

希尔伯特的23个问题

维基百科，自由的百科全书

希尔伯特的23个问题是德国数学家大卫·希尔伯特（David Hilbert）于1900年在巴黎举行的第二届国际数学家大会上作了题为《数学问题》的演讲，所提出23道最重要的数学问题。希尔伯特问题对推动20世纪数学的发展起了积极的推动作用。在许多数学家努力下，希尔伯特问题中的大多数在20世纪中得到了解决。

希尔伯特问题中未能包括拓扑学、微分几何等领域，除数学物理外很少涉及应用数学，更不曾预料到电脑的发展将对数学产生重大影响。20世纪数学的发展实际上远远超出了希尔伯特所预示的范围。

希尔伯特问题中的1-6是数学基础问题，7-12是数论问题，13-18属于代数和几何问题，19-23属于数学分析。

目录

问题解决进度

参阅

文献

外部链接

问题解决进度

以下列出希尔伯特的23个问题，各问题的解答状况可参见各问题条目。

#	主旨	进展	说明
第1题	连续统假设	部分解决	1963年美国数学家保罗·柯恩以力迫法 (forcing) 证明连续统假设不能由策梅洛-弗兰克尔集合论 (无论是否含选择公理) 推导。也就是说, 连续统假设成立与否无法由ZFC确定。
第2题	算术公理之相容性	部分解决	库尔特·哥德尔在1930年证明了哥德尔不完备定理, 但此定理是否已回答了希尔伯特的原始问题, 数学界没有共识。
第3题	两四面体有相同体积之证明法	已解决	答案: 否。 1900年, 希尔伯特的学生 <u>马克斯·德恩</u> 以一反例证明了是不可以的。
第4题	建立所有度量空间使得所有线段为测地线	太隐晦	希尔伯特对于这个问题的定义过于含糊。
第5题	所有连续群是否皆为可微群	已解决	1953年日本数学家山边英彦证明在无“小的子群”情况下, 答案是肯定的 ^[1] ; 但此定理是否已回答了希尔伯特的原始问题, 数学界仍有争论。
第6题	公理化物理	部分解决	希尔伯特后来对这个问题进一步解释, 而他自己也进一步研究这个问题。柯尔莫哥洛夫对此也有贡献。然而, 尽管公理化已经开始渗透到物理当中, 量子力学中仍有至今不能逻辑自治的部分 (如量子场论), 故该问题未完全解决。
第7题	若 b 是无理数、 a 是除0、1之外的代数数, 那么 a^b 是否超越数	已解决	答案: 是。 分别于1934年、1935年由苏联数学家亚历山大·格尔丰德与德国数学家特奥多尔·施耐德独立地解决。
第8题	黎曼猜想及哥德巴赫猜想和孪生素数猜想	未解决	虽然分别有比较重要的突破和被解决的弱化情况, 三个问题均仍未被解决。
第9题	任意代数数域的一般互反律	部分解决	1927年德国的埃米尔·阿廷证明在阿贝尔扩张的情况下答案是肯定的; 此外情况则尚未证明。
第10题	不定方程可解性	已解决	答案: 否。 1970年由苏联数学家尤里·马季亚谢维奇证明。
第11题	代数系数之二次形式	部分解决	有理数的部分由哈塞于1923年解决。
第12题	一般代数数域的阿贝尔扩张	未解决	埃里希·赫克于1912年用希尔伯特模形式研究了实二次域的情形。虚二次域的情形用复乘复乘理论已基本解决。一般情况下则尚未解决。
第13题	以二元函数解任意七次方程	部分解决	1957年苏联数学家柯尔莫哥洛夫和弗拉基米尔·阿诺尔德证明对于单值函数, 答案是否定的; 然而希尔伯特原本可能希望证明的是多值函数的情形, 因此该问题未获得完全解答。
第14题	证明一些函数完全系统 (Complete system of functions) 之有限性	已解决	答案: 否。 1962年日本人永田雅直提出反例。
第15题	舒伯特演算之严格基础	部分解决	一部分在1938年由范德瓦登得到严谨的证明。

#	主旨	进展	说明
第16题	代数曲线及表面之拓扑结构	未解决	
第17题	把有理函数写成平方和分式	已解决	答案：是。 1927年埃米尔·阿廷 (Emil Artin) 解决此问题，并提出实封闭域。 ^{[2][3]}
第18题	非正多面体能否密铺空间、球体最紧密的排列	已解决	1910年比伯巴赫做出“ n 维欧氏几何空间只允许有限多种两两不等价的空间群”；莱因哈特证明不规则多面体亦可填满空间；托马斯·黑尔斯于1998年提出了初步证明，并于2014年8月10日用计算机完成了开普勒猜想的形式化证明，证明球体最紧密的排列是面心立方和六方最密两种方式。
第19题	拉格朗日系统 (Lagrangian) 之解是否皆可解析 (Analytic)	已解决	答案：是。 1956年至1958年Ennio de Giorgi和约翰·福布斯·纳什分别用不同方法证明。
第20题	所有边值问题是否都有解	已解决	^[4]
第21题	证明有线性微分方程有给定的单值群 (monodromy group)	已解决	此问题的答案取决于问题的表述。
第22题	将解析关系 (analytic relations) 以自守函数一致化	已解决	1904年由保罗·克伯和庞加莱取得解决。
第23题	变分法的长远发展	开放性问题	包括希尔伯特本人、昂利·勒贝格、雅克·阿达马等数学家皆投身于此。理查德·贝尔曼提出的动态规划可作为变分法的替代。

参阅

- 大卫·希尔伯特
- 国际数学家大会
- 千禧年大奖难题 (Millennium Prize Problems)
- 斯梅尔问题

文献

- Gray, Jeremy J. The Hilbert Challenge. Oxford University Press. 2000. ISBN 0-19-850651-1.
- Yandell, Benjamin H. The Honors Class. Hilbert's Problems and Their Solvers. A K Peters. 2002. ISBN 1-56881-141-1.
- Thiele, Rüdiger. On Hilbert and his twenty-four problems. (编) Van Brummelen, Glen. Mathematics and the historian's craft. The Kenneth O. May Lectures.

CMS Books in Mathematics/Ouvrages de Mathématiques de la SMC **21**. 2005: 243–295. ISBN 0-387-25284-3

- Dawson, John W. Jr. Logical Dilemmas, The Life and Work of Kurt Gödel. AK Peters, Wellesley, Mass. 1997: A wealth of information relevant to Hilbert's "program" and Gödel's impact on the Second Question, the impact of Arend Heyting's and Brouwer's Intuitionism on Hilbert's philosophy.
- Felix E. Browder (editor), *Mathematical Developments Arising from Hilbert Problems*, Proceedings of Symposia in Pure Mathematics XXVIII (1976), American Mathematical Society. A collection of survey essays by experts devoted to each of the 23 problems emphasizing current developments.
- Matiyasevich, Yuri. Hilbert's Tenth Problem. MIT Press, Cambridge, Massachusetts. 1993: An account at the undergraduate level by the mathematician who completed the solution of the problem. ISBN 0262132958.
- Nagel, Ernest; Newman, James R. Douglas Hofstadter, 编. Gödel's Proof: Edited and with a New Foreword by Douglas R. Hofstadter. New York University Press, NY. 2001. ISBN 0-8147-5816-9.
- Reid, Constance. Hilbert. Springer-Verlag, New York. 1996. ISBN 978-0387946740.

Specific

1. Gotô, Morikuni; Yamabe, Hidehiko. On Continuous Isomorphisms of Topological Groups. Nagoya Mathematical Journal. 1950-06, **1**: 109–111. ISSN 0027-7630. doi:10.1017/s0027763000022881.
2. Artin, Emil. Über die Zerlegung definiter Funktionen in Quadrate. Emil Artin Collected Papers. New York, NY: Springer New York. 1965: 273–288. ISBN 9781461257189.
3. Artin, Emil; Schreier, Otto. Algebraische Konstruktion reeller Körper. Abhandlungen aus dem Mathematischen Seminar der Universität Hamburg. 1927-12, **5** (1): 85–99. ISSN 0025-5858. doi:10.1007/bf02952512.
4. Serrin, James. The solvability of boundary value problems (Hilbert's problem 19). Proceedings of Symposia in Pure Mathematics. 1976: 507–524. ISSN 2324-707X. doi:10.1090/pspum/028.2/0427784.

外部链接

- 评《希尔伯特的23个数学难题》 (<http://math.ntnu.edu.tw/~horng/letter/vol6no10c.htm>)
- 希尔伯特23个问题及解决情况 (http://202.38.126.65/nankaisource/public_html/question/23prob.htm)
- 希尔伯特的23个问题 (<http://www.nhyz.org/psz/%CA%FD%D1%A7%CA%B7/xier.html>)
- 希尔伯特的23个问题（简要） (http://www.mathacademy.com/pr/prime/articles/hilbert_prob/index.asp)

取自 “<https://zh.wikipedia.org/w/index.php?title=希尔伯特的23个问题&oldid=55017719>”

本页面最后修订于2019年6月30日 (星期日) 00:34。

本站的全部文字在[知识共享 署名-相同方式共享 3.0协议](#)之条款下提供，附加条款亦可能应用。（请参阅[使用条款](#)）

Wikipedia®和维基百科标志是[维基媒体基金会](#)的注册商标；维基™是维基媒体基金会的商标。
维基媒体基金会是按美国国内税收法501(c)(3)登记的[非营利慈善机构](#)。