

Задание:

Доказать сходимость, найти область сходимости функции и вычислить значение на отрезке $[0, 5]$ с шагом 0,5 с заданной точностью.

$$V(x) = \int_0^x \frac{(\cos t - 1)dt}{t}$$

Ряд Тейлора:

$$V(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{2n(2n)!}$$

Это знакопеременный ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n c$, где $u_n \geq 0$. Так как x ограничен, то $\frac{x^{2n+2}}{(2n+2)(2n+2)!} * \frac{2n(2n)!}{x^{2n}} =$

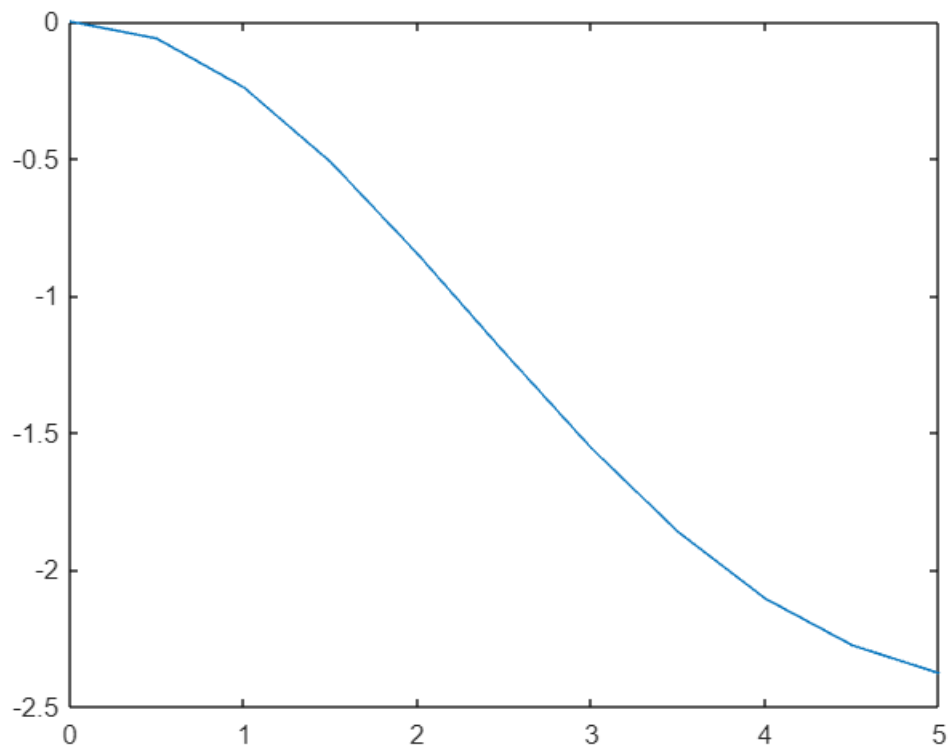
$$\frac{nx^2}{(n+1)(2n+1)(2n+2)} \rightarrow 0 \text{ при } n \rightarrow \infty. \text{ Следовательно, } u_{i+1} < u_i \quad \forall i \in N.$$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{2n}}{2n(2n)!} = \frac{1}{2} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{2n}}{n(2n)!} = 0$ (т.к. x фиксированная, то факториал возрастает быстрее, чем степенная функция) = 0

Следовательно, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{2n(2n)!}$ - ряд Лейбница. \Rightarrow Он сходится на $x \in [0, 5]$.

```
close all
clear all
clc
x = 0:0.5:5;
e = 1e-15;
[y, ki] = intcos(x, e);

figure('Name', 'V(x)');
plot(x, y);
```

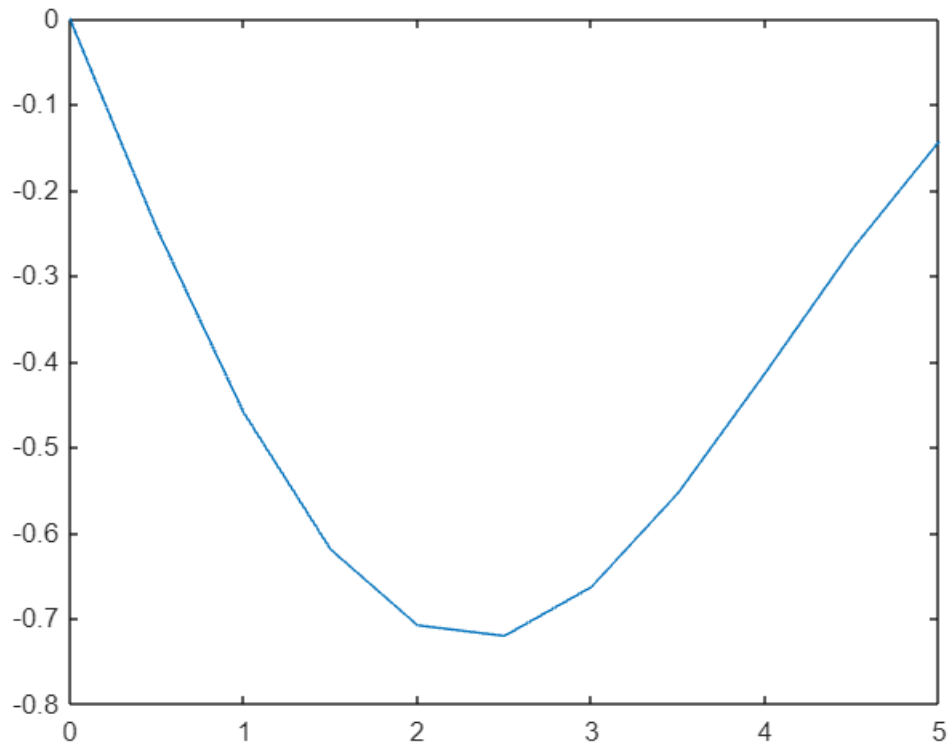


```
VxT = table(x',y',ki', 'VariableNames',{'x','V(x)','k'});
fig = uifigure('Name','V(x)');
uit = uitable(fig,'Data',VxT);
```

x	V(x)	k
0	0	1
0.5000	-0.0619	7
1.0000	-0.2398	9
1.5000	-0.5123	10
2.0000	-0.8474	11
2.5000	-1.2076	12
3.0000	-1.5562	13
3.5000	-1.8621	14
4.0000	-2.1045	15
4.5000	-2.2748	16
5.0000	-2.3767	17

```
[y2, ki2] = funcos2(x, e);
figure('Name','dV(x)');
```

```
plot(x, y2);
```



```
dVxT = table(x',y2',ki2', 'VariableNames',{'x','dV(x)','k'});  
fig = uifigure('Name','dV(x)');  
uit = uitable(fig,'Data',dVxT);
```

x	dV(x)	k
0	0	1
0.5000	-0.2448	8
1.0000	-0.4597	9
1.5000	-0.6195	10
2.0000	-0.7081	12
2.5000	-0.7205	13
3.0000	-0.6633	14
3.5000	-0.5533	15
4.0000	-0.4134	16
4.5000	-0.2691	16
5.0000	-0.1433	17

Функции:

Интегральный косинус

```
function [y,ki] = intcos(x,e)
kmax = 100;
y = zeros(size(x));
ki = y;
for i = 1:numel(x)
    a = -x(i)*x(i)/4;
    sum = a;
    k = 1;
    while(abs(a) >= e) && (k < kmax)
        q = -x(i) * x(i) * k / ((k + 1) * (2 * k + 1) * (2 * k + 2));
        k = k + 1;
        a = a * q;
        sum = sum + a;
    end
    y(i) = sum;
    ki(i) = k;
end
end
```

Производная интегрального косинуса:

```
function [y2,ki2] = funcos2(x,e)
kmax = 100;
y2 = zeros(size(x));
ki2 = y2;
for i = 1:numel(x)
    a = -x(i)/2;
    sum = a;
    k = 1;
    while(abs(a) >= e) && (k < kmax)
        q = -x(i) * x(i) / ((2 * k + 1) * (2 * k + 2));
        k = k + 1;
        a = a * q;
        sum = sum + a;
    end
    y2(i) = sum;
    ki2(i) = k;
end
end
```

Вывод

Мы изучили способ приближения функции с помощью ряда Тейлора. Таким образом, функцию $V(x)$ и $V'(x)$ можно вычислить с помощью ряда Тейлора на отрезке $[0, 5]$ с шагом 0,5 с заданной точностью. Так же написан код, в котором созданы графики и таблицы.