# 代码查看与使用

这里解释一下各个文件所包含的内容, 利于读者查看代码. 由于使用的VScode, 所以自己写了CMakeList.txt和.vscode后build目录下的东西均是自动生成的(如果有比较方便的编译器而不需要自己来手动编译都可忽略). .h与.cpp一一对应, .h申明, .cpp定义. utils.h为使用到的一下基础函数, 包括快速幂, 对权值的初始化(使用高斯分布初始化). utile_other.h 是另外的一些基础模板函数, 均是new出空间和delete掉空间. load_data.h为装载图片的类. layer.h是上文中介绍的网络中各个层的类. network.h为网络结构类. main.cpp为最终训练程序.

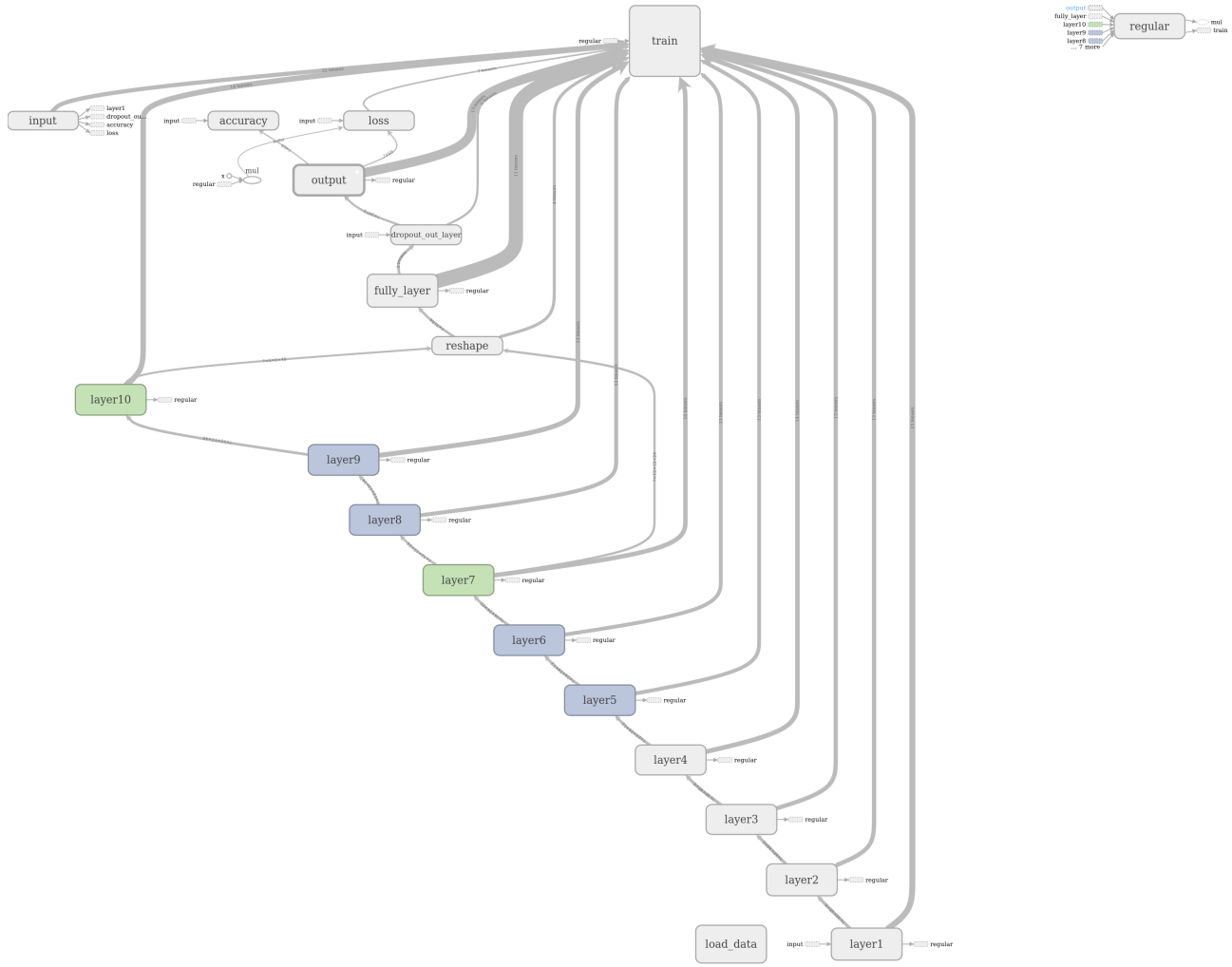
对于已经知道网络实现原理的读者，下面可以不用看了，如果想要了解各个部分实现原理可以继续阅览.

# 缘由:

上学期加入了实验室(实习生), 刚好期末时一门课程大作业为实现班级的人脸识别. 当时使用tensorflow框架完成, 总感觉意犹未尽, 又想加深一下理解, 顺便把落下了近一年的c++给捡起来,于是决定假期回去使用C++手写一遍. 可确实没想到这么困难, 一直到前几天才结束. (感谢写框架还开源的各位大大!!!)

# 网络结构:

我采用了最简单的网络结构, 类似与VGG, 单纯的卷积, 激活,池化的交替进行. 只是在最后的全连接层组合了两级的特征(最后一层卷积和第七层卷积). 由于是完全复现了使用的tensorflow的版本的网络, 所以直接贴当时的图了.




(注意:上图基本试用,但不完全相同, 在手写实现时我主要是为了搞清楚各个部的原理及实现,并未添加对权重系数的正则项, 读者要是想添加也十分简单, 只需要在含有权值的层(修改类)添加一个正则系数,在进行权值优化时减去对应系数一半的权值即可)

# 各个层的原理:

## 卷积层:

卷积层实现了高度的参数共享, 并使得网络对于平移具有不变形. 可以看做一个极其强的先验(网络的整体结构都可看做一个极强的先验, 即用户相信这样的网络可以实现要求).

## 前向传播:

$A^l = Z^{l-1} * W^l + B^l$ (其中$Z^{l-1}$为上一层的输出, $W^l$和$B^l$分别为当前层的卷积核和偏置, 对于小批量而言, Z, W应为四维, B为一维(对应于输出通道)). (Z四通道解释:第一维: 图片数量; 第二维, 第三维: 图片尺寸. 第四维: 通道数.W四通道解释: 第一维,第二维: 卷积核尺寸(常用$3*3, 5*5$); 第三维:输入通道数(即Z的通道数); 第四网维:输出通道,自己设计, 决定网络宽度.b仅一维, 对应于w的输出通道, 即第四维.) 使用二维张量简化表示如下

$A = \begin{pmatrix} z_{00} & \cdots & z_{0n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{m0} & \cdots & z_{mn} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} w_{00} & \cdots & w_{0x} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{y0} & \cdots & w_{yx} \end{pmatrix} + b$卷积运算大家应该都知道(否则自行百度). 为了保证卷积后输入输出尺寸一致, 关键在于填充. 我采用的是0填充方式, 并且默认卷积核尺寸为奇数, 此时对外填充数量为卷积核尺寸的一半(向下取整). 比如 $3*5$ 的卷积核, 则x方向(二维矩阵第一维)向外填充一个0, y方向(对应矩阵第二维)向外填充两个0即可. 注意: 填充并不会影响反向传播, 具体接下来会详细介绍. 此时即完成了前向传播.

## 反向传播:

在解释反向传播之前,我们应该先了解一个求导原则. 若$J = f(y_1, y_1, \cdots, y_n, \theta)$ 且$y_i = g(x, \theta_i)$ 则有 $\frac{\partial J}{\partial x} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial J}{\partial y_i} * \frac{\partial y_i}{\partial x}$ 还有一个则是反向传播的链式求导法则, 比较简单,不明白可以百度. 同时计算反向传播时, $\frac{\partial J}{\partial A^l}$ 应该已经在之前的反向传播中算出.

计算$\frac{\partial J}{\partial W^l}$

$\frac{\partial J}{\partial W^l} = \frac{\partial J}{\partial A^l} * \frac{\partial A^l}{\partial W^l}$ , 对单独的${w^l}_{ij}$ 分析, 有 $\frac{\partial J}{\partial w_{ij}^l} = \sum_{pq} \frac{\partial J}{\partial a_{pq}^l} * \frac{\partial a_{pq}^l}{\partial w_{ij}^l}$ 其中 $p, q$为A内有 $w_{ij}^l$ 部分的元素索引, 根据卷积定义(且滑动均为1)可以得对于每个 $w_{ij}^l$ 具有乘积关系的元素个数均与 $Z^{l-1}$ 所含元素个数相同, 对于处于中间的 $w_{ij}^l$,恰好是整个 $Z^{l-1}$, 其余的 ${w^l}_{ij}$ 取决于其对中间位置的偏移, 对应的则是将 $Z^{l-1}$ 填充后从中心进行对应偏移后的与 $Z^{l-1}$ 大小相同的块. 所以得到 $\frac{\partial J}{\partial W^l} = Z^{l-1} * \frac{\partial J}{\partial A^l}$ 其中也首先对 $Z^{l-1}$ 进行与前向传播时一样的扩充.这是由于前向传播时对 $Z^{l-1}$ 进行了扩充, 对应零的位置应该在反向传播时依然保留,零在前向传播中进行了乘积的运算,反向传播依然要计算.这就是之前所述填充不影响反向传播.

计算$\frac{\partial J}{\partial B^l}$

由前向传播公式可得, 所以$A^l$中的元素均与b有关, 又b系数为1, 所以 $\frac{\partial J}{\partial B^l} = \frac{\partial J}{\partial A^l} * 1 = \sum_{p,q} \frac{\partial J}{\partial A^l}$, 即 $\frac{\partial J}{\partial B^l}$为所有 $\frac{\partial J}{\partial A^l}$元素和.

计算 $\frac{\partial J}{\partial Z^{l-1}}$

$\frac{\partial J}{\partial Z^{l-1}} = \frac{\partial J}{\partial A^l} * \frac{\partial A^l}{\partial Z^{l-1}}$, 同样对于单个元素进行分析, $\frac{\partial J}{\partial {Z^{l-1}}_{ij}} = \sum_{p,q} \frac{\partial J}{\partial a^{pq}} * \frac{\partial a^{pq}}{\partial Z_{ij}^{l-1}}$其中{p,q}为A内有${z^l}_{ij}$部分的元素索引. 由 $A = \begin{pmatrix} z_{00} & \cdots & z_{0n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{m0} & \cdots & z_{mn} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} w_{00} & \cdots & w_{0x} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{y0} & \cdots & w_{yx} \end{pmatrix} + b$ 可以看出A内有$z_{ij}^l$部分的元素. 大部分元素都是W内的全部元素, 少部分(边缘)是W的一部分元素. 且应当注意, 第一个与$z_{ij}^l$相乘的元素为W的右下角的元素, 最后一个与$z_{ij}^l$相乘的元素为W的左上角的元素, 而相乘后的位置由W中心的位置决定(可以看做$z_{ij}^l$不动, W的元素从右下角到左上角依次划过$z_{ij}^l$). 此时得到的与$z_{ij}^l$有关区域与W的大小一致,不过对应区域中与W有关的元素却与W内本身的元素发生了180度的旋转. 于是可以得到$\frac{\partial J}{\partial Z^{l-1}} = \frac{\partial J}{\partial A^l} * rot180(W^l)$ 同样首先对$\frac{\partial J}{\partial A^l}$进行与前向传播时一样的扩充.

# 全连接层

全连接层即是矩阵相乘, 相较于卷积来说也不用扩充, 相比之下简单横多. 推导过程大家可以模仿卷积层的方式, 这里仅仅给出最终结果.

## 前向传播

$A^l = Z^{l-1} W^l + b$

### 反向传播

计算$\frac{\partial J}{\partial W^l}$

$\frac{\partial J}{\partial W^l} = {Z^{l-1}}^T \frac{\partial J}{\partial A^l}$

计算$\frac{\partial J}{\partial B^l}$

$\frac{\partial J}{\partial B^l} = \frac{\partial J}{\partial A^l} * 1 = \sum_{p,q} \frac{\partial J}{\partial A^l}$

计算 $\frac{\partial J}{\partial Z^{l-1}}$

$\frac{\partial J}{\partial W^l} = \frac{\partial J}{\partial A^l} {W^l}^T$

## ReLU层

ReLU层比较简单, 前向传播时记住大于0的位置即可, 前向传播时将小于0的位置置0, 反向传播时将上一层反向传播的输出乘以记录的矩阵即可. 即只需要将前向传播中置零的位置再次置零,其余位置不变即可.

## MaxPooling层

池化层可以有不同的选择, 主要有最大值池化和均值池化. 这里我使用的是最大值池化. 这里为了简化考虑,我默认用户输入满足最大值池化的核尺寸与步长恰好满足约束条件, 不需要零填充. 池化同样可以帮助表示输入的平移不变性. 同时池化是一个降采样的过程, 可以增加之后网络的感受野.

### 前向传播

对于给的核的大小, 选出最大的作为下一层的参数, 同时记录选取的元素的位置.

### 反向传播$\frac{\partial J}{\partial Z^{l-1}}$

将上一层的反向传播的输出作为输入,将其映射回对应的前向传播的输入尺寸, 利用前向传播记录的每个元素的位置进行还原, 未被记录的位置则为0

## Reshape层

这一层也比较简单,前向传播为将输入的四维张量转换为二维向量, 第一维为batch大小, 第二为对应每张图片提取出来的特征. 反向传播相当于前向传播的逆运算, 将输入的二维张量还原成四维张量.

## Dropout层

一般在全连接层的后面,SVM层(也是一个全连接层)的前面都会有一个dropout层(当然卷积后亦可以使用,只不过比较少见), dropout可看做一个正则化的操作, 减少模型的过拟合. 对于dropout能够起到作用的理论解释目前还不完善, 但使用的效果确实很好. 一个比较非正式的解释是在最终分类时减少了提取出的特征数量, 以此来训练模型以保证提取出来的特征更加有效(训练时减去一部分特征,要求网络依然能够正常工作,则要求剩余部分特征足够好, 而每次减去的特征位置都不一样,这就要求所以的特征都要足够好,以此达到训练目的). 注意,虽然会减少特征值的数量,但特征值总体大小应该保持不变(保证训练与测试时一致).dropout在验证和测试时不需要.

## 前向传播

对于输入的一个k(float)数, 我们看做其将整个网络保留特征比例. 由于直接想要保留对应比例实现相对复杂(至少我是不知道咋样确保比例又要随机), 所以我对应每一个特征实施dropout即对每一个点随机生成一个[0, 1]之间的小数, 如果小于k,则该数除以k作为输出,否则置零. 由概率论的知识可以知道, 这样对于整个提取的特征保留比例应该接近k, 当提取的特征数目较多时, 偏差应该不会太多. 在保留与置零时同样要进行记录, 用于反向传播时使用.

## 反向传播

利用前向传播时的记录, 记录的位置除以k即可, 未记录的位置置零.

# 拼接层

当考虑到不同尺度的特征时, 我们可以将网络不同深度提取出来的特征进行拼接, 一起作为最终预测的参数, 或者输入有多个数据, 提取出所以数据的特征后进行拼接, 之后来进行预测. 该层十分简单, 只是简单的将两个矩阵拼接即可, 前向传播反向传播都不困难. 前向传播将不同特征拼接到一起, 反向传播将更高纬的导数拆分还原到不同位置. 需要注意的是, 拆分完之后的几部分都要进行反向传播, 直到几部分最终有合并到同一层(合并到同一层时两部分的导数相加), 或者均到达各自网络的起点为止.

# Softmax层

公式: $softmax(Z)_i = \frac{e^{z_i}}{\sum_j e^{z_j}}$

对于损失函数使用交叉熵, 交叉熵中的$log$ 函数可以使$softmax$ 中的指数抵消掉, 利于训练(具体解释在loss函数部分). 需要注意, $softmax$ 并不是所以时候都试用, 主要用在分类且损失函数为交叉熵的情况下. 交叉熵之外的很多损失函数都不适用于$softmax$ . 具体来说, 不使用对数来抵消$softmax$ 中的指数的损失函数都不适用$softmax$,这是由于当指数函数的变量取值十分小的负值时会造成梯度的消失, 从而无法学习. 当输入值差异变得极端时, 极端大大的值的输出饱和到一, 极端小的值饱和到0, 此时很多基于$softmax$的代价函数也会饱和, 除非代价函数能够转化饱和的激活函数(如交叉熵).

## 前向传播

$softmax(Z)_i = \frac{e^{z_i}}{\sum_j e^{z_j}}$对之前输出的每个元素按照此公式转化.

## 反向传播

$\frac{\partial J}{\partial z_i} = \sum_j \frac{\partial J}{\partial softmax(Z)_j} \frac{\partial softmax(Z)_j}{\partial z_i}$ 其中 $\frac{\partial J}{\partial softmax(Z)_j}$ 为更高层的损失函数反向传播时已经求出来的, 主要问题就是求解 $\frac{\partial softmax(Z)_j}{\partial z_i}$, 根据前向传播公式, 此处求导也不困难. 不过需要分开讨论.

当$i=j$时:

$\frac{\partial softmax(Z)_j}{\partial z_i}=\frac{e^{z_i}*(\sum_j e^{z_j})-e^{z_i}*e^{z_i}}{(\sum_j e^{z_j})^2}=softmax(Z)_i-softmax(Z)_i^2$

当 $i\neq j$时:

$\frac{\partial softmax(Z)_j}{\partial z_i}=\frac{-e^{z_i}*e^{z_j}}{(\sum_j e^{z_j})^2}=-softmax(Z)_i*softmax(Z)_j$

之后再用上述公式即可.

# 损失函数

如前文所述, 我采用的是交叉熵损失函数. 对于交叉熵损失的解释如下(才疏学浅,有很多错误望大佬们多多赐教): 由于整个网络的结构是一个无穷大的先验, 我们认为这个结构最终能够实现我们的分类目标. 因此, 对于网络的输出, 我们希望它们都是正确的, 因此采用最大似然估计的策略来不断优化网络中的参数(最大似然估计详见概率论). 正如我们在学习概率论中最大似然估计时一样, 为了简化计算, 我们会对乘积取$log$以此来简化计算. 损失函数中也依然如此, 更重要的是取$log$之后我们可以将预测的不同类别进行拆分. 然而，虽然我们希望网络输出是正确的, 但并不一定会如此(训练前期往往不会), 而我们利用取$log$之后把想要优化的部分进行了拆分, 这时, 真正的标签就有作用了, 如果是单纯的最大似然估计, 会将所有的预测均进行优化, 错误的同样进行,最后相当于没有优化, 而这时对于每一部分乘以一个正确标签概率(权值, 一般正确的位置是1, 错误是0), 我们就能够知道真正该对哪一部分进行优化, 这里同样可以解释为何$softmax$一般与交叉熵一同使用. $log(softmax(Z)_i)=z_i-log(\sum_j e^{z_j})$这时就可以将$softmax$中的取指数给抵消掉．同时，我们一般要最小化损失函数，因此再在前面乘以负一．

## 前向传播

$loss=-\sum_j y_j^{lab}log(y_j^{pre})$ 其中$y^{lab}$为标签, $y^{pre}$为网络预测.

上式整体没有问题,但是在电脑上运行时可能会报错, 主要原因是当某一个预测值十分小时, 电脑精度达不到, $log$内可能是0, 这是非法的, 因此为了防止这样的事情发生, 应该在内部再添加一个十分小的数来避免非法运算.所以最终公式为

$loss=-\sum_j y_j^{lab}log(y_j^{pre}+1e-8)$

## 反向传播

反向传播比较简单,直接求导即可, 结果为:

$\frac{\partial loss}{\partial y_j^{pre}}=-y_j^{lab}\frac{1}{y^pre_j+1e-8}$

# 优化

我选取的优化算法是能够自适应调整学习率的$Adam$, 由于能力有限，对这个函数原理的知识讲解大家自己百度吧．算法如下：

Require:步长$\epsilon$ (建议步长：0.001)

Require: 矩估计的指数衰减速率,$\rho_1$ 和 $\rho_2$在区间[0,1)内.(建议默认为: 分别为0.9和0.99)

Require: 用于数值稳定的小常数 $\delta$ (建议默认:$1e-8$)

Require: 初始参数$\theta$

初始化一阶和二阶矩变量 $s=0, r=0$

初始化时间步 $t=0$

while 没有达到终止条件do

从训练集中采包含$m$ 的样本$x^{(1)}, \cdots, x^{(m)}$的小批量, 对应标签为 $y^{(i)}$.

计算梯度: $g \leftarrow \frac{1}{m} \bigtriangledown_\theta \sum_i L(f(x^{(i)}, \theta), y^{(i)})$

$t \leftarrow t+1$

更新有偏一阶矩估计：$s \leftarrow \rho_1 s + (1-\rho_1)g$

更新有偏二阶矩估计：$s \leftarrow \rho_2 s + (1-\rho_2)g \odot g$

修正一阶矩的偏差：$\hat{s} \leftarrow \frac{s}{1-\rho_1^t}$

修正二阶矩的偏差：$\hat{r} \leftarrow \frac{r}{1-\rho_2^t}$

计算更新: $\Delta\theta \leftarrow -\epsilon \frac{\hat{s}}{\sqrt{\hat{r}}+\delta}$ (逐元素操作)

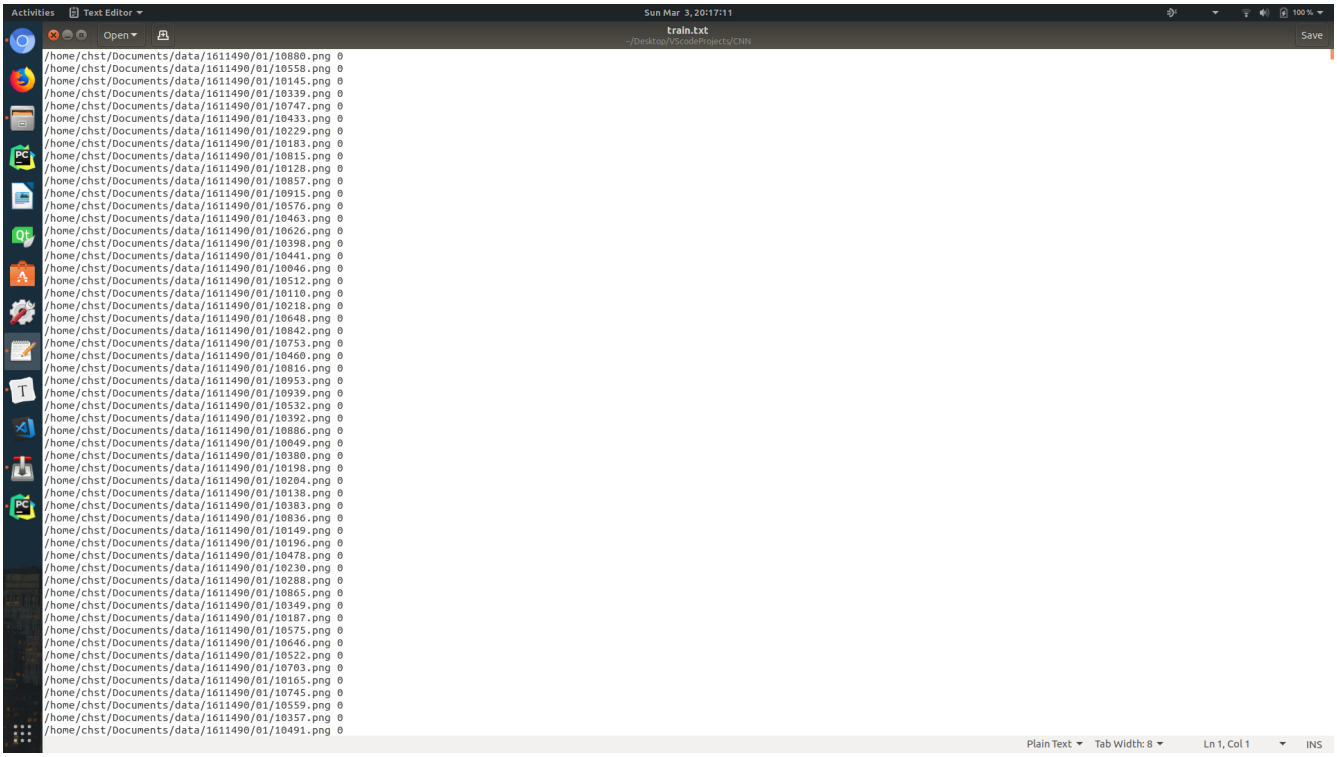
应用更新: $\theta \leftarrow \theta + \Delta\theta$

end while

# 其它问题

## 数据集

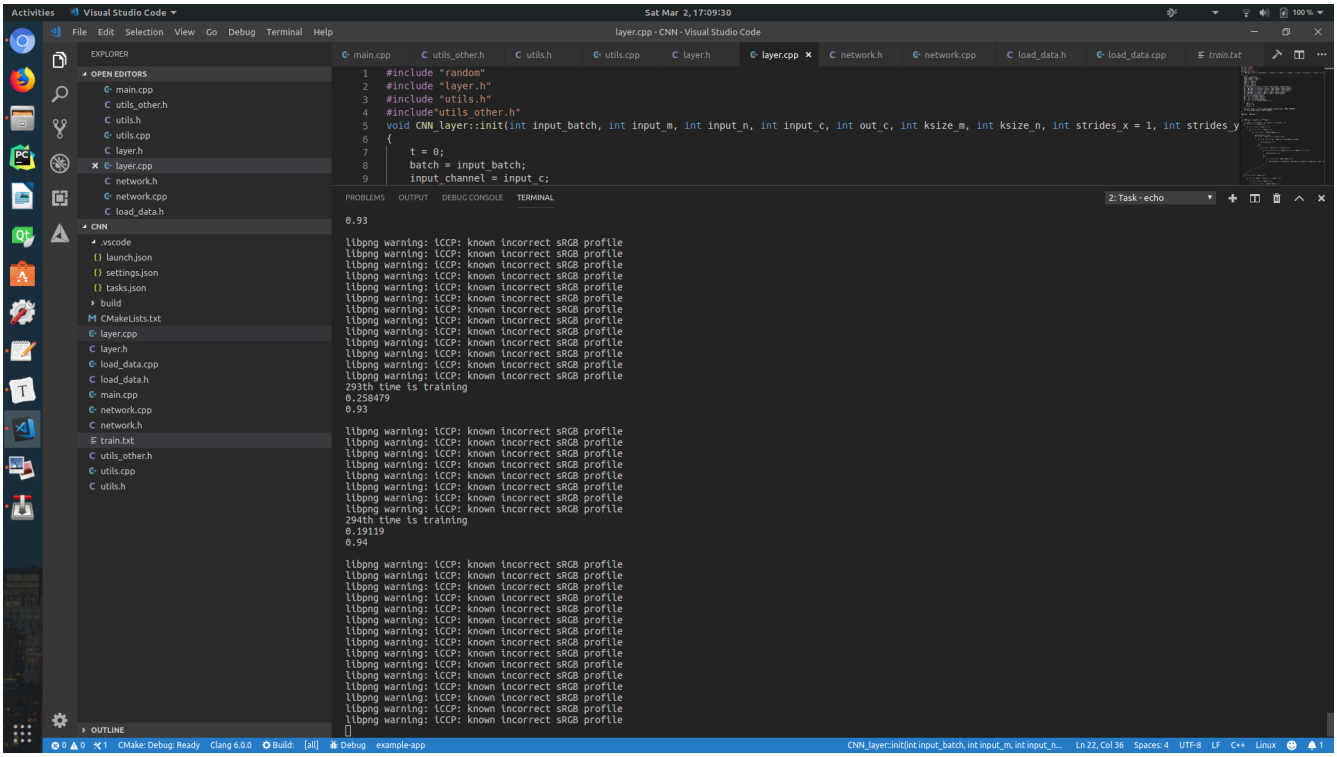
我的数据集为班级同学照片，先生成一个txt文件用于保存图片路径和对应标签．训练时直接读txt内文件路径，使用opencv加载图片．我的txt文件这样的：




其次，在读取数据之后一定要将数据打乱，否则训练效果奇差.

# 代码中的问题

我的代码中卷积层初始化中有提供步长的参数,但实际并没有用, 代码实际步长都是1, 太懒不想删了. 读者可以在自己的代码中删去或者完善使得可以更改步长. 同时, 我的代码还有一个优化算法即含有动量的随机梯度下降. 我自己并没有试效果如何, 所以前文并未介绍(但代码肯定没问题). 还有最重要的一点, 这份代码完全使用CPU进行运算, 所以会十分慢, 建议大家尝试时提供一个比较小的数据集. 我的数据集是1500张照片, 运行二两小时左右才能有一个不错的结果. 当然你可以尝试将代码迁移为使用CUDA加速的版本(作者不会,正在学习). 同时, 这份代码只是为了理解卷积网络内部是如何工作的, 并未追求十分好的效果.因此也没有验证集与测试集. 所以最终效果如下图.




最后, 毕竟才疏学浅, 文章或代码中可能有很多错误, 大家发现希望能够联系我,即时改正. 当然大家如果有什么问题也可以联系我哦.

联系方式 ：

QQ: 2322253097

电话: 15222125166

email: 1611447@mail.nankai.edu.cn

本文主要参考:

深度学习 [美]伊恩·古德费洛等

https://www.cnblogs.com/pinard/p/6494810.html