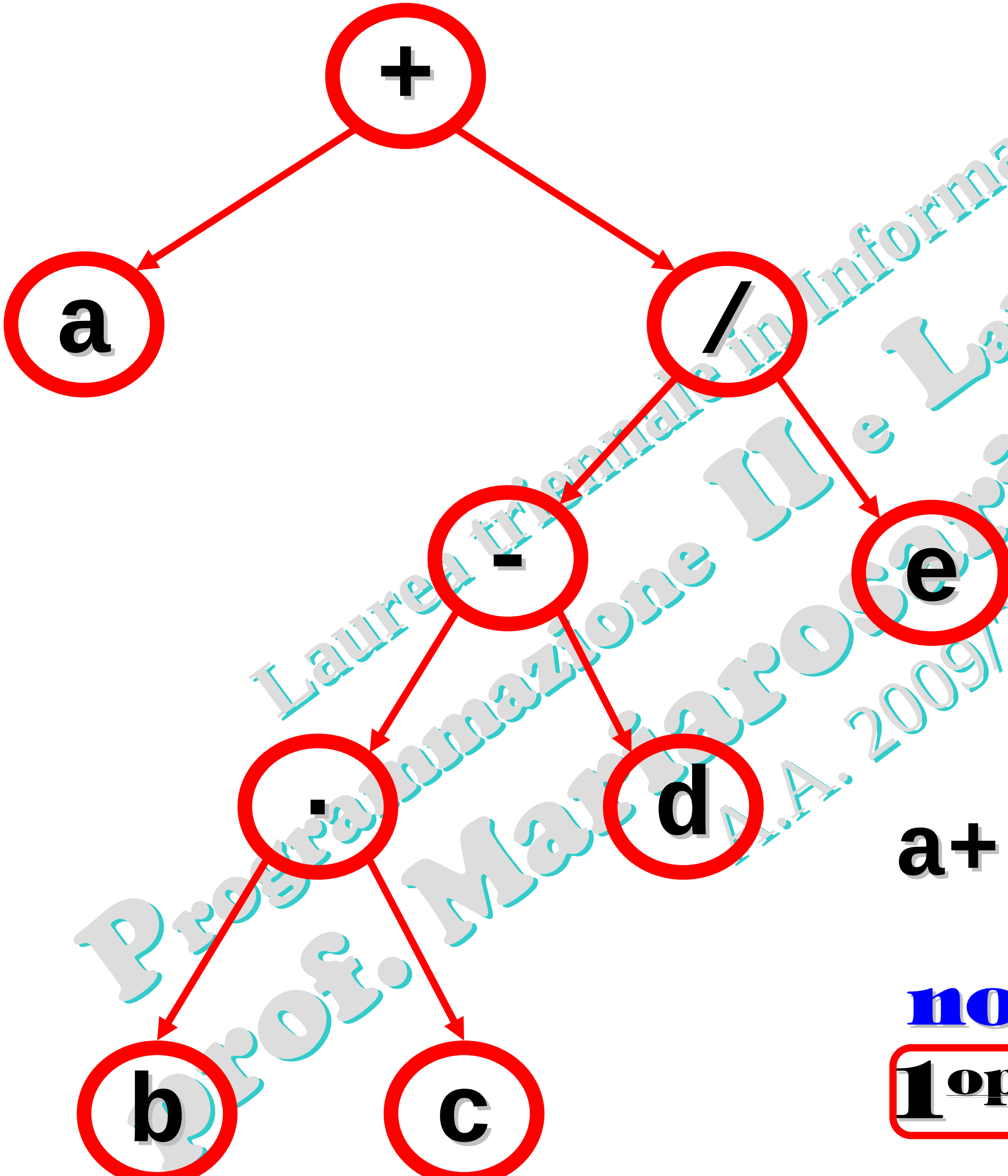
+a(/(-(·bc)d)e)

notazione prefissa

1op 2op   # ∈{+,-,*,/}

notazione polacca diretta

Esempio: (parser) visita inorder di un'espressione aritmetica



$a+(b\cdot c-d)/e$

$a+b\cdot c-d/e$

$=$

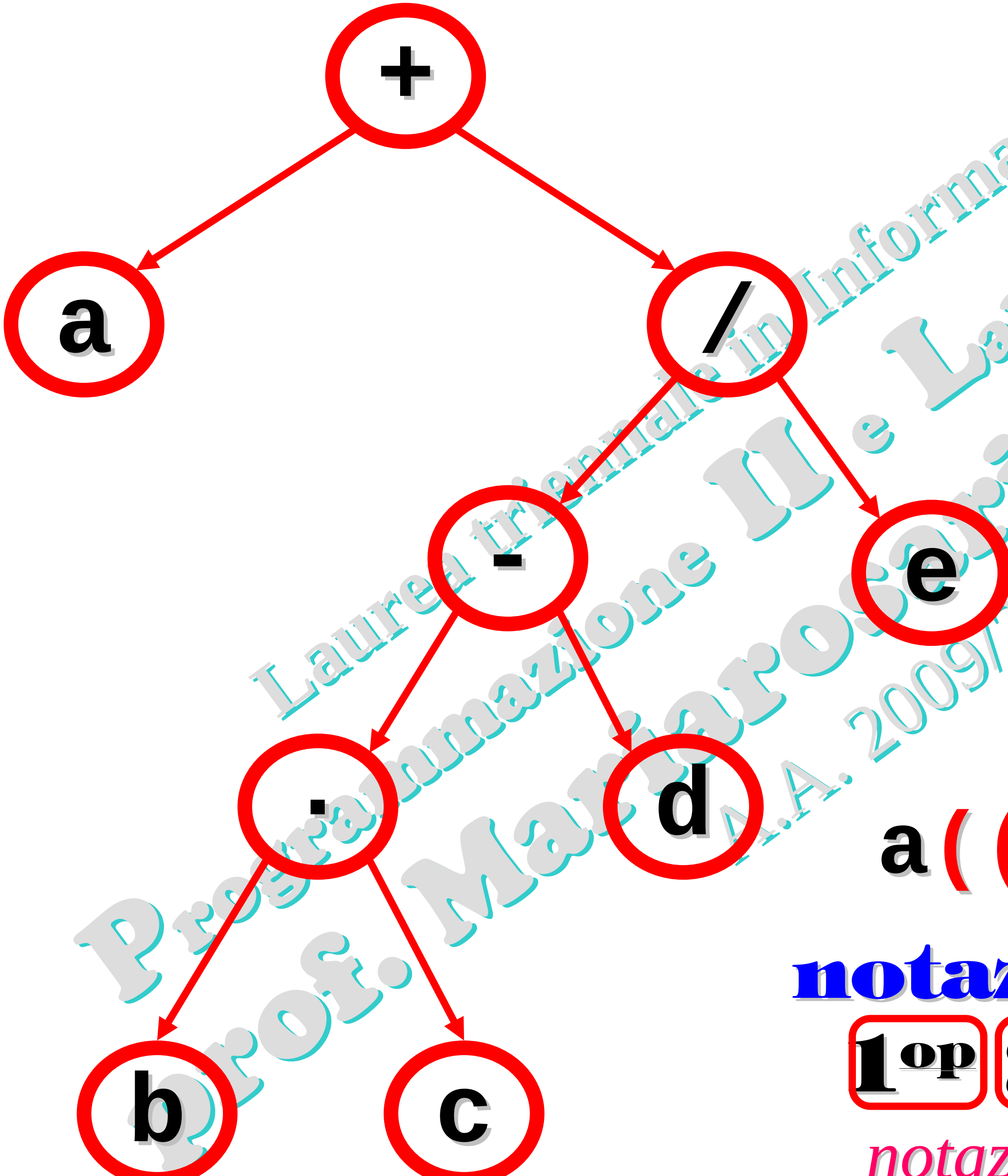
$a+(((b\cdot c)-d)/e)$

notazione infissa

1op # 2op

$\# \in \{+,-,*,/\}$

Esempio: (parser) visita postorder di un'espressione aritmetica



a+(b·c-d)/e

abc·d-e/+

=

a(((bc·)d-)e/)+

notazione postfissa

1op 2op #   # ∈{+,-,*,/}

notazione polacca inversa