重庆市育才中学 2022 年 联合模拟

题目名称	二进制位	可爱赢数	最小生成链	求求求求	星际战争
输入输出文件名	bit.in/out	number.in/out	msc.in/out	query.in/out	war.in/out
时间限制	1.0 秒	1.0 秒	1.0 秒	1.0 秒	1.0 秒
空间限制	256 MB	256 MB	256 MB	256 MB	256 MB
测试点数目	50	20	25	10	20

- 额外编译指令为 `-std=c++14 -O2 -lm`，不需要为每道题目建立子文件夹。
- 样例文件均在随题面下发的 `down` 目录下，不一定提供规模较大的样例。
- 请一定注意时间的把控以及程序正确性的检查。

你可能需要用到的快速读入与快速输出模板，调用 `read()` 会返回一个读入的 `int` 类型的整数，调用 `write(x)` 可以输出一个 `int` 类型的非负整数：

```
inline int read(){
    int x=0,f=1;
    char ch=getchar();
    while(ch<'0'||ch>'9'){if(ch=='-')f=-1;ch=getchar();}
    while(ch>='0'&&ch<='9'){x=(x<<1)+(x<<3)+(ch^48);ch=getchar();}
    return x*f;
}
int stk[30],tp;
void write(int x){
    do stk[++tp]=x%10,x/=10;while(x);
    while(tp)putchar(stk[tp--]^48);
}
```

二进制位（bit）

题目描述

给定整数 n, k，求最小的正整数 m 满足 $n = \sum_{i=1}^{m}(2^{p_i} + k)$ 或报告其不存在，其中 $p_{1\cdots m}$ 是一个由你决定的任意非负整数序列。

输入格式

第一行两个整数 n, k。

输出格式

若存在合法的 m，则输出一行一个整数表示最小的 m，

样例输入与输出

见 `down/bit` 目录下的样例文件。

数据规模与约定

对于 100% 的数据满足 $1 \le n \le 10^9$，$-1000 \le k \le 1000$，不捆绑测试。

可爱赢数（number）

题目描述

如果一个正整数满足 $x=an+b$（a,b 为给定的常数，n 为任意正整数），则称 x 为「赢数」。

如果一个赢数不能被除了自己以外的任何赢数整除，则称这个数为「可爱赢数」。

请求出前 m 小的「赢数」中有多少个「可爱赢数」。

输入格式

一行三个整数 m,a,b。

输出格式

一行一个整数表示答案。

样例输入与输出

见 `down/number` 目录下的样例文件。

数据规模与约定

对于 20% 的数据，$1\le m\le 1000$。

对于 100% 的数据，$1\le m,a,b\le 10^6$。

最小生成链（msc）

题目描述

定义一张图的生成链是原图的一棵生成树，且这棵树退化成一条链。我们称一条生成链是原图的最小生成链，当且仅当它当中边权最大的边是原图的所有生成链中最小的。

现有一个 n 个点的完全图，点编号为 1 到 n。另给出一个长度为 n 的序列 a_i，完全图中第 i 个点与第 j 个点间的边的边权为 $a_i \oplus a_j$，其中 $\oplus$ 表示异或运算。

请你找出该完全图的最小生成链。但由于答案可能很多，你只需要输出这条最小生成链中边权最大的边的边权即可。

输入格式

第一行输入一个正整数 n，表示这个完全图的点数。第二行输入 n 个非负整数 a_i，表示这个序列。

输出格式

输出一行一个非负整数 w，表示这条生成链中边权最大值。

样例输入与输出

见 `down/msc` 目录下的样例文件。

数据规模与约定

对于 20% 的数据，$n \le 8$；

对于 40% 的数据，$n \le 17$；

对于 60% 的数据，$n \le 10^3$；

对于另外 20% 的数据，$a_i \in [0, 1]$；

对于 100% 的数据，$2 \le n \le 2 \times 10^5$，$0 \le a_i < 2^{60}$。

求求求求（query）

题目描述

给定矩阵 $C_{n\times n}$，求：

$$f_k=\sum_{i=1}^{n-k+1}\sum_{j=1}^{n-k+1}\left(\max_{i\le x\le i+k-1}\max_{j\le y\le j+k-1}C_{x,y}\right)$$

即 f_k 是所有大小为 $k\times k$ 的子矩阵中元素最大值之和，但是数据忘记造 k 了，所以请你对于 $1\le k\le n$ 求出每个整数 k 的 f_k。而且矩阵太大了，输入在时限内完成不了，所以只给你两个正整数数列 $A_{1\cdots n},B_{1\cdots n}$，你需要自己生成矩阵 C，其中对于 $1\le x,y\le n$，$C_{x,y}=A_x\times B_y+x\times B_y+A_x\times y+x\times y$。

输入格式

第一行一个整数 n，第二行 n 个整数 $A_{1\cdots n}$，第三行 n 个整数 $B_{1\cdots n}$。

输出格式

一行 n 个整数，第 k 个整数表示 f_k 对 10^9+7 取模后的值。

样例输入与输出

见 `down/query` 目录下的样例文件。

数据规模与约定

对于 30% 的数据，$n\le 50$；

对于 50% 的数据，$n\le 3\times 10^3$；

对于 100% 的数据，$1\le n\le 10^5$，$1\le A_i,B_i\le 10^9$。

星际战争（war）

题目描述

你是一名优秀的星际指挥官。

某天，你开始检视星际地图，由于你数学很好，所以你定义了一张有许多性质的地图，编号为 i 的星系会向编号为 i 的真约数的星系连边。毫无悬念的，你发动了一场战争。你能够通过跃迁到达敌国任意一个地方。但跃迁引擎需要冷却，跃迁只能用一次。

你会直接占领跃迁到的星系，然后向外占领其他星系。一个星系 u 能攻占星系 v 当且仅当存在星系 u 向星系 v 的直接连边；你能占领星系 v 当且仅当存在一个星系 u 你已占领且星系 u 能攻占星系 v（跃迁到的星系除外）。当然，一个星系无法被重复占领，攻占它的星系是唯一的（跃迁到的星系被直接占领，而不被任何星系攻占）。

但由于你非常强，不满足于占领所有星系，所以给自己占领的星系加了些限制： 由一个星系攻占的所有星系的编号要两两互质。

打完战争后，所有占领的星系间的单向边都被打通成双向边了。但由于你的兵力不足，不能将所有占领的星系都派军镇守。一个星系能派军镇守当且仅当它已占领。又为了保证领土安全，你想到了一个绝佳的主意：派军镇守的星系间不能有直接连边。

派军镇守星系 i 有收益 a_i ，你想知道能获得的最大收益。

形式化地： 给定 n ，定义一个有向图 G ， G 中存在一条有向边 (i,j) 当且仅当 $j|i$ 且 $i\neq j$ 。 对于第 i 个点，点权为 a_i 。定义一颗外向树的权值为这颗外向树的点权最大独立集（外向树为空时权值为 0 ）。 规定外向树 T 是合法的当且仅当所有深度相同的节点的编号两两之间互质。 求所有 G 的联通子图的合法外向生成树 T 的最大权值（子图可以为空集）。

外向树的定义是一棵有根树，满足所有边都是由父亲指向儿子的有向边。

独立集的定义是集合内每两个点之间都没有边，点权最大独立集是点权之和最大的一个独立集。

输入格式

第一行包含一个正整数 n。

第二行包含 n 个整数 $a_{1\cdots n}$。

输出格式

输出包含一行一个整数，表示最大权值。

样例输入与输出

见 `down/war` 目录下的样例文件。

数据规模与约定

对于所有的数据，有 $1 \le n \le 10^6$，$|a_i| \le 10^9$。

测试点	n	特殊性质 **A**	特殊性质 **B**
$1, 2$	≤ 16		
$3, 4$	≤ 500		
$5, 6, 7, 8$	$\le 10^5$		
9	$\le 10^5$	是	
10	$\le 10^5$		是
$11, 12$	$\le 10^6$		
$13, 14$	$\le 10^6$		
$15, 16, 17, 18$	$\le 10^6$		
19	$\le 10^6$	是	
20	$\le 10^6$		是

- 特殊性质 A：对于所有 $1 \le i \le n$，有 $a_i = 1$。
- 特殊性质 B：对于所有 $1 \le i \le n$，有 $a_i = i$。