

## 构造 (ryx)

首先我们考虑构造出一个使得  $ryx$  尽量多的矩阵。一个方法是每一列从上往下放  $ryxy\ ryxy\ ryxy$  这样循环，每一行就是相同的字符。这样应该还差一点，于是再把最后一行改成  $ryxy\ ryxy\ ryxy$  循环。

然后考虑把一些  $y$  换掉（例如换成  $x$ ，就可以使得所有经过当前  $y$  的  $ryx$  消失，且其他的不受影响）。计算一下换掉一个  $y$  带来的影响，然后贪心即可。

## 游戏 (game)

二分答案  $mid$ ，我们只关注学生能否使得被抓人数  $\leq mid$ 。

那么，所有人数  $\leq mid$  的实验室就无关紧要了，只关心人数为  $a > mid$  的实验室，设同学有  $p$  的概率进入这个实验室，那么如果老师选择进入这个实验室，期望抓到的人数就是  $(1 - p) \times a$ 。

所以我们要求对于任意这样的  $a_i$ ，都有  $(1 - p_i) \times a_i \leq mid$ ，据此可以求出每个  $p_i$  的下界，全加起来看看到不到 1 即可。

实际上已经做完了，不过为了说明题目的严谨性，下面证明这样求出的  $mid$  就是想要的答案。

根据上面的判定，假设有  $m$  个大于  $mid$  的  $a_i$ ，那么  $\sum \frac{a_i - mid}{a_i} = m - mid \sum \frac{1}{a_i} = 1$ ， $mid = \frac{m - 1}{\sum \frac{1}{a_i}}$ 。

给出老师的一种决策：以  $\frac{1}{a_x(\sum \frac{1}{a_i})}$  的概率选择第  $x$  个教室进入，那么其最坏期望能抓到的人数就是：

$$\min(\sum_{i \neq x} \frac{a_i}{a_i(\sum \frac{1}{a_i})}) = \frac{m - 1}{\sum \frac{1}{a_i}} = mid$$

所以根据题目的描述，这就是要求的答案。

当然，根据  $mid = \frac{m - 1}{\sum \frac{1}{a_i}}$ ，可以得出一个不用二分、直接枚举  $m$  的做法。

## 数数 (count)

考虑给你一个排列  $p$ ，如何快速计算所有的  $F$ 。可以将所有  $p_i$  按从小到大的顺序加入，那么假设加入了  $\geq k$  的  $p_i$  后最大连续段长度为  $L$ ，我们令  $F(L), F(L - 1), \dots, F(1)$  都对  $k$  进行  $\text{chkmax}$  即可。时间复杂度  $\mathcal{O}(n\alpha(n))$ 。

反过来，如果有了  $F$ ，那么相当于一些限制条件：加入了所有  $\geq k$  的  $p_i$  后，最大连续段长度恰好为  $L$ 。考虑逆向操作，即删除  $< k$  的  $p_i$ （从小往大删除）。维护当前的连续段情况，每次即选择一条连续段裂开，长度减一。这样做的好处是连续段之间不作区分，可以排序，总状态数即为划分数。直接 DP 即可。

如果是正向加入  $\geq k$  的  $p_i$  可能比较难做。

## 搞药 (dopetobly)

ABO 血型系统是血型系统的一种，把血液分为 A,B,AB,O 四种血型。**血液由红细胞和血清等组成**，红细胞表面有**凝集原**，血清内有**凝集素**。根据红细胞表面有无凝集原 A 和 B 来划分血液类型。红细胞上只有凝集原 A 的为 A 型血，其血清中有抗 B 凝集素；红细胞上只有凝集原 B 的为 B 型血，其血清中有抗 A 凝集素；红细胞上两种凝集原都有的为 AB 型血，其血清中无凝集素；红细胞上两种凝集原皆无者为 O 型，其血清中两种凝集素皆有。有凝集原 A 的红细胞可被抗 A 凝集素凝集；有凝集原 B 的红细胞可被抗 B 凝集素凝集。**配血试验**是两个人分别提供红细胞和血清并将其混合，观察是否有凝集反应。

可以发现，ABCD 的属性分别表示 A,B,AB,O 型血，一条边表示一次配血试验。

设  $a_i, b_i$  分别表示第  $i$  个人的红细胞有无凝集原 A,B。则凝集原 A 和抗 A 凝集素相遇的条件是  $a_x \wedge \neg a_y$ , 凝集原 B 和抗 B 凝集素相遇的条件是  $b_x \wedge \neg b_y$ , 因此每个条件是  $z = (a_x \wedge \neg a_y) \vee (b_x \wedge \neg b_y)$ 。

若  $z = 0$ , 则有  $\neg(a_x \wedge \neg a_y) \wedge \neg(b_x \wedge \neg b_y) = (\neg a_x \vee a_y) \wedge (\neg b_x \vee b_y)$ 。

若  $z = 1$ , 则有  $(a_x \wedge \neg a_y) \vee (b_x \wedge \neg b_y) = (a_x \vee b_x) \wedge (a_x \vee \neg b_y) \wedge (\neg a_y \vee b_x) \wedge (\neg a_y \vee \neg b_y)$ 。

这两种情况都是 2-SAT 的形式, 直接 tarjan 做即可。时间复杂度  $O(n + m)$ 。