P28.

29. 证明：设 $f(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_1x+a_0$

$f(x+1)=b_nx^n+b_{n-1}x^{n-1}+\cdots+b_1x+b_0$.

$b_n=a_n$, $b_{n-1}=na_n+a_{n-1}$,

$b_{n-2}=C_n^2a_n+C_{n-1}^1a_{n-1}+a_{n-2}$,

$b_{n-k}=C_n^ka_n+\cdots+C_{n-i}^{k-i}a_{n-i}+\cdots+a_{n-k}$.

……

$b_0=a_n+a_{n-1}+\cdots+a_0$.

若 $f(x+1)$ 不是本原多项式，则有整数 $d>1$

使 $f(x+1)=d(b_n'x^n+\cdots+b_0')$

其中 $(b_n', b_{n-1}', \cdots, b_0')=1$

于是有 $b_n=a_n=db_n'$. $d\mid a_n$.

$b_{n-1}=na_n+a_{n-1}=db_{n-1}'$，由于 $d\mid a_n$，有 $d\mid a_{n-1}$，

以此类推，有 $d\mid a_i$，$i=0,1,\cdots,n$.

$(a_0, a_1, \cdots, a_n)=1$，$d$ 应该为 1.（矛盾）.

所以 $f(x+1)$ 是本原多项式

30. (1). $2x^5-4x^4-5x^3+10x^2-3x+6$

$=(2x^4-5x^2-3)(x-2)$

$=(2x^2+1)(x^2-3)(x-2)$

$=(2x^2+1)(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})(x-2)$

$\therefore$ 原多项式有有理根 2.

31. (4) $f(x)=1+x+\frac{x^2}{2!}+\cdots+\frac{x^p}{p!}$, ($p$ 为素数)

考虑 $g(x)=p!f(x)=x^p+\frac{p!}{(p-1)!}x^{p-1}+\cdots+p!x+p!$

有 $p\nmid 1$, $p\mid\frac{p!}{(p-1)!}$, $\cdots$, $p\mid p!$ $p^2\nmid p!$

由 Eisenstein 判别法可知, $g(x)$ 在 $\mathbb{Q}$ 上不可约.

因此 $f(x)$ 在有理数域上也不可约.