P69.

1. (1) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 7 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & -5 & -3 \\ 0 & 2 & -2 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 7 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -8 & -24 \\ 0 & 0 & -4 & -12 \\ 0 & 1 & 1 & 7 \end{pmatrix}$

$\to \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$\therefore \dim(V_1+V_2)=3$

$\dim(V_1\cap V_2)=1$

2. 证: $\dim V_1+\dim V_2=\dim(V_1+V_2)+\dim(V_1\cap V_2)$

$\dim V_1+\dim V_2=2\dim(V_1\cap V_2)+1$

若 V_1 和 V_2 没有包含关系.

则. $\dim(V_1\cap V_2)\leq \dim V_1-1$

$\dim(V_1\cap V_2)\leq \dim V_2-1$

$1+2\dim(V_1\cap V_2)\leq \dim V_1+\dim V_2-1<\dim V_1+\dim V_2.$

矛盾.

因此必有 $V_1\subset V_2$ 或 $V_2\subset V_1$