

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
МОРСКОЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

А.И. СЕТИН

ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ

*Утверждено советом университета
в качестве учебного пособия*

г. Санкт - Петербург
2003

ББК 32.972
УДК 681.3

Сетин А.И. **Цифровая обработка сигналов:** Учебное пособие. СПб.: Изд. центр СПбГМТУ, 2003. - 205с.

В настоящем пособии изложен материал курса “Техника цифровой обработки сигналов”, читаемого студентам дневной и вечерней форм обучения специальностей 14.10 и 21.03 Санкт-Петербургского Государственного Морского Технического Университета. В пособии рассмотрены основные алгоритмы цифровой обработки сигналов, аппаратные и аппаратно-программные способы реализации устройств цифровой обработки, включающие цифровую фильтрацию, согласованную обработку, корреляционный и спектральный анализ.

Рассмотрены функциональные узлы и их применение для построения устройств цифровой обработки сигналов. Приведены характеристики, подробно описаны архитектуры, системы команд (ассемблер), особенности программирования и применения процессоров цифровой обработки сигналов (сигнальных процессоров) второго и третьего поколений семейства TMS320 для решения основных задач цифровой обработки сигналов.

Ил. 170. Таб. 26. Библиогр.: 16 назв.

Рецензенты:

И.Л. Дорот, канд. техн. наук, доцент СПбГТУ

П.В. Семашкевич, канд. техн. наук., гл. специалист ФГУП ЦНИИ
«Гидроприбор»

ISBN

© СПбГМТУ
2003

ВВЕДЕНИЕ

Цифровая обработка сигналов (ЦОС) касается обработки сигналов, которые можно представить в виде последовательности чисел.

В начале 60-х годов многие методы ЦОС разрабатывались с целью использования цифровых систем для моделирования аналоговых. В результате значительная часть теории дискретных систем строилась по образу теории аналоговых систем. Но с течением времени обнаружилось, что хотя цифровые системы могут очень хорошо моделировать аналоговые системы, они способны на гораздо большее.

Под влиянием этого обстоятельства, а также мощного толчка, обусловленного технологией изготовления аппаратных средств, методы ЦОС получили интенсивное развитие. Многие из используемых в настоящее время методов ЦОС не имеют эквивалентов в аналоговой технике. Цифровые методы отличаются от аналоговых мощностью и гибкостью. Цифровые системы могут быть адаптивными, их легко перестраивать. Цифровые алгоритмы без особых проблем переносятся с одних комплектов микросхем на другие. Они с равным успехом могут использоваться для обработки сигналов, представляющих собой как временные, так и пространственные функции.

Цифровые сигналы могут храниться в неизменном виде неограниченное время. Для решения многих задач цифровые методы оказываются дешевле по сравнению с аналоговыми, а в ряде случаев они просто незаменимы.

Преобразование непрерывных сигналов в цифровые позволяет использовать для их обработки микропроцессоры и специализированные вычислители, которые в более общем виде называют устройствами ЦОС.

Устройства ЦОС - это устройства, реализующие тот или иной алгоритм цифровой обработки. Преимущества устройств ЦОС по сравнению с аналоговыми устройствами основаны на преимуществах цифровых микросхем по сравнению с аналоговыми, среди которых можно отметить следующие:

- характеристики устройств ЦОС абсолютно стабильны и не изменяются при изменении внешних условий (температуры, влажности, давления и т.д.), пока все элементы устройства сохраняют свою работоспособность;

- высокая точность обработки сигналов и контролируемая погрешность обработки, которую можно уменьшить, увеличивая число разрядов, используемых для представления отсчётов цифровых сигналов;

- возможность реализации ряда операций и алгоритмов принципиально не реализуемых с помощью аналоговых элементов (например, режекторный фильтр с полным подавлением на единственной частоте может быть реализован только цифровыми методами. Нереально достичь подобных результатов с помощью аналоговых фильтров);

- возможность запоминания и задержки на неограниченное время больших массивов информации, быстрого и точного ее воспроизведения;

- повторяемость цифровых систем – характеристики цифровых цепей никак не меняются от устройства к устройству;

- удобство сопряжения с компьютером.

Устройствам ЦОС свойственны и недостатки :

- дополнительные погрешности, возникающие при аналого-цифровом и цифро-аналоговом преобразованиях;

- большая, по сравнению с аналоговыми устройствами, потребляемая мощность и массогабаритные параметры (хотя возможно и обратное).

Устройства ЦОС должны работать в реальном масштабе времени. Это означает, что все вычисления, в соответствии с которыми построен алгоритм цифровой обработки, должны укладываться в интервал времени не превышающий шага дискретизации входного сигнала. В связи с этим одним из важных вопросов при выборе устройства обработки является вопрос быстродействия.

Процессоры цифровой обработки сигналов (сигнальные процессоры), специально разработанные для решения задач ЦОС, позволяют резко сократить как аппаратные затраты, так и потребляемые мощности разрабатываемых устройств. Сфера применения сигнальных процессоров (Digital Signal Processor - DSP) достаточно широка: робототехнические комплексы, компьютеры, автомобили, спутники, ракеты, торпеды и другие системы, где требуется сверхвысокое быстродействие.

Снижение цен, расширение функций и упрощение программирования в последнее время способствуют внедрению DSP в различные виды средств связи: высокоскоростные модемы в системах телекоммуникаций; средства распознавания речи в

системах управления голосом; средства кодирования речи и уплотнения каналов в системах сотовой радиотелефонной связи; средства сжатия изображений в системах видеотелефонной связи; цифровые коммутаторы для АТС.

1. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ И КОДИРОВАНИЕ СИГНАЛОВ

1.1. ФОРМЫ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ СИГНАЛОВ

Первоначально в радио - и гидролокации использовались сигналы исключительно аналогового типа (рис.1.1а). Такие сигналы позволяли с успехом решать относительно несложные задачи. Эти сигналы просты, их несложно генерировать, принимать и обрабатывать.

Разнообразие методов обработки и возросшие к ним требования заставили искать новые принципы построения устройств. На смену аналоговым стали в ряде случаев приходить импульсные системы, работа которых основана на использовании дискретных сигналов. Простейшая математическая модель дискретного сигнала $x_d(n)$ - это счетное множество точек на оси времени, в каждой из которых определено значение функции $x(t)$ (рис.1.1в). Разность $\Delta t_d = (t_{i+1} - t_i)$ - называют шагом дискретизации (рис.1.1б). Как правило он постоянен. Для преобразования аналоговых сигналов в дискретные используются устройства выборки - хранения (УВХ). Таким образом, дискретизация - это выборка мгновенных значений из непрерывно изменяющихся данных.

Одно из преимуществ дискретных сигналов по сравнению с аналоговыми заключается в отсутствии необходимости воспроизводить сигнал непрерывно во времени. Это дает возможность, например, по одной линии передавать данные от разных источников, разделяя их во времени.

Операцию дискретизации, т.е. переход от аналогового сигнала $x(t)$ к дискретному $x_d(n)$ можно описать, введя в рассмотрение обобщенную функцию $\eta(t)$, называемую дискретной последовательностью:

$$\eta(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - n \cdot \Delta t_d), \text{ где } \delta(t) - \text{дельта функция Дирака.}$$

Очевидно, что дискретный сигнал представляет собой скалярное произведение функций $x(t)$ и $\eta(t)$:

$$x_d(n) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(t) \cdot \delta(t - n \cdot \Delta t_d)$$

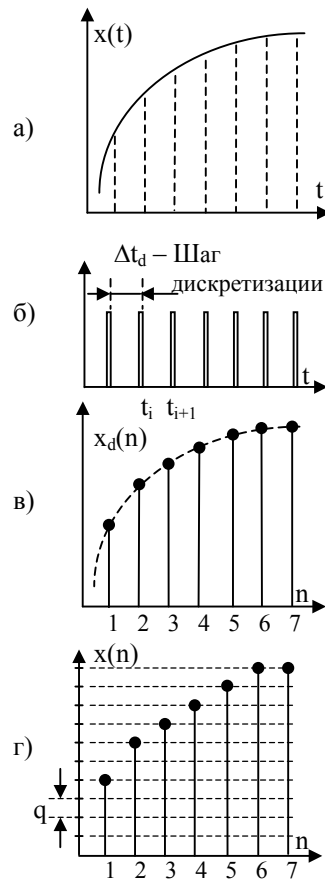


Рис.1.1. Преобразование
аналогового сигнала в
цифровой.

- а) аналоговый сигнал
- б) сигнал дискретизации
- в) дискретный сигнал
- г) цифровой сигнал

Особой разновидностью дискретных сигналов являются цифровые сигналы $x(n)$ (рис.1.1г). В отличие от дискретного сигнала амплитуда цифрового сигнала может принимать только определенное значение. Поэтому говорят, что он квантован по уровню.

Квантование сигнала по уровню осуществляется аналого-цифровым преобразователем (АЦП). В АЦП мгновенное значение сигнала квантуется по уровню таким образом, что интервалом квантования (т.е. минимальной разностью между двумя соседними уровнями квантования) служит единица младшего разряда АЦП - q .

Точное значение цифрового сигнала в двоичном коде имеет вид:

$$x(n) = \sum_{B=0}^{\infty} \alpha_B \cdot 2^{-B}, \text{ где } \alpha_B = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$$

Квантование сигнала по уровню приводит к появлению специфической погрешности - шум квантования. Для снижения этой погрешности необходимо увеличивать разрядность АЦП.

1.2. ЛОГИЧЕСКАЯ СТРУКТУРНАЯ СХЕМА ПРЕОБРАЗОВАНИЯ СИГНАЛОВ

Логическая структурная схема преобразования аналоговых сигналов в цифровые представлена на рис.1.2. В ее состав входят: дискретизатор, квантователь и кодер.

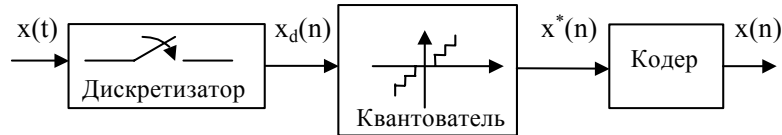


Рис.1.2. Логическая структурная схема преобразования сигналов

Если частота дискретизации f_d существенно превышает частоту синусоидального сигнала f_s (рис.1.3а), то можно гарантировать, что информация не будет пропущена. По отсчетам можно восстановить сигнал, почти такой же, как оригинал. В результате дискретизации аналогового сигнала его спектр изменяется (спектр сигнала повторяется с частотой дискретизации). Вокруг частот, кратных частоте дискретизации, появляются новые частоты: $f_d - f_s$, $f_d + f_s$, $2f_d - f_s$, $2f_d + f_s$ и т.д. То есть дискретизация подобна модуляции.

Уменьшение частоты дискретизации приводит к уменьшению количества отсчетов на период сигнала. В частотной области, по мере уменьшения частоты дискретизации, разностная частота $f_d - f_s$ будет располагаться всё ближе и ближе к частоте сигнала f_s . Предел наступит, когда $f_d = 2f_s$ (рис.1.3б). Дальнейшее уменьшение частоты дискретизации приведет к перекрытию частот (наложению спектров).

Выбор шага дискретизации производится на основе теоремы Котельникова (в иностранной литературе имеет название – теорема о предельной частоте Найквиста), в соответствии с которой любой произвольный сигнал, спектр которого не содержит частот выше f_b [Гц], может быть однозначно восстановлен, если известны отсчетные значения этого сигнала, взятые через равные промежутки времени $1/2 \cdot f_b$ [с]. То есть частота дискретизации (частота Найквиста) f_d должна выбираться из условия: $f_d \geq 2 \cdot f_b$.

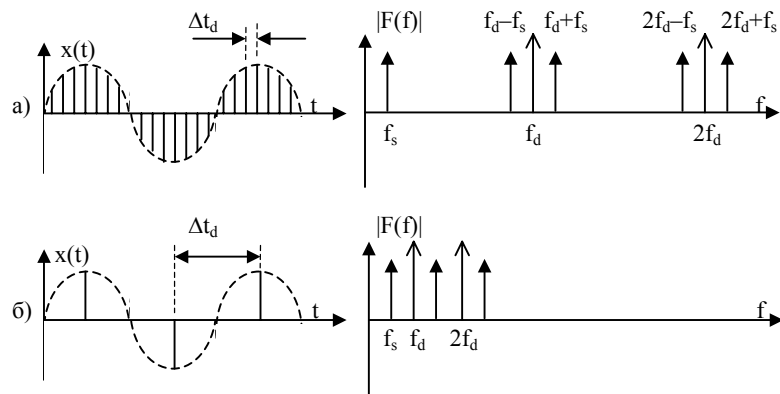
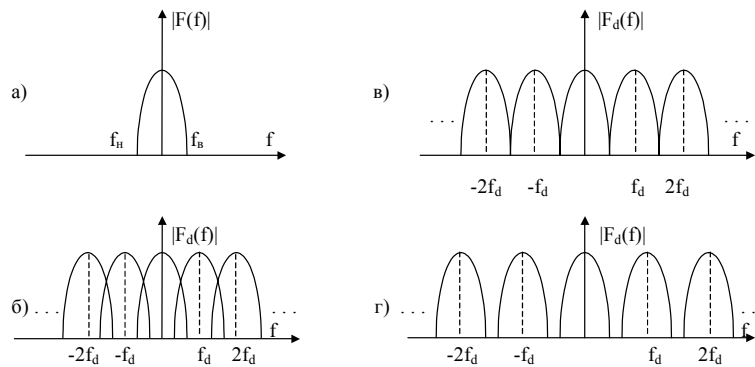


Рис.1.3. Дискретизация гармонического сигнала.

а) $f_d \gg f_s$, б) $f_d = 2f_s$

Реальные сигналы содержат множество частотных составляющих. Для исключения наложения повторяющихся спектров частота дискретизации реальных сигналов должна выбираться с учетом верхней частоты f_B в спектре сигнала. Пусть входному сигналу $x(t)$ соответствует спектральная функция $F(f)$ (рис.1.4а). На рис.1.4 б,в,г показаны спектры дискретного сигнала при различных соотношениях между частотой дискретизации f_d и верхней частотой сигнала f_B (рис.1.4б - $f_d < 2 \cdot f_B$, рис.1.4в - $f_d = 2 \cdot f_B$, рис.1.4г - $f_d > 2 \cdot f_B$).

Рис.1.4. Спектральные функции: а) аналогового сигнала, б) дискретного сигнала при $f_d < 2 \cdot f_B$, в) дискретного сигнала при $f_d = 2 \cdot f_B$, г) дискретного сигнала при $f_d > 2 \cdot f_B$

Если $f_d < 2 \cdot f_b$, происходит наложение высокочастотной и низкочастотной частей повторяющихся спектров, вызывающее искажение сигнала (рис.1.4б).

На практике верхние (с незначительной энергией) частоты в спектре сигнала обычно отфильтровывают с помощью первичных аналоговых полосовых (ПФ) или низкочастотных (ФНЧ) фильтров, а частоту дискретизации выбирают $f_d = (2.5 \div 4) f_b$. Дальнейшее увеличение частоты дискретизации приводит к увеличению стоимости оборудования.

Ранее рассмотренный случай дискретизации характерен для низкочастотных сигналов (видеосигналов или огибающих сигналов). Если полоса дискретизируемого сигнала ограничена первой зоной Найквиста (рис.1.5а), то его частотные компоненты повторяются в остальных зонах Найквиста. Когда полоса сигнала лежит во второй зоне Найквиста (рис.1.5б), в первой зоне содержится вся частотная информация о сигнале, за исключением местоположения частотных компонентов на частотной оси и порядка их следования (изменить порядок можно на выходе анализатора спектра). Если же полоса сигнала располагается в третьей зоне Найквиста, в первой зоне нет обращения частот (рис.1.5в).

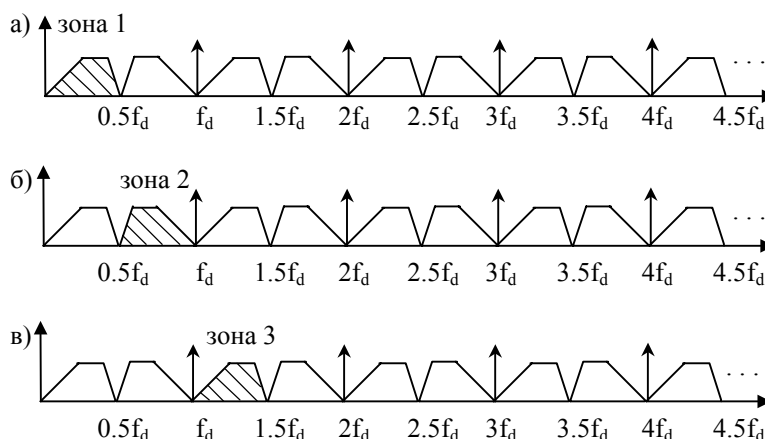


Рис.1.5. Дискретизация узкополосных сигналов

Таким образом, в не зависимости от того, в какой из зон Найквиста лежит полоса дискретизируемого сигнала, её точное

представление (за исключением обращения частот) располагается в первой зоне Найквиста. Такую дискретизацию называют субдискретизация.

Вывод: Для сохранения информации о сигнале частота дискретизации должна быть больше либо равна удвоенной ширине его полосы: $f_d \geq 2\Delta f_c$.

При дискретизации полоса сигнала должна быть ограничена одной зоной Найквиста. Т.е. она не должна перекрывать частоту $k \cdot f_d/2$. Эту функцию и выполняет первичный аналоговый фильтр.

Квантователь осуществляет квантование дискретного сигнала по уровню с шагом квантования q . Квантование сигнала по уровню вызывает появление ошибки квантования, называемой шум квантования. В простейшем случае, если сигнал $x(t)$ представляет собой линейно нарастающую функцию (рис.1.6а), ошибка квантования $e(n)$ (рис.1.6б) представляет собой разницу между этой функцией и ступенчатой передаточной характеристикой квантователя.

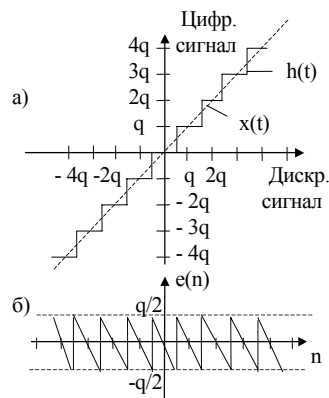


Рис.1.6. Механизм образования шума квантования. а) характеристика преобразования идеального АЦП, б) шум квантования

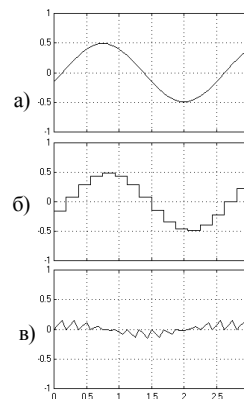


Рис.1.7. Шума квантования гармонического сигнала а) аналоговый сигнал, б) квантованный сигнал, в) шум квантования

Максимальное значение ошибки квантования не превышает половины младшего разряда АЦП - q . Вес младшего разряда q определяется отношением между максимальным напряжением на входе АЦП U_{\max} (опорным напряжением $U_{\text{оп}}$ АЦП), не

вызывающим переполнения его разрядной сетки, и количеством уровней преобразования: $q = U_{\max} / 2^{(B-1)}$.

Для примера на рис.1.7 показан шум квантования, образующийся после дискретизации гармонического сигнала.

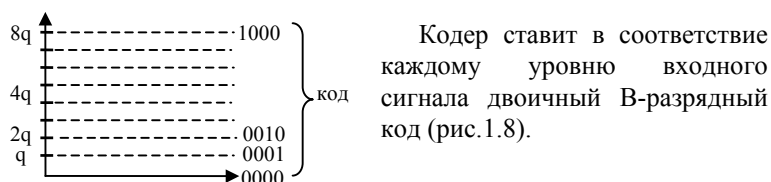


Рис.1.8. Двоичное кодирование цифрового сигнала

1.3. КОДИРОВАНИЕ ЧИСЕЛ В УСТРОЙСТВАХ ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

Для кодирования чисел в устройствах ЦОС используются три основных двоичных кода: прямой, обратный, дополнительный.

Код числа содержит B разрядов. Старший разряд служит для фиксации знака числа и называется знаковым разрядом. Остальные разряды - числовые.

Формат представления чисел может быть целочисленный или дробный. Различия этих форматов заключается в форме представления числовых разрядов (мантиссы).

В целочисленном формате значащие числовые биты выравниваются по правому краю, а «лишние» старшие разряды заполняются значением знакового разряда (происходит *расширение знака*). Расширение знака характерно для чисел двойной длины, представленных в дополнительном коде.

Пример представления целых 8-разрядных чисел со знаком в прямом коде.

а) положительное число

7	6	5	4	3	2	1	0
0	0	1	0	0	1	1	1
знак	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0

десятичный эквивалент: $+(2^5+2^2+2^1+2^0) = 39$

а) отрицательное число

7	6	5	4	3	2	1	0
1	0	1	0	0	1	1	1
знак	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0

десятичный эквивалент: $-(2^5+2^2+2^1+2^0) = -39$

В дробном формате значащие числовые биты выравниваются по левому краю, а «лишние» младшие разряды обнуляются. После знакового бита фиксируется условная точка, отделяющая целую часть (равную нулю) от дробной.

Пример представления дробного 8-разрядного числа со знаком в прямом коде.

7	6	5	4	3	2	1	0
0	0	1	0	0	1	1	1
знак	2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}	2^{-4}	2^{-5}	2^{-6}	2^{-7}

десятичный эквивалент: $+(2^{-2}+2^{-5}+2^{-6}+2^{-7}) = 0.3046875$

В соответствии с двумя типами представления данных различают сигнальные процессоры с целочисленной и дробной арифметикой. В некоторых современных сигнальных процессорах формат представления чисел может быть выбран путем установки соответствующего бита в регистре состояния.

Далее рассмотрим целочисленный формат.

Прямой код

Правило кодирования: в знаковый разряд записывается «0» для положительных чисел и «1» для отрицательных чисел, числовые разряды соответствуют числовым разрядам исходного числа:

$$A_{\text{пр}} = \begin{cases} 0. a_{B-2} \dots a_1 a_0 ; & A \geq 0 \\ 1. a_{B-2} \dots a_1 a_0 ; & A < 0 \end{cases}$$

Пример: $0.10100 = +20_{10}$
 $1.1101 = -13_{10}$

Обратный код

Правило кодирования: для положительных чисел совпадает с прямым кодом $A_{\text{обр}} = A_{\text{пр}}$; для отрицательных чисел в знаковый разряд кода записывается «1», а числовые разряды инвертируются:

$$A_{\text{обр}} = \begin{cases} 0. \overline{a_{B-2}} \dots \overline{a_1 a_0} ; & A \geq 0 \\ 1. \overline{a_{B-2}} \dots \overline{a_1 a_0} ; & A < 0 \end{cases}$$

Пример: $0.10100 = +20_{10}$
 $1.1101 = -2_{10}$

Дополнительный код

Правило кодирования: для положительных чисел совпадает с прямым кодом $A_{\text{доп}} = A_{\text{пр}}$; для отрицательных чисел в знаковый разряд записывается «1», числовые разряды инвертируются и к младшему разряду добавляется 1:

$$A_{\text{доп}} = \begin{cases} 0. \overline{a_{B-2}} \dots \overline{a_1 a_0} ; & A \geq 0 \\ 1. \overline{a_{B-2}} \dots \overline{a_1 a_0} + 2^0 ; & A < 0 \end{cases}$$

Пример:

Представить число (-25) в дополнительном коде.

прямой код		дополнительный код	
1.11001	→	+ 1.00110	
		+ <u>1</u>	
		1.00111	
- 25 ₁₀		= 1.00111	

Смещенный код является частным случаем дополнительного кода и отличается от последнего только инверсией знакового разряда.

	Смещенный код	Дополнительный код
+Вся шкала	1.111111	0.111111
+Вся шкала - 1	1.111110	0.111110
↓	↓	↓
0+1 мл. разряда	1.000001	0.000001
0	1.000000	0.000000
0- 1 мл. разряда	0.111111	1.111111
↓	↓	↓
- Вся шкала +1	0.000001	1.000001
- Вся шкала	0.000000	1.000000

1.4. ОГРАНИЧЕНИЕ РАЗРЯДНОСТИ ОБРАБАТЫВАЕМЫХ ДАННЫХ

В процессе вычислений, производимых в устройствах ЦОС, очень часто возникает необходимость на каком-то промежуточном этапе вычислений ограничить разрядную сетку результата. Для этого можно воспользоваться усечением или округлением.

Округление

Для округления числа $x(n)$ до B разрядов исходное M -разрядное число ($B < M < \infty$) заменяется на ближайшее B -разрядное $x_{\text{окр}}(n)$. Т.е. округление соответствует выбору ближайшего уровня квантования. При округлении возникает ошибка, равная

$$e_{\text{окр}}(n) = x_{\text{окр}}(n) - x(n), \quad \text{причем } -q/2 \leq e_{\text{окр}}(n) \leq q/2.$$

Ошибка округления распределена равномерно, математическое ожидание (МО) ошибки округления равно нулю (рис.1.9).

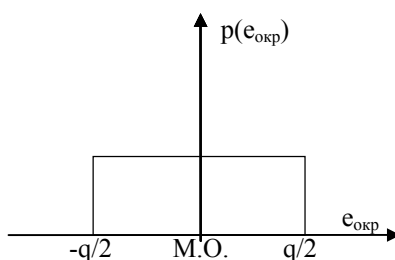


Рис.1.9. Распределение ошибки округления

Пример: $x(n) = \underbrace{0.0011}_{B} \underbrace{11110}_{A}$, после округления $x_{\text{окр}}(n) = 0.0100$.
 $\underbrace{\hspace{1.5cm}}_M$

Усечение

При усечении M -разрядного числа до B разрядов младшие ($M-B$) разрядов исходного числа отбрасываются.

При усечении также возникает ошибка:

$$e_{\text{ус}}(n) = x_{\text{ус}}(n) - x(n), \quad \text{причем } -q \leq e_{\text{ус}}(n) \leq 0.$$

При усечении разрядности большого массива данных ошибка усечения накапливается, математическое ожидание смещается влево (рис.1.10).

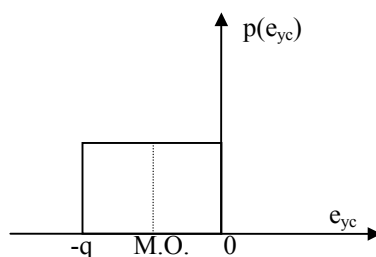


Рис.1.10. Распределение ошибки усечения

Пример: $x(n) = \underbrace{0.0011}_{\text{B}} \underbrace{11110}_{\text{A}}$, после усечения $x_{yc}(n) = 0.0011$.

2. АЛГОРИТМЫ ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

Среди многообразия алгоритмов цифровой обработки сигналов основными являются:

- цифровая фильтрация;
- корреляционная обработка;
- согласованная фильтрация;
- спектральный анализ;
- адаптивная обработка.

Алгоритмы ЦОС основываются на вычислении выражения типа свертка. Для ее вычисления применяются прямые методы, а также методы, основанные на вычислении преобразований Фурье.

2.1. СВЕРТКА

Известно, что линейная стационарная система (рис.2.1) преобразует непрерывный входной сигнал $x(t)$ в соответствии с интегралом Дюамеля таким образом, что на ее выходе возникает колебание $y(t)$, равное

$$y(t) = \int_0^{\infty} x(\tau) \cdot h(t - \tau) d\tau \quad (2.1)$$

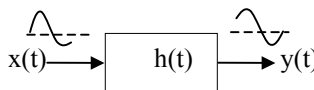


Рис.2.1. Линейная система

Цифровая же система (рис.2.2), представляющая собой дискретную систему, преобразует последовательность дискретных входных отсчетов $x(n)$ в последовательность дискретных выходных отсчетов $y(n)$ в соответствии с выражением свертка:

$$y(n) = \sum_{m=0}^{\infty} x(m) \cdot h(n-m) \quad (2.2)$$

или

$$y(n) = \sum_{m=0}^{\infty} x(n-m) \cdot h(m), \quad (2.3)$$

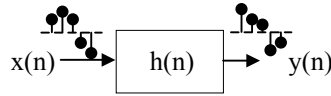


Рис.2.2. Дискретная система

где $h(t)$, $h(m)$ - импульсные характеристики, соответственно аналоговой и дискретной систем.

Свертка имеет важное значение в теории ЦОС. Она используется в цифровой фильтрации, при вычислении авто- и взаимокорреляционных функций и т.д.. Различают несколько видов свертки, но основными являются: линейная и циклическая свертка.

Наиболее эффективные алгоритмы разработаны для вычисления циклической свертки. Она определяется соотношением:

$$y(n) = \sum_{m=0}^{N-1} x(n-m) \cdot h(m), \quad (2.4)$$

где $x(n)$, $h(m)$ - конечные последовательности, $n = \overline{0, N-1}$; $m = \overline{0, N-1}$.

Свертку можно вычислять прямыми методами и на основе преобразования Фурье (дискретного преобразования Фурье - ДПФ).

Возможность вычисления циклической свертки с использованием ДПФ вытекает из свойства преобразования Фурье: Фурье-образ произведения двух временных сигналов эквивалентен свертке произведений от каждого из сомножителей и, наоборот, свертка сигналов во временной области соответствует произведению их Фурье-отображений в частотной области.

Таким образом, свертка двух дискретных последовательностей $x(n)$ и $h(m)$ может быть вычислена в результате выполнения следующих операций:

1. Вычисление ДПФ последовательности $x(n)$:

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot e^{-j \frac{2\pi}{N} nk}, \quad n = \overline{0, N-1}; k = \overline{0, N-1}.$$

2. Вычисление ДПФ последовательности $h(m)$:

$$H(k) = \sum_{m=0}^{N-1} h(m) \cdot e^{-j \frac{2\pi}{N} mk}, m = \overline{0, N-1}; k = \overline{0, N-1}.$$

3. Вычисление произведения результатов ДПФ:

$$Y(k) = X(k) \cdot H(k)$$

4. Вычисление обратного ДПФ последовательности $Y(k)$:

$$y(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} Y(k) \cdot e^{j \frac{2\pi}{N} nk}, n = \overline{0, N-1}; k = \overline{0, N-1},$$

Если для вычисления свертки используется алгоритм быстрого преобразования Фурье (БПФ), повышающий скорость вычисления преобразования Фурье при больших массивах данных на несколько порядков, то этот метод вычисления свертки называют высокоскоростным. На рис.2.3 представлена структурная схема вычислителя высокоскоростной свертки.

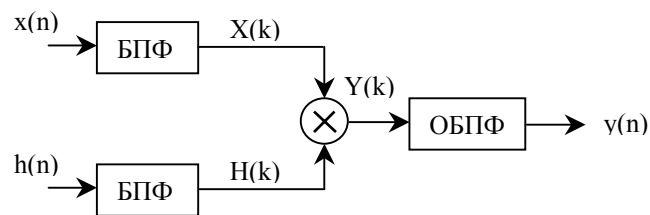


Рис.2.3. Структурная схема вычисления высокоскоростной свертки

2.2. ЦИФРОВЫЕ ФИЛЬТРЫ

С физической точки зрения цифровая фильтрация - это выделение в определенном частотном диапазоне с помощью цифровых методов полезного сигнала на фоне мешающих помех (рис.2.4).

По своим частотным свойствам фильтры делятся на:

- фильтры нижних частот (ФНЧ) – Low pass – рис.2.5а;
- фильтры верхних частот (ФВЧ) – High pass – рис.2.5б;
- полосовые фильтры (ПФ) – Band pass – рис.2.5в;
- режекторные фильтры (РФ) – Band stop – рис.2.5г.

Идеальные частотные характеристики фильтров представлены на рис.2.5, соответственно.

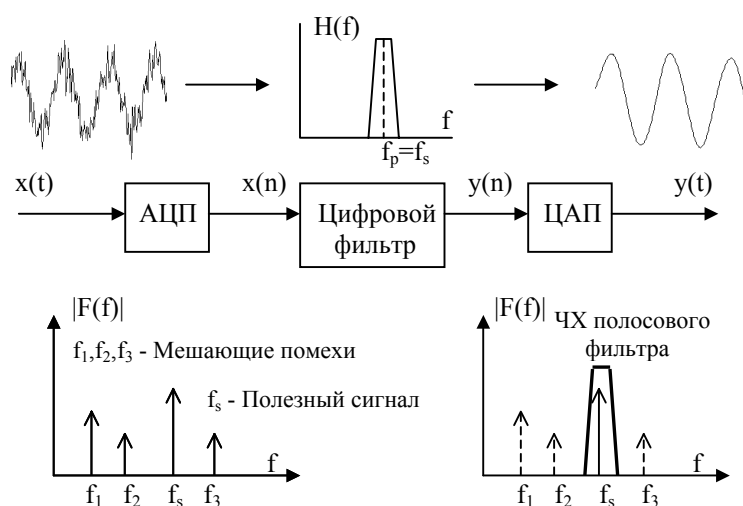


Рис.2.4. Фильтрация мешающих помех с помощью цифрового ПФ

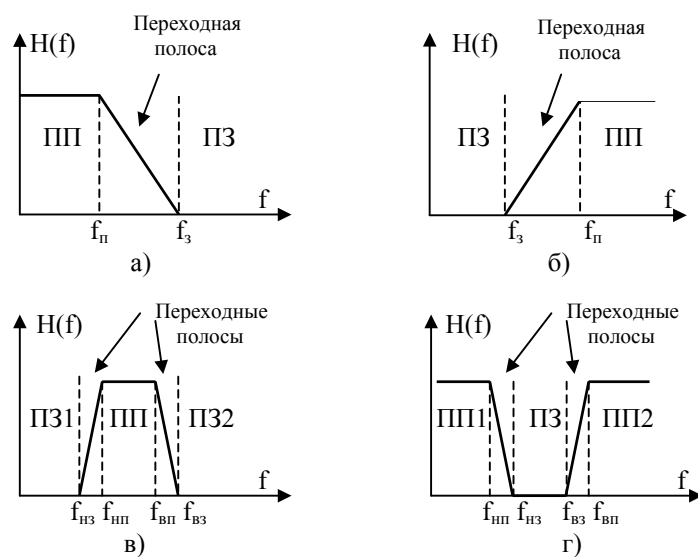


Рис.2.5. Идеальные частотные характеристики фильтров

На рис.2.5 приняты следующие обозначения:

ПП – полоса пропускания – частотная область, внутри которой сигналы проходят через фильтр практически без затухания;

ПЗ – полоса задерживания – выбирается разработчиком такой, чтобы обеспечить затухание сигнала не хуже заданного;

Переходная полоса – частотная область между ПП и ПЗ (характеризуется скоростью спада, обычно выражается в дБ/декаду);

$f_{\text{п}}$ – частота среза полосы пропускания – точка на уровне 3дБ;

$f_{\text{з}}$ – частота среза полосы задерживания – определяется уровнем пульсаций ЧХ в ПЗ;

$f_{\text{нп}}$, $f_{\text{вп}}$ – нижняя и верхняя частоты среза полосы пропускания;

$f_{\text{нз}}$, $f_{\text{вз}}$ – нижняя и верхняя частоты среза полосы задерживания.

Частота среза в этом случае является условной границей между частотой среза полосы пропускания и частотой среза полосы задерживания.

АЧХ реальных фильтров (рис.2.6, на примере ФНЧ) имеют пульсации в полосе пропускания $\delta_{\text{п}}$ и задерживания $\delta_{\text{з}}$ (нестабильность ЧХ в ПП и ПЗ). Часто в литературе они имеют другое название:

$R_{\text{з}}$ – максимальное подавление в полосе задерживания, дБ;

$R_{\text{п}}$ – минимальное подавление в полосе пропускания, дБ.

Пульсации ЧХ в ПП вносят определенные искажения в сигнал, поэтому они более значимы при определении параметров цифровых фильтров.

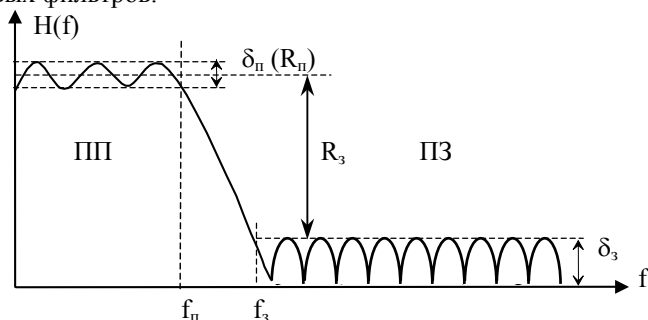


Рис.2.6 Реальная АЧХ цифрового фильтра (на примере ФНЧ)

Математически работа цифрового фильтра во временной области описывается разностным уравнением:

$$y(n\Delta t) = - \sum_{j=1}^{M-1} b(j) \cdot y(n\Delta t - j\Delta t) + \sum_{i=0}^{N-1} a(i) \cdot x(n\Delta t - i\Delta t), \quad (2.5)$$

где $x(n\Delta t)$ и $y(n\Delta t)$ - n -тые отсчеты входного и выходного сигналов фильтра, взятые через интервал Δt ($\Delta t = \Delta t_d$); $a(i)$ и $b(j)$ - постоянные коэффициенты цифрового фильтра.

Цифровые фильтры принято делить на два класса:

- нерекursивные фильтры;
- рекурсивные фильтры.

Нерекursивные фильтры называют еще фильтрами с конечной импульсной характеристикой (КИХ-фильтры), а рекурсивные фильтры - фильтрами с бесконечной импульсной характеристикой (БИХ-фильтры). В иностранной литературе их называют:

- FIR (Finite Impulse Response) - фильтр с конечной импульсной характеристикой;
- IIR (Infinite Impulse Response) - фильтр с бесконечной импульсной характеристикой.

Если в выражении (2.5) положить коэффициенты $b(j)=0$, то фильтр, реализующий этот алгоритм, называется нерекursивным. Его работа описывается уравнением:

$$y(n\Delta t) = \sum_{i=0}^{N-1} a(i) \cdot x(n\Delta t - i\Delta t), \quad (2.6)$$

вычисляющим свертку двух последовательностей: коэффициентов $a(i)$ и дискретных отсчетов входного сигнала $x(n\Delta t)$.

Если хотя бы один коэффициент $b(j) \neq 0$, то фильтр, реализованный согласно выражения (2.5), называется рекурсивным. Очевидно, что БИХ-фильтр представляет собой устройство с обратной связью, а КИХ-фильтр - без обратной связи.

2.2.1 НЕРЕКУРСИВНЫЕ ФИЛЬТРЫ

Нерекursивные фильтры работают в соответствии с выражением (2.6). Раскроем сумму:

$$y(n\Delta t) = a(0) \cdot x(n\Delta t) + a(1) \cdot x(n\Delta t - \Delta t) + a(2) \cdot x(n\Delta t - 2\Delta t) + \dots \quad (2.7)$$

$$\dots + a(i) \cdot x(n\Delta t - i\Delta t) + \dots + a(N-1) \cdot x(n\Delta t - (N-1)\Delta t)$$

КИХ-фильтр производит взвешенное суммирование (с коэффициентами $a(i)$) предшествующих отсчетов входного сигнала. Величину N называют порядком фильтра, $\Delta t = \Delta t_d$ - шаг

дискретизации. Структурная схема КИХ-фильтра представлена на рис.2.7.

В этом фильтре дискретные выборки из сигнала $x(n)$, задержанные на интервалы $i \cdot \Delta t$, взвешиваются с коэффициентами $a(i)$ и суммируются с образованием отклика $y(n)$. Фильтр, представленный на рис.2.7 называют еще трансверсальным фильтром. Основными элементами фильтра являются:

- линия задержки с N отводами;
- N умножителей;
- многоходовый параллельный сумматор.

КИХ-фильтры всегда устойчивы. Форма частотной характеристики КИХ-фильтров слабо чувствительна к точности коэффициентов. Главным преимуществом КИХ-фильтра является линейность его ФЧХ.

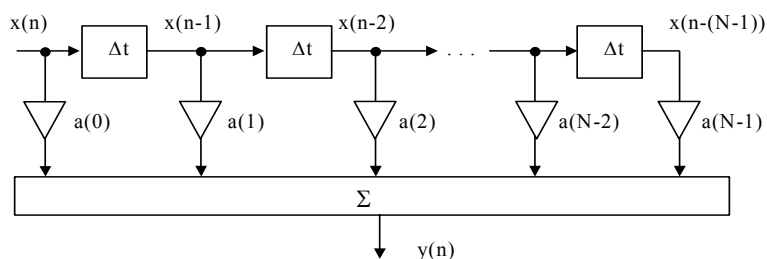


Рис.2.7. Структурная схема КИХ-фильтра

Z - преобразование (2.7):

$$Y(z) = \{a(0) + a(1) \cdot z^{-1} + a(2) \cdot z^{-2} + \dots + a(N-1) \cdot z^{-(N-1)}\} \cdot X(z) \quad (2.8)$$

Тогда передаточная характеристика КИХ-фильтра:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = a(0) + a(1) \cdot z^{-1} + a(2) \cdot z^{-2} + \dots + a(N-1) \cdot z^{-(N-1)} \quad (2.9)$$

Если в (2.9) произвести замену $z = e^{j\omega\Delta t}$, то ЧХ КИХ-фильтра будет иметь вид:

$$K(j\omega) = a(0) + a(1) \cdot e^{-j\omega\Delta t} + a(2) \cdot e^{-j2\omega\Delta t} + \dots + a(N-1) \cdot e^{-j(N-1)\omega\Delta t} \quad (2.10)$$

Из выражения (2.10) следует, что при заданном (фиксированном) шаге дискретизации $\Delta t = \Delta t_d$ можно реализовать самые разнообразные формы ЧХ цифрового фильтра, подбирая (расчитывая) должным образом весовые коэффициенты $a(i)$.

Задача: Известна передаточная характеристики КИХ-фильтра:

$$H(z) = 0.6 - 0.02 \cdot z^{-1} + 0.015 \cdot z^{-2}$$

Написать разностное уравнение и составить структурную схему фильтра.

Решение: Ниже представлены разностное уравнение и структурная схема (рис.2.8), соответствующее заданной передаточной характеристике.

$$y(n) = 0.6 \cdot x(n) - 0.02 \cdot x(n-1] + 0.015 \cdot x(n-2)$$

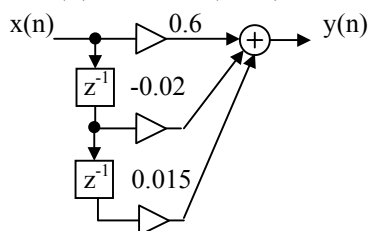


Рис.2.8. Структурная схема КИХ-фильтра

2.2.2. ПРИМЕР РАСЧЕТА И МОДЕЛИРОВАНИЯ КИХ-ФИЛЬТРА

В настоящее время для расчета цифровых фильтров используют специальные программы.

Рассмотрим пример расчета с помощью программы Digital Filter Design (Atlanta Signal Processors Inc.) нерекурсивного ПФ со следующими характеристиками (рис.2.9):

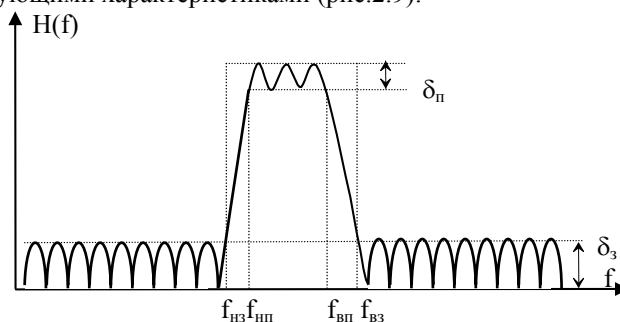


Рис.2.9 Частотная характеристика проектируемого полосового фильтра

$f_{\text{ни}} = 9 \text{ кГц}$, $f_{\text{вп}} = 10 \text{ кГц}$ – нижняя и верхняя частоты среза полосы пропускания;

$f_{\text{нз}} = 8 \text{ кГц}$; $f_{\text{вз}} = 11 \text{ кГц}$ – нижняя и верхняя частоты среза полосы задерживания;

$\delta_{\text{п}} = 0.04$; $\delta_{\text{з}} = 0.04$ - нестабильность ЧХ в ПП и ПЗ.

После ввода начальных данных рассчитывается необходимый порядок фильтра:

```

ENTER SAMPLING FREQUENCY <KHZ> = 25          - частота дискретизации
ENTER FILTER CUTOFF FREQUENCIES                ввод частот среза
LOWER STOPBAND CUTOFF FREQUENCY <KHZ> = 8     -  $f_{\text{нз}} = 8 \text{ кГц}$ 
LOWER PASSBAND CUTOFF FREQUENCY <KHZ> = 9     -  $f_{\text{ни}} = 9 \text{ кГц}$ 
UPPER PASSBAND CUTOFF FREQUENCY <KHZ> = 10    -  $f_{\text{вп}} = 10 \text{ кГц}$ 
UPPER STOPBAND CUTOFF FREQUENCY <KHZ> = 11    -  $f_{\text{вз}} = 11 \text{ кГц}$ 
STOPBAND RIPPLE = 0.04                        -  $\delta_{\text{з}} = 0.04$ 
THE ESTIMATED FILTER LENGTH REQUIRED = 38       - расчетный порядок фильтра
ENTER DESIRED LENGTH <=<511> = 40_            - ввод порядка фильтра

```

Расчетные параметры фильтра в ПП (BAND 2) и ПЗ (BAND 1 и BAND 3) при 16-ти разрядных коэффициентах $a(i)$:

*** CHARACTERISTICS OF DESIGNED FILTER ***

BANDPASS FILTER

FILTER LENGTH = 40
SAMPLING FREQUENCY = 25.000 <KHZ>

	BAND 1	BAND 2	BAND 3
LOWER BAND EDGE	.0000	9.0000	11.0000
UPPER BAND EDGE	8.0000	10.0000	12.5000
NOMINAL GAIN	.0000	1.0000	.0000
NOMINAL RIPPLE	.0400	.0400	.0400
MAXIMUM RIPPLE	.0269	.0329	.0254
RIPPLE IN DB	-31.4190	.2808	-31.8878

Коэффициенты фильтра:

```

FINITE IMPULSE RESPONSE <FIR>
LINEAR-PHASE DIGITAL FILTER DESIGN
KAISER-WINDOW ALGORITHM
BANDPASS FILTER
FILTER LENGTH = 40
SAMPLING FREQUENCY = 25.000 KILOHERTZ
DESIRED RIPPLE = 27.959 <DB>

```

***** IMPULSE RESPONSE *****

16-BIT QUANTIZED COEFFICIENTS

```

H< 1> = .105591E-01 = H< 40>
H< 2> = -.147400E-01 = H< 39>
H< 3> = .984192E-02 = H< 38>
H< 4> = .216675E-02 = H< 37>
      :
      :
H< 16> = -.305252E-01 = H< 25>
H< 17> = -.658264E-01 = H< 24>
H< 18> = .140526E+00 = H< 23>
H< 19> = -.140717E+00 = H< 22>
H< 20> = .587158E-01 = H< 21>

```


Программа позволяет просмотреть частотную характеристику рассчитанного фильтра (рис.2.10).

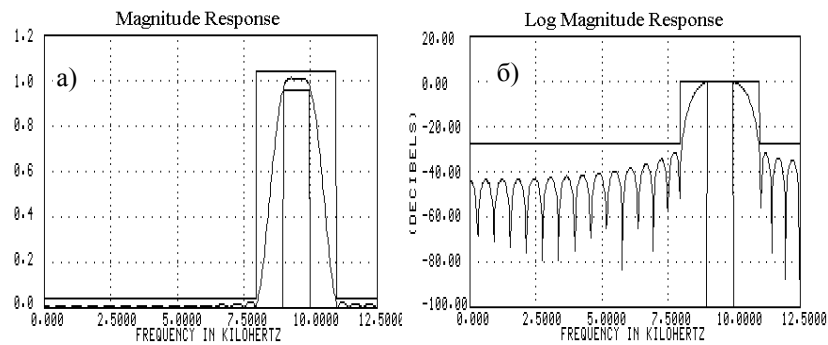


Рис.2.10. Частотная характеристика проектируемого КИХ-фильтра
а) - линейный масштаб, б) - логарифмический масштаб

Для моделирования цифрового фильтра можно воспользоваться приложением Simulink (программа для моделирования поведения динамических систем), входящим в состав программы MatLab 5.3.

Структура модели представлена на рис.2.11. Часть структуры FIR изображена на рис.2.13.

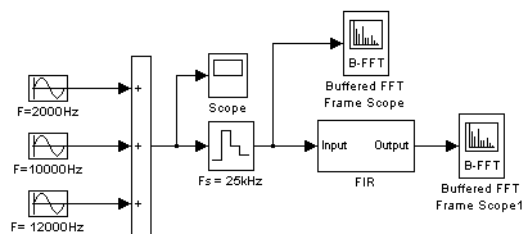


Рис.2.11. Структура модели для проверки цифрового фильтра

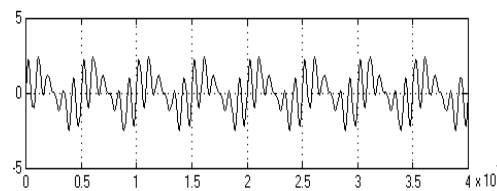


Рис.2.12. Осциллограмма сигнала на входе цифрового фильтра

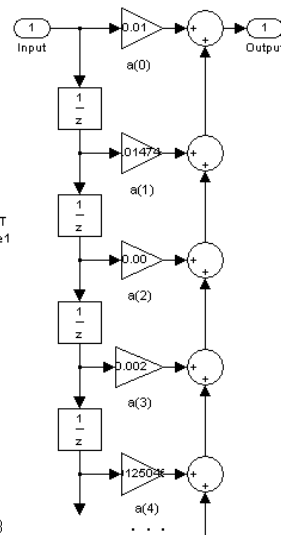


Рис.2.13. Часть структуры цифрового фильтра

Пусть на вход спроектированного фильтра (FIR) поступает сумма гармоник: 2кГц, 10кГц и 12кГц.

Осциллограмма суммы сигналов на входе фильтра представлена на рис.2.12, спектры сигналов на входе и выходе фильтра - на рис.2.14 и рис.2.15, соответственно. Моделирование показывает, что сигналы частотой 2кГц и 12кГц (не вошли в полосу пропускания) полностью подавлены фильтром.

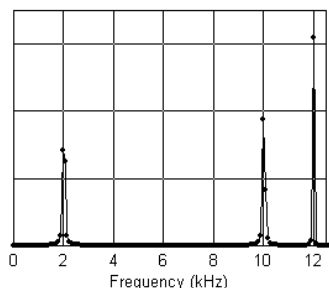


Рис.2.14. Спектр сигнала на входе цифрового фильтра

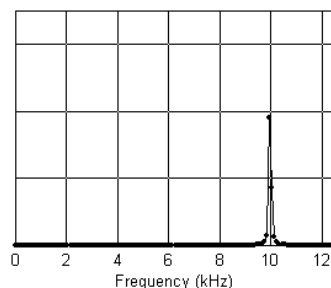


Рис.2.15. Спектр сигнала на выходе цифрового фильтра

2.2.3. СТРУКТУРНО-ЛОГИЧЕСКАЯ СХЕМА ЦИФРОВОГО КИХ-ФИЛЬТРА

В состав структурно-логической схемы КИХ-фильтра входят (рис.2.16):

RAM - оперативное запоминающее устройство (ОЗУ) для хранения цифровых выборок входного сигнала $x(n-i)$. При аппаратной реализации фильтра – это линия задержки на ОЗУ, при аппаратно-программной – оперативная память сигнального процессора в режиме кольцевого буфера.

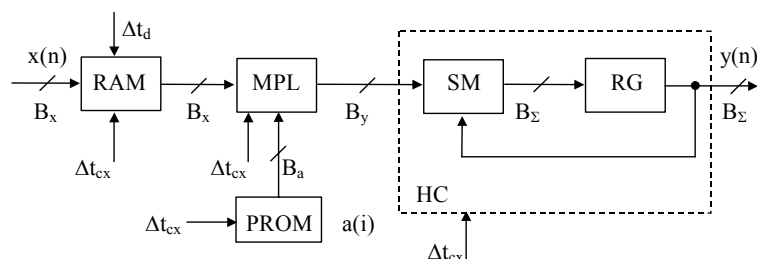


Рис.2.16. Структурно-логическая схема цифрового КИХ-фильтра

PROM - постоянное запоминающее устройство (ПЗУ) для хранения коэффициентов фильтра $a(i)$. При аппаратной реализации фильтра – это обычное ПЗУ, при аппаратно-программной – память программ процессора.

MPL - цифровой умножитель для формирования произведений $a(i)x(n-i)$.

НС - накапливающий сумматор, состоящий из последовательно соединенных полного многоразрядного сумматора (SM) и параллельного регистра (Rg), для формирования суммы всех произведений $\Sigma(a(i)x(n-i))$. В сигнальном процессоре (при программно-аппаратной реализации цифрового фильтра) эту функцию выполняет ALU (арифметико-логическое устройство) и АСС (аккумулятор).

B_x, B_a, B_y, B_Σ - разрядность входных данных, коэффициентов, результатов произведения и накопленной суммы, соответственно.

Так как у цифровых умножителей сомножители имеют одинаковую разрядность, то обычно выбирают $B_x = B_b$, тогда разрядность результата умножения (на выходе умножителя) $B_y = 2B_x$. Для исключения возможного переполнения при накоплении больших массивов данных, в предельном случае (если все значения максимальны), разрядность накапливающего сумматора B_Σ рассчитывается с учетом разрядности B_y и порядка фильтра N (числа сложений в накапливающем сумматоре): $B_\Sigma = B_y + \log_2 N$, где N - порядок фильтра.

Для обеспечения работы цифрового фильтра в реальном времени необходимо соблюдение условия – все вычисления должны производиться за время, не превышающее шаг дискретизации входного сигнала: $\Delta t_{\text{выч}} \leq \Delta t_d$ (рис.2.17).

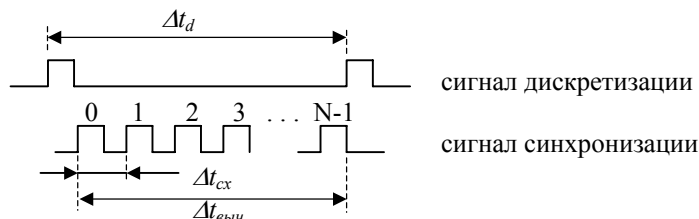


Рис.2.17. Соотношение сигналов дискретизации и синхронизации для КИХ-фильтра

Интервал синхронизации устройств, из которых построен фильтр, должен быть: $\Delta t_{cx} \leq \Delta t_d / N$. Это условие является основой для выбора цифровых устройств (RAM, PROM, MPL, SM, RG) при аппаратной реализации (время задержки цифровых устройств $\Delta t_{30} \leq \Delta t_{cx}$), и определяет требуемую мощность сигнального процессора при аппаратно-программной реализации цифровых фильтров (время выполнения программы фильтра не должно превышать Δt_d).

2.2.4. РЕКУРСИВНЫЕ ФИЛЬТРЫ

В отличие от нерекурсивных фильтров, выходной отклик БИХ-фильтров содержит не только взвешенные значения входного сигнала, но предыдущие взвешенные значения выходного сигнала.

В более удобном виде выражение (2.5) будет выглядеть следующим образом:

$$y(n\Delta t) = a(0) \cdot x(n\Delta t) + a(1) \cdot x(n\Delta t - \Delta t) + \dots + a(N-1) \cdot x(n\Delta t - (N-1)\Delta t) - \dots - b(1) \cdot y(n\Delta t - \Delta t) - b(2) \cdot y(n\Delta t - 2\Delta t) - \dots - b(M-1) \cdot y(n\Delta t - (M-1)\Delta t), \quad (2.11)$$

причем коэффициенты $b(j)$ определяют рекурсивную часть алгоритма.

Структурная схема рекурсивного фильтра представлена на рис.2.18. Это «прямая» форма БИХ-фильтра. Верхняя часть структурной схемы отвечает нерекурсивной части алгоритма, а нижняя - рекурсивной.

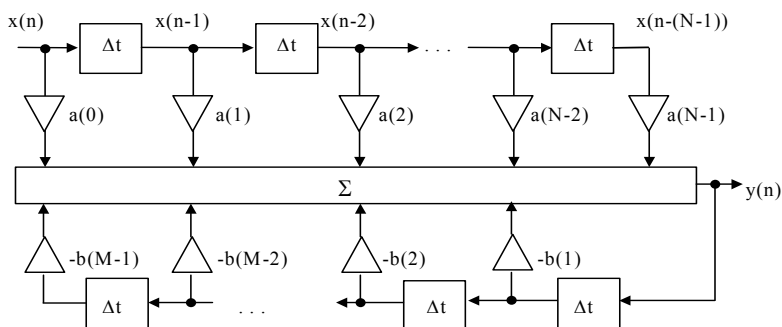


Рис.2.18. Структурная схема БИХ-фильтра

Z-преобразование (2.11):

$$Y(z) = \{a(0) + a(1) \cdot z^{-1} + a(2) \cdot z^{-2} + \dots + a(N-1) \cdot z^{-(N-1)}\} \cdot X(z) - \{b(1) \cdot z^{-1} + b(2) \cdot z^{-2} + \dots + b(M-1) \cdot z^{-(M-1)}\} \cdot Y(z) \quad (2.12)$$

Тогда передаточная характеристика БИХ-фильтра:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{a(0) + a(1) \cdot z^{-1} + a(2) \cdot z^{-2} + \dots + a(N-1) \cdot z^{-(N-1)}}{1 + b(1) \cdot z^{-1} + b(2) \cdot z^{-2} + \dots + b(M-1) \cdot z^{-(M-1)}} \quad (2.13)$$

Недостатком представленной на рис.2.18 «прямой» формы рекурсивного фильтра является большое количество ячеек памяти. Более совершенна «каноническая» форма рекурсивного фильтра, в которой используется минимальное количество ячеек памяти.

Представим БИХ-фильтр в виде двух последовательно соединенных рекурсивного (с передаточной характеристикой $B(z)$) и нерекурсивного (с передаточной характеристикой $A(z)$) фильтров (рис.2.19).

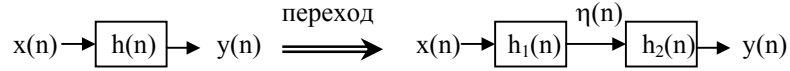


Рис.2.19 Преобразование структуры БИХ-фильтра

$$\text{Тогда } H(z) = H_1(z) \cdot H_2(z) = \frac{1}{B(z)} \cdot A(z), \text{ причем}$$

$$H_1(z) = \frac{1}{1 + b(1) \cdot z^{-1} + b(2) \cdot z^{-2} + \dots + b(M-1) \cdot z^{-(M-1)}}, \text{ а}$$

$$H_2(z) = a(0) + a(1) \cdot z^{-1} + a(2) \cdot z^{-2} + \dots + a(N-1) \cdot z^{-(N-1)}.$$

Соответственно, разностные уравнения фильтров будут равны:

$$\begin{aligned} \eta(n) &= x(n) - b(1)\eta(n-1) - b(2)\eta(n-2) - \dots - b(M-1)\eta(n-(M-1)), \\ y(n) &= a(0)\eta(n) + a(1)\eta(n-1) + a(2)\eta(n-2) + \dots + a(N-1)\eta(n-(N-1)). \end{aligned}$$

Эта система разностных уравнений описывает «каноническую» структуру БИХ-фильтров. Структурная схема такого фильтра (при $N=M$) представлена на рис.2.20.

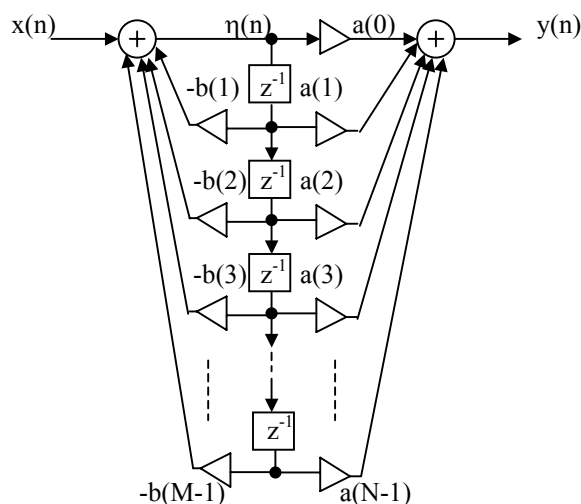


Рис.2.20. Каноническая форма БИХ - фильтра

Поскольку рекурсивные фильтры очень чувствительны к точности (разрядности) коэффициентов $a(i)$, $b(j)$, порядок этих фильтров при практической реализации обычно не превышает четырех. Поэтому БИХ-фильтры высокого порядка строят путем последовательного соединения фильтров малого порядка, например, второго. В этом случае число каскадов фильтра определяется следующим образом:

$$K = \text{INT}\left(\frac{N+1}{2}\right),$$

где N – требуемый порядок фильтра; INT - целая часть.

Задача: Известна передаточная характеристики БИХ-фильтра:

$$H(z) = \frac{0.3 - 0.03 \cdot z^{-1}}{1 - 0.8 \cdot z^{-1} + 0.64 \cdot z^{-2}}$$

Написать разностное уравнение и составить структурную схему фильтра.

Решение: Ниже представлены разностное уравнение и структурная схема (рис.2.21), соответствующее заданной передаточной характеристике.

$$y(n) = 0.3x(n) - 0.03x(n-1) + 0.8y(n-1) - 0.64y(n-2)$$

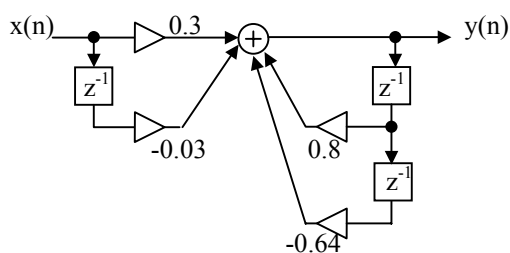


Рис.2.21 Структурная схема БИХ-фильтра

2.2.5. ПРИМЕР РАСЧЕТА И МОДЕЛИРОВАНИЯ БИХ-ФИЛЬТРА

Рассмотрим пример расчета с помощью программы Digital Filter Design (Atlanta Signal Processors Inc.) рекурсивного РФ со следующими характеристиками (рис.2.22):

$f_{\text{нп}} = 2\text{кГц}$, $f_{\text{вп}} = 3\text{кГц}$ – нижняя и верхняя частоты среза полосы пропускания;

$f_{\text{нз}} = 2.5\text{кГц}$; $f_{\text{вз}} = 2.6\text{кГц}$ – нижняя и верхняя частоты среза полосы задерживания;

$\delta_{\text{п}} = 0.1$; $\delta_{\text{з}} = 0.1$ - нестабильность ЧХ в ПП и ПЗ.

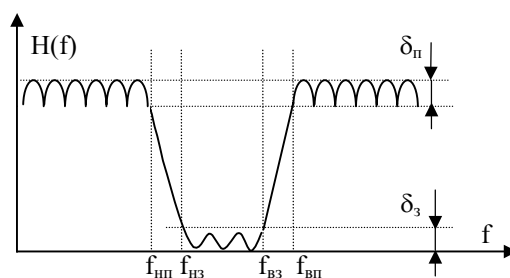


Рис.2.22. Частотная характеристика проектируемого режекторного фильтра

После ввода начальных данных рассчитывается необходимый порядок фильтра:

ALL FREQUENCIES MUST BE ENTERED IN KILOHERTZ

ENTER SAMPLING FREQUENCY <KHZ> = 20

- частота дискретизации

ENTER BANDSTOP FILTER CUTOFF FREQUENCIES

ввод частот среза

LOWER PASSBAND CUTOFF FREQUENCY <KHZ> = 2
 LOWER STOPBAND CUTOFF FREQUENCY <KHZ> = 2.5
 UPPER STOPBAND CUTOFF FREQUENCY <KHZ> = 2.6
 UPPER PASSBAND CUTOFF FREQUENCY <KHZ> = 3
 PASSBAND RIPPLE = 0.1
 STOPBAND RIPPLE = 0.1

- $f_{\text{ни}} = 2 \text{ кГц}$
 - $f_{\text{из}} = 2.5 \text{ кГц}$
 - $f_{\text{вз}} = 2.6 \text{ кГц}$
 - $f_{\text{вн}} = 3 \text{ кГц}$
 - $\delta_n = 0.1$
 - $\delta_s = 0.1$

Расчетные характеристики фильтра в ПП (BAND 1 и BAND 3) и ПЗ (BAND 2):

*** CHARACTERISTICS OF DESIGNED FILTER ***

BUTTERWORTH BANDSTOP FILTER

FILTER ORDER = 4

SAMPLING FREQUENCY = 20.000 KILOHERTZ

	BAND 1	BAND 2	BAND 3
LOWER BAND EDGE	.00000	2.50000	3.10000
UPPER BAND EDGE	2.00000	2.60000	10.00000
NOMINAL GAIN	1.00000	.00000	1.00000
NOMINAL RIPPLE	.10000	.10000	.10000
MAXIMUM RIPPLE	.01122	.04389	.01154
RIPPLE IN DB	.09689	-27.15284	.09967

Коэффициенты фильтра (фильтр 4 порядка образован последовательным соединением БИХ-фильтров второго порядка):

INFINITE IMPULSE RESPONSE (IIR)
 BUTTERWORTH BANDSTOP FILTER
 16-BIT QUANTIZED COEFFICIENTS

FILTER ORDER = 4

SAMPLING FREQUENCY = 20.000 KILOHERTZ

I	B<I,1>	B<I,2>	A<I,0>	A<I,1>	A<I,2>
1	-1.241760	.894073	.702820	-.978058	.702820
2	-1.394409	.903992	1.293823	-1.801514	1.293823

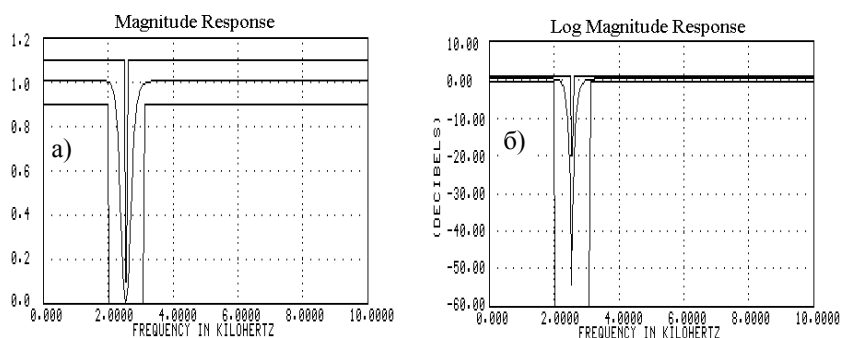


Рис.2.23. Частотная характеристика проектируемого БИХ-фильтра
 а) - линейный масштаб, б) - логарифмический масштаб

Для моделирования БИХ-фильтра заменим в модели (рис.2.11) КИХ-фильтр на БИХ-фильтр, изменим частоту дискретизации на 20кГц (рис.2.24) и подадим на вход спроектированного фильтра (IIR) сумму гармоник с частотами 1 кГц, 2.55 кГц и 4кГц. Структуры IIR1 и IIR2 изображены на рис.2.25. Осциллограмма суммы сигналов на входе фильтра представлена на рис.2.26, спектры сигналов на входе и выходе фильтра - на рис.2.27 и рис.2.28, соответственно. Моделирование показывает, что сигнал частотой 2.55кГц (попал в полосу режекции) подавлен фильтром.

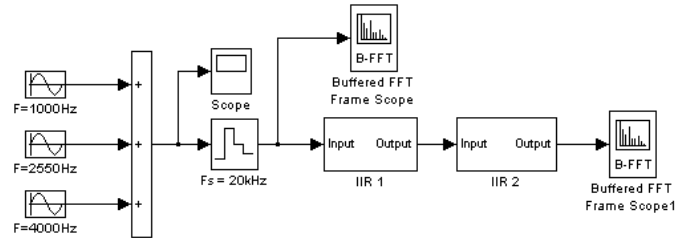


Рис.2.24. Структура модели для проверки цифрового БИХ-фильтра

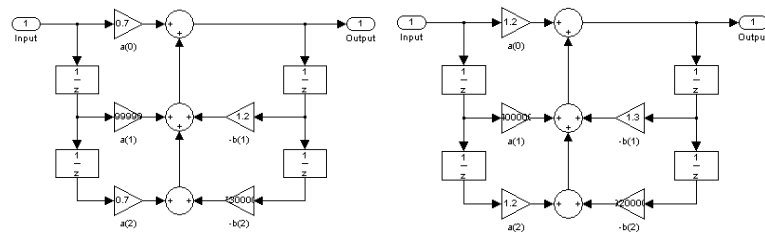


Рис.2.25. Структурные схемы БИХ-фильтров IIR1 и IIR2 второго порядка

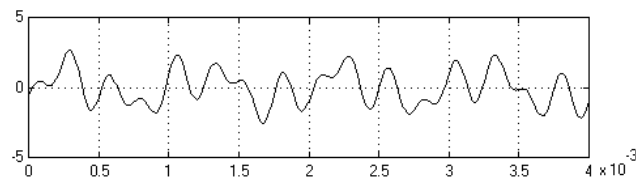


Рис.2.26. Осциллограмма сигнала на входе цифрового фильтра

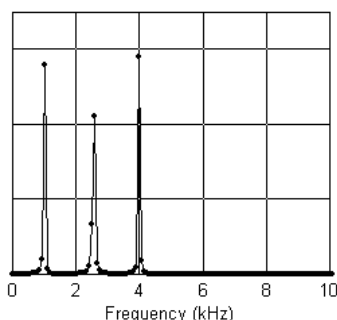


Рис.2.27. Спектр сигнала на входе цифрового фильтра

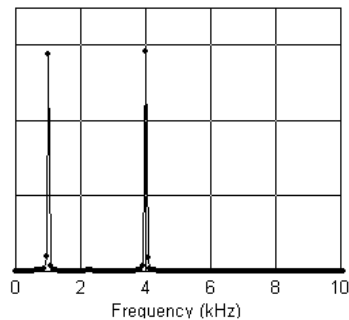


Рис.2.28. Спектр сигнала на выходе цифрового фильтра

2.2.6. СТРУКТУРНО-ЛОГИЧЕСКАЯ СХЕМА ЦИФРОВОГО БИХ-ФИЛЬТРА

Рекурсивный фильтр, как и нерекурсивный может быть построен с использованием аппаратных средств (на основе RAM, PROM, MPL, SM и RG) или аппаратно-программных (на сигнальном процессоре). Структурно-логическая схема цифрового рекурсивного фильтра представлена на рис.2.29. Она отличается от КИХ-фильтра только наличием обратной связи, характеризующей рекурсивную часть разностного уравнения (2.11).

При расчете быстродействия такого фильтра (выборе цифровых элементов схемы или расчете времени выполнения программы для выбранного сигнального процессора) необходимо помнить, что в БИХ-фильтре выполняется:

- $[N+(M-1)]$ - умножений;
- $[N+(M-1)+1]$ - сложений;
- $[N+(M-1)]$ - обращений к ОЗУ и ПЗУ.

Таким образом за время: $\Delta t_{cx} = \frac{\Delta t_d}{N + (M - 1)}$, где $\Delta t_d = \frac{1}{f_d}$

необходимо выполнить одно умножение, одно сложение и одно обращение к памяти (рис.2.30).

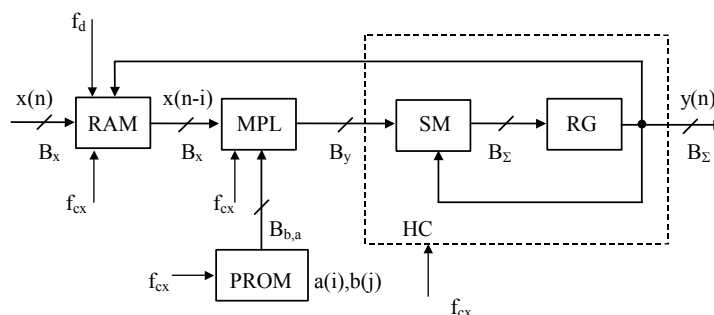


Рис.2.29. Структурно-логическая схема цифрового БИХ-фильтра

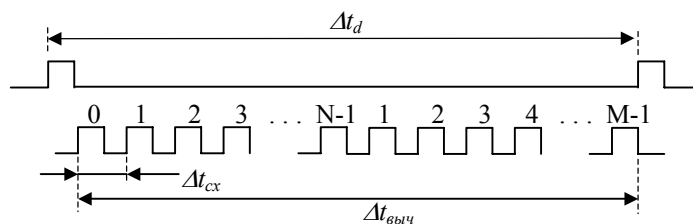


Рис.2.30. Соотношение сигналов дискретизации и синхронизации для БИХ-фильтра

При выборе разрядностей $B_x, B_{a,b}$ необходимо проанализировать фильтр на устойчивость и возможные изменения ЧХ фильтра, связанные с конечной разрядностью коэффициентов. Поэтому перед реализацией БИХ-фильтра обычно проводят его анализ на устойчивость и моделирование на компьютере (например, в Simulink).

2.2.7. СРАВНИТЕЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ.

При выборе типа фильтра необходимо учитывать их отличительные особенности (Таблица 2.1).

По виду аппроксимирующей функции фильтры подразделяются на фильтры Баттерворта, Чебышева 1 рода, Чебышева 2 рода, Эллиптический.

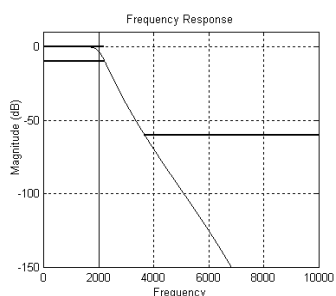
Таблица 2.1

КИХ-фильтры	БИХ-фильтры
Нет обратной связи	Есть обратная связь
Импульсная характеристика имеет конечную длительность	Импульсная характеристика имеет бесконечную длительность
Линейная фаза	Нелинейная фаза
Всегда устойчивы	Могут быть неустойчивы
Частотная характеристика слабо чувствительна к разрядности коэффициентов	Частотная характеристика сильно чувствительна к разрядности коэффициентов
Порядок фильтров – десятки-сотни	Обычно реализуется каскадным соединением фильтров второго порядка.
Менее эффективны	Более эффективны (при меньшем порядке имеют большую крутизну частотной характеристики)
Проще реализуются аппаратно и аппаратно-программно	Более сложны при аппаратной и аппаратно-программной реализации

Сравнение характеристик этих фильтров приведено для случая:

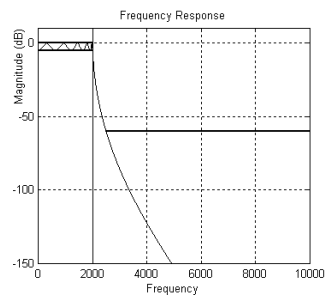
- фильтр – ФНЧ;
- частота дискретизации – 20кГц;
- частота среза на уровне –3дБ – 2кГц;
- подавление в полосе пропускания – 5дБ;
- подавление в полосе задерживания – 60дБ;
- порядок фильтра – 10.

- Фильтр Баттерворта



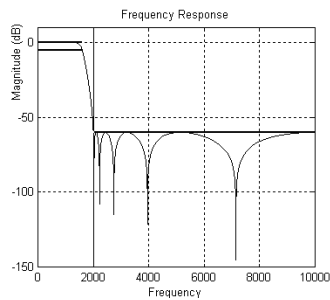
- нет пульсаций в полосе пропускания и задерживания;
- максимально плоская частотная характеристика (быстрый спад без пульсаций).

- **Фильтр Чебышева 1-го рода**



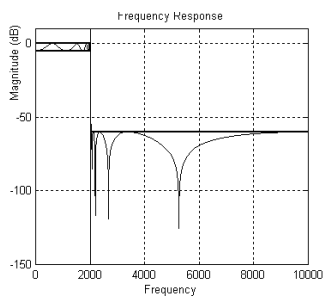
- пульсации в полосе пропускания, нет пульсаций в полосе задерживания;
- при одинаковом порядке фильтра более короткая переходная полоса, чем у фильтра Баттерворта.

- **Фильтр Чебышева 2-го рода**



- нет пульсаций в полосе пропускания, есть пульсации в полосе задерживания;
- при одинаковом порядке фильтра более короткая переходная полоса, чем у фильтра Баттерворта.

- **Эллиптический фильтр**



- пульсации в полосе пропускания и задерживания;
- при одинаковом порядке фильтра более короткая переходная полоса, чем у фильтра Чебышева, но хуже фазовая характеристика.

2.2.8. ШУМ В ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРАХ

В цифровых фильтрах существует несколько источников ошибок (шумов). В КИХ-фильтрах, вследствие отсутствия обратной связи, эти ошибки однократные. В БИХ-фильтрах – они возрастают.

Первый шум возникает в АЦП при преобразовании аналогового сигнала в цифровой. Это – шум квантования. В B -разрядном АЦП квантование сигнала происходит с шагом: $q = U_{оп} / 2^{(B-1)}$, где $U_{оп}$ – опорное напряжение, в пределах которого АЦП работает в линейном режиме. Например, если количество разрядов АЦП, отводимых под мантиссу, равно 9, относительная погрешность преобразования не превысит 0,2%.

Отсчеты входного сигнала $x(n)$ фильтра можно представить в виде суммы отсчетов истинного значения сигнала $x'(n)$ и шума квантования $e(n)$: $x(n) = x'(n) + e(n)$ (рис. 2.31).

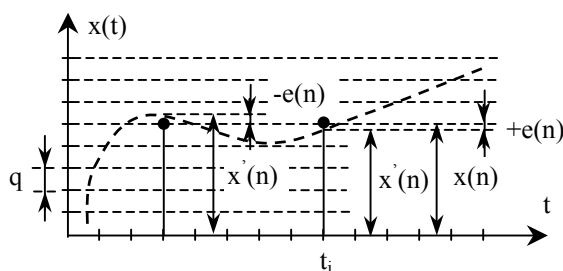


Рис.2.31. Ошибки квантования сигнала по уровню

В большинстве случаев шум квантования $e(n)$ распределён по нормальному закону на интервале $[-q/2; q/2]$, и поэтому имеет математическое ожидание равное нулю и дисперсию: $\sigma_x^2 = q^2 / 12$.

В цифровых фильтрах шум квантования преобразуется, как и сигнал. Чтобы определить шум $e_y(n)$ на выходе фильтра, необходимо вычислить свертку входного шума квантования $e_x(n)$ с импульсной характеристикой фильтра $h(m)$. Например, для КИХ-фильтра (отсчеты импульсной характеристики $h(m)$ для КИХ-фильтра равны коэффициентам фильтра $a(i)$):

$$e_y(n) = \sum_{m=0}^{N-1} h(m) \cdot e_x(n-m). \quad (2.14)$$

Автокорреляционная функция шума квантования на выходе КИХ-фильтра с учетом (2.14):

$$\begin{aligned} R_y(k) &= \sum_{n=0}^{N-1} e_y(n) \cdot e_y(n-k) = \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} \{[h(m) \cdot e_x(n-m)] \times \\ &\times [h(m-k) \cdot e_x(n-m-k)]\} = R_x(k) \cdot \sum_{m=0}^{N-1} h(m) \cdot h(m-k) \end{aligned} \quad (2.15)$$

Положив $k=0$, получим дисперсию шума квантования на выходе цифрового фильтра ($R(0) = \sigma^2$):

$$\sigma_y^2 = R_x(0) \cdot \sum_{m=0}^{N-1} h^2(m) = \sigma_x^2 \cdot \sum_{m=0}^{N-1} h^2(m) = \frac{q^2}{12} \cdot \sum_{m=0}^{N-1} h^2(m) \quad (2.16)$$

Т.е. чем быстрее убывают отсчеты импульсной характеристики цифрового фильтра, тем меньше шум квантования на его выходе.

Второй источник ошибок – ограничение разрядности коэффициентов. Эти ошибки необходимо учитывать особенно при проектировании и реализации БИХ-фильтров, поскольку эффект обратной связи увеличивает их влияние и может стать причиной неустойчивости. Но даже при 16-разрядных коэффициентах в сигнальных процессорах эти ошибки достаточно малы.

Шумы возникают также и в процессе вычислений. Процессоры с фиксированной точкой поддерживают сложение и умножение с 32-разрядной точностью. Однако, ячейки памяти данных у них 16-разрядные. Возможно сохранение 32-разрядного результата в двух ячейках памяти, но это увеличивает и стоимость, и время вычисления. В этом случае обычно используют старшие 16 значащих разрядов, а младшие – отбрасывают. Ошибка вследствие такого усечения возникает только в младшем 16 разряде и не превышает $1/2^{(16-1)} \approx 0.003\%$.

2.3. СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

Спектральный анализ - это один из методов обработки сигналов, который позволяет охарактеризовать частотный состав исследуемого сигнала. Математической основой спектрального анализа является преобразование Фурье. Поскольку сигналы, как правило, имеют случайный характер, важную роль в спектральном анализе имеют методы математической статистики. По одному временному отрезку можно говорить только об оценке спектра, а не о его истинном значении.

Методы спектрального оценивания можно разделить на три класса:

- классические;
- параметрические;
- непараметрические.

2.3.1 КЛАССИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ СПЕКТРАЛЬНОГО ОЦЕНИВАНИЯ

Основной целью спектрального анализа является оценка спектральной плотности мощности (СПМ) входного процесса и обнаружение присутствия в течение определенного интервала времени периодического сигнала с определенными параметрами. Обработка производится последовательно во времени, причем одновременно обрабатывается N отсчетов.

Классические методы спектрального оценивания подразделяют на прямые и косвенные.

В прямом методе для оценки СПМ непосредственно используются выборки входного случайного процесса $x(n)$. Косвенные методы оценки СПМ используют вторые моменты выборочных значений случайного процесса $x(n)$, т.е. его авто- или взаимокорреляционную функцию (АКФ, ВКФ).

2.3.2. ПРЯМОЙ МЕТОД СПЕКТРАЛЬНОГО ОЦЕНИВАНИЯ

Прямой метод оценки СПМ основан на вычислении квадрата модуля преобразования Фурье для конечной последовательности данных.

Для непрерывных сигналов пара преобразований Фурье записывается в виде:

$$F(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot e^{-j2\pi ft} dt, \quad x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(f) \cdot e^{j2\pi ft} df.$$

Здесь $F(f)$ - спектральная функция, $x(t)$ - сигнал.

Дискретное преобразование Фурье, с парой преобразований

$$F(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot e^{-j\frac{2\pi}{N}nk}; \quad x(n) = \sum_{k=0}^{N-1} F(k) \cdot e^{j\frac{2\pi}{N}nk}, \quad (2.17)$$

является искаженной версией непрерывного преобразования Фурье.

В (2.17): $x(n)$ – дискретная последовательность входных данных; n – номер временного отсчета, $n = \overline{0, N-1}$; $F(k)$ – дискретное преобразование Фурье (ДПФ); k – номер частотного отсчета, $k = \overline{0, N-1}$.

Искажения при вычислении ДПФ возникают вследствие эффектов временной дискретизации входного сигнала $x(t)$ и конечности (ограниченности) объема обрабатываемых данных.

Непрерывное преобразование Фурье от непрерывной действительной гармонической функции $x(t)$ (рис.2.32а) дает две δ -функции, расположенные симметрично относительно нулевой частоты (рис.2.32б).

При использовании сигналов ограниченной длительности непрерывный сигнал $x(t)$ умножается на функцию $w(t)$ единичной высоты (рис.2.32в), которая имеет спектр вида $\sin(x)/x$ (рис.2.32г). Функцию $w(t)$ называют функцией окна. Произведение непрерывного сигнала $x(t)$ на оконную функцию $w(t)$ (рис.2.32д) приводит к размыванию острых спектральных пиков ДПФ, которые также приобретают вид $\sin(x)/x$ (рис.2.32е). После дискретизации с интервалом Δt_d ограниченного окна непрерывного входного сигнала $x(t)$ (рис.2.32ж), спектр дискретного сигнала $x(nT) \cdot w(t)$ повторяется с частотой дискретизации $f_d = 1/\Delta t_d$ (рис.2.32з). Таким образом, ширина спектральных пиков взвешенной оконной последовательности ограничена шириной, определяемой преобразованием Фурье оконной функции $w(t)$, и не зависит от исходных данных.

Боковые лепестки преобразования Фурье оконной функции, иногда называемые просачиванием, изменяют амплитуду спектральных пиков. А поскольку ДПФ является периодической

функцией (рис.2.32з), то наложение боковых лепестков от соседних спектральных периодов может привести к дополнительному смещению максимума спектра. Просачивание приводит не только к появлению амплитудных ошибок в спектре дискретных сигналов, но и может маскировать присутствие слабых сигналов и, следовательно, препятствовать их обнаружению. Ослабить эффект наложения позволяет увеличение частоты дискретизации.

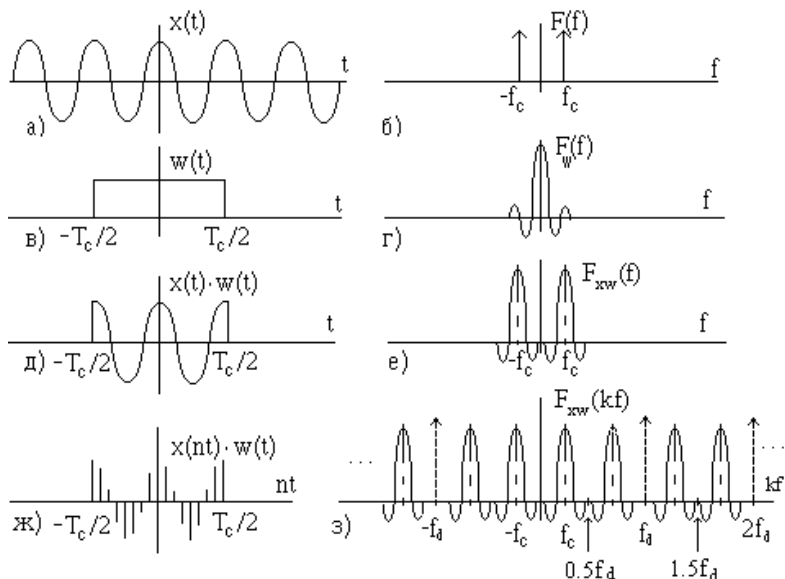


Рис.2.32. Иллюстрация действия оконной функции и дискретизации на временные и частотные характеристики сигнала

Неправильный выбор частоты дискретизации f_d (в данном случае несколько больше частоты самого сигнала) входного сигнала $x(t)$ может вызвать появление ложных спектральных компонент. Для примера на рис.2.33 показано, что при неправильном выборе частоты дискретизации отсчеты высокочастотного и низкочастотного колебаний могут совпадать. Этого можно было бы избежать при выборе более высокой частоты дискретизации, такой, чтобы на один период самой высокочастотной составляющей в спектре сигнала приходилось бы не менее двух временных отсчетов, т.е. $f_d \geq 2 \cdot f_c$.

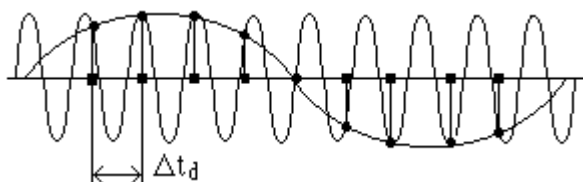


Рис.2.33. Образование паразитной гармоники при неправильном выборе частоты дискретизации

В идеальном случае каждому коэффициенту Фурье соответствует фильтр с прямоугольной частотной характеристикой. Однако, вследствие ограничения входной последовательности данных оконной функцией $w(t)$, ДПФ представляет собой набор независимых фильтров с частотными характеристиками $K(f)$ вида $\sin(x)/x$ (рис.2.34).

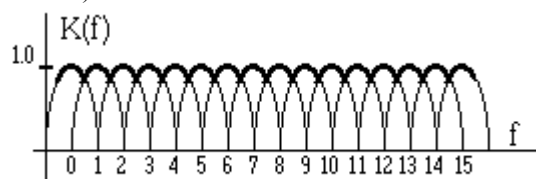


Рис.2.34. Эквивалентные фильтры ДПФ

Ширина главного лепестка каждого фильтра Δf_k обратно пропорциональна длине массива исходных данных $\Delta f_k = 1/T_c = 1/(N \cdot \Delta t_d)$, где T_c - длительность окна (сигнала); N - массив входных данных (количество выборок, укладываемых на сигнал).

Если частота f_c входного сигнала $x(t)$ кратна $1/(N \cdot \Delta t_d)$, то он без изменения пройдет через фильтр, настроенный на эту частоту, и будет полностью подавлен остальными фильтрами (рис.2.35а).

В наихудшем случае, когда частота сигнала попадает точно между соседними эквивалентными фильтрами, его дискретный спектр расширится в два раза, а амплитуда спектра падает до уровня 0.64. Т.е. в случае несовпадения частоты исследуемого сигнала с одной из частот, в которых вычисляется ДПФ, проявляется эффект паразитной модуляции (рис.2.35б).

На рис.2.36 показан пример расчета ДПФ для случаев попадания и непадения частоты сигнала на оцениваемую частоту.

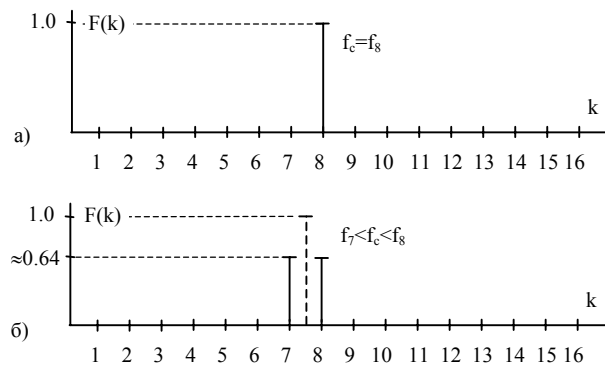


Рис.2.35. Расширение спектра вследствие несовпадения частоты сигнала с оцениваемой частотой ДПФ

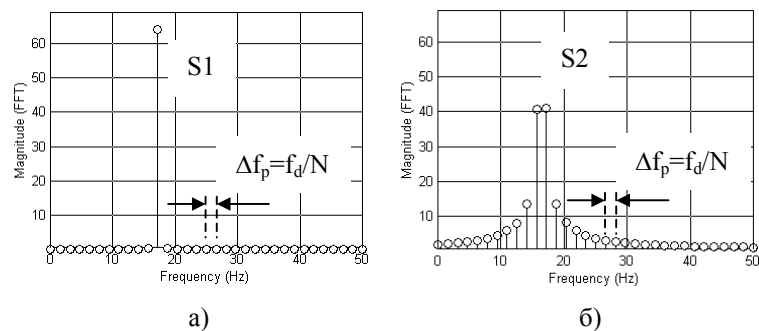


Рис.2.36. Дискретное преобразование Фурье при попадании (а) и не попадании (б) частоты сигнала на оцениваемую частоту

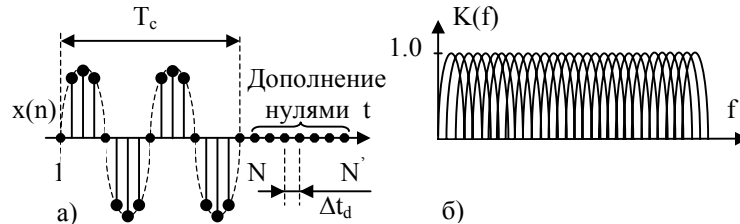


Рис.2.37. Иллюстрация уменьшения амплитудной модуляции ДПФ при дополнении массива данных нулями

В значительной степени ослабить эффект паразитной модуляции позволяет дополнение массива данных нулями (рис.2.37а). Тогда ДПФ даст дополнительные ($N'-N$) отсчеты спектра на частотах, лежащих между частотами первоначальных гармоник. Поскольку полоса пропускания фильтра, характеризующего каждый коэффициент Фурье, зависит только от T_c (длительности прямоугольного окна), она остается неизменной при таком дополнении. Кроме того, полоса анализа ДПФ так же не изменится, т.к. не меняется частота дискретизации f_d . Это означает, что ЧХ фильтров, характеризующие новый набор коэффициентов Фурье, перекрывают друг друга в большей степени (рис.2.37б), уменьшая уровень паразитной модуляции.

На рис.2.38а показан пример расчета ДПФ 2-х сигналов (для частоты сигнала S1 попадающей и S2 непопадающей на оцениваемую частоту). На рис.2.38б видно, что после добавления нулей, амплитудная модуляция спектра практически отсутствует.

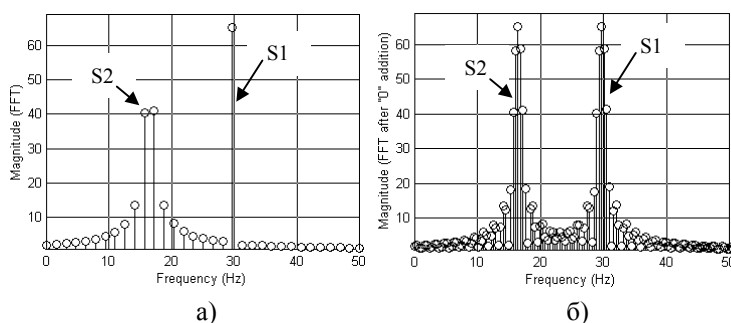


Рис.2.38. Спектр двух сигналов до (а) и после (б) добавления нулей

Эффект возникновения паразитной модуляции (раздвоение спектра) и просачивания (побочных максимумов в спектре) можно пояснить и другим образом.

Если в выборке из N отсчетов содержится целое число периодов N_{s1} синусоидального колебания частотой f_{s1} (рис.2.39, частота сигнала кратна частоте дискретизации – $f_{s1}/f_d = N_{s1}/N$), то ДПФ даст один ненулевой частотный отсчет, соответствующий частоте входного сигнала (рис.2.36а).

Если в выборке из N отсчетов нет целого числа периодов N_{s2} синусоидального сигнала ((рис.2.40, $f_{s2}/f_d \neq N_{s2}/N$), то разрывы, образующиеся в конечных точках выборки, дадут расширение спектра, вследствие появления дополнительных гармоник. В

дополнение к появлению боковых лепестков, расширение спектра приводит к снижению разрешающей способности по частоте (рис.2.366).

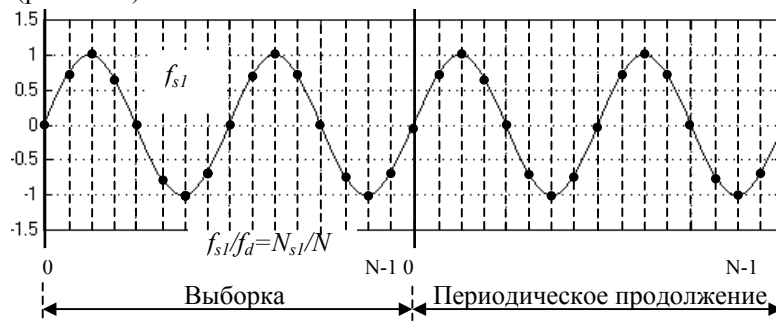


Рис.2.39. Синусоидальный сигнал с целым числом периодов в выборке

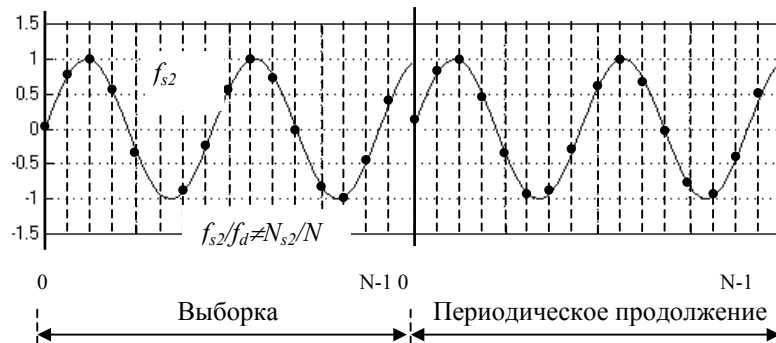


Рис.2.40. Синусоидальный сигнал с нецелым числом периодов в выборке

В практических приложениях при спектральном анализе точные значения частот входного сигнала неизвестны. Поэтому следует предпринимать определенные шаги к уменьшению боковых лепестков.

Значительно уменьшить боковые лепестки ДПФ и ослабить эффект паразитной модуляции можно используя специальные оконные функции, отличающиеся от прямоугольной. Входные временные отсчеты умножаются на соответствующую функцию окна, что приводит к «обнулению» сигнала на краях выборки (рис.2.41).

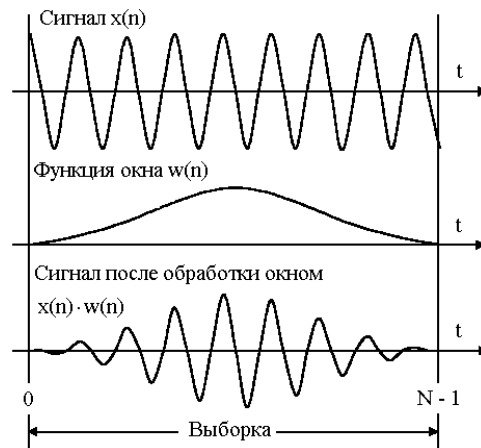


Рис.2.41. Взвешивание сигнала оконной функцией

Характеристики некоторых наиболее популярных оконных функций представлены в Таблице 2.2.

Таблица 2.2

название окна	функция окна	уровень бок. лепестков, дБ	эквив. ширина полосы
прямоугольное	1	- 13.3	1.00
окно Ханна	$0.50 + 0.50 \cdot \cos(2\pi n/N)$	- 31.5	1.50
окно Хэмминга	$0.54 + 0.46 \cdot \cos(2\pi n/N)$	- 43	1.36
окно Гаусса ($\alpha=2,5$)	$\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{2\alpha n}{N}\right)^2\right]$	- 42	1.39
окно Наттола (R=3)	$\sum_{r=0}^R a_r \cdot \cos(2\pi n/N)$	- 98	1.80

ДПФ с учетом оконной функции будет иметь вид:

$$F(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot w(n) \cdot e^{-j\frac{2\pi}{N}nk} \quad (2.18)$$

На рис.2.42 представлены примеры спектров синусоидального сигнала частотой 50 Гц при использовании некоторых оконных функций.

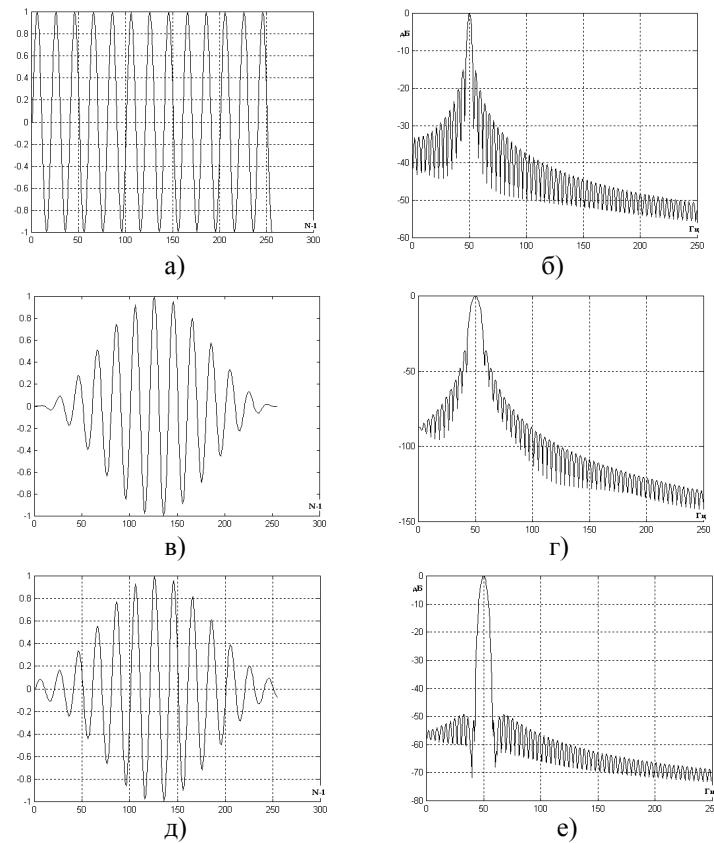


Рис.2.42. Сигнал и его спектр при использовании:
 (а, б) - прямоугольного окна, (в, г) – окна Ханна,
 (д, е) – окна Хэмминга

Выбор оконной функции определяется спецификой решаемой задачи. Хотя их применение и уменьшает эффект паразитной модуляции спектра сигнала, но расширение спектра влечет за собой ухудшение разрешающей способности по частоте двух соседних частотных компонент. На рис.2.43а показано, что при использовании прямоугольного окна два гармонических сигнала с близкими частотами (110Гц и 120Гц) вполне различимы. При использовании же специальной оконной функции разрешение двух близких по частоте гармоник ухудшается, а уровень боковых

лепестков падает (рис.2.43,б), уменьшая тем самым возможные ошибки смещения. Следовательно, при выборе окна необходимо принимать компромиссное решение между шириной главного лепестка (разрешающей способностью по частоте) и уровнем подавления бокового поля.

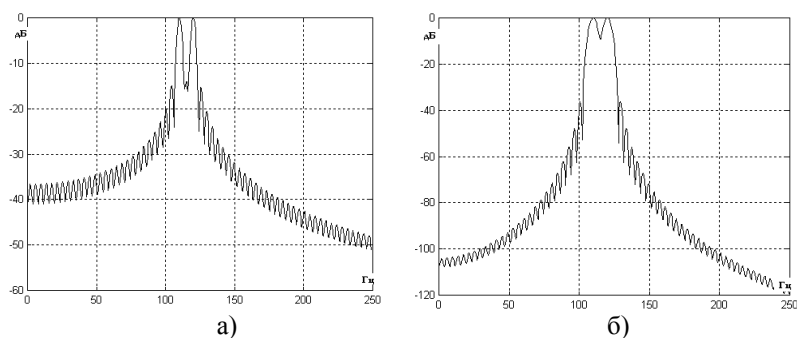


Рис.2.43. ДПФ двух сигналов с разнесенными частотами.
а) с прямоугольной огибающей, б) после применения окна Ханна

Выше было отмечено, что СПМ представляет собой квадрат модуля преобразования Фурье конечной последовательности данных:

$$G(k) = \left| \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot e^{-j\frac{2\pi}{N}nk} \right|^2 \quad (2.19)$$

Если выборки $x(n)$ комплексные, то разложив экспоненциальную функцию на синусную и косинусную составляющие, выражение для вычисления СПМ можно записать:

$$G(k) = F_c^2(k) + F_s^2(k), \quad (2.20)$$

где $F_c(k)$ - четная спектральная функция:

$$F_c(k) = \sum_{n=0}^{N-1} \left[x(n) \cdot \cos(2\pi nk/N) - x^*(n) \cdot \sin(2\pi nk/N) \right], \quad (2.21)$$

$F_s(k)$ - нечетная спектральная функция:

$$F_s(k) = \sum_{n=0}^{N-1} [x(n) \cdot \sin(2\pi k / N) + x^*(n) \cdot \cos(2\pi k / N)] \quad (2.22)$$

Структурная схема устройства, вычисляющего СПМ, представлена на рис.2.44.

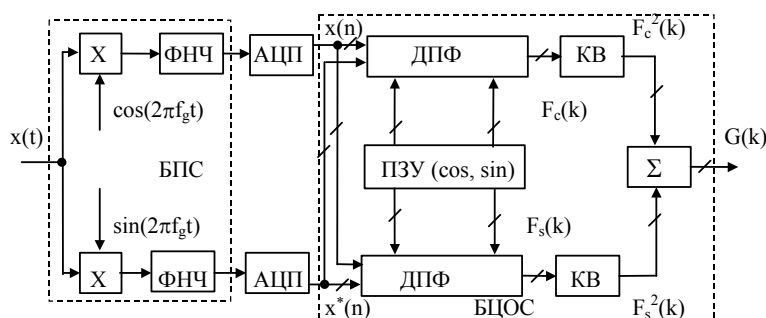


Рис.2.44. Структурная схема вычисления спектральной плотности мощности

В состав схемы входят:

- X – модуляторы (f_g - частота гетеродина);
 - ФНЧ - для выделения разностной частоты ($f_c - f_g$);
- Модуляторы, совместно с ФНЧ, предназначены для образования квадратурных сигналов $x(t)$ и $x^*(t)$. Кроме того, они могут быть использованы для понижения несущей частоты входного сигнала (перенос спектра сигнала в область более низких частот), снижая требования по быстродействию к блоку цифровой обработки сигналов (БЦОС).
- АЦП преобразует $x(t)$ и $x^*(t)$ в цифровые коды $x(n)$ и $x^*(n)$;
 - блоки ДПФ - для вычисления дискретных спектров $F_c(k)$ и $F_s(k)$;
 - ПЗУ - для хранения косинусных и синусных коэффициентов;
 - квадраторы (КВ) и сумматор (Σ) - для вычисления СПМ $G(k)$.

2.3.3. КОСВЕННЫЙ МЕТОД СПЕКТРАЛЬНОГО ОЦЕНИВАНИЯ

Косвенный метод оценки СПМ основан на корреляционном подходе. При этом для вычисления СПМ используется не случайный процесс $x(t)$, а его авто- или взаимокорреляционная функция.

АКФ случайного процесса $x(t)$ в два различных момента времени определяется выражением:

$$r_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot x(t - \tau) dt. \quad (2.23)$$

ВКФ двух случайных процессов $x(t)$ и $y(t)$ определяется выражением:

$$r_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot y(t - \tau) dt. \quad (2.24)$$

Для дискретных последовательностей конечных данных $x(n)$ и $y(n)$ дискретные АКФ и ВКФ равны:

$$\text{АКФ} - r_{xx}(m) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot x(n - m) \quad (2.25)$$

$$\text{ВКФ} - r_{xy}(m) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot y(n - m). \quad (2.26)$$

Структурные схемы блоков вычисления АКФ $r_{xx}(m)$ и ВКФ $r_{xy}(m)$ представлены на рис.2.45а и рис.2.45б, соответственно.

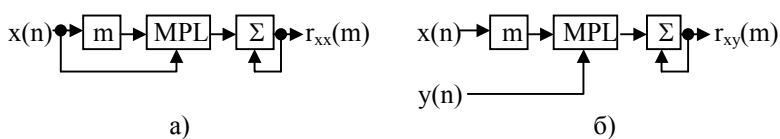


Рис.2.45. Структурные схемы блоков вычисления АКФ (а) и ВКФ (б)

В состав структурных схем входят: цифровая линия задержки на m отсчетов (время задержки $\tau = m \cdot \Delta t_d$), умножитель (MPL) и накапливающий сумматор (Σ). Накапливающий сумматор

определяет постоянную времени интегрирования при вычислении АКФ и ВКФ.

Поскольку при задержке $\tau=0$ АКФ характеризует среднюю мощность случайного сигнала $x(t)$:

$$r_{xx}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t) dt ,$$

то с учетом того, что обратное ДПФ от СПМ:

$$r_{xx}(m) = \sum_{k=0}^{N-1} G_{xx}(k) \cdot e^{j\frac{2\pi}{N}mk} \text{ при } m=0 \text{ равно } r_{xx}(0) = \sum_{k=0}^{N-1} G_{xx}(k) ,$$

площадь под кривой $G_{xx}(k)$ также характеризует среднюю мощность процесса $x(n)$. Т.е. $G_{xx}(k)$ представляет собой функцию плотности (мощности на единицу частоты), которая показывает распределение мощности случайного процесса $x(n)$ по частоте.

Для ограниченного объема данных ($m = \overline{0, N-1}$) СПМ и взаимная СПМ определяются соответственно:

$$G_{xx}(k) = \sum_{m=0}^{N-1} r_{xx}(m) \cdot e^{-j\frac{2\pi}{N}mk} , \quad (2.27)$$

$$G_{xy}(k) = \sum_{m=0}^{N-1} r_{xy}(m) \cdot e^{-j\frac{2\pi}{N}mk} . \quad (2.28)$$

2.3.4. БЫСТРОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ

Дискретное преобразование Фурье последовательности $x(n)$, где $n = \overline{0, N-1}$ определяется соотношением:

$$F(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot e^{-j\frac{2\pi}{N}nk} , \text{ где } k = \overline{0, N-1} .$$

Для вычисления $F(k)$ на каждой дискретной частоте требуется N комплексных умножений и N комплексных сложений. А для получения всех N составляющих частот требуется N^2 комплексных умножений и сложений. Если, например, длина массива данных $N=1000$, то требуется 10^6 комплексных операций. В этом случае

использовать алгоритм дискретного спектрального анализа в реальном масштабе времени затруднительно из-за ограниченного быстродействия вычислительных устройств. Эффективный способ вычисления дискретного преобразования Фурье, позволяющий существенно сократить число выполняемых операций, был предложен в 1965 г. Кули и Тьюки. Этот способ получил название - быстрое преобразование Фурье (БПФ) по основанию 2. Т.е. массив входных данных должен быть степенью 2: $N=2^m$ (32, 64, 128, 256, 512, 1024 и т.д.).

Идея БПФ состоит в разбиении исходной последовательности $x(n)$ на две более короткие, ДПФ которых могут быть скомбинированы так, чтобы получить ДПФ исходной последовательности. Например, если N является степенью двойки, то разбиения N на две $N/2$ -точечные последовательности число операций ДПФ уменьшится примерно вдвое (Например, при $N=8$ ДПФ требует операций $N^2=64$. После разбиения N на две последовательности $N_1=4$ и $N_2=4$, число операций ДПФ равно $N_1^2 + N_2^2 = 32$). Эту процедуру можно повторить над $N/2$ -точечной последовательностью, т.е. получить $N/4$, $N/8$ и т.д. - точечные последовательности.

Проиллюстрируем это, переписав выражение для ДПФ в виде:

$$F(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot W_N^{nk}, \quad \text{где } W_N = e^{-j\frac{2\pi}{N}}. \quad (2.25)$$

Поворачивающий множитель W_N^{nk} периодичен с периодом N :

$$W_N^{(n+mN)(k+lN)} = W_N^{nk} \quad (2.26)$$

Если разбить N -точечную последовательность $x(n)$ на две $N/2$ -точечные последовательности $x_1(n)$ и $x_2(n)$, где $x_1(n)=x(2n)$, ($n=0, N/2-1$) - содержит четные члены, а $x_2(n)=x(2n+1)$, ($n=0, N/2-1$) - содержит нечетные члены последовательности $x(n)$, то ДПФ можно записать в виде:

$$F(k) = \sum_{n=0}^{N/2-1} x(2n) \cdot W_N^{2nk} + \sum_{n=0}^{N/2-1} x(2n+1) \cdot W_N^{k(2n+1)} \quad (2.27)$$

$$\text{С учетом того, что } W_N^2 = \left[e^{j\frac{2\pi}{N}} \right]^2 = e^{j\frac{2\pi}{N/2}} = W_{N/2}$$

$$F(k) = \sum_{n=0}^{N/2-1} x_1(n) \cdot W_{N/2}^{nk} + W_N^k \cdot \sum_{n=0}^{N/2-1} x_2(n) \cdot W_{N/2}^{nk} , \quad (2.28)$$

$$\text{т.е.} \quad F(k) = F_1(k) + W_N^k \cdot F_2(k) , \quad (2.29)$$

где $F_1(k)$ и $F_2(k)$ - $N/2$ -точечные ДПФ последовательностей $x_1(n)$ и $x_2(n)$.

В выражении (2.29) преобразования $F_1(k)$ и $F_2(k)$ определены только в диапазоне отсчетов $k=0, N/2-1$, поэтому необходимо это выражение доопределить до оставшихся $N/2$ отсчетов частоты.

ДПФ $F_1(k)$ и $F_2(k)$ являются периодическими с периодом $N/2$, т.е.:

$$F_1(k) = F_1(k + N/2) , \text{ а } F_2(k) = F_2(k + N/2)$$

Кроме того, множитель W_N^k в (2.29), для оставшихся $N/2$ частотных отсчетов с учетом свойства периодичности равен:

$$e^{-j \frac{2\pi(k+N/2)}{N}} = e^{-j\pi} \cdot e^{-j \frac{2\pi k}{N}} = -e^{-j \frac{2\pi k}{N}} = -W_N^k ,$$

тогда можно записать:

$$F(k) = \begin{cases} F_1(k) + W_N^k \cdot F_2(k); & 0 \leq k \leq \frac{N}{2} - 1 \\ F_1(k) - W_N^k \cdot F_2(k); & \frac{N}{2} \leq k \leq N - 1 \end{cases} \quad (2.30)$$

Полученное выражение лежит в основе алгоритма БПФ по основанию 2 с прореживанием по времени.

Далее вычисления строятся по итерационному принципу: последовательности отсчетов с четными и нечетными номерами вновь разбиваются на две части. Процесс продолжается до тех пор, пока не получится последовательность, состоящая из единственного элемента. При этом число операций умножения и сложения, необходимых для вычисления БПФ, соответственно будет равно $(N/2) \cdot \log_2 N$ и $N \cdot \log_2 N$, а количество базовых операций - $(N/2) \cdot \log_2 N$.

Если положить: $F_1(k)=A$, $F_2(k)=B$, $F(k)_{<0, N/2-1>}=X$, $F(k)_{<N/2, N-1>}=Y$,

то граф вычисления "базовой операции" БПФ, называемой иногда «бабочка», будет иметь вид, представленный на рис.2.46.

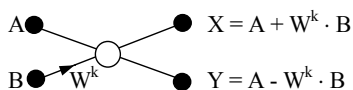


Рис.2.46. Граф базовой операции БПФ по основанию 2 с прореживанием по времени

Рассмотрим пример построения графа 8-точечного БПФ с прореживанием по времени ($N=8=2^3$):

I этап: (рис.2.47)

Входная последовательность $x(n)$ разбивается на две последовательности $x_1(n)$ и $x_2(n)$, где $x_1(n)$ - четные, а $x_2(n)$ - нечетные члены последовательности, для которых путем двух 4-точечного ДПФ рассчитываются преобразования $F_1(k)$ и $F_2(k)$. Затем в соответствии с алгоритмом БПФ рассчитывается $F(k)$.

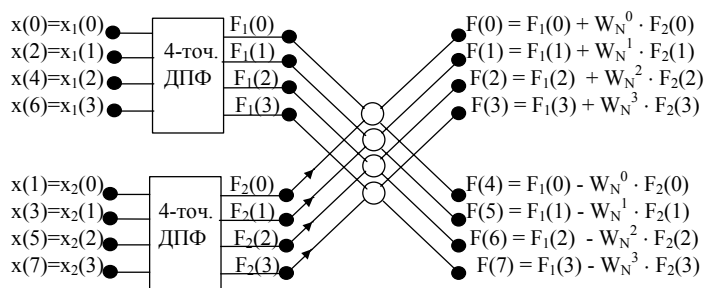


Рис.2.47. Первый этап вычисления БПФ

II этап: (рис.2.48)

Каждая из последовательностей $x_1(n)$ и $x_2(n)$ также может быть поделена пополам. При этом две 4-точечные ДПФ будут сведены к четырем 2-точечным ДПФ.

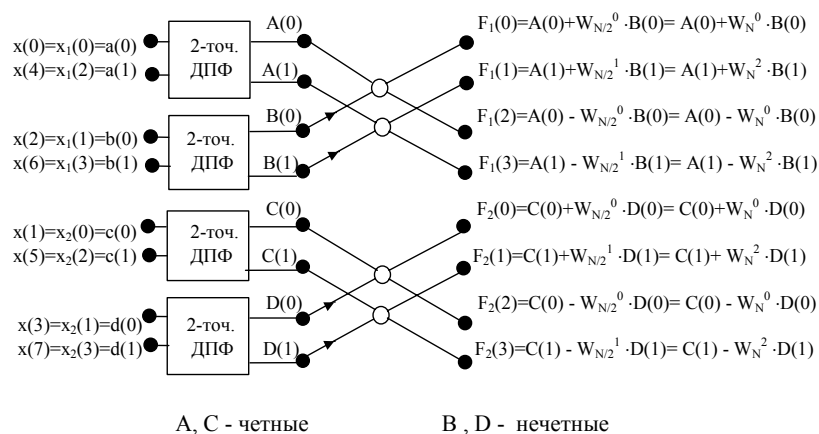


Рис. 2.48. Второй этап вычисления БПФ

III этап: (рис.2.49)

Двухточечные ДПФ вычисляются с учетом базовой операции БПФ.

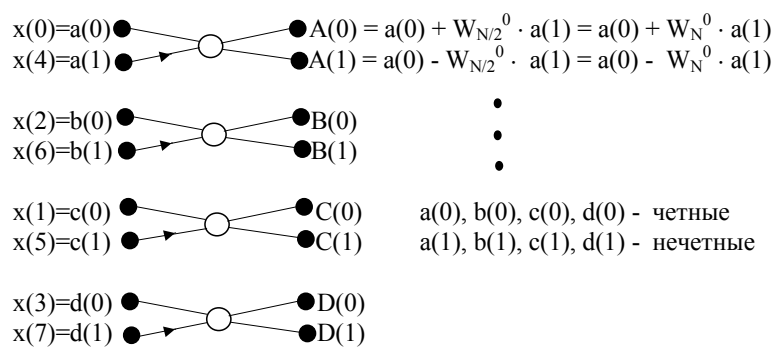


Рис. 2.49. Третий этап вычисления БПФ

Полный граф 8-точечной БПФ по основанию 2 и прореживанием по времени приведен на рис.2.50.

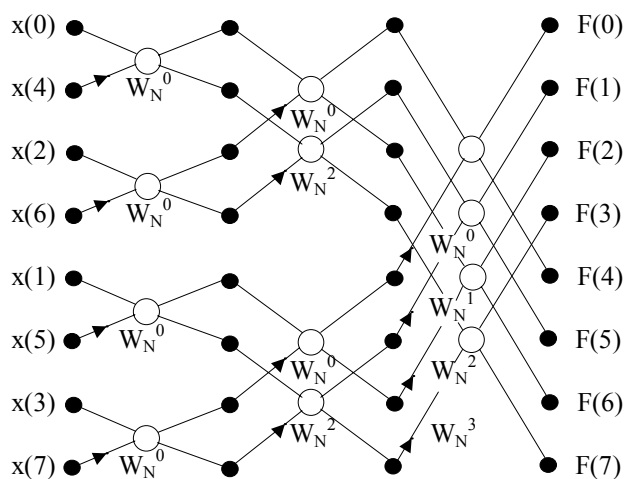


Рис. 2.50. Полный граф 8-точечного БПФ с прореживанием во времени

Для реализации БПФ, как видно из примера, необходимо произвести перестановку последовательности входных данных $x(n)$. Эту перестановку можно реализовать по правилу двоичной инверсии (реверса адресов данных) (рис. 2.51).

исх. посл.	двоич. предст. адр.	двоич. инв. адр.	преобр. посл.
$x(0)$	000	000	$x(0)$
$x(1)$	001	100	$x(4)$
$x(2)$	010	010	$x(2)$
$x(3)$	011	110	$x(6)$
$x(4)$	100	001	$x(1)$
$x(5)$	101	101	$x(5)$
$x(6)$	110	011	$x(3)$
$x(7)$	111	111	$x(7)$

Рис. 2.51. Реверс адресов данных перед вычислением БПФ

БПФ можно реализовать не только по основанию 2, но и по основанию 4, 8, 16, а также по нечетному основанию. При этом граф БПФ будет выглядеть сложнее.

Если A , B и W^k - комплексные, т.е.:

$$A = \text{Im}A + j\text{Re}A, \quad B = \text{Im}B + j\text{Re}B, \quad W^k = \text{Im}W^k + j\text{Re}W^k,$$

то алгоритм базовой операции БПФ с прореживанием по времени будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} X &= \operatorname{Re} A + (\operatorname{Re} B \operatorname{Re} W - \operatorname{Im} B \operatorname{Im} W); \\ \operatorname{Im} X &= \operatorname{Im} A + (\operatorname{Re} B \operatorname{Im} W + \operatorname{Im} B \operatorname{Re} W); \\ \operatorname{Re} Y &= \operatorname{Re} A - (\operatorname{Re} B \operatorname{Re} W - \operatorname{Im} B \operatorname{Im} W); \\ \operatorname{Im} Y &= \operatorname{Im} A - (\operatorname{Re} B \operatorname{Im} W + \operatorname{Im} B \operatorname{Re} W). \end{aligned} \quad (2.31)$$

БПФ можно реализовать с прореживанием по частоте. Граф базовой операции представлен на рис.2.52.

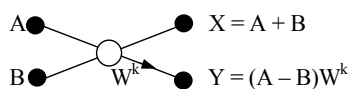


Рис.2.52. Граф базовой операции БПФ с прореживанием по частоте

Сравнительное быстродействие (в мс) некоторых сигнальных процессоров при вычислении комплексного БПФ по основанию 2 с прореживанием по времени приведено в Таблице 2.3

Таблица 2.3

N	C`25	C`30	C`40
128	0.7	0.37	0.21
256	1.9	0.8	0.46
512	4.8	1.74	1.03
1024	10.9	3.75	2.26

2.3.5. ПРИМЕР МОДЕЛИРОВАНИЯ ЦИФРОВОГО АНАЛИЗАТОРА СПЕКТРА

Модель цифрового анализатора спектра сигнала с генератором входных воздействий, составленная в приложении Simulink (MatLab), приведена на рис.2.53. В состав анализатора спектра входят:

- АЦП (состоит из дискретизатора (Zero-Order Hold) и квантователя (Quantizer));
- Блок формирования аналитического сигнала (Analytic Signal);
- Блок формирования выборки из N отсчетов (Buffer);
- Блок БПФ (FFT);
- Блок вычисления модуля спектра.

Параметры модели:

Частота дискретизации: $F_s = 4000$ Гц

Полоса анализа FFT: $F_a = F_s/2 = 2000$ Гц

Разрядность АЦП: $B=10$

Количество точек FFT на полосу F_s : $N=512$

Точность оценки частоты: $F=F_s/N=4000/512=7.8$ Гц

Полоса частот полезного сигнала: $\Delta F_c = (700-1200)$ Гц.

На вход анализатора спектра подается сумма трёх синусоид (800Гц, 1000Гц и 1100Гц) с нормально распределенной помехой полосой (10-2000) Гц. Перед анализатором спектра частотная полоса ограничивается с помощью аналогового полосового фильтра (Signal Band) до (700-1200) Гц для уменьшения влияния помех. Вид сигнала с помехами в полосе (700-1200) Гц показан на рис.2.54, а его спектр - на рис.2.55. В спектре видны три ярко выраженные гармоники на фоне помех.

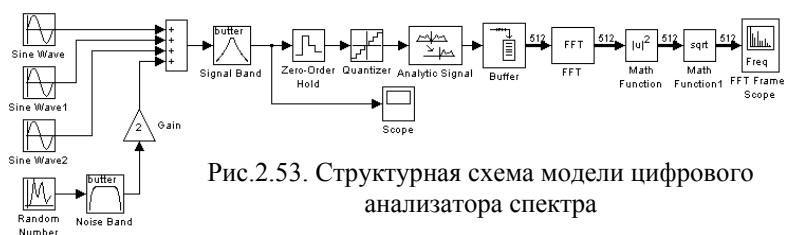


Рис.2.53. Структурная схема модели цифрового анализатора спектра

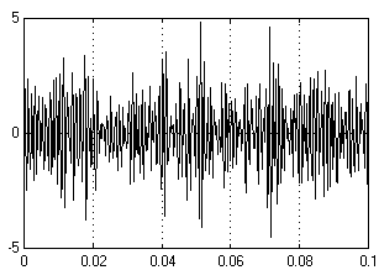


Рис.2.54. Сигнал с помехами на входе анализатора спектра

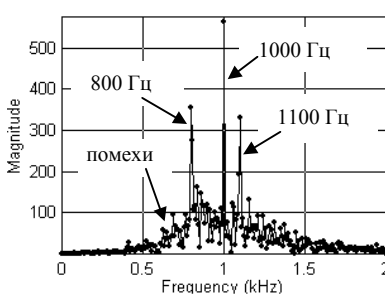


Рис.2.55. Спектр сигнала с помехами в полосе анализа

2.4. ЦИФРОВЫЕ СОГЛАСОВАННЫЕ ФИЛЬТРЫ

К сигналам, используемым в радио - и гидролокации, предъявляются противоречивые требования. С одной стороны желательно иметь сигналы малой длительности, чтобы, например:

- снизить влияние реверберационных помех;
 - повысить точность измерения дистанции до объекта локации и разрешающую способность по дальности,
- с другой стороны – большой длительности, чтобы:
- снизить влияние широкополосных шумовых помех;
 - увеличить дальность обнаружения объектов;
 - повысить точность измерения скорости движения объекта локации;
 - повысить точность измерения угловых координат объекта локации.

Для разрешения этих противоречий наряду с простыми используются сложные сигналы. К простым сигналам относятся сигналы с гармоническим заполнением и различной формой огибающей. Огибающая может быть: прямоугольной, колокольной, в форме трапеции, экспоненциальной, треугольной и т.д.

Для простых сигналов с прямоугольной огибающей:

$$S_{np}(t) = A(t) \cdot \cos(\omega_c t + \varphi), \quad t = (0, T_c), \text{ где}$$

$A(t)$ – огибающая сигнала; $f_c = \omega_c / 2\pi$ – несущая частота; φ – начальная фаза, существует однозначная связь между длительностью сигнала и его полосой: $\Delta f_c = 1/T_c$. То есть для простых сигналов база сигнала $\mu = \Delta f_c \cdot T_c \approx 1$.

Спектральные и корреляционные характеристики простого сигнала представлены на рисунках: рис.2.56 - простой сигнал с прямоугольной огибающей ($T_c = 10\text{мс}$, $f_c = 2\text{кГц}$, $\mu = 1$); рис.2.57 – модуль АКФ простого сигнала; рис.2.58 – спектральная плотность простого сигнала.

Для сложных сигналов нет однозначной связи между длительностью сигнала и шириной его спектра. Для них база $\mu = \Delta f_c \cdot T_c \gg 1$, т.к. ширина спектра сложных сигналов определяется не столько длительностью сигнала, сколько характеристиками внутриимпульсной модулирующей функции. Сложные сигналы подразделяются на:

- фазомодулированные - ФМ (фаза сигнала внутри импульса меняется по заданному закону);

- с частотной модуляцией - ЧМ (частота сигнала внутри импульса меняется по заданному закону);
- случайные (по случайному закону внутри импульса меняется частота, фаза или амплитуда).

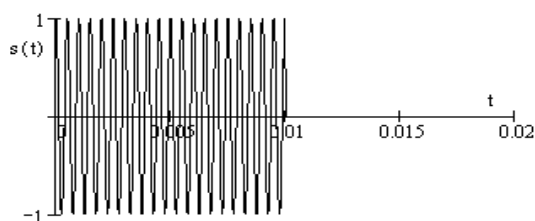


Рис.2.56. Простой сигнал

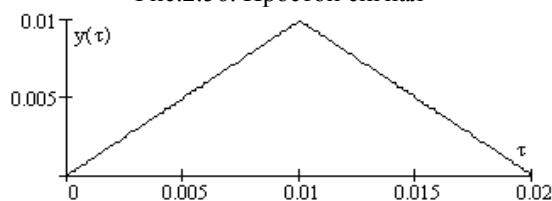


Рис.2.57. Модуль автокорреляционной функции простого сигнала

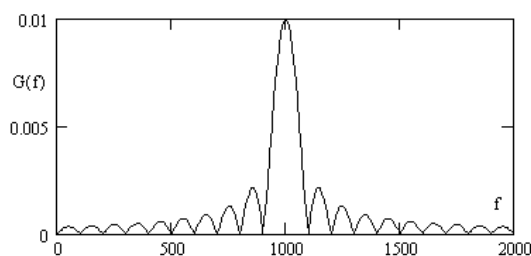


Рис.2.58. Спектральная плотность простого сигнала

ФМ сигнал – это последовательность радиоимпульсов, начальные фазы которых меняются по заданному закону. ФМ сигналы подразделяются на бинарные (фаза может принимать только два значения: 0 или π ; такие сигналы часто называют - фазоманипулированные) и многофазные. Законы изменения фазы у бинарных сигналов оптимизированы в основном по двум параметрам: максимально возможная сложность сигнала (количество позиций M кода внутри импульса) и минимум

бокового поля автокорреляционной функции (АКФ) ФМ сигнала. В основном используются законы Баркера (максимально – 13-позиционные; имеют уровень бокового поля АКФ - $\delta=1/M$) и M-последовательности (количество позиций кода внутри импульса $M=2^k-1$, где k – целое число; уровень бокового поля АКФ - $\delta = 1/\sqrt{M}$). Для бинарных ФМ сигналов:

$$S(t) = A(t) \cdot \sum_{m=1}^M E_m(t) \cdot \cos(\omega_c t + \theta_m(t) + \varphi), \quad t = (0, T_c), \text{ где}$$

M – число позиций кода (число дискрет) внутри импульса; m – номер дискреты; $\tau_\delta = T_c/M$ – длительность дискреты ФМ сигнала;

$$E_m(t) = \begin{cases} 1 & \text{при } \tau_\delta \cdot (m-1) < t < \tau_\delta \cdot m \\ 0 & \text{при других } t \end{cases} \quad \text{– огибающая дискреты;}$$

$$\theta_m(t) = \begin{cases} 0 \\ \pi \end{cases} \quad \text{– начальная фаза несущей частоты внутри дискреты.}$$

Ширина спектра ФМ сигнала $\Delta f_c = 1/\tau_\delta$.

Спектральные и корреляционные характеристики ФМ сигнала представлены на рисунках: рис.2.59 – ФМ сигнал ($T_c=10\text{мс}$, $f_c=2\text{кГц}$, $M=15$, $\mu=15$); рис.2.60 – модуль АКФ ФМ сигнала; рис.2.61 – спектральная плотность ФМ сигнала.

К ЧМ сигналам относятся, например, сигналы с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ), с дискретной частотной модуляцией (ДЧМ), с гиперболической частотной модуляцией (ГЧМ).

Для ЛЧМ сигналов:

$$S(t) = A(t) \cdot \cos\left(\omega_c t + \frac{at^2}{2} + \varphi\right), \quad t = (0, T_c), \text{ где}$$

$a [\text{рад}/\text{с}^2]$ – коэффициент девиации частоты (девиация частоты внутри импульса может быть убывающей или возрастающей); $f_c = \omega_c/2\pi$ – начальная частота сигнала. Ширина спектра ЛЧМ сигнала $\Delta\omega_c = a \cdot T_c$.

Спектральные и корреляционные характеристики ЛЧМ сигнала представлены на рисунках: рис.2.62 – ЛЧМ сигнал ($T_c=10\text{мс}$, $f_c=2\text{кГц}$, $a=942 \cdot 10^3 \text{ рад}/\text{с}^2$, $\mu=15$); рис.2.63 – модуль АКФ ЛЧМ сигнала; рис.2.64 – спектральная плотность ЛЧМ сигнала.

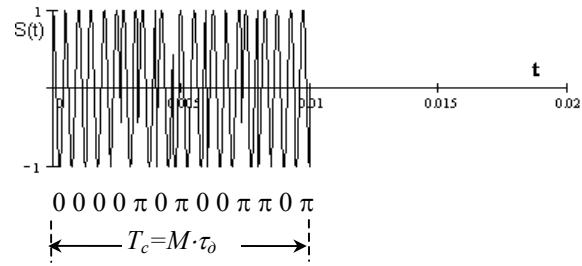


Рис.2.59. ФМ сигнал, кодированный по закону М-последовательности ($M=15$)

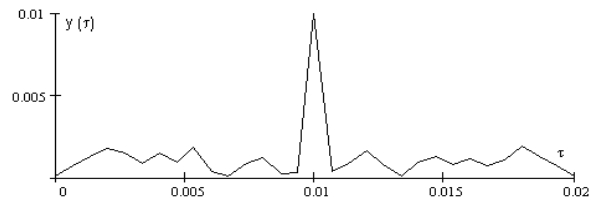


Рис.2.60. Модуль автокорреляционной функции ФМ сигнала

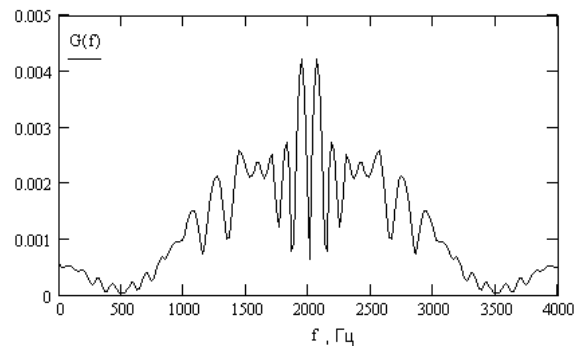


Рис.2.61. Спектральная плотность ФМ сигнала

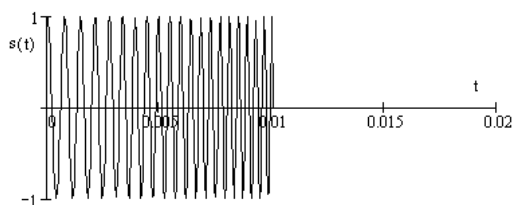


Рис.2.62. ЛЧМ сигнал

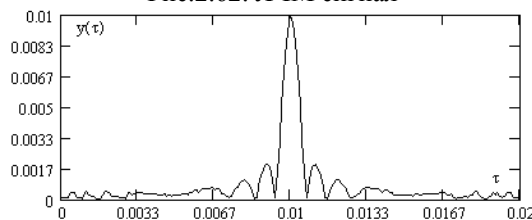


Рис.2.63. Модуль автокорреляционной функции ЛЧМ сигнала

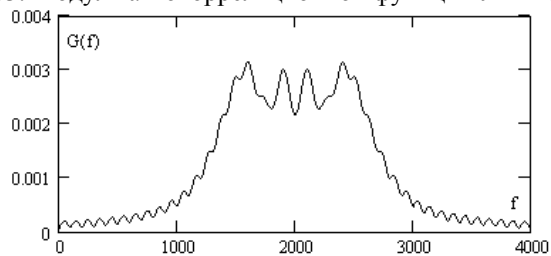


Рис.2.64. Спектральная плотность ЛЧМ сигнала

Универсальной характеристикой, описывающей свойства сигналов, является функции неопределенности (ФН). Она является мерой сходства между комплексной огибающей сигнала $S(t)$ и её копией, сдвинутой по времени на τ и по частоте - на Δf .

$$H(\Delta f, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S(t - \tau) \cdot S^*(t) \cdot e^{j2\pi\Delta f t} dt.$$

Функции неопределенности простого, ФМ и ЛЧМ сигналов представлены на рис.2.65, 2.66, 2.67, соответственно.

Сечение ФН плоскостью, перпендикулярной плоскости $(\Delta f, \tau)$ и проходящей через $\Delta f=0$, соответствует АКФ сигнала (рис.2.57, 2.60, 2.63) и характеризует разрешающую способность сигнала по задержке τ (т.е. разрешающую способность по дистанции и точность измерения дистанции до объекта).

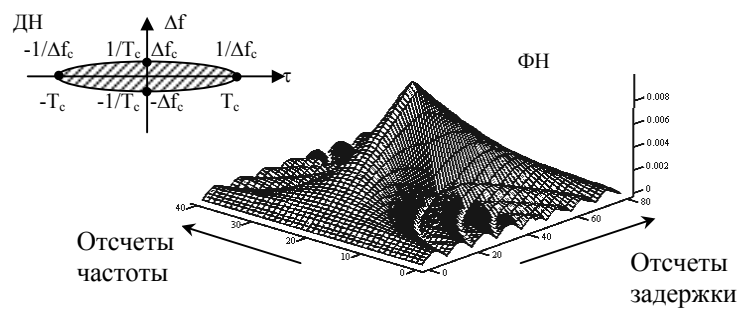


Рис.2.65. Функция и диаграмма неопределенности простого сигнала

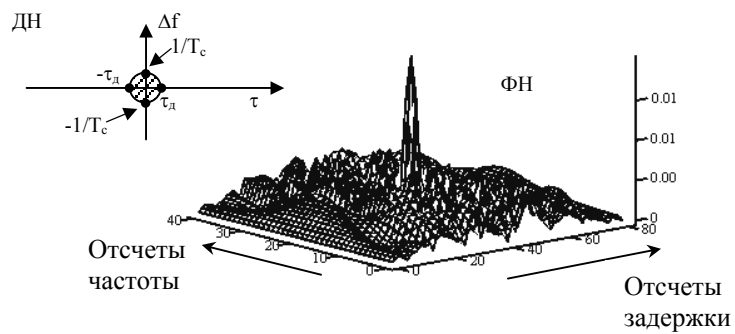


Рис.2.66. Функция и диаграмма неопределенности ФМ сигнала

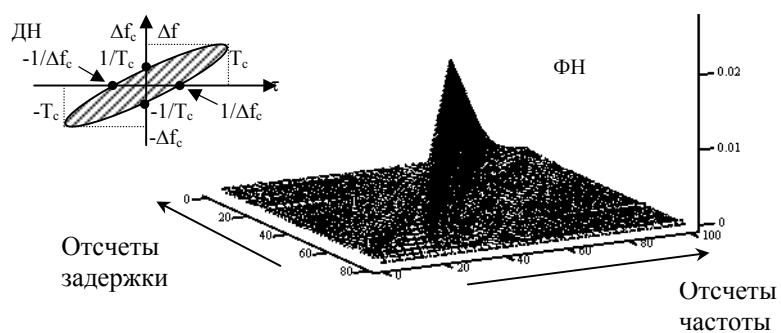


Рис.2.67. Функция и диаграмма неопределенности ЛЧМ сигнала

Сечение ФН плоскостью, перпендикулярной плоскости $(\Delta f, \tau)$ и проходящей через $\tau=0$, характеризует разрешающую способность сигнала по частоте Δf (т.е. точность измерения доплеровского сдвига частоты эхо-сигнала).

При анализе свойств сигналов часто используют диаграмму неопределенности (ДН) (рис.2.65, 2.66, 2.67) - проекцию сечения ФН на плоскость $(\Delta f, \tau)$.

Анализ представленных ДН показывает:

- простые сигналы имеют плохое разрешение по дальности ($\Delta d = c \cdot T_c / 2$) и хорошее разрешение по частоте ($\Delta f = 1 / T_c$);
- ЛЧМ сигналы имеют хорошее разрешение по дальности ($\Delta d = c / (2 \cdot \Delta f_c)$), но положение максимума АКФ зависит от сдвига частоты эхо-сигнала;
- ФМ сигналы имеют хорошее разрешение по дальности ($\Delta d = c \cdot \tau_0 / 2$) и частоте ($\Delta f = 1 / T_c$).

Устройством оптимальной обработки сложных сигналов, принимаемых на фоне «белых помех», является фильтр, импульсная характеристика которого согласована с сигналом (является зеркальной копией сигнала: $h(t) = S(-t)$). Такой фильтр называют согласованным фильтром (СФ). СФ - это фильтр с конечной импульсной характеристикой (трансверсальный фильтр). Он состоит из многоотводной линии задержки, умножителей и сумматора (рис.2.68), и вычисляет свёртку:

$$y(n) = \sum_{m=0}^{M-1} S(n-m) \cdot h(m),$$

где $S(n-m)$ – задержанные (предыдущие) выборки из входного сигнала; $h(m)$ – импульсная характеристика СФ; M – количество отводов линии задержки; $i = \tau_0 / \Delta t_d$ – количество отсчетов частоты дискретизации $f_d = 1 / \Delta t_d$, укладываемых на задержку τ_0 .

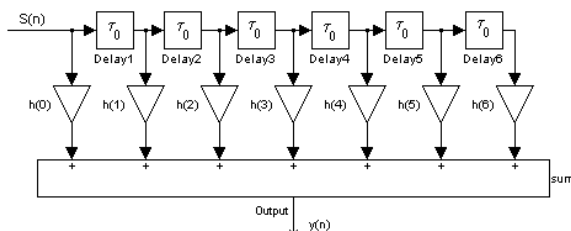


Рис.2.68. Структурная схема согласованного фильтра

Например, для ФМ сигнала длительностью $T_c=7\text{мс}$ и $f_c=4\text{кГц}$, кодированного по закону 7-позиционного Баркера (111-1-11-1), структурная схема СФ представлена на рис.2.69. Задержка $\tau_0=\tau_d=T_c/M=1\text{мс}$, интервал дискретизации - $\Delta t_d=50\text{мкс}$, тогда $i=20$. Отклик СФ на ФМ сигнал (рис.2.70а) представлен на рис.2.70б.

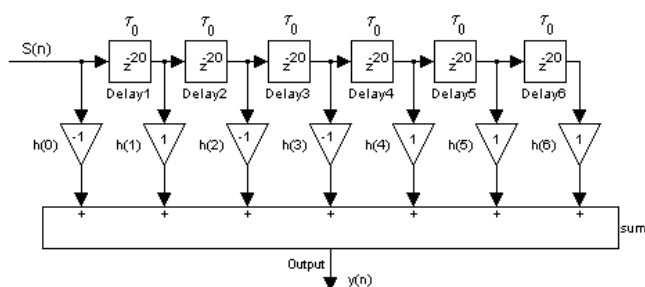


Рис.2.69. Структурная схема согласованного фильтра для ФМ сигнала

Как видно из рисунков обработка сложных сигналов в СФ приводит к их сжатию во времени. Коэффициент сжатия определяется базой (сложностью) сигнала μ .

Для исключения влияния случайной начальной фазы сигнала на отклик СФ, обработка должна вестись в квадратурных каналах.

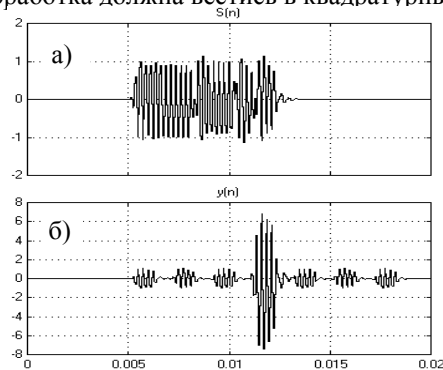


Рис.2.70. ФМ сигнал (а) и выход СФ (б)

На рис.2.71 приведена структурная схема модели СФ для 13-позиционного ФМ сигнала (выполнена в Simulink). Линия задержки с 13 отводами через τ_0 организована сдвиговым регистром (Shift Register) и селектором (Selector).

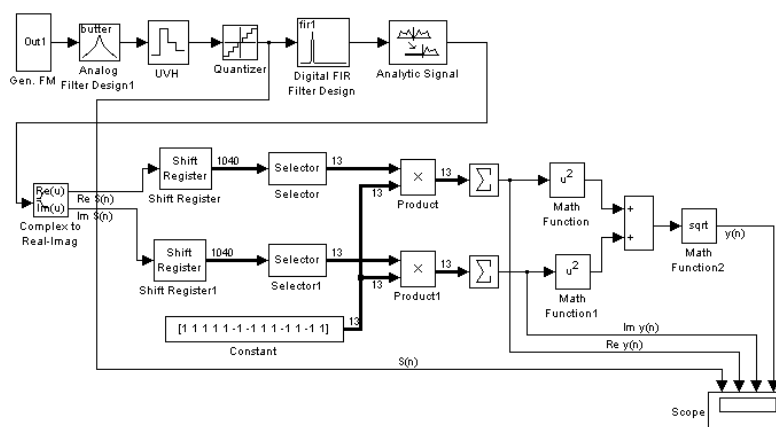


Рис.2.71. Согласованный фильтр с квадратурными каналами

Параметры сигнала:

- тип сигнала – ФМ, код Баркера
- длительность $T_c=13$ мс
- количество дискрет $M=13$ (1 1 1 1 1 -1 -1 1 1 -1 1 -1 1)
- длительность дискреты: 1 мс
- несущая частота сигнала $F_c=10$ кГц

Параметры модели:

- шаг дискретизации – 12.5мкс
- разрядность АЦП: $V=10$

Временные диаграммы сигналов на входе (а) и выходе СФ (в), а также на выходах накапливающих сумматоров квадратурных каналов СФ (б, г), представлены на рис.2.72.

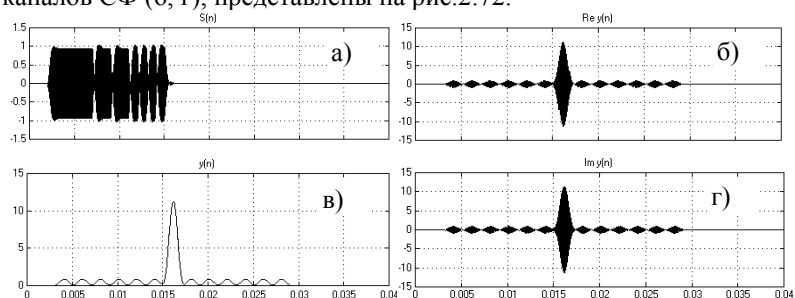


Рис.2.72. Сигналы на входе, выходе СФ и выходах накапливающих сумматоров квадратурных каналов СФ

При действии на входе СФ суммы нескольких ФМ сигналов, на выходе они различимы, если задержка между ними - не менее длительности дискреты. Пример отклика СФ при воздействии на входе суммы трёх ФМ сигналов, разнесенных на время 1.5 мс и 10 мс, с помехами приведен на рис.2.73.

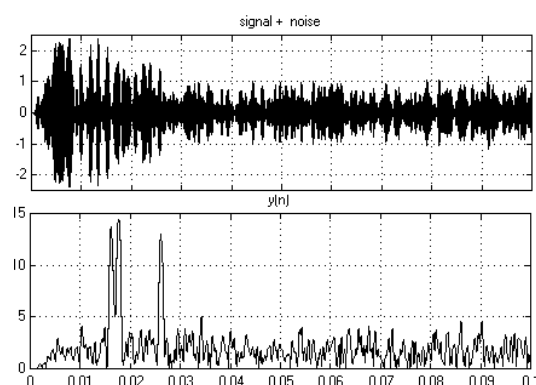


Рис.2.73. ФМ сигналы с помехами на входе СФ и отклик СФ

Для сжатия ЛЧМ сигналов в СФ могут быть использованы дисперсионные линии задержки, в которых задержка между отводами убывает (или возрастает) пропорционально закону изменения частоты внутри импульса. Пример СФ для ЛЧМ сигнала приведен на рис.2.74.

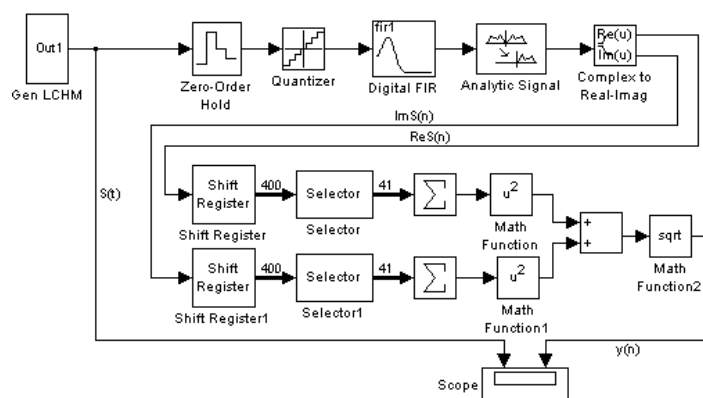


Рис.2.74. Модель СФ для ЛЧМ сигнала

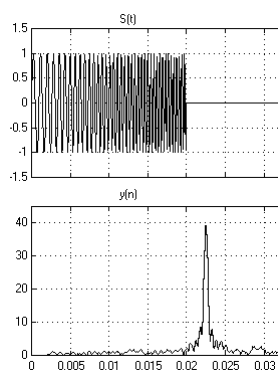


Рис.2.75. ЛЧМ сигнал
на входе и сигнал на
выходе СФ

Параметры сигнала:

- Тип входного сигнала: ЛЧМ
- Центральная частота сигнала: 2 кГц
- Длительность сигнала: 20 мс
- Коэффициент девиации частоты: $628 \cdot 10^3$ рад/с²

Параметры модели:

- Шаг дискретизации: 50 мкс
- Разрядность АЦП: В=10
- Полоса помех после цифрового фильтра: 2 кГц

Временные диаграммы сигналов на входе и выходе СФ приведены на рис.2.75.

Примеры осциллограмм суммы трёх ЛЧМ сигналов, разнесенных на 1 мс и 10 мс, с помехами, и выхода СФ приведены на рис.2.76.

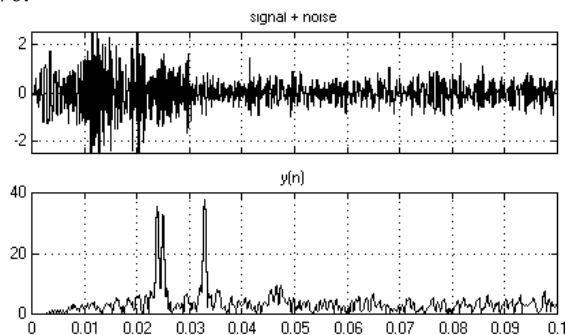


Рис.2.76. ЛЧМ сигналы с помехами на входе СФ и отклик СФ

3. ПОСТРОЕНИЕ УЗЛОВ ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

3.1. ОБОБЩЕННАЯ СТРУКТУРНАЯ СХЕМА УСТРОЙСТВ ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

В общем случае схема устройства цифровой обработки сигналов включают аналоговую, аналого-цифровую, цифровую и цифро-аналоговую части.

В аналоговой части выполняется предварительная фильтрация сигнала на фоне помех, снижение несущей частоты сигнала (если в этом есть необходимость) и повышение уровня принимаемого сигнала до значений, достаточных для устойчивой работы последующих устройств. Для подавления нежелательных сигналов вне основной полосы пропускания и предотвращения наложения спектров вследствие дискретизации необходим ФНЧ или ПФ.

В аналого-цифровой части осуществляется дискретизация с частотой f_d аналогового сигнала с помощью УВХ и преобразование дискретного сигнала в цифровой с помощью АЦП.

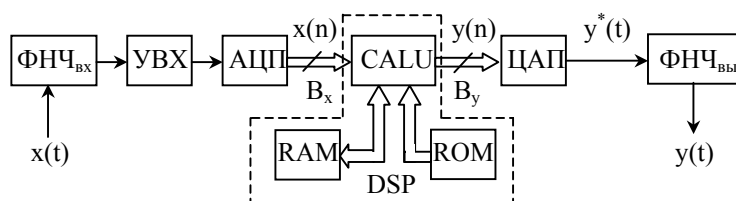


Рис.3.1 Обобщенная структурная схема устройства цифровой обработки сигналов

Обобщенная структурная схема устройства ЦОС представлена на рис.3.1. В ее состав входят: фильтры нижних частот (или полосовые фильтры) на входе и выходе устройства (ФНЧ_{вх} и ФНЧ_{вых}); устройство выборки и хранения (УВХ); аналого-цифровой преобразователь (АЦП); цифро-аналоговый преобразователь (ЦАП); процессор цифровой обработки сигналов (DSP), включающий в общем случае центральное арифметико-логическое устройство (CALU), оперативное (RAM) и постоянное (ROM) запоминающие устройства. Для обеспечения работы в реальном масштабе времени DSP должен выполнять все вычисления и передачу результата на ЦАП в пределах интервала дискретизации $\Delta t_d = 1/f_d$.

ФНЧ_{вх} (или ПФ) - осуществляет селекцию сигнала на фоне помех и ограничивает высокочастотную часть спектра входного сигнала для устранения наложения повторяющихся спектров после дискретизации.

УВХ - уменьшает динамические погрешности АЦП, храня выборку в пределах времени преобразования АЦП. Обязательно необходимо при использовании медленных АЦП (например, работающих по принципу последовательного приближения) или быстро меняющихся входных процессах.

АЦП - преобразует входной дискретный сигнал в соответствующий ему цифровой код (двоичное число с фиксированным количеством разрядов).

САЛУ содержит умножитель и накапливающий сумматор, и выполняет операции ЦОС в соответствии с алгоритмом. RAM используется для хранения отсчетов входных данных и промежуточных результатов вычислений, ROM - для хранения коэффициентов и программы вычислений.

ЦАП - преобразует выходной цифровой код блока обработки в аналоговый сигнал. Хотя сигнал на выходе ЦАП аналоговый, но он имеет ступенчатую форму. Сигнал на выходе ЦАП появляется не мгновенно, а через некоторое время $\Delta t_{уст}$ - время установки ЦАП (рис.3.2). В течении этого времени выходной сигнал ЦАП не стабилен, пока не установится в пределах погрешности преобразования ЦАП (примерно половина веса младшего разряда ЦАП).

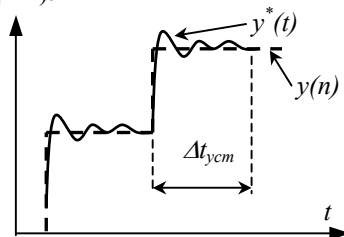


Рис.3.2 Динамическая погрешность ЦАП

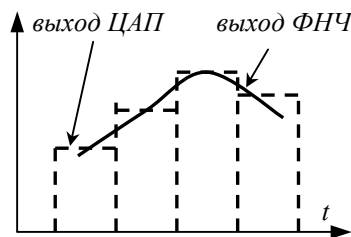


Рис.3.3. Сглаживание отклика ЦАП

ФНЧ_{вых} (или ПФ) - устраняет динамических погрешности и сглаживает ступенчатый сигнал на выходе ЦАП (рис.3.3). Сглаживающий фильтр должен иметь частоту среза меньше, чем частота дискретизации сигнала на выходе блока обработки.

3.2. ФИЛЬРЫ ДЛЯ УСТРАНЕНИЯ НАЛОЖЕНИЯ СПЕКТРОВ

Как отмечалось ранее, неправильный выбор частоты дискретизации f_d приводит к наложению копий спектров (aliasing) в полосе частот от $f_d - f_b$ до f_b (рис.3.4).



Рис.3.4. Наложение в частотной области при неправильном выборе частоты дискретизации: а) спектр аналогового сигнала; б) спектр дискретного сигнала

Наложение спектров можно устранить повышением частоты дискретизации до f_d' (рис.3.5).

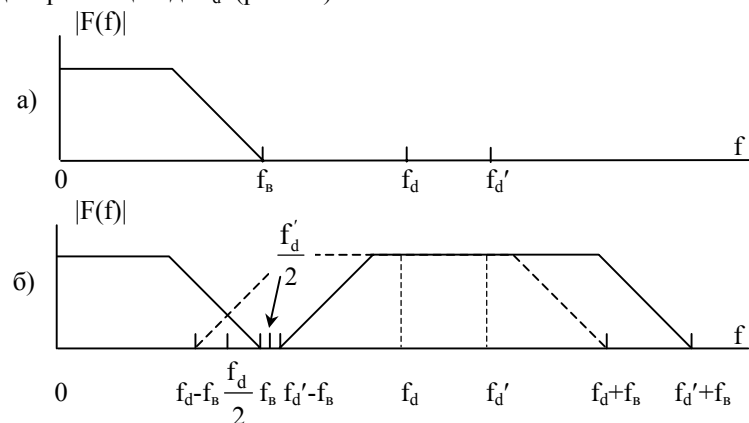


Рис.3.5. Повышение частоты дискретизации для устранения наложения спектров: а) спектр аналогового сигнала; б) спектр дискретного сигнала

Таким образом, любой частотный компонент (сигнал или шум), который находится за пределами частоты $f_d/2$ (зона Найквиста), будет создавать дополнительные низкочастотные составляющие в пределах от $f_d - f_b$ до f_b вследствие наложения спектров. Эти составляющие неотличимы от полезного сигнала и ограничивают реальный динамический диапазон DR амплитуд сигнала (рис.3.4б).

Для борьбы с наложением спектров сигнал перед дискретизацией предварительно фильтруется с помощью ФНЧ или ПФ (antialiasing filter) с частотой среза $f_\phi \leq f_d/2$ (рис.3.6).

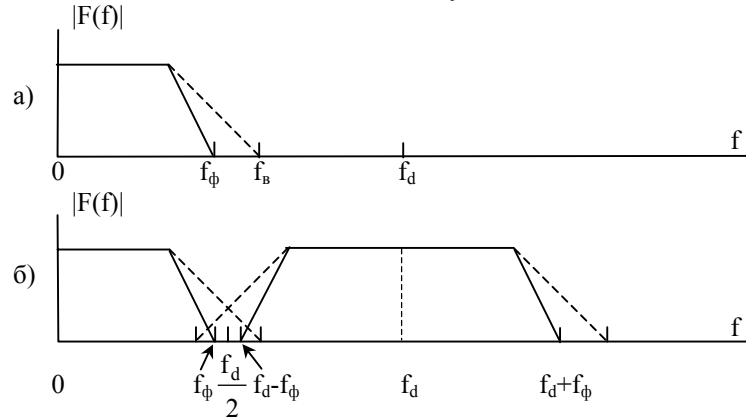


Рис.3.6. Фильтрация сигнала перед дискретизацией:

а) спектр аналогового сигнала; б) спектр дискретного сигнала

При известных частотных свойствах сигнала удалить налагающиеся спектральные компоненты можно и после дискретизации с помощью цифрового фильтра имеющего частоту среза $f_{цф} \leq (f_d - f_b)$ (рис.3.7).

Необходимо отметить, что применение фильтров устраняющих наложение перекрывающейся частотной области приводит к потере некоторой информации.

Для минимизации частоты дискретизации желательно применять фильтры с узкой переходной полосой (высокого порядка). Однако при этом резко возрастает сложность фильтра. Поэтому при реализации реальных цифровых систем необходимо принимать компромиссное решение между частотой дискретизации, частотой среза, шириной переходной полосы и типом фильтра. Например, недостаточная крутизна спада ЧХ фильтра может быть скомпенсирована более высокой частотой

дискретизации f_d . Однако это потребует применять более быстродействующий (а значит и более дорогой) АЦП и DSP. На практике рекомендуется выбирать частоту дискретизации от $2.5f_B$ до $4f_B$.

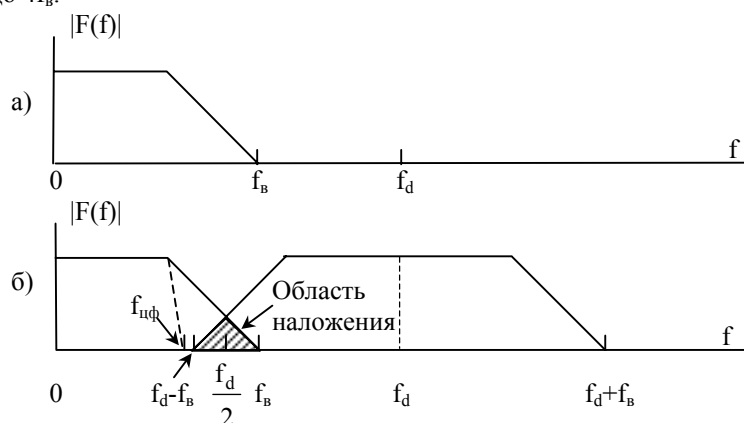


Рис.3.7. Фильтрация сигнала после дискретизации:
а) спектр аналогового сигнала; б) спектр дискретного сигнала

3.3. УСТРОЙСТВА ВЫБОРКИ И ХРАНЕНИЯ

Устройства выборки и хранения (УВХ) осуществляют выборку мгновенного значения входного сигнала и хранение его заданное время с требуемой точностью. В качестве запоминающего элемента в них используется обычный конденсатор. Чаще всего УВХ используются для уменьшения динамической погрешности АЦП.

Основные параметры УВХ:

- время выборки - минимальная длительность сигнала выборки, при которой погрешность, вызванная переходным процессом в цепи запоминающего конденсатора, не превышает заданной;
- время хранения - время, в течение которого выбранное значение входного напряжения хранится с заданной точностью;
- скорость спада выходного напряжения - максимальная скорость разряда накопительного конденсатора (обусловлено токами утечки элементов УВХ).

Как правило, УВХ состоит из: операционного усилителя, ключа, схемы управления ключом и запоминающего элемента (рис.3.8). Операционный усилитель играет роль буферного элемента между входом УВХ и запоминающим элементом. Ключ обеспечивает

переход схемы из режима выборки в режим хранения и наоборот. Схема управления ключом вырабатывает сигнал выборки – хранения.

При относительно невысоких требованиях к точности реализации коэффициента передачи УВХ, в качестве ключа может быть использован обычный аналоговый коммутатор (рис.3.8). Операционный усилитель обеспечивает высокое выходное сопротивление схемы для снижения токов утечки конденсатора хранения.

Устройства выборки и хранения выпускаются в виде интегральной микросхемы. Функциональная схема УВХ, например КР1100СК2, приведена на рис.3.9.

При подаче на вход управления сигнала $U_{упр}$ амплитудой больше 1.5 В УВХ переходит в режим выборки, при уменьшении $U_{упр}$ ниже 1.5 В - в режим хранения. Микросхема обладает защитой от короткого замыкания по выходу и входу, время выборки ≤ 10 мкс, время спада выходного напряжения в режиме хранения 5 мВ/мс.

На рис.3.10 представлены временные диаграммы работы УВХ.

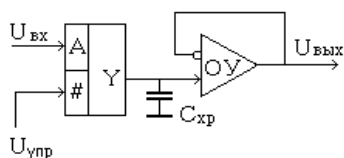


Рис.3.8 Постейшая схема УВХ

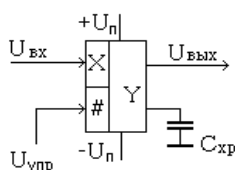


Рис.3.9 УВХ – КР1100СК2

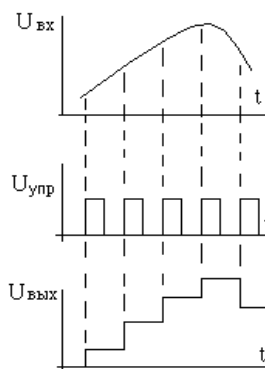


Рис.3.10 Временные диаграммы работы УВХ

3.4. АНАЛОГО - ЦИФРОВЫЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ

АЦП - устройство для преобразования изменяющегося во времени аналогового сигнала в соответствующие значения цифровых кодов. Преобразование осуществляется через интервал времени, определяемый частотой дискретизации. Идеальный B -разрядный АЦП имеет ошибки, связанные только с процессами дискретизации и квантования. Максимальная ошибка, которую имеет идеальный АЦП, равна половине веса младшего разряда – $q/2$. Количество уровней квантования АЦП определяет динамический диапазон амплитуд входного сигнала (с учетом знакового разряда): DD (дБ) $\approx 6 \cdot (B-1)$.

АЦП бывают последовательные и параллельные. Последовательные АЦП делятся на: интегрирующие; следящие; последовательного приближения; сигма-дельта АЦП.

Интегрирующие АЦП.

Структурная схема интегрирующего АЦП изображена на рис.3.11а. В ее состав входят: ключ (Кл), интегратор (И), компаратор (Ком), схема управления (СУ), генератор кварцеванной частоты (КГ) и счетчик (Сч).

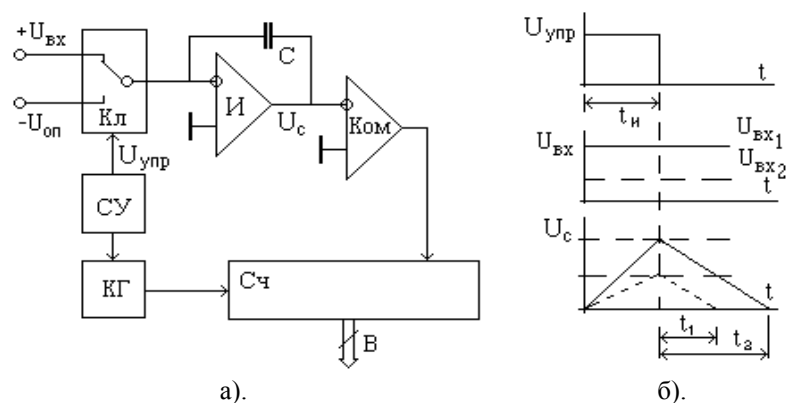


Рис.3.11. АЦП двойного интегрирования.

а) - структурная схема, б) - временные диаграммы работы

Интегрирующие АЦП работают по методу двойного интегрирования. На первом этапе за фиксированное время t_1 интегрируется входной сигнал $+U_{вх}$, на втором - противоположный ему по знаку опорный сигнал $-U_{оп}$. В течение второго этапа

счетчик считает импульсы кварцеванной частоты до момента равенства нулю сигнала на выходе интегратора. Количество сосчитанных импульсов за время разряда интегратора пропорционально входному напряжению (рис.3.11б). Эти АЦП обладают высокой точностью преобразования, но являются медленными.

АЦП последовательного приближения.

Функциональная схема АЦП последовательного приближения представлена на рис.3.12. В ее состав входят: компаратор (Ком), регистр последовательного приближения (РПП), цифро-аналоговый преобразователь (ЦАП), генератор кварцеванной частоты (ГК), схема управления, состоящая из триггера (Т) и схемы "И" (&).

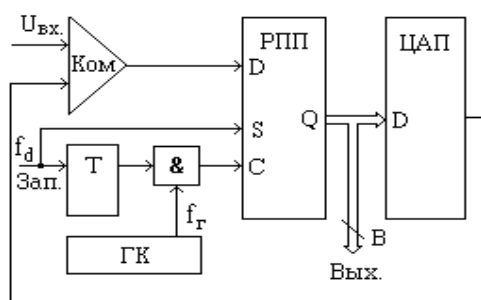


Рис. 3.12. АЦП последовательного приближения

Регистр последовательного приближения формирует коды, которые поступают на ЦАП, а выходной сигнал ЦАП сравнивается при помощи компаратора с входным напряжением. В исходном состоянии все разряды РПП сигналом «S» установлены в «0». Затем каждый из них, начиная со старшего, под управлением сигнала тактовой частоты f_r поочередно устанавливается в «1». Если выходной сигнал ЦАП не превышает уровень входного, анализируемый разряд РПП остается в «1», в противном случае он сбрасывается в «0». Для АЦП разрядностью B необходимо совершить B шагов преобразования.

Для устойчивой работы АЦП последовательного приближения должны соблюдаться условия: во-первых, интервал следования тактовых импульсов кварцевого генератора не должен быть меньше времени установки ЦАП:

$$\Delta t_r = 1/f_r \geq \Delta t_{уст}, \quad (3.1)$$

во-вторых, сигнал $U_{вх}$ на входе компаратора не должен менять своего значения до тех пор, пока не будут закончены все преобразования (для этого на входе АЦП устанавливается $U_{ВХ}$, тактируемое сигналом частотой f_d).

Этот класс АЦП имеет относительно высокую точность преобразования и высокое быстродействие.

Задача: Рассчитать максимальную частоту входного сигнала, которую может обработать АЦП последовательного приближения, построенный на основе 10-разрядного ЦАП (время установки $\Delta t_{уст} = 3.5 \text{ мкс}$)

Решение:

1. Согласно условию (3.1) в предельном случае $\Delta t_r = \Delta t_{уст} = 3.5 \text{ мкс}$. Тогда частота тактового генератора будет равна: $f_r = 1/\Delta t_r \approx 286 \text{ кГц}$.
2. Так как преобразование совершается за 10 тактов ($B=10$), то выборки входного сигнала на вход компаратора должны поступать с частотой не более чем 28.6 кГц (f_r / B).
3. С учетом теоремы Котельникова ($f_d \geq 2 \cdot f_b$) частота входного сигнала не может быть выше чем $f_b = 14.3 \text{ кГц}$.

Следящие АЦП.

В состав следящего АЦП (рис.3.13) входят: компаратор (Ком); схема управления направлением счета, состоящая из логического коммутатора на элементах «НЕ» и «2-И»; реверсивного счетчика (Сч), с выхода которого снимается цифровой код; кварцевого генератора (ГК) и ЦАП.

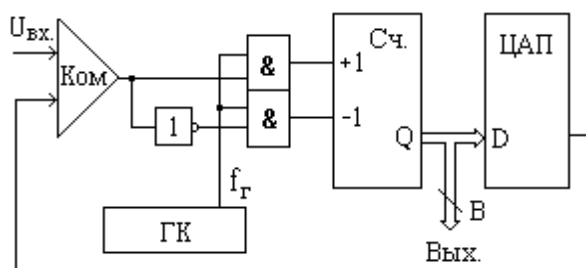


Рис. 3.13. Следящий АЦП

До тех пор, пока выходное напряжение АЦП не превышает входного напряжения, открыта первая схема «И» и счетчик работает в режиме суммирования импульсов кварцевого

генератора. В противном случае, открывается вторая схема «И» и счетчик переключается в режим вычитания.

Таким образом, схема работает в режиме «счет-досчет», при котором уровень входного напряжения постоянно отслеживается на уровне младшего разряда АЦП.

Для устойчивой работы следящего АЦП также должно соблюдаться условие (3.1).

Следящие АЦП обладают высоким быстродействием, но время преобразования их не стабильно и зависит от скорости изменения входного сигнала.

Сигма-дельта АЦП.

Структура и функционирование сигма-дельта АЦП строятся на следующих принципах: избыточная дискретизация, цифровая фильтрация (ЦФ) и децимация (DEC) (прореживание выходных выборок).

При дискретизации сигналов с частотой f_d (по теореме Котельникова) шум квантования распределен равномерно в полосе $(0 \div f_d/2)$ Гц, и имеет дисперсию $\sigma_{шк}^2 = q^2/12$ (рис.3.14а).

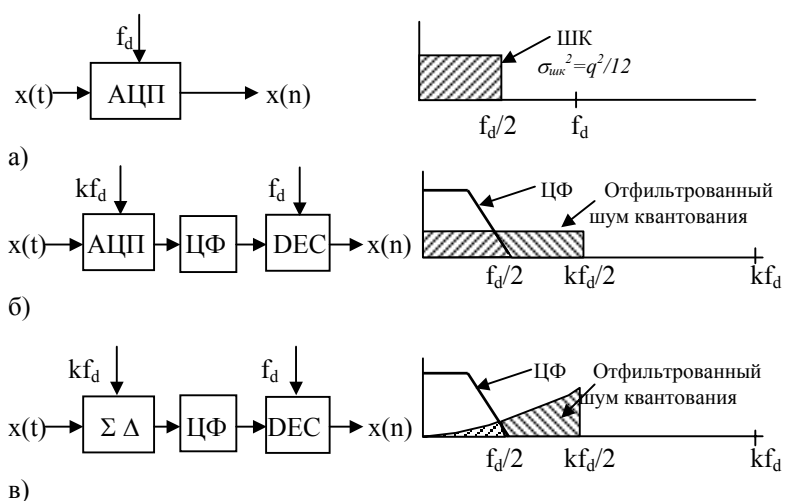


Рис.3.14. Шум квантования при избыточной дискретизации и децимации для обычного (б) и сигма-дельта АЦП (в)

При избыточной дискретизации сигнала с частотой kf_d шум квантования равномерно распределяется в полосе от 0 до $kf_d/2$. Уровень шума квантования может быть уменьшен с помощью

цифрового фильтра (рис.3.14б). Кроме того, как отмечалось ранее, избыточная дискретизация уменьшает требования к аналоговому фильтру. Так как ширина полосы пропускания уменьшена цифровым фильтром, то скорость выдачи данных с АЦП может быть снижена до f_d . Эту функцию, не вызывая никакой потери информации, выполняет дециматор DEC.

Использование сигма-дельта преобразователя позволяет сформировать форму кривой распределения шума квантования, как показано на рис.3.14в. Большая часть этого шума отфильтровывается цифровым фильтром.

Структурная схема простейшего одноразрядного сигма-дельта АЦП первого порядка приведена на рис.3.15 и состоит из: сумматора (Σ), интегратора (\int), компаратора (К), одноразрядного ЦАП, цифрового фильтра (ЦФ) и дециматора (DEC). Среднее выходное напряжение ЦАП определяется плотностью потока единиц и нулей в одноразрядном потоке данных с выхода компаратора, в котором содержится среднее значение входного напряжения. Благодаря отрицательной обратной связи напряжение на выходе ЦАП стабилизируется на уровне входного напряжения $U_{вх}$. Цифровой фильтр и дециматор обрабатывают поток данных с выхода компаратора и выдают окончательный результат.

В B -разрядном сигма-дельта АЦП компаратор заменяется на B -разрядный параллельный АЦП, а одноразрядный ЦАП - на B -разрядный.

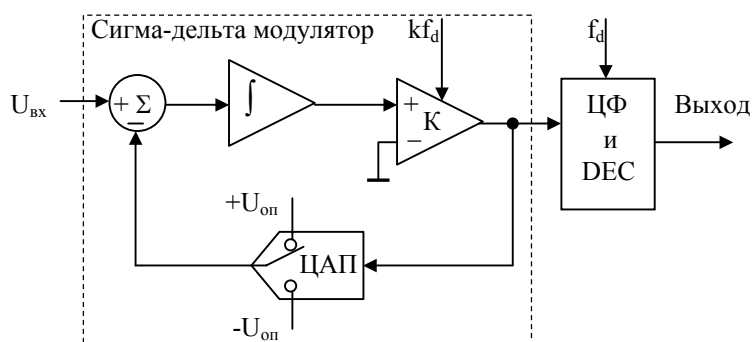


Рис.3.15. Одноразрядный сигма-дельта АЦП первого порядка

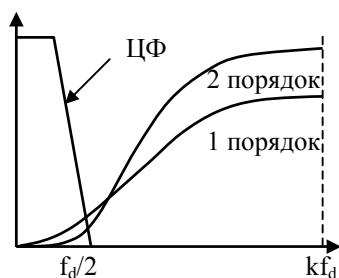


Рис.3.16. Формы кривой распределения шума квантования

Форма кривой распределения шума квантования формируется интегратором. В сигма-дельта АЦП может использоваться более одного интегратора. Формы кривой распределения шума квантования для сигма-дельта АЦП первого и второго порядка приведены на рис.3.16.

Параллельные АЦП.

Параллельные АЦП являются самыми быстродействующими, но и самыми дорогостоящими. (рис.3.17). Входной сигнал подается на входы 2^B параллельно включенных компараторов (К). На их другие входы подаются опорные напряжения, созданные последовательным резистивным делителем. Для получения цифрового кода входные напряжения компараторов обрабатываются в шифраторе (ШФ).

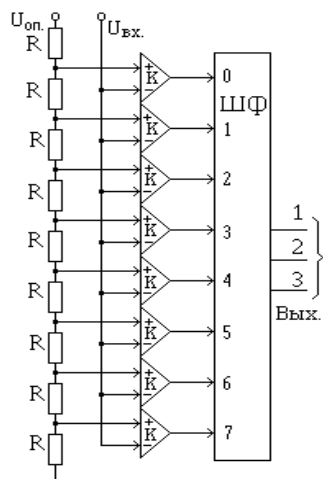


Рис.3.17. Параллельный АЦП

3.4.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАЗРЯДНОСТИ АЦП

Идеальный B -разрядный АЦП осуществляет равномерное квантование полного диапазона входного гармонического сигнала, имеющего амплитуду A_{\max} , с шагом $q = 2 \cdot A_{\max} / 2^B$.

В процессе преобразования возникает шум квантования, который распределен в пределах полосы Найквиста от 0 до $f_d/2$

равномерно на интервале $[-q/2; q/2]$. Поэтому дисперсия шума квантования равна $\sigma_{шк}^2 = q^2/12$.

Динамический диапазон идеального АЦП определяется отношением квадрата эффективного значения сигнала, соответствующего полной шкале преобразования, к дисперсии шума квантования (SNR – *signal-to-noise ratio*):

$$SNR = \frac{A_{эф}^2}{\sigma_{шк}^2} = \frac{q^2 \cdot 2^{2B} \cdot 12}{8 \cdot q^2} = \frac{3}{2} \cdot 2^{2B}, \text{ где } A_{эф} = \frac{A_{\max}}{\sqrt{2}}.$$

Соответственно, в дБ:

$$DD(\text{дБ}) = SNR_{\text{дБ}} = 10 \cdot \lg\left(\frac{3}{2} \cdot 2^{2B}\right) = 6.02 \cdot B + 1.76 \text{ дБ}.$$

Т.о. при заданном динамическом диапазоне входного сигнала требуется АЦП разрядностью:

$$B = \frac{SNR_{\text{дБ}} - 1.76}{6.02}$$

Реальные АЦП, имеющие динамические искажения, характеризуются так называемым отношением сигнал/шум/искажения ($SINAD$). Этот параметр приводится в документации для каждого АЦП. Зная $SINAD$, определяется эффективное число разрядов $ENOB$:

$$ENOB = \frac{SINAD - 1.76 \text{ дБ}}{6.02}$$

3.5. ЦИФРО-АНАЛОГОВЫЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ.

ЦАП – устройство для преобразования цифровых кодов в соответствующие им значения напряжения или тока. Максимальная ошибка, которую имеет идеальный ЦАП, равна половине веса младшего разряда – $q/2$. Динамический диапазон амплитуд выходного сигнала B -разрядного ЦАП определяются количеством уровней квантования: $DD(\text{дБ}) \approx 6 \cdot (B-1)$.

В состав простейшей схемы ЦАП обычно входят (рис.3.18): источник опорного напряжения; резистивные (чаще всего матрица R-2R) или активные делители; ключевые элементы; операционные усилители.

Некоторые ЦАП, созданные по КМОП-технологии, могут работать в режиме цифро-аналогового перемножения. Если на

вход $U_{оп}$ подано изменяющееся во времени напряжение $x(t)$ любой полярности, а на цифровой вход - код Z , то выходное напряжение будет равно $U_{вых}(t) = Z \cdot x(t)$, причем $x(t)$ и Z могут быть любого знака (рис.3.19).

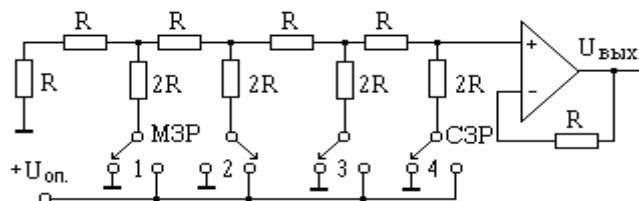


Рис.3.18. Структурная схема ЦАП

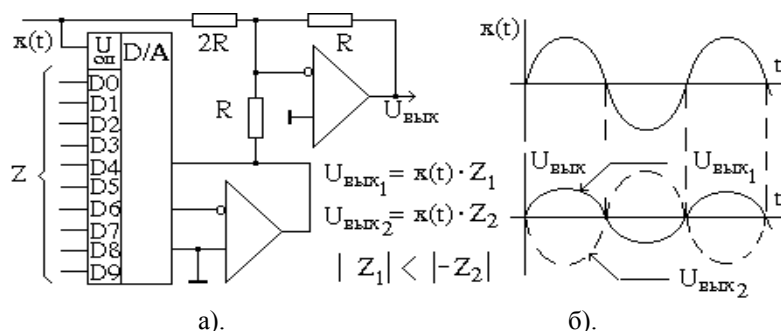


Рис.3.19. Схема включения и временные диаграммы работы перемножающего ЦАП

На рис.3.19а и рис.3.19б показано, соответственно, включение 10-разрядного ЦАП в режиме четырехквadrантного цифро-аналогового перемножителя и временные диаграммы его работы при $x(t) = \sin \omega t$ и разных знаках кода Z .

3.6. ЦИФРОВЫЕ ЛИНИИ ЗАДЕРЖКИ

Цифровые линии задержки (ЛЗ) используются для построения цифровых рекурсивных, не рекурсивных и согласованных фильтров. Цифровые ЛЗ могут быть построены на регистрах сдвига или ОЗУ.

Проще всего цифровые ЛЗ строятся на регистрах сдвига. На рис.3.20 приведена функциональная схема ЛЗ для одноразрядных входных данных. Входные данные подаются на информационный

вход D регистра сдвига, а сигналы управления сдвигом - на тактовый вход C.

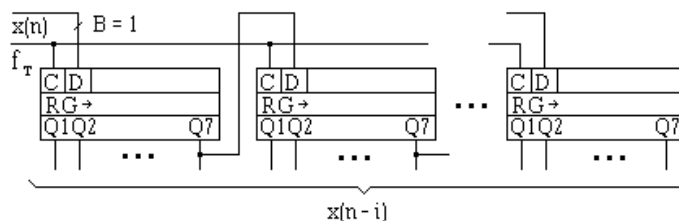


Рис.3.20. Цифровая линия задержки на регистрах сдвига

Максимальное время задержки определяется произведением количества выводов ЛЗ на период следования сигналов управления: $\tau_z = N \cdot \Delta t_t$, где $\Delta t_t = 1/f_t$.

Задача :

Рассчитать количество 8-разрядных регистров сдвига, необходимых для построения цифровой линии задержки на время $\tau_z = T_c$ для сигнала частотой $f_c = 10$ кГц и длительностью $T_c = 50$ мс, при разрядности входных данных $B=1$ и $B=8$.

Решение :

1. Расчет частоты и интервала дискретизации входного сигнала:
 $f_d \geq 2 \cdot f_c = 2 \cdot 10 \text{ кГц} = 20 \text{ кГц}$; $\Delta t_d = 1/f_d = 50 \text{ мкс}$.
2. Расчет количества выборок, укладываемых на сигнал длительностью T_c : $N = T_c / \Delta t_d = 50 \text{ мс} / 50 \text{ мкс} = 1000$.
3. Расчет количества корпусов 8-разрядных регистров сдвига:
 для $B = 1$ $n = N/8 = 125 \text{ corp.}$
 для $B = 8$ $n' = n \cdot B = 1000 \text{ corp.}$

Для сокращения аппаратных затрат цифровые линии задержки строят на ОЗУ. Основная сложность в этом случае заключается в организации адресов опроса ОЗУ. На рис.3.21 и рис.3.22 показаны пример построения ЛЗ на ОЗУ и временные диаграммы ее работы в характерных точках для массива N входных данных $x(n)$ разрядностью $B = 4$.

В состав функциональной схемы ЛЗ входят:

- шинный формирователь (БД);
- оперативное запоминающее устройство (RAM);
- двоичный счетчик (Сч.1);
- двоичный счетчик с параллельной загрузкой (Сч.2).

Работа схемы :

1. В исходном состоянии счетчики Сч.1 и Сч.2 установлены в ноль. В первом цикле записи (низкий уровень сигнала управления записью/считыванием WR/RD (рис.3.22б)) выборка $x(0)$ (рис.3.22а) через шинный формирователь ВД поступает вход ОЗУ. Передним фронтом импульса синхронизации С1 (рис.3.22в) на выходе счетчика Сч.1 устанавливается адрес А0, который задним фронтом этого синхроимпульса переписывается (V - вход параллельной загрузки данных с информационных входов D на адресные выходы А) на выход счетчика Сч.2 (рис.3.22г). По этому адресу первая выборка $x(0)$ записывается в ОЗУ.

2. Высоким уровнем сигнала WR/RD (рис.3.19б) ОЗУ переходит в режим считывания, шинный формирователь устанавливается в режим передачи данных из порта С в порт В. Синхроимпульсы С2 (рис.3.22д), периодически поступающие на счетный вход, формируют на выходе Сч.2 адреса считывания данных из ОЗУ (рис.3.22е), начиная с адреса А1. Так как количество импульсов С2 соответствует массиву данных N, последним в первом цикле считывается содержимое адреса А0 ОЗУ - $x(0)$.

3. Во втором цикле записи выборка $x(1)$ через шинный формирователь ВД записывается в ОЗУ по адресу А1, установленному на выходе Сч.2 под управлением синхроимпульса С1 (см. п.1).

4. Во втором цикле считывания (высокий уровень сигнала WR/RD), выборки из ОЗУ считываются начиная с адреса А2. Последним считывается содержимое ячейки А1 ОЗУ - $x(1)$ (п.2).

5. В следующих циклах записи/считывания работа схемы повторяется. Входные выборки $x(n)$ сохраняются (задерживаются) в ОЗУ по адресам А(n) до $n \cdot (N-1)$ цикла. В $n \cdot N$ цикле ячейки по адресам А(n) обновляются.

Таким образом, в цифровой ЛЗ на основе ОЗУ выборки $x(n-i)$ (i - номер ячейки ОЗУ) из ячейки в ячейку не переписываются (не сдвигаются, как в ЛЗ на регистрах сдвига), но с каждым циклом записи/считывания сдвигаются на единицу адреса считывания, в которых хранятся выборки $x(n-i)$, а адреса записи перебираются последовательно. Разрядность счетчиков Сч.1 и Сч.2, а следовательно и количество рабочих ячеек ОЗУ, зависит от массива N входных данных $x(n)$, и определяется как $\log_2 N$.

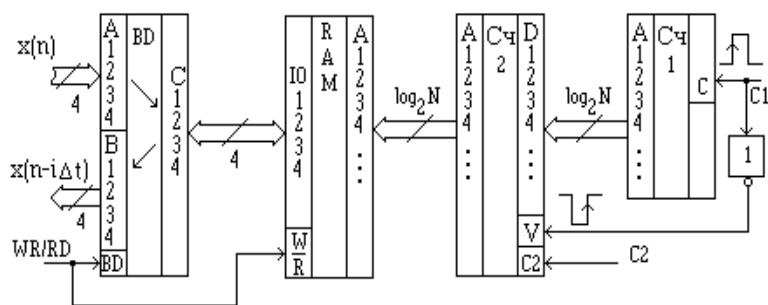


Рис.3.21. Функциональная схема цифровой линии задержки на ОЗУ

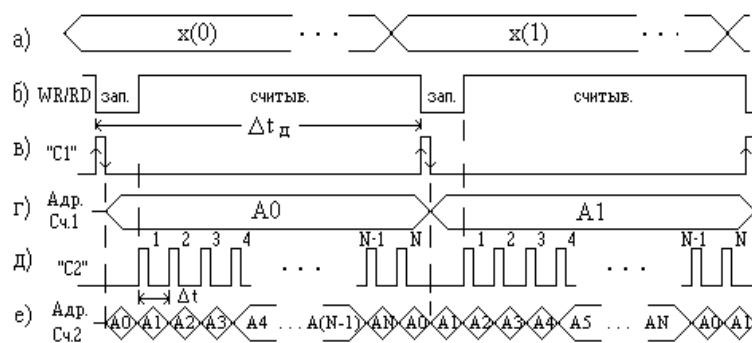


Рис.3.22. Временные диаграммы работы цифровой линии задержки на ОЗУ

Задача:

Рассчитать аппаратные затраты (без учета устройства управления), необходимые для построения цифровой линии задержки на ОЗУ на время $\Delta\tau_z = T_c$ для сигнала частотой $f_c = 10$ кГц и длительностью $T_c = 50$ мс, при разрядности входных данных $B=8$. Разрядность элементов схемы равна четырем.

Решение :

Воспользуемся расчетами предыдущей задачи.

1. $f_d \geq 2 \cdot f_c = 2 \cdot 10 \text{ кГц} = 20 \text{ кГц}$; $\Delta t_d = 1/f_d = 50 \text{ мкс}$
2. $N = T_c / \Delta t_d = 50 \text{ мс} / 50 \text{ мкс} = 1000$. Ближайшая степень двойки $N' = 1024$
3. Разрядность Сч.1 и Сч.2: $\log_2 N = 10$

4. Количество рабочих ячеек ОЗУ равно $N'=1024$

5. Аппаратные затраты (без устройства управления):

м/с	разрядность м/с	колич. корп.
BD	4	2
RAM	4	2
Сч.1	4	3
Сч.2	4	3
Всего корпусов		10

3.7. ЦИФРОВЫЕ УМНОЖИТЕЛИ

Цифровые умножители применяются для реализации операции умножения цифровых двоичных кодов для построения цифровых анализаторов спектра, цифровых корреляторов, цифровых рекурсивных, не рекурсивных и согласованных фильтров. В настоящее время выпускаются 8, 12 и 16-разрядные цифровые умножители.

На рис.3.23 показана типовая структура цифрового умножителя, в состав которой входят:

- 8-разрядный регистр множителя (RG Y);
- 8-разрядный регистр множимого (RG X);
- триггер округления (Т);
- 8-разрядный блок умножения (MPL);
- 16-разрядный регистр произведения (RG P);
- 16-разрядное буферное устройство (В).

Микросхема воспринимает множимое (множитель) как модуль при подаче на вход ТСХ (ТСУ) потенциала логической единицы или как число в дополнительном коде при потенциале логического нуля.

Кодировка данных на входах и выходах БИС - инверсная. Для округления произведения до 8 бит, на вход RND перед выполнением умножения необходимо подать сигнал RND=1. Микросхема принимает в триггер округления Т бит округления D по любому из синхросигналов CLKX, CLKY.

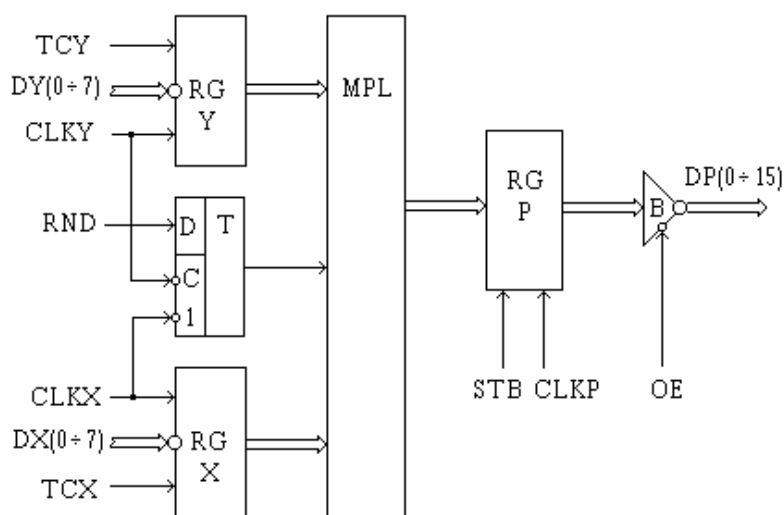


Рис.3.23. Типовая архитектура цифрового умножителя

Операция округления производится суммированием единицы к старшему разряду отбрасываемой части и не вносит дополнительной задержки.

Результат операции по сигналу CLKP записывается в регистр произведения, построенный на основе D-триггеров. Высокий потенциал на входе STB позволяет исключить использование регистра и индцировать произведение непосредственно на шине DP(15÷0) по нулевому потенциалу на входе OE. При постоянном уровне сигнала CLKP (высоком или низком) RGP работает как потенциальный регистр на триггерах D-типа. Запись и хранение данных производится соответственно при низком и высоком уровнях сигнала STB.

3.8. ЦИФРОВЫЕ СУММАТОРЫ

По характеру действия цифровые сумматоры разделяются на:

- комбинационные (без элементов памяти);
- накапливающие (сохраняющие результаты вычислений).

Простейший полный комбинационный сумматор содержит входы для слагаемых X и Y , сигнал переноса C_n от предыдущего сумматора, выходы суммы S и сигнал переноса C_{n+1} (рис.3.24).

Многоразрядные сумматоры строятся путем последовательного соединения корпусов сумматоров по цепям переноса (выход C_{n+1} предыдущей секции соединяется со входом C_n следующей секции).

Время суммирования в многоразрядном сумматоре, образованном соединением малоразрядных секций сумматоров, определяется как сумма задержки на суммирование t_{cm} в одной секции и задержки формирования сигнала переноса t_{nep} :

$$t_{\Sigma} = (m-1) \cdot t_{nep} + t_{cm}, \text{ где } m - \text{количество секций сумматора.}$$

Накапливающие цифровые сумматоры строятся на основе полного сумматора SM и параллельного регистра RG, управляемого сигналами предварительного обнуления Reset и синхронизации CLK (рис.3.25).

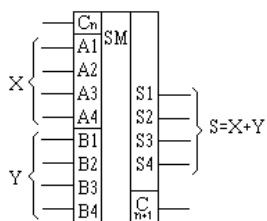


Рис.3.24. Полный 4-разрядный сумматор

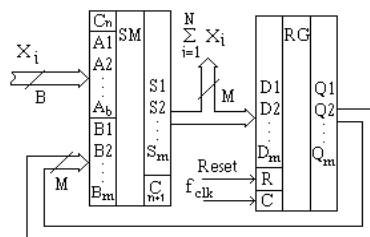


Рис.3.25. Функциональная схема цифрового накапливающего сумматора

Перед началом суммирования RG обнуляется. На вход сумматора поступает код числа X, который синхронно с CLK складывается с содержимым RG. Таким образом, каждая записанная в регистр сумма будет слагаемым для последующего приходящего на вход сумматора числа. Запись суммы в RG должна осуществляться по фронту сигнала CLK. Время суммирования накапливающего сумматора равно:

$$t_{nc} = t_{\Sigma} + t_{RG}, \text{ где } t_{RG} - \text{время записи суммы в RG.}$$

Цифровые накапливающие сумматоры могут быть использованы в качестве цифровых интеграторов. Постоянная времени интегрирования будет зависеть от массива N входных данных X и частоты сигнала синхронизации CLK:

$$\tau = N/f_{clk}, \text{ причем должно соблюдаться условие } f_{clk} \leq 1/t_{nc}.$$

При накоплении большого массива данных разрядность результата на выходе накапливающего сумматора постоянно возрастает и в предельном случае (если на вход сумматора поступают максимальные числа) должна быть равна: $M = B + \log_2 N$.

3.9. ЦИФРОВЫЕ ГЕНЕРАТОРЫ. СИНТЕЗАТОРЫ ЧАСТОТЫ.

Очень часто в технике цифровой обработки сигналов требуются цифровые или аналоговые сигналы, частота, амплитуда и фаза которых поддерживается с высокой точностью. В этих случаях для построения генераторов целесообразно использовать ПЗУ, в которое на этапе программирования заносятся комбинации двоичных кодов, соответствующие генерируемой функции.

Перебор адресов ПЗУ производится с помощью двоичного счетчика (Сч). Данные с выхода ПЗУ фиксируются (если это необходимо) либо в буферном регистре (Pr), когда требуется цифровой выход, либо преобразуются с помощью ЦАП в аналоговую форму, а затем фильтруются (ФНЧ), когда требуется аналоговый выход (рис.3.26). Частота среза частотной характеристики ФНЧ выбирается много ниже частоты перебора адресов (дискретизации).

Особой разновидностью цифровых генераторов являются синтезаторы частоты, которые могут быть использованы в цифровых анализаторах спектра для генерирования синусных и косинусных коэффициентов.

Цифровые синтезаторы генерируют цифровые гармонические сигналы в соответствии с выражениями:

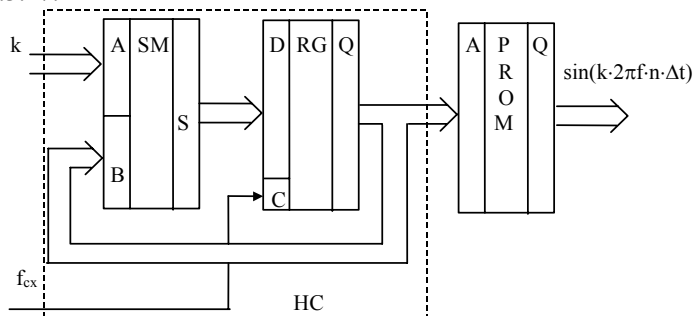
$$\cos(k \cdot 2\pi f \cdot n \cdot \Delta t) \text{ или } \sin(k \cdot 2\pi f \cdot n \cdot \Delta t),$$

где f - низшая (не нулевая) частота, k - номер частоты, n - номер отсчета во времени ($n = 0, N-1$), Δt - интервал времени между соседними отсчетами ($f_{cx} = 1/\Delta t$ - частота опроса ПЗУ (PROM), в котором хранятся цифровые отсчеты генерируемого сигнала).

Значение частоты f генерируемого колебания зависит от частоты f_{cx} опроса ПЗУ, массива выборок N и коэффициента k :

$$f = k \cdot f_{cx} / N$$

Функциональная схема цифрового синтезатора представлена на рис.3.27.



В ее состав входят:

- накапливающий сумматор НС (состоит из полного сумматора SM и параллельного регистра RG), предназначенный для формирования адресов считывания ПЗУ с установленным шагом k , определяющим значение генерируемой частоты;
- постоянное запоминающее устройство (PROM), в котором хранятся N цифровых отсчетов одного периода функции косинуса или синуса.

Для генерации низшей частоты f ($k=1$) НС должен формировать адреса опроса PROM последовательно, с шагом,

равным единице. Для генерации удвоенной частоты $2f$, необходимо опрашивать каждый второй адрес PROM ($k=2$), и т.д. (рис.3.28).

Коэффициент суммирования (номер частоты - k) для НС задается двоичным кодом на его входе. Частота формирования адресов накапливающим сумматором задается синхросигналом частотой $f_{cx} = 1/\Delta t$.

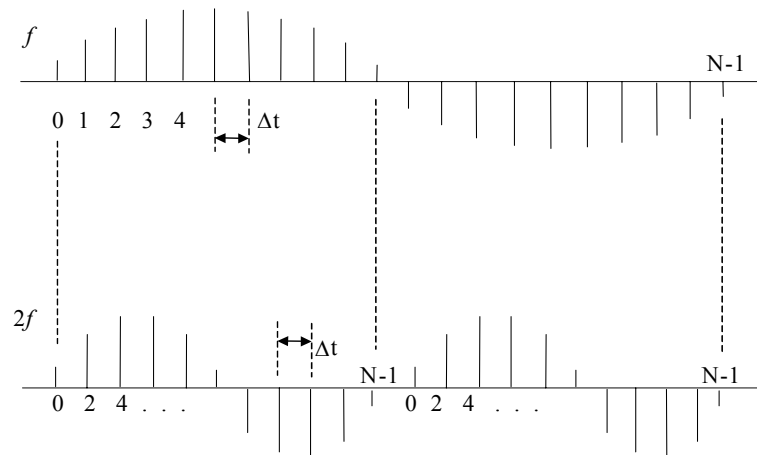


Рис.3.28. Формирование кратных частот синтезатором частоты

Литература:

1. Бахтиаров Г.Д., Малинин В.В. и др. Аналого-цифровые преобразователи. - М.: Радио и связь, 1980.
2. Варакин Л.Е. Системы связи с шумоподобными сигналами.-М.: Радио и связь, 1985, 384 с.
3. Введение в цифровую фильтрацию. / Под ред. Р.Богнера, А.Константинидиса. -М.: Мир, 1976, 216с.
4. Гольденберг Л.М., Матюшкин Б.Д., Поляк М.Н. Цифровая обработка сигналов:Справочник.-М.:Радио и связь, 1985 г.
5. Голд Б., Рэйдер Ч. Цифровая обработка сигналов. - М.: Сов. радио, 1973, 368с.
6. Куприянов М.С., Матюшкин Б.Д. Цифровая обработка сигналов: процессоры, алгоритмы, средства проектирования.- СПб.:Политехника, 1998, 592 с.
7. Лазарев Ю.Ф. MatLab 5.x / К.: Издательская группа BHV, 2000, 384 с.
8. Марпл-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. :Пер. с англ. - М.: Мир, 1990, 548с.
9. Применение цифровой обработки сигналов. / Под ред. Э.Оппенгейма, пер. с англ.,-М.: Мир, 1980, 551с.
10. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. -М.: Мир, 1978, 848с.
11. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника.-М.: Сов. Радио, 1966, 678 с.
12. Федорков Б.Г., Фелец В.А., Дегтяренко В.А. Микроэлектронные ЦАП и АЦП. - М.: Радио и связь, 1984.
13. Digital Signal Processing Applications with the TMS320 Family, Vol.1,2,3. Texas Instr.Inc., 1990
14. TMS320C25. User's Guide. Texas Instruments Inc., 1986
15. TMS320C30. User's Guide. Texas Instruments Inc., 1987
16. Code Composer Studio. User's Guide. Texas Instruments Inc., 2000

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
1. Преобразование и кодирование сигналов	6
1.1. Формы представления сигналов	6
1.2. Логическая структурная схема преобразования сигналов	8
1.3. Кодирование чисел в устройствах цифровой обработки сигналов	12
1.4. Ограничение разрядности обрабатываемых данных	15
2. Алгоритмы цифровой обработки сигналов	16
2.1. Свертка	16
2.2. Цифровые фильтры	18
2.2.1. Нерекурсивные фильтры	21
2.2.2. Пример расчета и моделирования КИХ-фильтра	23
2.2.3. Структурно-логическая схема цифрового КИХ-фильтра	26
2.2.4. Рекурсивные фильтры	28
2.2.5. Пример расчета и моделирования БИХ-фильтра	31
2.2.6. Структурно-логическая схема цифрового БИХ-фильтра	34
2.2.7. Сравнительные характеристики цифровых фильтров	35
2.2.8. Шум в цифровых фильтрах	38
2.3. Спектральный анализ	40
2.3.1. Классические методы спектрального оценивания	40
2.3.2. Прямой метод спектрального оценивания	40
2.3.3. Косвенный метод спектрального оценивания	51
2.3.4. Быстрое преобразование Фурье	52
2.3.5. Пример моделирования цифрового анализатора спектра	58
2.4. Цифровые согласованные фильтры	60
3. Построение узлов цифровой обработки сигналов	71
3.1. Обобщенная структурная схема устройств цифровой обработки сигналов	71
3.2. Фильтры для устранения эффекта наложения спектров	73
3.3. Устройства выборки и хранения	75
3.4. Аналого-цифровые преобразователи	77
3.4.1. Определение разрядности АЦП	82
3.5. Цифро-аналоговые преобразователи	83
3.6. Цифровые линии задержки	84
3.7. Цифровые умножители	88
3.8. Цифровые сумматоры	89
3.9. Цифровые генераторы. Синтезаторы частоты	91
4. Процессоры цифровой обработки сигналов	94
4.1. Области применения и особенности архитектуры процессоров цифровой обработки сигналов	94

4.2. Характеристики сигнальных процессоров	96
4.3. Сигнальный процессор Texas Instruments TMS320C25	103
4.3.1. Архитектура TMS320C25	104
4.3.2. Организация памяти	107
4.3.3. Карты распределения памяти	110
4.3.4. Адресуемые регистры	112
4.3.5. Вспомогательные регистры	112
4.3.6. Центральное арифметико-логическое устройство	114
4.3.7. Управление процессором	118
4.3.8. Конвейерные операции	120
4.3.9. Сброс процессора	122
4.3.10. Таймер	123
4.3.11. Счетчик повторений	124
4.3.12. Параллельный порт ввода/вывода	124
4.3.13. Последовательный порт ввода/вывода	125
4.3.14. Прерывания	128
4.3.15. Методы адресации памяти	130
4.3.16. Синтаксис команд	136
4.3.17. Примеры программ	143
4.3.18. Аппаратное применение TMS320C25	149
4.3.19. Формирование сигнала «Сброс»	151
4.3.20. Синхронизация процессора	151
4.3.21. Подключение внешней памяти данных	151
4.3.22. Подключение внешней памяти программ	153
4.3.23. Входной аналоговый интерфейс	153
4.3.24. Выходной аналоговый интерфейс	155
4.3.25. Последовательный АЦП/ЦАП TLC32040/41 (AIC)	156
5. Сигнальный процессор TMS320C30	164
5.1. Основные характеристики	164
5.2. Архитектура процессора	165
5.3. Организация памяти (RAM, ROM и CACHE память)	170
5.4. Типы адресации памяти	173
5.5. Режимы адресации	182
5.6. Система команд TMS320C30	185
5.7. Функционирование внутренней и внешней шин	188
5.8. Периферийные устройства	190
5.8.1. Таймеры	192
5.8.2. Последовательные порты	193
5.8.3. Контроллер прямого доступа к памяти	195
5.9. Форматы чисел	195
5.9.1. Целочисленные форматы	196

5.9.2. Форматы чисел с плавающей точкой	197
5.10. Пример программы цифрового фильтра	198
5.11. Аппаратное применение TMS320C30	198
5.11.1. Аналого-цифровой интерфейс	199
5.11.2. Цифро-аналоговый интерфейс	200
5.11.3. Формирование сигнала “Сброс” и синхронизации процессора	200
5.11.4. Подключение внешней памяти данных	200
6. Особенности разработки и отладки программного обеспечения для устройств ЦОС на DSP	203
Литература	207

Александр Иванович СЕТИН

ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ

Редактор
Корректор
Верстка

Лицензия

Подписано в печать

Формат 60×90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Уч.-изд. л. ____ Усл. печ. л. ____ Тир. ____ Зак. ____

Издательский центр Морского технического университета.

СПб., ул. Лоцманская, 10