重庆市育才中学 2022 年 联合模拟

题目名称	国际象棋	困难卷积	点集直径	对称之美	王道征途
输入输出文件名	chess.in/out	hard.in/out	len.in/out	beauty.in/out	king.in/out
时间限制	1.0 秒	1.0 秒	3.0 秒	1.0 秒	1.5 秒
空间限制	256 MB	256 MB	256 MB	256 MB	256 MB
测试点数目	10	10	10	10	10

- 额外编译指令为 `-std=c++14 -O2 -lm`，不需要为每道题目建立子文件夹。
- 样例文件均在随题面下发的 `down` 目录下，不一定提供规模较大的样例。
- 请一定注意时间的把控以及程序正确性的检查。

你可能需要用到的快速读入与快速输出模板，调用 `read()` 会返回一个读入的 `int` 类型的整数，调用 `write(x)` 可以输出一个 `int` 类型的非负整数：

```
inline int read(){
    int x=0,f=1;
    char ch=getchar();
    while(ch<'0'||ch>'9'){if(ch=='-')f=-1;ch=getchar();}
    while(ch>='0'&&ch<='9'){x=(x<<1)+(x<<3)+(ch^48);ch=getchar();}
    return x*f;
}
int stk[30],tp;
void write(int x){
    do stk[++tp]=x%10,x/=10;while(x);
    while(tp)putchar(stk[tp--]^48);
}
```

国际象棋（chess）

题目描述

给出一个 n 行 m 列的棋盘，棋盘是立起来的，也就是说上面的棋子受到重力的作用，即所有棋子位于该列的最下方（也就是说，不在最后一行的棋子下方都有棋子）。

当棋盘上出现 k 子连珠（即横、竖、斜中有连续 k 个子颜色相同）时，游戏结束。

现在给出 t 个操作，每次操作在第 i 列顶端加入一个棋子（若加入该棋子前棋盘上有偶数个棋子则加入的是黑色棋子，否则加入的是白色棋子），问游戏结束时棋盘上有多少个棋子。

保证游戏一定会结束。

输入格式

第一行四个整数 n, m, k, t，接下来 t 行，每行一个数，代表每一次落子的 i。

输出格式

输出一个数，即游戏结束时棋盘上的棋子数量。

样例输入与输出

见 `down/chess` 目录下的样例文件。

数据规模与约定

对于 20% 的数据，$k = 1$；

对于 40% 的数据，$t \le 3$；

对于 70% 的数据，$1 \le n, m, t \le 100$；

对于 100% 的数据，$1 \le n, m \le 10^3$，$1 \le t \le 10^6, 1 \le k \le 9$。

困难卷积（hard）

题目描述

由于曾经是这套题目的第一题，所以是一道困难的卷积题目。

给定整数序列 $a_{1\cdots n}, b_{1\cdots n}$，求：

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left\lfloor\sqrt{|a_i-b_j|}\right\rfloor$$

输入格式

第一行一个整数 n。

第二行 n 个整数表示序列 $a_{1\cdots n}$。

第三行 n 个整数表示序列 $b_{1\cdots n}$。

输出格式

一行一个整数表示答案。

样例输入与输出

见 `down/hard` 目录下的样例文件。

数据规模与约定

对于 10% 的数据，$n \le 2\times 10^3$；

对于另外 20% 的数据，$a_i, b_i \le 2\times 10^3$；

对于 70% 的数据，$n \le 5\times 10^4$，$a_i, b_i \le 10^5$，$\sum a_i, \sum b_i \le 10^6$；

对于 100% 的数据，$1 \le n \le 10^6$，$0 \le a_i, b_i \le 3\times 10^6$，$\sum a_i, \sum b_i \le 10^7$。

点集直径（len）

题目描述

在二维平面中，两个点 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$ 的欧几里得距离 $d(A,B)$ 为 $\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$，定义一个包含 k 个点 $p_{1\cdots k}$，$p_i(x_i,y_i)$ 的点集 S 的直径为 $\max_{1\le i,j\le n}\{d(p_i,p_j)\}$，即两两之间最大的距离。

现在给出由 n 个点 $p_i(x_i,y_i)$ 组成的点集 S_1，但我们不研究 S_1 的直径，而是希望知道，把 S_1 中的每个点 (x_i,y_i) 的其中一维置为 0，即把 (x_i,y_i) 变为 $(x_i,0)$ 或 $(0,y_i)$（每个点的选择独立）之后得到的点集 S_2 的最小直径。你只需要输出这个距离的平方即可，可以证明它一定是一个整数。

输入格式

第一行一个整数 n。

接下来 n 行，每行两个数 (x_i,y_i) 表示一个 S_1 中的点。

输出格式

一行一个整数表示 S_2 的最小直径的平方。

样例输入与输出

见 `down/len` 目录下的样例文件。

数据规模与约定

对于 30% 的数据，$n\le 15$；

对于另外 20% 的数据，$x_i,y_i>0$；

对于另外 20% 的数据，$n\le 10^3$；

对于 100% 的数据，$1\le n\le 10^5$，$|x_i|,|y_i|\le 10^8$。

对称之美（beauty）

题目描述

在简单多边形中，对称轴是对称图形特有的一条直线。将某个对称图形沿着它的对称轴折叠后，原本在对称轴两边的图形将会完全重合。

不过在本题中，我们所研究的却是与简单多边形无关的一个广义上对称图形：杨辉三角。杨辉三角具有对称性，其对称轴即为该三角的中轴线。把这条中轴线在杨辉三角中画出，容易发现，它会经过杨辉三角中奇数行最中间的元素，且会从偶数行的最中间两个数之间穿过。如果我们把杨辉三角的对称轴所经过的数写下来，可以排成一个下标从 0 开始的无穷数列 $a_0 = 1, a_1 = 2, a_2 = 6, \ldots$。

再给定一个质数 p 和一个 $[1, p)$ 内的正整数 m，对于本题，你需要求出：

$$\sum_{i=0}^{p-1} a_i \times m^i \pmod p$$

输入格式

第一有一个整数 T，表示数据组数。

对于每组数据，输入一行两个正整数 p, m。

输出格式

对于每组数据，输出一行一个整数，为所求和式在模 p 意义下的值。

样例输入与输出

见 `down/beauty` 目录下的样例文件。

数据规模与约定

对于 40% 的数据，$p \le 10^5$，$T \le 100$；

对于另外 20% 的数据，$m=1$；

对于 100% 的数据，$1 \le m < p \le 10^{14}$，p 为质数，$1 \le T \le 10^4$。

你可能会用到的数学公式：

$$(a+b)^n = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} a^i b^{n-i}$$

其中 $\binom{n}{m}$ 表示从 n 个元素中无序地选取 m 个元素的方案数，值为 $\frac{n!}{m!(n-m)!}$。

王道征途（king）

题目描述

红茶国有 m 个部落，为了争夺 n 个有灵气的矿洞里的资源，部落之间经常发生冲突。矿洞被标号为 1 到 n，每个矿洞初始都被至多一个部落所占领。平时的矿洞里没有任何有价值的资源，珍贵之物只有在特定的时候才会出现，具体地，依次会有 q 次事件发生，每次事件形如：

- `1 l r x`： x 号部落发起战争，占领了编号为 l 到 r 的矿洞，原先占有这些矿洞的部落将会失去它们，转而由 x 号部落来占领；
- `2 l r x`：编号为 l 到 r 的矿洞灵气爆发，都出现了价值为 x 的宝物。

一旦一个部落占领的矿洞里有宝物，宝物会立即被全部取走。

为了知道哪些部落能成为王，你需要求出 q 次事件发生之后，每个部落分别得到的宝物的价值总和。

输入格式

第一行三个正整数 n,m,q，其中 q 表示事件数量。

第二行 n 个非负整数 a_i，表示第 i 个矿洞一开始所属的部落，若 $a_i=0$，表示这个水井还没有所属的部落。

接下来 q 行，按时间顺序给出这些事件，每行给出四个正整数 opt,l,r,x，意义同题目描述。

输出格式

输出 m 行，每行一个非负整数，第 i 行表示 i 号部落获得的宝物的价值总和。

样例输入与输出

见 `down/king` 目录下的样例文件。

数据规模与约定

对于 10% 的数据，$n, m, q \le 5000$；

对于另外 20% 的数据，$opt = 1$ 时，$l = r$；

对于另外 20% 的数据，$opt = 2$ 时，$l = r$；

对于 100% 的数据，$n, m, q \le 5 \times 10^5$，$a_i, x \le m$，$opt \le 2$，$l \le r \le n$。