

# SSZX NOIP2021 模拟赛

(2021. 10. 16 8:00~12:30)

## 一、题目概况

题目名称	画图	交换	步行	航行
题目类型	传统型	传统型	传统型	传统型
可执行文件名	graph	swap	walk	sail
输入文件名	graph.in	swap.in	walk.in	sail.in
输出文件名	graph.out	swap.out	walk.out	sail.out
每个测试点时限	1s	4s	2.5s	1s
内存限制	128MB	512MB	512MB	512MB
子任务数目	20	20	25	25

## 二、提交源程序文件名

对于 c++ 语言	graph.cpp	swap.cpp	walk.cpp	sail.cpp
-----------	-----------	----------	----------	----------

## 三、编译命令

对于 C++ 语言	-lm -O2 -std=c++11
-----------	--------------------

### 注意事项:

1. 文件名（程序名和输入输出文件名）必须使用英文小写；不需要建立子文件夹。
2. 在 windows 环境评测，硬件环境：Inter\_i5 8G 内存。
3. C/C++ 中函数 main() 的返回值类型必须是 int，程序正常结束时的返回值必须是 0。
4. 若无特殊说明，结果的比较方式为全文比较（过滤行末空格及文末回车）。
5. 程序可使用的栈内存空间限制与题目的内存限制一致。
6. 由于题目的输入和输出量普遍较大，请采用高效的读入和输出方式，例如 getchar(), putchar()。

## 1、画图 (graph.cpp)

### 【题目描述】

小 A 喜欢画画。

这天小 A 拿到了一幅  $n$  个点  $m$  条边的无向图，他打算添加一些无向边使得这个图更加饱满。但是他也不希望破坏这张图的美感，因此他每次添加的边一定满足：

1. 这条边两个端点之间在添加之前不存在直接相连的边，即不能添加一条重边。
2. 在添加这条边之前，这条边的两个端点之间，存在两条简单路径，满足不同时经过起终点之外的所有点。简单路径指不重复经过点和边的路径。

尽管身为小 A 朋友的你并没有欣赏出这张图的美感，小 A 还是希望你计算一下，在可以重复任意次添加过程的情况下，最终这张图最多能有多少条边。

### 【输入格式】

从文件 `graph.in` 读入数据。

第一行两个整数  $n, m$ ，表示这张图的点和边的数量。

接下来  $m$  行，每行两个整数  $u, v (u \neq v)$  表示一条从  $u$  到  $v$  的边，保证不存在重边。

### 【输出格式】

输出到文件 `graph.out` 中。

输出一行一个整数表示这张图边数的最大值。

### 【样例 1 输入】

```
5 5
1 2
2 3
1 4
3 4
1 5
```

### 【样例 1 输出】

```
7
```

### 【样例 1 解释】

由于 1, 2, 3 和 1, 4, 3 这两条路径，所以可以添加 1-3 这条边

由于 2, 1, 4 和 2, 3, 4 这两条路径，所以可以添加 2-4 这条边

可以发现其他的边不可能被添加了，因此加上原有的 5 条边，边数的最大值是 7 条。

### 【样例 2】

见选手目录下的 `graph/ex_graph2.in` 与 `graph/ex_graph2.out`

## 【样例 3】

见选手目录下的 graph/ex\_graph3.in 与 graph/ex\_graph3.out

## 【数据范围】

保证对于所有测试点,  $1 \leq n, m \leq 10^6, 2m \leq n(n-1), 1 \leq u, v \leq n, u \neq v$  输入的图不存在重边, 自环。

测试点编号	$n \leq$	$m \leq$	特殊性质
1	5	5	无
2	10	10	
3		$10^6$	
4	40	40	
5		$10^6$	
6	200	200	A
7		$10^6$	B
8			无
9	2000	2000	A
10		$10^6$	B
11			无
12	$10^5$	$10^5$	A
13			无
14		$10^6$	B
15			无
16	A		
17	B		
18	无		
19			
20			

特殊性质 A: 图是连通的

特殊性质 B: 所有可能的边在输入中出现的概率相同

## 2、交换 (swap.cpp)

### 【题目描述】

小 B 忘记做作业了！昨天的作业是对  $n$  个不同的数从小到大进行排序，然而小 B 作业本上的数依旧是乱序的。老师正在检查作业，还要检查  $m$  个同学就要到达小 B 这里了，检查每个同学的时间都是  $t/m + 10^{-100}$  秒 ( $t$  为本题时限)。

小 B 知道，自己的作业如果做的太差，一定能得到和老师谈心的好机会。不过好在，老师已经把答案写在了黑板上，因此这时小 B 的作业可以看成是一个长度为  $n$  的排列  $a_1, a_2, \dots, a_n$ ， $a_i$  表示小 B 作业中第  $i$  位的数在  $n$  个数中是第  $a_i$  小。而且老师也公布了评分的标准：按字典序评分。也就是说对于两种排序方式，分别为  $p_1, p_2, \dots, p_n$  和  $q_1, q_2, \dots, q_n$ ，设  $x_0 = \min \{x | p_x \neq q_x\}$ ，那么第  $x_0$  位较小的那个排序方式可以获得更高的分数。

由于数字很多，抄已经来不及了。于是小 B 打算使用交换的方式，在老师检查到每个同学的时候，小 B 都会观察出一个区间  $[l, r]$ ，在这个区间内交换两个数不会被老师察觉。小 B 眼疾手快，他观察老师和交换两个数的用时总和是  $10^{-100}$  秒。

小 B 希望每一次交换，他都能选取交换后得分最高，即字典序最小的交换方式。然而他并不能在  $t$  秒中找出答案，于是他向同桌的你求助，希望你能告诉他每一步该如何交换。

### 【输入格式】

从文件 `swap.in` 读入数据。

第一行两个整数  $n, m$  表示序列长度和前面的同学数量。

第二行  $n$  个数， $a_1, a_2, \dots, a_n$ ，表示小 B 作业中每一个数是第几小。

接下来  $m$  行，每行两个数  $l, r$ ，表示小 B 观察出的可以交换的区间为  $[l, r]$ 。

### 【输出格式】

输出到文件 `swap.out` 中。

输出  $m$  行，每行 1 到 2 个整数，如果小 B 不进行交换 (交换两个相同的位置) 就是最优的，请输出 -1，否则输出两个数  $u, v$ ，满足  $l \leq u < v \leq r$ ，表示交换  $u, v$  两个位置是最优的。

### 【样例 1 输入】

```
10 7
7 3 5 4 10 2 1 9 8 6
3 7
5 10
2 5
8 9
6 10
2 4
1 4
```

**【样例1 输出】**

```
3 7
5 6
2 3
8 9
6 7
-1
1 2
```

**【样例1解释】**

初始排列为7, 3, 5, 4, 10, 2, 1, 9, 8, 6

第一次交换[3,7]区间，交换3, 7两个位置之后变为7, 3, 1, 4, 10, 2, 5, 9, 8, 6

而如果采用其他可能的第一步交换方案，前两个位置仍然是7,3, 第三个位置都 $> 1$ ，因此一定不优，所以交换3, 7。后面的步骤结束后排列分别为：

```
7, 3, 1, 4, 2, 10, 5, 9, 8, 6
7, 1, 3, 4, 2, 10, 5, 9, 8, 6
7, 1, 3, 4, 2, 10, 5, 8, 9, 6
7, 1, 3, 4, 2, 5, 10, 8, 9, 6
7, 1, 3, 4, 2, 5, 10, 8, 9, 6
1, 7, 3, 4, 2, 5, 10, 8, 9, 6
```

值得注意的是，第六步交换，[2,4]区间中的数是1, 3, 4, 已经处于最优状态，因此不交换是最优的，故输出-1。

**【样例2】**

见选手目录下swap/ex\_swap2.in与swap/ex\_swap2.out

**【样例3】**

见选手目录下swap/ex\_swap3.in与swap/ex\_swap3.out

## 【数据范围】

保证对于所有测试点,  $1 \leq n, m \leq 10^6$ ,  $a_1, a_2, \dots, a_n$  是 1 到  $n$  的一个排列,  $1 \leq l \leq r \leq n$

测试点编号	n, m ≤	特殊性质
1	10	无
2	50	
3	100	
4		
5	1000	
6		
7	5000	
8		
9	5 × 10 <sup>4</sup>	A
10		无
11	3 × 10 <sup>5</sup>	B
12		A
13		无
14		
15	10 <sup>6</sup>	A
16		B
17		无
18		
19		
20		

特殊性质 A: 排列  $a$  的逆序对数  $\leq 100$

特殊性质 B: 排列和询问区间都在所有可能中等概率随机。

### 3、步行 (walk.cpp)

#### 【题目描述】

小C喜欢步行，只有缓慢的步行，小C才能沉浸于其中，享受旅途中那些美好的瞬间。

小C来到了一座新的城市生活，这座城市可以看成 $n$ 个点， $n - 1$ 条长度为1的无向边连接的连通图，也就是说这个城市的结构是一棵树。小C计划在这个城市旅行，他对这个城市的每一个节点都进行了初步的了解，并制定了一个旅行计划，他按照自己的兴趣等因素，为每一个节点设定了游览次数 $v_i$ ，表示他计划在第 $i$ 个节点游览多少次。

在这之后，小C想要找出一个游览序列。游览序列是一个长度为 $S = \sum_i v_i$ 的序列，对于 $i \in [1, n]$ ， $i$ 在序列中出现 $v_i$ 次，设这个序列为 $A$ 。确定序列后小C将会沿着 $A_1, A_2, \dots, A_S$ 的顺序步行游览，每次从一个点走最短路径到下一个点，并最终从 $A_S$ 返回 $A_1$ ，游览序列中相邻的两位以及 $A_S, A_1$ 可以相同，这个时候小C的步行距离为0。小C喜欢步行，因此他希望他的总步行距离尽可能长。

小C发现这一座城市还会时常发生交通管制事件，在这样的情况下，一条原有的道路会无法通行，还会有一条临时道路出现，管制过程中这座城市依旧连通。小C会告诉你 $m$ 次这样的事件，希望你告诉他在这 $m$ 种管制情况下，他的最长步行距离分别是多少。然而小C的信息也有可能是错的，例如无法通行的道路不存在，或者管制后的城市不连通，这时你需要告诉他这条信息是错误的。

#### 【输入格式】

从文件walk.in读入数据。

第一行两个整数 $n, m$ ，表示城市的点数与小C提供的事件数。

第二行 $n$ 个数， $v_1, v_2, \dots, v_n$ 表示每个点的游览次数。

接下来 $n - 1$ 行，每行两个整数 $u, v$ 表示一条连接 $u, v$ 的道路，保证这些道路构成一棵树。

接下来 $m$ 行，每行四个整数 $x_1, y_1, x_2, y_2$ 依次表示小C的每一条信息，这条信息为管制 $x_1, y_1$ 之间的道路，并临时添加 $x_2, y_2$ 之间的道路。

#### 【输出格式】

输出到文件walk.out中

由于输出量可能较大，对于错误的信息，我们认为问题的答案是0，最后请输出所有问题答案的异或和，即c++中的运算"^"。

#### 【样例1输入】

```
6 4
1 1 4 5 1 4
1 2
2 3
1 4
4 5
4 6
1 2 1 3
1 4 2 6
1 4 2 4
1 6 3 6
```

【样例1输出】

38

【样例1解释】

初始的城市，如图1：

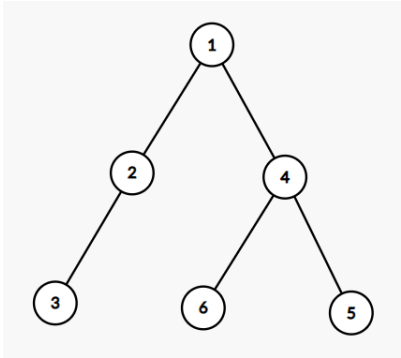


图1

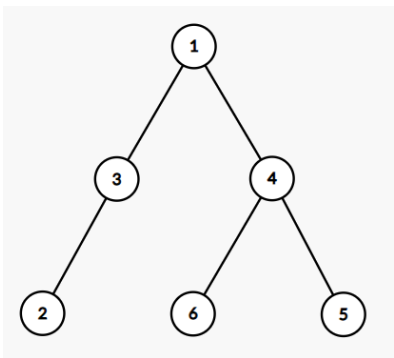


图2

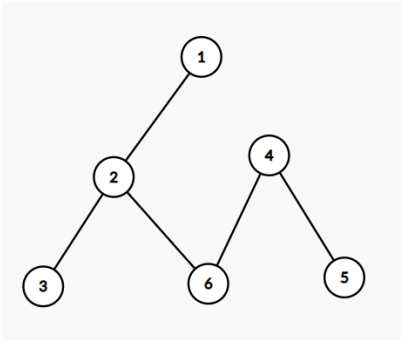


图3

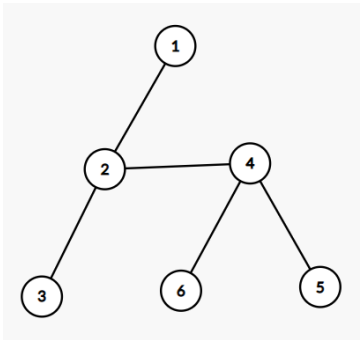


图4

第一次询问中，如图2，去掉1, 2边连接1, 3边，此时答案为34，一种最优的游览序列是1, 5, 2, 6, 3, 4, 6, 4, 3, 4, 6, 4, 3, 6, 3, 4。

第二次询问中，如图3，去掉1, 4边连接2, 6边，此时答案为36，一种最优的游览序列是1, 6, 5, 6, 2, 6, 4, 6, 3, 4, 3, 4, 3, 4, 3, 4。

第三次询问中，如图4，去掉1, 4边连接2, 4边，此时答案为32，一种最优的游览序列是1, 4, 4, 4, 4, 5, 2, 6, 3, 6, 3, 6, 3, 6, 3, 4。

第四次询问中，由于1, 6边在原图中并不存在，因此小C的信息错误，答案为0  
四次答案34, 36, 32, 0的异或和为38，故输出38。

【样例2】

见选手目录下walk/ex\_walk2.in与walk/ex\_walk2.out

【样例3】

见选手目录下walk/ex\_walk3.in与walk/ex\_walk3.out

该样例满足数据范围中特殊性质A



## 【样例4】

见选手目录下walk/ex\_walk4.in与walk/ex\_walk4.out

该样例满足数据范围中特殊性质B

## 【样例5】

见选手目录下walk/ex\_walk5.in与walk/ex\_walk5.out

该样例满足数据范围中特殊性质C

## 【样例6】

见选手目录下walk/ex\_walk6.in与walk/ex\_walk6.out

## 【数据范围】

保证对于所有的测试点,  $1 \leq n \leq 3 \times 10^5, 1 \leq m \leq 1.5 \times 10^6, 1 \leq v_i \leq 10^8$ 。

设  $S = \sum_i v_i$ , 则  $1 \leq S \leq 10^{12}$ 。

$1 \leq u, v \leq n$ , 所有  $n-1$  条道路构成一棵树。

$1 \leq x_1, y_1, x_2, y_2 \leq n$ , 请注意本题并不保证  $x_1 \neq y_1$  以及  $x_2 \neq y_2$ 。

测试点编号	$n \leq$	$m \leq$	$S \leq$	特殊性质
1	5		10	无
2	10			
3	20		100	
4	50			
5	100		$10^{12}$	
6	500			
7	1000			$10^{12}$
8	3000			
9	5000			
10	$5 \times 10^4$		A	
11			无	
12	$10^5$		B	
13			无	
14	$3 \times 10^5$		A	
15			B	
16			C	
17			无	
18	$3 \times 10^5$	$7 \times 10^5$	C	
19		$1.5 \times 10^6$	无	
20			A	
21			B	
22			C	
23		10		无
24		$10^{12}$		
25				

特殊性质A:  $\forall_{2 \leq i \leq n} i$  与  $\lfloor i/2 \rfloor$  之间存在边。

特殊性质B: 每个点的度数不超过2

特殊性质C:  $\{x_1, y_1\} \cap \{x_2, y_2\} \neq \emptyset$

#### 4、航行 (sail.cpp)

### 【题目描述】

小D迷失在了茫茫的大海，这片海的形态十分特殊，海在南北方向无限延伸，宽度可视为无限，而东西方向的宽度为 $n$ ，因此可以把这片海分成从西到东 $n$ 个区域。如下图：

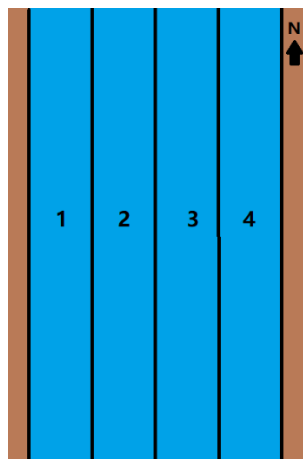


图5:  $n = 4$ 时的一个例子

小D已经漂流太久了,他只想快点上岸,因此小D的船在南北方向的速度可以忽略不计了。小D拥有这片海的记录,通过查阅资料,他得知对于从西往东第*i*片海,每个时刻有 $p_i\%$ 的概率刮起东风,另外的时刻则是西风。

具体来说，小D第0个时刻初始速度为0，接下来每一个时刻，设小D所在位置为 $x$ ，速度是 $v$ （以向右为正方向），首先如果这个时刻位置 $x$ 吹东风，那么 $v$ 减少1，否则 $v$ 增加1，然后 $x$ 变为 $x + v$ 。如果在一个时刻结束后 $x < 1$ 或者 $x > n$ 那么视为在这个时刻上岸了，上岸之后就会停止漂流。例如在图5中，如果小D第 $i$ 个时刻在位置3速度为1，那么有 $p_3\%$ 吹东风，速度 $v$ 变为0，而 $x$ 就仍为3，有 $(100 - p_3)\%$ 概率吹西风，这时 $v$ 变为2， $x$ 就变为5，那么小D就在第 $i$ 个时刻上岸，结束了漂流。

现在小D想让你计算一下他上岸的期望时间，由于小D并不知道他在海的哪个位置，于是他想让你对于每个位置都计算答案。由于时间可能很长，你只需要告诉小D答案  $\text{mod } 998244353$  的值。可以证明答案如果存在，一定是一个有理数，设之为  $\frac{P}{Q}$ ，那么你的输出  $ans$  应该满足  $0 \leq ans < 998244353, ans \times Q \equiv P \text{ mod } 998244353$ 。特别的如果小D期望下需要无限的时间才能上岸，输出  $-1$

### 【输入格式】

第一行一个整数 $n$ 。

第二行 $n$ 个整数，表示 $p_1, p_2, \dots, p_n$ 表示每个位置吹东风的概率。

### 【输出格式】

一行 $n$ 个整数，表示每个位置的答案。

**【样例1输入】**

2  
50 50

**【样例1输出】**

2 2

**【样例1解释】**

不难发现两个位置在静止状态下上岸的期望时间应该是相同的，设为 $x$ 。

如果在第一个位置吹东风，那么直接上岸，如果吹西风则会到达第二个位置。此时如果再吹西风则上岸，吹东风就会留在2，且速度减到0，还需要 $x$ 时间上岸。因此有：

$$x = \frac{1}{2} + 2 \times \frac{1}{4} + \frac{1}{4}(x + 2), \text{ 解得 } x = 2$$

**【样例2输入】**

5  
100 100 0 100 0

**【样例2输出】**

1 2 -1 -1 1

**【样例2解释】**

不难发现起始位置确定的情况下，小D的行动轨迹已经确定：

1起始：1-上岸

2起始：2-1-上岸

3起始，4起始：在3,4之间循环

5起始：5-上岸

**【样例3】**

见选手目录下sail/ex\_sail3.in与sail/ex\_sail3.out

该样例满足数据范围中特殊性质A

**【样例4】**

见选手目录下sail/ex\_sail4.in与sail/ex\_sail4.out

该样例满足数据范围中特殊性质B

**【样例5】**

见选手目录下sail/ex\_sail5.in与sail/ex\_sail5.out

## 【数据范围】

保证对于所有测试点， $1 \leq n \leq 500, 0 \leq p_i \leq 100$

测试点编号	$n \leq$	特殊性质
1	1	A
2	2	
3	3	
4	4	
5	5	B
6	10	A
7		
8	15	
9		
10	20	
11		无
12	30	A
13		无
14	40	B
15		A
16		无
17	80	A
18	100	无
19	150	B
20	200	A
21	250	无
22	300	B
23	350	A
24	400	无
25	500	

特殊性质A:  $p_i$  在所有可行的值中等概率随机。

特殊性质B:  $p_i \in \{0, 100\}$