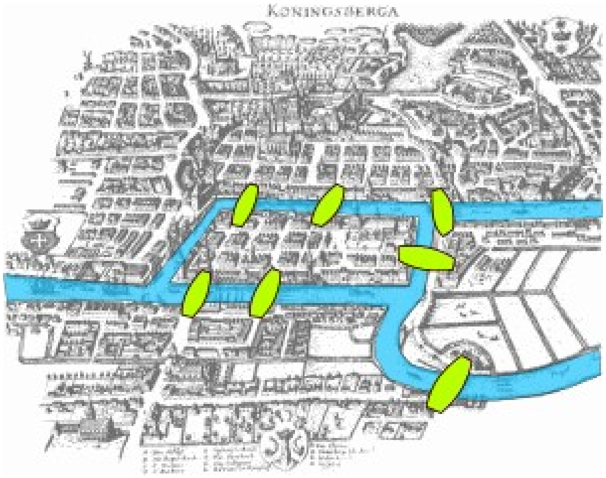
柯尼斯堡七桥问题

维基百科，自由的百科全书

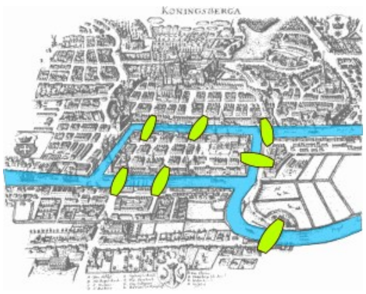


欧拉时代的柯尼斯堡地图，显示了当时七座桥的实际位置。河流和桥梁使用特别的颜色标记出来。

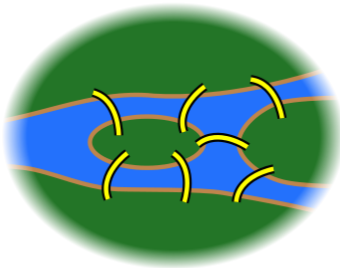
柯尼斯堡七桥问题（Seven Bridges of Königsberg）是图论中的著名问题。这个问题是基于一个现实生活中的事例：当时东普鲁士柯尼斯堡（今日俄罗斯加里宁格勒）市区跨普列戈利亚河两岸，河中心有两个小岛。小岛与河的两岸有七条桥连接。在所有桥都只能走一遍的前提下，如何才能把这个地方所有的桥都走遍？

解决方式

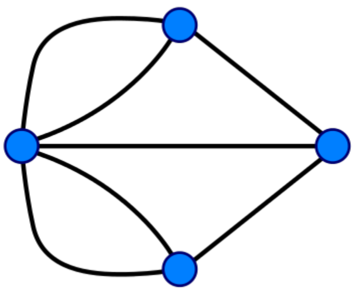
莱昂哈德·欧拉在1735年提出，并没有方法能圆满解决这个问题，他更在第二年发表在论文《柯尼斯堡的七桥》中，证明符合条件的走法并不存在，也顺带提出和解决了一笔画问题[1]。这篇论文在圣彼得堡科学院发表，成为图论史上第一篇重要文献。欧拉把实际的抽象问题简化为平面上的点与线组合，每一座桥视为一条线，桥所连接的地区视为点。这样若从某点出发后最后再回到这点，则这一点的线数必须是偶数，这样的点称为偶顶点。相对的，连有奇数条线的点称为奇顶点。欧拉论述了，由于柯尼斯堡七桥问题中存在4个奇顶点，它无法实现符合题意的遍历。



→



→



欧拉把问题的实质归于一笔画问题，即判断一个图是否能够遍历完所有的边而没有重复，而柯尼斯堡七桥问题则是一笔画问题的一个具体情境。欧拉最后给出任意一种河—桥图能否全部走一次的判定法则，从而解决了“一笔画问题”。对于一个给定的连通图，如果存在超过两个（不包括两个）奇顶点，那么满足要求的路线便不存在了，且有n个奇顶点的

图至少需要n/2笔画出。如果只有两个奇顶点，则可从其中任何一地出发完成一笔画。若所有点均为偶顶点，则从任何一点出发，所求的路线都能实现，他还说明了怎样快速找到所要求的路线。[1]

不少数学家都尝试去解析这类事例。而这些解析，最后发展成为了数学中的图论。

资料来源

1. Janet Heine Barnett, *Early Writings on Graph Theory: Euler Circuits and The KÄonigsberg Bridge Problem* (http://www.cs.berkeley.edu/~christos/classics/euler.pdf) 页面存档备份 (https://web.archive.org/web/20111218160215/http://www.cs.berkeley.edu/~christos/classics/euler.pdf)，存于互联网档案馆