

清华 大学

综合 论文 训 练

题目：槽道湍流中大尺度和超大尺度
相干结构的研究

系 别：航空航天学院
专 业：能源与动力工程
姓 名：刘晋源
指导教师：黄伟希 副教授

2020 年 6 月 18 日

关于学位论文使用授权的说明

本人完全了解清华大学有关保留、使用学位论文的规定，即：学校有权保留学位论文的复印件，允许该论文被查阅和借阅；学校可以公布该论文的全部或部分内容，可以采用影印、缩印或其他复制手段保存该论文。

(涉密的学位论文在解密后应遵守此规定)

签 名: 刘易源 导师签名: 黄伟希 日 期: 2020年6月20日

中文摘要

湍流是自然界和工程中常见的流动形态。湍流具有随机性的同时也包含了有拟序性的相干结构。对相干结构的认识是理解湍流的关键科学问题。随着实验技术和数值模拟的发展，人们对壁湍流中近壁区的相干结构有了较为深入的理解，而对于处在远离避免的外区的相干结构，目前只有有限的研究。随着雷诺数的进一步增大，对数区和外区在壁湍流中所占的比例也逐渐增大，外区的大尺度和超大尺度相干结构对于湍流的影响就越发重要。

最新的、最高雷诺数的壁湍流直接数值模拟数据库的出现为详尽研究大尺度相干结构提供了良好机遇。本文通过对两个中高雷诺数 ($Re_\tau = 2000, 5300$) 槽道的时间解析的直接数值模拟数据进行后处理，提取出瞬时湍流场中湍动能较强的三维结构（速度条带），并对其运动学特性进行了统计，对其动力学演化过程进行了追踪。

本文所提取出的结构大多为附着在壁面上的速度条带结构，其中对数区结构的尺寸在统计意义上具有自相似性，即有固定的长、宽、高之比 (4:1:4/3)，这与壁湍流经典理论中的“附着涡假设”相符。也有少部分数量少、体积大、对湍动能贡献更多的大尺度和超大尺度结构，分布在外区，不满足尺寸的自相似性，并且长度能够延展到计算域的周期性边界。速度条带只占据了槽道中约 10 % 的体积，却贡献了约 50 % 的流向湍动能和雷诺切应力。这些结构在三维空间内具有较强的分形特征，其平均分形维数为 2.25。

本文还将定义三维结构的方法拓展到了时间方向，将相干结构不同时刻的演化过程抽象成“加权图”。本文获得了条带结构演化过程中尺寸、体积、法相位置的平均变化规律，对相干结构的生命周期进行了统计，获得了生命周期的概率密度分布的标度律——幂次律，并通过标度确定了大尺度结构生命周期的时间尺度是外尺度而不是内尺度。

总之，本文主要采用了统计的方法，对槽道湍流中的动力学结构进行了提取、统计和直接追踪，获取了瞬时场中对应于“附着涡”经典理论的三维结构，增进了对槽道中的大尺度速度结构基本性质的认识。

关键词：槽道湍流，直接数值模拟，大尺度相干结构，时间演化

ABSTRACT

Turbulence commonly appears in nature and engineering practices. It appears to be random but contains coherent structures which are ordered to some extent. The understanding of these structures is essential for the insights turbulence dynamics.

The recent availability of direct simulation of high Reynolds number wall flows provides a chance for us to investigate the large scales structures in detail. In this thesis we analyse the time-revolved database of the direct simulations of two moderate-to-high Reynolds number ($Re_\tau = 2000, 5300$) channels and extract three-dimensional instantaneous structures of intense turbulent kinetic energy. The kinematic properties are gathered statistically and the dynamical evolution of these structures is traced.

The structures extracted are mostly attached to the walls and self-similar in the logarithmic layer (length:width:height=4:1:4/3), corresponding to Townsend's attach-eddy hypothesis. Meanwhile, there are also large- and very-large structures in the outer layer, who are small in quantity but significant in volume. The large-scale structures are able to extend to the periodic ends of the domain and they lost the similarity as grow longer. Velocity structures takes up only 10 % of the space in the channel, while contains nearly 50 % of the total streamwise kinetic energy and the Reynolds shear stress. They are also fractal in space, with an averaged dimension of 2.25.

In this study we also extend the method to define three-dimensional structures to the time direction. Structures identified in sequential snapshots are organized into weighted graphs to present the evolution. We calculated the averaged evolution of the size, volume and wall-normal position of those structures during their evolution. It is found that the distribution of the lifetimes is a power law, and the time scale of the large structure is the outer unit instead of the inner one.

In all, this thesis presents the statistics and time-tracking of the velocity structures in channels, and the results would enhance the basic understanding of the large scales in wall flows.

Keywords: Channels; Direct simulation; Large-scale structures; Time-evolution

目 录

第1章 引言	1
1.1 湍流理论	1
1.2 湍流相干结构	4
1.3 研究现状	5
1.4 本文目标	7
第2章 湍流的数值模拟	8
2.1 引言	8
2.2 槽道湍流的直接数值模拟	9
2.3 本文采用的数据库介绍	11
第3章 相干结构的定义方法	15
3.1 瞬时场中的三维相干结构	15
3.2 速度条带结构的定义	17
3.3 逾渗分析与阈值选取	18
3.3.1 逾渗分析	18
3.3.2 阈值选取	20
3.4 附着的和分离的结构	23
第4章 相干结构的运动学特征	27
4.1 尺寸特性	27
4.2 幂次率与分形	29
4.3 对雷诺应力的贡献	33
4.4 基于第一性原理的分析	37
第5章 相干结构的动力学演化	41
5.1 图的组织方法	41
5.1.1 图的逾渗分析	42

5.2 相干结构的演化图与生命周期	45
5.3 相干结构的演化过程	51
第 6 章 结论与展望	54
插图索引	56
表格索引	59
公式索引	60
参考文献	64
致 谢	70
声 明	71
附录 A 阈值的类型对相干结构定义的影响	72
附录 B 法向速度和展向速度的结构	74
附录 C 外文资料书面翻译	78
C.1 引言	78
C.2 经典理论	80
C.3 数值模拟	82
C.4 内外区相互作用	83
C.5 湍流结构	86
C.6 讨论	90
C.7 公开声明	91
C.8 致谢	91
C.9 外文资料侧栏信息	91
C.9.1 湍流级联	91
C.9.2 猛发	91
C.9.3 要点总结	92
C.9.4 未来展望	92
C.10 外文资料图与表	93
C.11 外文资料参考文献	96

在学期间参加课题的研究成果 103

主要符号对照表

英文缩写

DNS	直接数值模拟 (Direct Numerical Simulation)
LES	大涡模拟 (Large Eddy Simulation)
PIV	粒子图像测速 (Particle Image Velocimetry)
RANS	雷诺平均数值模拟 (Reynolds-Averaged Navier-Stokes)
PDF	密度分布函数 (Probability Density Function, PDF)
JPDF	联合概率密度分布函数 (Joint Probability Density Function, JPDF)

罗马字母 (大写)

$E_{11}(k_x)$	一维能谱
\mathcal{P}_k	湍动能产生率
\mathcal{P}_{ij}	雷诺应力产生率
Q	$\nabla \mathbf{U}$ 的第二不变量
Re	雷诺数
Re_τ	基于壁面摩擦速度的雷诺数
S	剪切率张量 ($\mathbf{S} = \frac{1}{2}(\mathbf{U}\nabla + \nabla\mathbf{U})$)

罗马字母 (小写)

h	槽道半宽
k	波数
\mathbf{k}	波矢
\mathcal{K}	湍动能 ($\mathcal{K} = \frac{1}{2}\langle u_i u_i \rangle$)
p	压强
t	时间

U, V, W	流向, 法向, 展向速度
$U_i (i = 1, 2, 3)$	速度 (分量记法)
\mathbf{U}	速度 (实体记法)
u_τ	壁面摩擦速度 ($u_\tau = \sqrt{\tau_w/\rho}$)
x, y, z	流向, 法向, 展向坐标
\mathbf{x}	矢径

希腊字母 (大写)

Δ	$\nabla \mathbf{U}$ 特征方程的判别式
$\boldsymbol{\Omega}$	旋转率张量 ($\boldsymbol{\Omega} = \frac{1}{2}(\mathbf{U}\nabla - \nabla\mathbf{U})$)

希腊字母 (小写)

δ	槽道半宽, 边界层名义厚度或圆管半径
δ_{99}	边界层名义厚度 ($U = 0.99U_\infty$)
δ_ν	壁面粘性尺度 ($\delta_\nu = \nu/u_\tau$)
ϵ	湍动能耗散率
η	Kolmogorov 长度尺度
λ_2	$S^2 + \boldsymbol{\Omega}^2$ 的第二特征值
μ	动力学粘性系数
ν	运动学粘性系数
ρ	密度
τ	切应力
τ_w	壁面切应力 ($\tau_w = \sqrt{u_\tau/\rho}$)
ω	涡矢量 ($\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{U}$)

标记符

Φ	瞬时量
$\langle \Phi \rangle$	平均量
ϕ	脉动量 ($\phi = \Phi - \langle \Phi \rangle$)

Φ^+

基于壁面粘性尺度 (u_τ 和 δ_ν) 的无量纲量

数学记号

$\nabla()$	梯度算子
$\nabla \cdot ()$	散度算子
$\nabla \times ()$	旋度算子
$\nabla^2()$	拉普拉斯算子
$\det()$	行列式

第1章 引言

1.1 湍流理论

流体流动是一种在自然和工程中广泛存在的物理现象，而其中最普遍的流动形态就是湍流。从星云的运动，到天气变化、洋流循环，湍流蕴含在很多自然界的运行过程中，对生物的生存环境有深刻的影响。例如，海洋中的湍流能输运营养物质，从而改变鱼群的空间分布；天空中两股不同温度的气团相互混合可能会带来一场降雨。同时，湍流现象也对工程设计带来了挑战。在航空发动机的燃烧中，湍流运动能提高分子碰撞概率，从而增进化学反应速率；而输油管道中的湍流则会比层流造成更多的阻力损失。

在具有多样的外在表现的同时，湍流运动内在的复杂性也让其本身成为一个数学和物理学难题。湍流运动的控制方程是描述流体运动的普遍方程——Navier-Stokes 方程（NS 方程）：

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \mathbf{U} \cdot \nabla \mathbf{U} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \nabla^2 \mathbf{U} + \mathbf{f} \quad (1-1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0 \quad (1-2)$$

其解的存在性和光滑性被 Clay 数学研究所评为“千禧年七大数学难题”之一^[1]，目前人类只能在少数的一些简化的流动中求出精确解，迄今为止 NS 方程精确解的进展可以参考 1991 年 Wang 的综述^[2]。

此外，由 NS 方程控制的系统是复杂系统，复杂系统在其序参数超过某一阈值后会产生混沌的性质。湍流就是流体流动的特征无量纲数雷诺数 $Re = \rho UL/\mu$ 大到一定程度后产生的流动现象，其中 ρ 是流体密度， U, L 分别是流动的特征速度尺度和特征长度尺度， μ 是流体动力学粘性系数。由 NS 方程简化而得的 Lorentz 方程就是产生混沌的一个著名例子，而 NS 方程本身具有更大的复杂性，这对人们完全理解湍流的运动规律带来了困难。

在湍流研究中，有两种主要的方法。一是统计方法，将湍流看成是一个随机过程，对其中的物理量进行统计。二是结构方法，将湍流看成是一个确定的动

力系统，用湍流结构阐释其中的主要动力学过程。最有影响的湍流统计手段是雷诺分解^[3]，即将湍流场中的瞬时量 Φ 分解成两部分，系综平均值 $\langle \Phi \rangle$ 和相对于平均值的脉动 ϕ ，其中系综平均通过对多次独立实验取平均求得。最早提出的解释湍流多尺度特性的结构模型是“Richardson 级联”^[4]，这一模型将湍流看作是一系列尺度不同的涡，能量则从大的涡向小的涡传递，直到最终通过粘性耗散。目前为止，最成功的湍流理论是 Kolmogorov 在 1941 年提出的湍流级串理论 (K41)^[5]，该理论结合了统计和结构两种观点，揭示了各向同性湍流的惯性子区中，动能在不同尺度的结构之间的统计分布。

K41 理论进一步提出了湍流中能量耗散的尺度——Kolmogorov 尺度 $\eta = (\nu^3/\epsilon)^{1/4}$ ，其中 ν 是流体运动学粘性系数， ϵ 是湍流耗散率。湍流是多尺度运动，根据能量传输可以将尺度从大到小划分为三个区间：含能区、惯性子区和耗散区^[6]。结合 Richardson 级联^[4]，湍流中的能量传输过程可被描述为：大尺度的结构携带能量，并通过级联将能量逐级传输到更小的尺度，直到达到 Kolmogorov 尺度，能量才能通过粘性耗散掉。这一级联模型中的关键假设是，大尺度不能和小尺度直接发生相互作用，必须通过级联才能将能量逐步传输到小尺度。这一假设近期被 Cardesa 等人^[7] 的数值实验证明，即从统计意义上说，能量传输几乎只发生在相邻的尺度之间。

目前湍流理论研究的进展主要集中在各向同性湍流，而非各向同性湍流尚未有较好的理论。但是非各向同性湍流，例如剪切湍流，尤其是壁湍流，是工程应用中最常见的。大约一半用于驱动流动的能量都通过湍流耗散在距离壁面很近的区域^[8]，所以理解壁湍流对于优化飞机、火车、轮船等高速运行的交通工具的外形，以减小阻力、节约能源，有重要的意义。

经典的壁湍流可以分为三种：边界层湍流、槽道湍流和圆管湍流。如图 1.1(a-c) 所示，大气边界层的流动是一种典型的边界层湍流，飞行器的进气道流动可简化成槽道湍流，输油管道中原油的高速流动可看成是圆管湍流。理想化模型中，边界层是无压力梯度的平板边界层，槽道和管道流动是由恒定的压力梯度驱动的 Poiseuille 流动。

在本文中，我们将以上三种壁湍流的特征长度统一表示为 δ ，不同流动中分别代表湍流边界层的名义厚度 δ_{99} 、槽道半宽度 h 和圆管半径 R 。基于 δ 的雷诺



(a) 地表沙尘暴

(b) 发动机进气道

(c) 输油管道

图 1.1 几种典型的壁湍流

数为摩擦雷诺数，定义为：

$$Re_\tau = \delta u_\tau / \nu \quad (1-3)$$

其中摩擦速度 $u_\tau = (\tau_w / \rho)^{1/2}$ 由壁面切应力 τ_w 诱导定义， ν 为流体运动学粘性系数。根据摩擦速度可以定义壁面粘性尺度为：

$$\delta_\nu = \frac{\nu}{u_\tau}. \quad (1-4)$$

用摩擦速度 u_τ 和粘性尺度 δ_ν 归一化的量以上标⁺标记。摩擦雷诺数可以用壁面粘性尺度表示为：

$$Re_\tau = \frac{\delta u_\tau}{\nu} = \frac{\delta}{\nu/u_\tau} = \frac{\delta}{\delta_\nu}, \quad (1-5)$$

即流动中最大的尺度 δ （几何限制）和最小的尺度 δ_ν （粘性尺度）之比。这显示了湍流的空间多尺度特性随着雷诺数的增大而越发显著。 $\delta^+ = \delta / \delta_\nu$ 也称为卡门数。

在本文中，我们将流向、壁面法向和展向（或圆管周向）坐标记为 x, y, z （或圆管的方位角 θ ），相应速度分量记为 U, V, W . 瞬时值用大写字母表示；平均量用 $\langle \cdot \rangle$ 表示，根据需要可以代表时间平均、空间平均或系综平均；脉动量用小写字母表示，脉动量的强度定义为脉动量的均方根值并以“撇”标记。例如，流向速度的雷诺分解表示为：

$$U = \langle U \rangle + u \quad (1-6)$$

而流向速度脉动强度表示为：

$$u' = \sqrt{\langle u^2 \rangle} \quad (1-7)$$

根据壁面无穿透边界条件和几何对称性，平均速度只有一个不为零的分量 $\langle U \rangle$.

壁湍流中最重要的理论是壁面律，反映平均速度的统计规律。壁面律将壁湍流依次分为粘性壁区、对数区和外区，各区中有不同的特征长度尺度。速度的特征尺度，无论在靠近还是远离壁面均是摩擦速度 u_τ ，故速度可归一化为 $\langle U \rangle / u_\tau = \langle U \rangle^+$. 在极靠近壁面的粘性壁区，流速较低，粘性起主要作用，特征长度是 δ_v ，故有线性律 $\langle U \rangle^+ \approx y^+$. 在外区，长度尺度是流动长度 δ . 而在这之间的对数区，没有唯一的特征长度能将 y 归一化，尺度只能采取自相似的模式，即以对数形式出现在壁面律中，形成我们熟知的对数律。对数律最早由 Millikan^[9] 推导出来：

$$\frac{\langle U \rangle}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{yu_\tau}{\nu} + B \quad (1-8)$$

其中 κ 被称为卡门常数，约为 0.40，常数 B 约为 5.1.

对数区没有严格的上下边界，在槽道湍流的研究中一般取 $100\delta_v < y < 0.2\delta$ 这一范围^[10-12]。缓冲区大致为 $y < 100\delta_v$ (长度为几百个粘性尺度的近壁结构能达到的高度)，外区大致为 $y > 0.2\delta$ (外尺度不再能忽略)。对数区的存在实际上是高雷诺数下的渐进行为。若要有真正意义上的对数区，要求对数区的上边界大于下边界，即 $100\delta_v < 0.2\delta$ ，对应雷诺数 $\delta^+ > 500$. 若要显著的对数区，则要求缓冲区和外区有足够的尺度差异，例如相差一个量级，即雷诺数 $\delta^+ > 5000$.

1.2 湍流相干结构

湍流并不是完全随机的系统。随着研究的深入，人们逐渐发现湍流中存在着一些有序的结构，称为相干结构。相干结构的发现也逐渐将人们的注意力从湍流的统计性质转移到湍流结构上来。

所谓“结构”，是指一个系统中的不同元素通过某种机制形成的，有一定独立功能的组织。例如遗传信息的载体 DNA、建筑中的榫卯结构。存在结构意味

着系统的复杂度能被减少。所谓“相干”，是指不同的结构紧密相关并持续足够长的一段时间。所谓“湍流相干结构”，是指湍流中具有一定时间和空间相关性的结构，他们能维持相当长的一段时间，以至于能对湍流的统计量造成影响^[13]。相干结构是湍流的动力学过程的表象，对理解湍流的物理实质、建立可能的湍流理论、提出有效的湍流控制策略有着重要的意义。

相干结构在湍流研究中是一个广泛的概念，至今尚不存在一个统一的定义。根据定义依据的物理量可分为低压结构、涡结构、雷诺切应力结构、湍动能结构等。而涡结构又可根据涡量 $|\omega|$ ，速度梯度张量的第二不变量 $Q^{[14]}$ ，速度梯度张量特征方程的判别式 $\Delta^{[15]}$ ， $S^2 + \Omega^2$ 第二大的特征值 $\lambda_2^{[16]}$ ，速度梯度张量复特征值的虚部 $\lambda_{ci}^{[17,18]}$ 等方式定义。根据考察的对象可以分为湍流的局部几何结构^[14,15,15,16]，湍流场中的宏观结构^[10,19,20]，流场降阶模型中提取出的结构^[21]，流场的能谱峰值所暗示的结构^[22,23]等。根据所采用的数据范围可以分为瞬时场中的结构^[19]，某种平均场中的结构^[8,24]等。在本文中，我们对上述结构不加区分，统称为相干结构。

1.3 研究现状

进 50 年来，随着实验技术和计算机性能的逐步发展，对相干结构有如下主要发现：1967 年 Kline 等人通过氢气泡显示实验发现湍流边界层的粘性壁区中存在流向低速条带^[25]；1974 年 Brown 等在自由剪切层中发现了大尺度相干结构^[26]；1997 年 Jeong 等人从槽道湍流直接数值模拟 (Direct Numerical Simulation, DNS) 中提取出了近壁区的低速条带结构^[27]；1999 年 Kim 等人^[23]从圆管湍流实验的流向能谱中发现外区峰值，提示外区存在大尺度结构；2007 年 Hutchins 等人利用湍流边界层的热线测量数据，指出超大尺度相干结构 (Very-Large-Scale Motions, VLSMs) 存在的证据^[28,29]；2009 年，del Álamo 等人指出，处理实验数据时采用的 Taylor 冻结假设^[30]对于大尺度运动会过分估计结构长度和大尺度能量^[31]；此后，2011 年 Lee 和 Sung^[32]从湍流边界层的 DNS 数据中、2012 年 Wu 等人^[33]从圆管湍流的 DNS 数据中直接观察到超大尺度结构的存在，不依赖于 Taylor 冻结假设。关于壁湍流相干结构的研究进展可以参考 1991 年 Robinson^[34]，2007 年 Adrian^[35] 和 2018 年 Jiménez^[13] 的综述，中文文献可参考 2015 年许春晓^[36] 的综述。

相干结构发现以后，对相干结构的解释成为壁湍流理论研究中一个重要方向。人类已经在近壁湍流的理论上取得较大进展^[37]，基本理解了缓冲区和对数区的主要相干结构和物理过程。近壁湍流也是人们对壁湍流理解得相对充分的一部分^[38]。

缓冲区的代表性相干结构是长度为 $100\delta_v$ 的量级的流向涡^[27]。缓冲区湍流物理机制可以被解释的流向涡产生条带，条带抬升、失稳、破碎、生成新的流向涡，从而湍流在这一循环中得以维持。自维持机制由 Hamilton 等人提出^[39]，并由 Jiménez 和 Pinelli 通过人为操纵的数值实验证实^[40]。缓冲区湍流具有一定的普适性，可以不依赖外区湍流而独立存在，从而能在只包含缓冲区的最小槽道中得以维持^[40]。流向涡在缓冲区的动力学过程中起到了重要的作用，Jiménez 和 Moin 的最小槽道数值实验表明，若计算域不能包含 $\lambda_x^+ \times \lambda_z^+ = 300 \times 100$ 的长度，缓冲区湍流将不能维持。

对数区的代表性相干结构是长度尺度介于 $100\delta_v$ 和 δ 之间的雷诺切应力的结构^[10]。这些结构是一族附着在壁面上的、尺寸自相似的结构，代表了槽道中的上抛、下扫过程^[8,41]。上抛事件和下扫事件往往成对出现，并且和同一个流向的涡卷联系起来。雷诺应力的结构主导了动量输运，并且同样存在级联和反级联过程，正向级联和反向级联过程的数目之比约为 1.2^[41]。这些结构的生命周期的尺度是内尺寸，正比于其法向高度 l_y ($T^+ \propto l_y^+$)^[41]。

随着到壁面的距离进一步增加，相干结构的高度达到 δ 后已经不能继续增长，此时主要的增长是流向的延长。这样的结构称为大尺度结构。一般将长度大于 δ 的结构称为大尺度结构，将长度大于 3δ 的结构称为超大尺度结构^[33]。在高雷诺数下，粘性壁区的范围缩小，对数区和外区对湍动能的贡献逐渐超过粘性壁区^[42]，此时生存于对数区和外区的大尺度和超大尺度结构就具有更大的动力学重要性。随着人们对壁湍流研究手段的逐渐进步，大尺度结构也在近 20 年来逐渐吸引越来越多人的注意力。例如从早期到现在对大尺度结构的研究主要还聚集在对流向能谱密度分布所暗示的结构的研究^[22,23,33,43–45]，以及对流向和展向相关函数所暗示的结构的研究^[46–48]。也有研究者通过对流场二维截面进行可视化^[32,33,48] 来追踪大尺度结构的演化，或利用本征正交分解（Proper Orthogonal Decomposition, POD）^[49,50] 或对流场进行滤波^[51,52] 来提取大尺度结构。但目前为止，人们对于大尺度结构的组织方式和物理机制并不清晰。

为了解释壁湍流中的结构，研究者也提出过一些理想模型，其中最有影响

的是 Adrian 等人^[53] 提出的“发卡涡包”(Hairpin Packets) 模型，关于这一模型可参考 2007 年 Adrian 的综述^[35]。虽然发卡涡是无粘的结构，但是发卡涡状的结构在湍流场中的真实存在性已经被证实。Wu 和 Moin^[54] 对低雷诺数的边界层进行了直接数值模拟，直接在转捩区和湍流区观察到“发卡涡森林”^[55]。但是发卡涡在中高雷诺数湍流中，或 $y^+ > 100$ 的区域是否存在仍有疑问。

直接数值模拟 (DNS) 是对大尺度结构进行研究的重要手段。相比于实验，DNS 的优势在于能够获得同时获得整个流场中所有点的瞬时物理量及其梯度等更详尽的信息。常见的实验仪器如热线，难以完成多点测量；而粒子成像测速仪 (Particle Image Velocimetry, PIV) 只能测量一个平面内的流场；现在发展出了三维的 PIV (Volumetric PIV)，但其测量的空间范围较为有限。DNS 的劣势在于，计算消耗正比于 Re^3 ，所以 DNS 所能达到的雷诺数很长一段时间内低于实验。随着晶体管技术的发展，电子计算机速度不断提升，槽道湍流数值模拟的能达到的雷诺数已经从 1987 年 Kim 等人的 $Re_\tau = 180$ ^[56] 发展到了现在的 $Re_\tau > 5000$ ^[57-59]。中高雷诺数湍流的 DNS 数据提供了对数区和外区的良好解析，为大尺度结构的研究创造了条件。

1.4 本文目标

基于上述研究现状，本文将对大尺度结构的运动学特征和动力学演化问题进行研究，以增进人们对对数区和外区湍流的多尺度动力学过程的认识。

为了达到这一目标，本文将对高雷诺数槽道湍流的 DNS 数据进行后处理，提取出具有强流向速度脉动的相干结构，并统计这些结构的尺寸、空间分布特征等运动学性质。本文还将对提取出的结构进行时间追踪，研究它们的生命周期和动力学演化过程。

本文组织如下：§2 介绍湍流直接数值模拟的方法及本文研究使用的数据库；§3 介绍相干结构的定义方法；§4 介绍相干结构运动学性质；§5 介绍相干结构的时间追踪方法和动力学演化特性；§6 总结全文。

第 2 章 湍流的数值模拟

2.1 引言

湍流是一个多尺度现象，其控制方程 NS 方程是非线性方程，这二者都对湍流的数值模拟带来了困难。然而，湍流模拟在学术界和工业界都有庞大的需求。研究人员希望通过精确的模拟来展现湍流中的物理过程，设计人员希望在一定的时间和代价内获得能用于指导或验证设计的计算结果。依据模拟的目的和计划投入的资源，人们发展出了一系列不同精度和代价数值模拟方法，主要有：雷诺平均数值模拟（Reynolds-Sveraged Navier-Stokes, RANS）、大涡模拟（Large Eddy Simulation, LES）和直接数值模拟（Direct Numerical Simulation, DNS）。

RANS 方法模拟的是时间平均后的物理量，计算代价较小。虽然不能解析湍流的动力学，但是已经能满足大多数工程需要。例如，对于主要关注升力系数和阻力系数等平均量的航空器外流场计算中，RANS 方法应用广泛。并且，湍流模拟的计算代价正比于 Re^3 ，航空器外流场的雷诺数在百万量级，此时 RANS 方法就显示出计算量的优势。LES 方法的精度和计算量都适中，学术界和工业界都有广泛采用。LES 模拟的是过滤后的物理量。大尺度运动在过滤之后得以保留，而小尺度运动则可根据各向同性假设进行模化，从而达到一个精度和计算量的平衡。DNS 方法直接对 NS 方程进行求解，计算量最大，精度最高。但是 DNS 方法不够经济，例如在对各向同性湍流的模拟中，计算设置的 99.8 % 的模态都在耗散尺度^[6]，目前主要用于学术研究。

与实验相比，数值模拟用于科学研究有一定的优势。首先，数值模拟可以同时获得流场中几乎任何想得到的物理量，这是实验做不到的。其次，数值模拟便于人们做一些“思想实验”^[60]，例如隔离出流动中的一部分结构进行独立研究，或施加实验中难以达到的边界条件。这方面的例子有：Zhou 等人^[17] 将 DNS 中提取出的发卡涡状的结构置于具有湍流速度剖面的层流槽道中进行演化，提出了新发卡涡的生成机制；Jiménez 和 Moin^[61] 通过对只包含缓冲区中一个近壁结构的最小槽道的模拟，证明了近壁湍流可以不依赖于缓冲区外的湍流而存在；Jiménez 和 Pinelli^[40] 通过人为打破近壁湍流中的动力学过程来证实对近壁自维持（self-sustain）重要的过程是条带循环而不是二次涡循环；Flores 等人^[62,63] 通

过模拟带有粗糙壁的或被人为去除近壁循环的中等雷诺数槽道后发现，近壁过程并不影响到粗糙子区^①之外的湍流。

反之，数值模拟的一大不足在于计算代价太大，以至于不能达到很高的雷诺数。湍流的多尺度特性是随着雷诺数的增大而越发突出的，如式1-5所示，从而计算量也随着雷诺数增加急剧增大。一方面，计算域要足够大，以计算出大尺度的运动；另一方面，网格间距要足够小，以计算出正确的湍流耗散。若考虑三维各向同性湍流的 DNS，计算域的大小是含能尺度 L_E 的量级，网格间距是耗散尺度 η 的量级。各向同性湍流中有：

$$L_E/\eta = Re^{3/4} \quad (2-1)$$

从而三个方向网格总数 N_x, N_y, N_z 都在 $Re^{3/4}$ 的量级。若采用显示时间推进，CFL 数 $C = \frac{u\Delta t}{\Delta x}$ 要在 1 的量级，故 N_t 也在 $Re^{3/4}$ 的量级，从而直接数值模拟的计算量随雷诺数的 3 次方增加。这一规律在壁湍流中也是类似的。

然而，这一不足正在被快速发展的电子计算机克服。根据摩尔定律，电子计算机的运算速度每 18 个月翻一番，也就是每 10 年增长 100 倍，而并行计算机的速度大约每 15 年翻 1000 倍^[65]。这样看来，DNS 能达到的雷诺数也将随时间指数增长。如图 2.1 所示，从 1987 年 Kim 等人^[56] 开创性的工作到 2018 年 Yamanoto 等人^[58] 对 $Re_\tau = 8000$ 的槽道模拟，槽道湍流 DNS 能达到的雷诺数与发表年份确实存在近似的对数线性关系。

2.2 槽道湍流的直接数值模拟

槽道湍流直接数值模拟的方法大多遵循 Kim 等人^[56] 开创性的工作，如下简要介绍槽道 DNS 的基本方法，尤其是在本文所采用的数据库的编制过程中使用的方法。

槽道湍流 DNS 的计算域设置为一个尺寸为 $L_x \times 2h \times L_z$ 的矩形，如图 2.2 所示。其中 x, z 方向的边界设置为周期性边界， y 方向的边界 ($y = 0, y = 2h$) 设置为无滑移边界 ($\mathbf{U}(x, 0, z) = \mathbf{U}(x, 2h, z) = \mathbf{0}$)。在两个周期性方向布置均匀的网格，在法向的网格密度随着距壁面距离的增大而减小，网格总数为 $N_x \times N_y \times N_z$ 。

^① 粗糙子区是指粗糙能影响到的区域，一般认为是等效沙粒粗糙度 k_s 的几倍^[64]

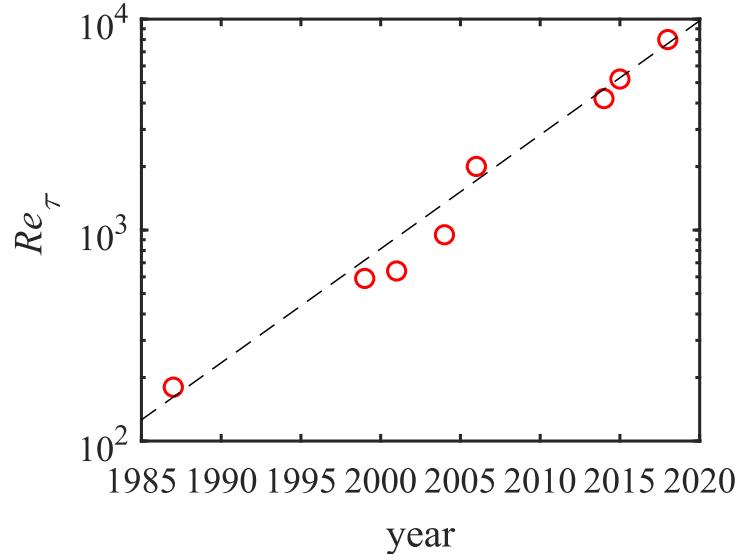


图 2.1 槽道湍流直接数值模拟的雷诺数逐年增长情况。横坐标是 DNS 相关论文发表的年份，纵坐标是 DNS 的摩擦雷诺数。从左到右依次为 Kim 等人^[56]，Moser 等人^[66]，Abe 等人^[67]，del Álamo 等人^[68]，Hoyas 和 Jiménez^[69]，Lozano-Durán 和 Jiménez^[70]，Lee 和 Moser^[57]，Yamamoto 和 Tsuji^[58]所做的工作。

直接数值模拟要求网格尺度达到耗散尺度（壁湍流中的耗散尺度约为 $40\eta(y)$ ^[8]），故一般要求 $\Delta x_i < 10\eta$.

在空间离散上，两个周期性方向采用伪谱法离散，即将实空间中的速度场通过快速 Fourier 变换（Fast Fourier Transform, FFT）变换到谱空间。在非周期性方向 y 采用七点紧致有限差分格式^[59,69] 或切比雪夫多项式^[70] 进行离散。求解过程中，通常不直接求解原始变量的 NS 方程，而是求解法向速度的拉普拉斯 $\nabla^2 v$ 和法向涡量 ω_y 的演化方程^[56]。时间推进通常采用三阶的半隐式 Runge-Kutta 法。

基于直接数值模拟的研究分为两方面：一方面是生成、编制湍流直接数值模拟的数据库，另一方面是理解我们已有的数据。随着计算机性能的发展，人们所进行的槽道湍流 DNS 的雷诺数越来越高，基于 DNS 的科学研究所能深入到距离壁面更远的地方（用壁面尺度衡量）。上文提到，若以 0.2δ 和 $100\delta_v$ 作为对数区的上、下边界，摩擦雷诺数 δ^+ 要达到 500 才能说槽道具有真正意义上的对数区。Kim 等人在 1987 年发表的首个槽道湍流 DNS 的雷诺数为 $Re_\tau = 180$ ，就不具有真正意义上的对数区，而直到 1999 年，Moser 等人^[66] 发表的 $Re_\tau = 590$ 的数值槽道，才开始具有真正意义上的对数区。

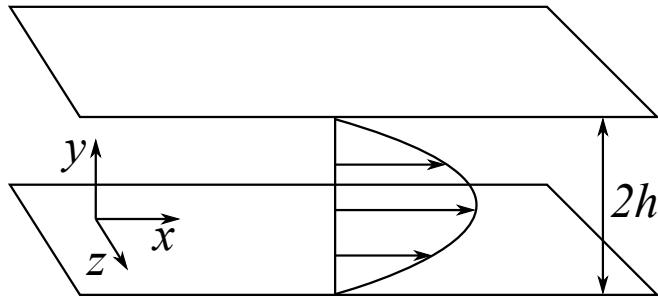


图 2.2 槽道流动的示意图

2.3 本文采用的数据库介绍

本文的研究目标是槽道湍流中的大尺度结构的运动学和动力学，这对所需要的 DNS 数据库有诸多要求。首先，本文主要关注是缓冲区以上的区域，即对数区和外区，所以所采用的槽道需要有显著的对数区，至少需要中高雷诺数的槽道。其次，要解析槽道湍流中的大尺度结构，需要 DNS 具有不小于大尺度结构基本单位几倍长度和宽度的计算域^[71]。最后，对相干结构动力学演化特性的研究需要数据库是时间解析的。综上，达到这一目标需要长时间解析的、全尺寸、高雷诺数槽道湍流的直接数值模拟数据库。

我们将采用 Encinar 等人^[59]在 2018 年进行的直接数值模拟的数据库。数据库的基本参数如表 2.1 所示。该数据库是一个长时间解析的、全尺寸、高雷诺数、低存储的 DNS 数据库，包含两个雷诺数 $Re_\tau = 2000$ （记为 F2000）和 $Re_\tau = 5303$ （记为 F5300），对应对数区的宽度是半个到一个量级。两个槽道的计算域大小都是 $8\pi \times 3\pi$ ，这是约定俗成的槽道的“全尺寸”。Lozano-Durán 等人^[70]对于 $60\pi \times 6\pi$ 的超大槽道的 DNS 证实了上述“全尺寸”足以包含槽道中的大尺度结构，从而很好地解析湍动能和雷诺应力。

每一个槽道有两套网格，一套是用于进行直接数值模拟的高分辨率网格，由表 2.1 中的 $\Delta x^+, \Delta y^+, \Delta z^+$ 表示；另一套是用于存储的低分辨率网格，由表 2.1 中的 (N_x, N_y, N_z) 表示。DNS 所得结果是各速度分量在谱空间中的 Fourier 系数，Encinar

表 2.1 所采用的 DNS 数据库的基本参数。其中 Re_τ 是摩擦雷诺数， Δx^+ 和 Δz^+ 是流向和展向的 DNS 分辨率， Δy_{\max}^+ 是法向的最大网格间距。 N_x, N_y, N_z 是数据存储的网格数，在 L2000 中也等于 DNS 计算的网格数。 $T u_\tau / h$ 是进行数据存储的持续时间，单位是大涡翻转时间。 N_{snap} 是存储下来的流场总数。

槽道	L2000 ^①	F2000 ^②	F5300 ^③
摩擦雷诺数 Re_τ	2003	2000	5303
计算域 $(L_x, L_z)/h$	$(8\pi, 3\pi)$	$(8\pi, 3\pi)$	$(8\pi, 3\pi)$
x 方向网格间距 Δx^+	8	24	22
z 方向网格间距 Δz^+	4	9	12
y 方向最大网格间距 Δy_{\max}^+	9	11	13
数据储存的网格数 (N_x, N_y, N_z)	$(6144, 633, 4608)$	$(512, 512, 512)$	$(1024, 1024, 768)$
数据储存的时间长度 $T u_\tau / h$	10	13	34
总流场数 N_{snap}	15	1140	3860
标记符	△	○	无

① Hoyas 等人^[69], 2006 年。该数据库公开于<https://torroja.dmt.upm.es/channels/data/>.

② Encinar 等人^[59], 2018 年。

③ Encinar 等人^[59], 2018 年。

等人^[59]在存储时进行了谱截断滤波，只保留了尺度在 $l_x \sim 100\delta_v$, $l_z \sim 50\delta_v$ 以上的脉动，从而将存储所需的空间从 60 PB 降低到了约 150 TB（存储精度为 real*8）。同时，过滤时保留了部分需要的物理量，足以将流场重构至合理的二阶统计^[59]。

这一过滤中，法向受到的影响较为严重，而流向和展向受到的影响较小。过滤后分别保留下 95 %, 80 %, 90 % 的流向，法向、展向湍动能。近壁区的小尺度结构不能被储存的分辨率很好地表示出来，虽然它们在 DNS 计算中是被解析的。而对于大尺度结构来说，受到过滤的影响较小。为了证明这一影响可以忽略，我们同时采用了 Hoyas 等人^[69]2006 年发表的相同雷诺数 $Re_\tau = 2003$ 下的全尺寸、全解析槽道 DNS 的数据作为对比。后文中我们将阐明，这一影响可以忽略。正是由于存储时的谱阶段过滤，才使得存储长物理时间内的流场成为可能。

对于槽道 F2000，存储时间为 $13T_{\text{eto}}$ ，总共有 1140 个瞬时流场；对于槽道 F5300，存储时间为 $34T_{\text{eto}}$ ，总共有 3860 个瞬时流场。其中

$$T_{\text{eto}} = \frac{h}{u_\tau} \quad (2-2)$$

称为大涡翻转时间 (large eddy turn-over time)，表示壁湍流中大尺度运动的特征时间，它与近壁结构运动的特征时间——粘性时间

$$t_\nu = \frac{\delta_\nu}{u_\tau} \quad (2-3)$$

之间的关系为：

$$T_{\text{eto}}^+ = \frac{T_{\text{eto}}}{t_\nu} = Re_\tau. \quad (2-4)$$

这显示了湍流的时间多尺度特性也随着雷诺数的增加而越发显著。

在后文中若不加说明，所有统计值均是基于上述所有流场。

槽道 L2000 的流场数据存储的是物理空间中的速度分量，可以直接进行读取；槽道 F2000 和 F5300 的流场数据存储的是谱空间中的速度分量的 Fourier 系数，需要在读取后进行快速 Fourier 反变换，来得到物理空间中的速度。F2000 槽道中两个法向位置 $y^+ = 7.5$ 和 $y/h = 0.95$ 的二维流场中流向脉动速度 u 的可视化如图 2.3 和图 2.4 所示。图中深色表示低速区，浅色表示高速区。

图 2.3 显示的是缓冲区中的流动结构。缓冲区中的结构主要是长度尺度在 $100\delta_\nu$ 量级的流向涡及相关的速度条带。这些结构是流向湍动能近壁区峰值 ($y^+ = 12$ 附近) 的主要来源，其中的高速条带是壁面摩擦应力的主要来源^[72]。而这些结构本身是中低雷诺数的结构，粘性的影响较大，其能谱与耗散谱峰值没有明显的尺度区分^[8]，从而这些结构的耗散也较快，其生命周期约为 $T^+ \sim 60$ ^[37,73]。它们的存在和动力学过程可以不依赖于外区湍流^[40,61]，在不同雷诺数下有很大的普适性。

图 2.4 显示的则是槽道中心附近的外区湍流结构。外区结构的尺度明显要更大，尺度在 h 的量级。并且不存在像近壁区一样显著的条带结构。由于湍流主要耗散在小尺度，外区结构的能谱和耗散谱有可观的尺度区分，故外区结构耗散得较慢，生命周期也更长。

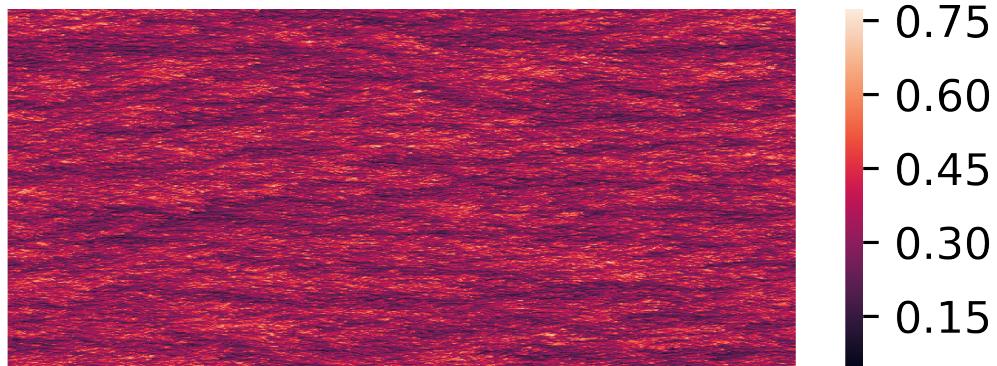


图 2.3 F2000 槽道中高度为 $y^+ = 7.5$ 的二维流动可视化。图中颜色深浅表示流向速度 U/U_C 的大小, $U_c = \langle U \rangle(h)$ 为槽道中心处的平均速度。流动为从左至右。

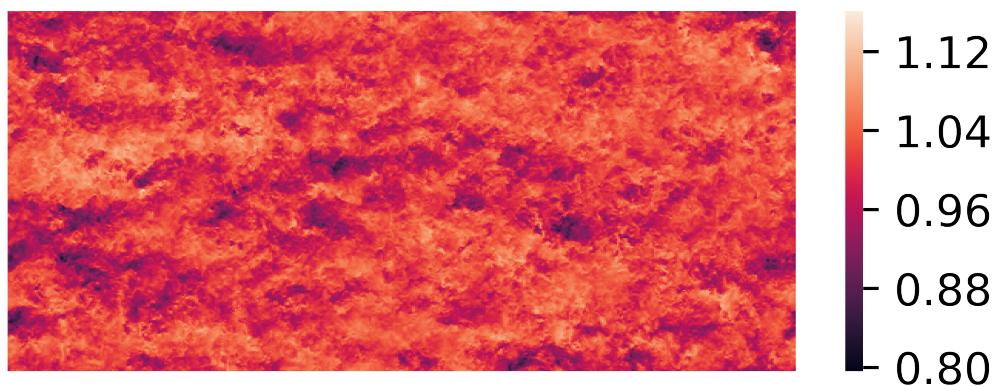


图 2.4 F2000 槽道中高度为 $y/h = 0.95$ 的二维流动可视化。图中颜色深浅表示流向速度 U/U_C 的大小, $U_c = \langle U \rangle(h)$ 为槽道中心处的平均速度。流动为从左至右。

第 3 章 相干结构的定义方法

3.1 瞬时场中的三维相干结构

对于相干结构的研究由来已久，而不同的研究侧重的方面不同，故对于相干结构的定义也不同，正如 §§1.2 中所总结的。而随着 DNS 数据的不断获得，人类得以尽可能地对湍流场进行详尽的考察，DNS 的精度使直接从三维瞬时场中提取出高分辨率的相干结构变为可能，而瞬时场中的三维结构也正是湍流中真实存在的结构。

本文中将瞬时场中某一物理量显著强于统计值的点的集合视为湍流结构，这一定义源于 2004 年 Moisy 和 Jiménez 的工作^[19]。他们通过对涡量或剪切率大于某一阈值的点进行聚类，提取出并研究了各向同性湍流中瞬时涡量和剪切率极强的三维涡团（图 3.1(a)）。这一方法后来被用于研究槽道湍流中的速度梯度张量的判别式大于某一阈值的涡结构^[20]（图 3.1(b)），并指出这些结构的重要性是它们代表了大部分的涡运动和耗散的过程，但是只占据槽道中很小的一部分体积。除了湍流的涡运动本质之外，动量输运现象也能通过三维瞬时结构来表示。Lozano-Durán 等人^[10,41,74] 和 Dong 等人^[75] 分别研究了槽道湍流和均匀剪切湍流中对应于上抛、下扫运动的雷诺应力瞬时结构（图 3.2(b)），发现这些结构覆盖了对数区和外区，包含一个上抛、下扫事件对以及一个位于二者之间的流向涡卷，并在统计上具有自相似性，对应于 Townsend 的自相似附着涡假设^[76]。他们指出，雷诺应力结构普遍地存在于槽道湍流和均匀剪切湍流中，是剪切流的特征而不是壁湍流独有的现象，这意味着自相似涡并不需要来源于壁面。2016 年 Jiménez 类比雷诺应力提出“最优通量”（optimal flux）作为湍流中的动量通量^[77]，Osawa 和 Jiménez^[78] 研究了“最优通量”瞬时结构，发现它们与雷诺应力类似，也具有相联的涡-事件对，只是在对数区中的自相似比例略有不同。

上述研究方法先后被 Sillero^[79]（图 3.2(a)），Hwang 和 Sung^[80] 用于研究零压力梯度湍流边界层中强脉动速度的瞬时结构。此后 Yoon 等人^[81]，Hwang 和 Sung^[82] 分别研究了负压力梯度湍流边界层和圆管湍流中的脉动速度瞬时结构。这些结构同样覆盖了大部分的湍动能，仅占据少部分的体积。它们大部分都附着在壁面上，有的甚至能延展到边界层的边界和圆管的中心线，并被认为是平

均速度剖面对数律^[81]和流向脉动速度 u 的对数剖面^[80]的来源。

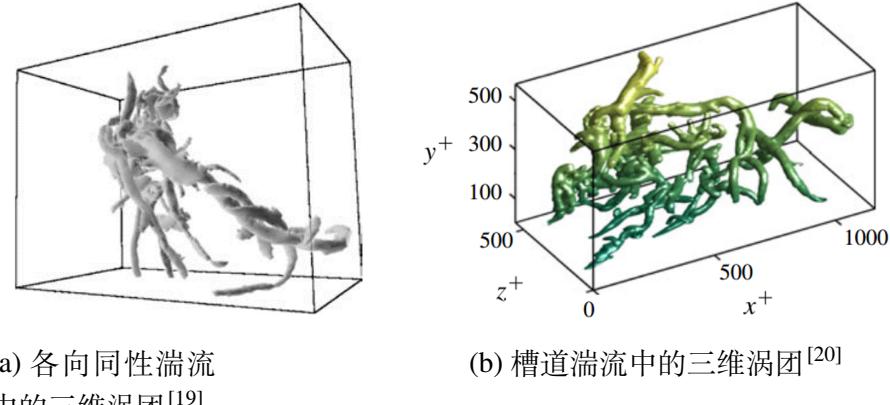


图 3.1 瞬时场中的三维相干结构示例 A

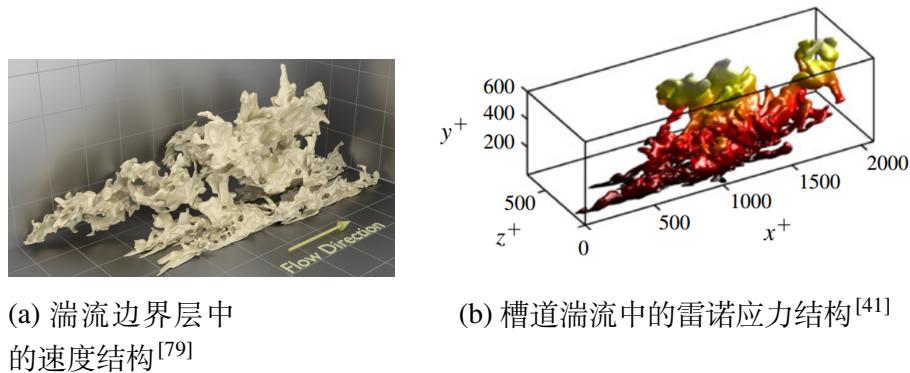


图 3.2 瞬时场中的三维相干结构示例 B

然而，目前尚未有对于槽道湍流中脉动速度瞬时结构，尤其是大尺度结构的研究。对于大尺度和超大尺度结构，它们在槽道中的长度比在边界层中更长，这是因为边界层外部的无旋流体的卷吸会破坏延伸到边界层界面附近的大尺度结构，这也被槽道湍流和边界层湍流相同法向高度能谱的比较所证实^[8]。而在同样适合研究大尺度结构的圆管湍流中，现有研究主要集中从流向能谱中看出的结构或二维可视化^[33,48]。也曾有一些研究者通过对流场进行过滤^[51,52]来研究槽道湍流中大尺度结构并与圆管比较，但是这离瞬时场中存在的结构有一定的距离，且他们所用的槽道所处于的雷诺数较小 ($Re_\tau = 930$)。

综上，本文将采用高雷诺数、时间解析的 DNS 槽道来更好地对大尺度和超大尺度结构的物理性质和演化过程进行研究，将采用上文所述的瞬时场中三维



图 3.3 通过阈值提取相干结构的方法示意图，以湖中小岛的识别做比喻。

结构这一种相干结构定义方式，来更准确地表现湍流中实际存在的物理现象。详细的定义将在下一节中介绍。

3.2 速度条带结构的定义

在本文中，我们定义流向速度结构（称为 u 结构）为具有较强的流向脉动速度的点聚类而成的三维物体。构成物体的点首先需要满足：

$$u(\mathbf{x}) > \alpha u'(\mathbf{y}) \quad (3-1)$$

或

$$u(\mathbf{x}) < -\alpha u'(\mathbf{y}). \quad (3-2)$$

其中由 u' 是流向脉动速度在每个高度的均方根值， α 是一个需要后续决定的常数。在选出满足式 (3-1) 或式 (3-2) 其中一种情况的所有点后，根据离散笛卡尔空间中的连通性，即根据周围六个点是否被选取的情况，将这些点分别聚类成为许多内部连通、互不连通的独立的三维物体。这些定义出的三维物体被称为本文中的相干结构。由式 (3-1) 和式 (3-2) 定义的结构分别被称为 $u(+)$ 结构和 $u(-)$ 结构，即高速条带和低速条带。

例如，以某个水位下湖中小岛的识别做比喻，如图 3.3 所示。小岛的高度表示相同空间位置 \mathbf{x} 处速度脉动 $u_i(\mathbf{x})$ 的大小，当前水位高度表示阈值 $\alpha u'(\mathbf{y})$ 。小岛在特定水位下露出水面的部分表示特定阈值识别出的湍流结构。图中红色方

块构成的集合表示三个不同结构。识别的流程是：首先确定速度脉动高于阈值（或高度高于水位）的点，其次将第一步筛选出的点进行聚类，组织成内部连通、互不连通的独立结构，最后将这些结构分别存储在文件中。

类似地，通过

$$|v(x)| > \alpha v'(y) \quad (3-3)$$

或

$$|w(x)| > \alpha w'(y) \quad (3-4)$$

可以定义 v 结构和 w 结构。

需要指出的是，这里我们采用了与 Hwang 和 Sung^[80,82]，Yoon 等人^[81] 相同的定义速度结构的方式，即确定一个点属不属于速度结构的判断阈值 $\alpha u'(y)$ 正比于脉动速度的均方根，而不是更早些时候 Sillero^[79] 所采用的常数阈值 αu_τ 。这一选择是为了使得我们所定义的结构被水平平面截得面积在 y 方向更为均匀，因为我们先验地知道得出的结构应该是条带状的结构。这也是我们比较两种阈值得到的结论，关于将常数阈值和此处选用的正比于均方根的阈值相比较的细节可以参考附录A.

3.3 逾渗分析与阈值选取

在上述对相干结构的定义中，有一个阈值 α 需要进一步确定，在此我们通过为 α 选择不同值，对相干结构在不同阈值下的逾渗行为进行分析，寻找出逾渗阈值作为定义相干结构的阈值。接下来的部分中，我们将对逾渗分析进行简要介绍，再介绍阈值的选取过程。

3.3.1 逾渗分析

逾渗分析 (percolation analysis) 是来源于非平衡态统计物理，尤其是相变问题的理论^[83]。“逾”意为超过，一般指某个量超过某个阈值。“渗”意为透过，因为英文 percolator 本意是咖啡渗透壶，水是否能透过则是其两个不同状态^[84]。“逾渗”指的是当某个量超过一个阈值（例如咖啡渣间隙的数目）时，咖啡壶的状

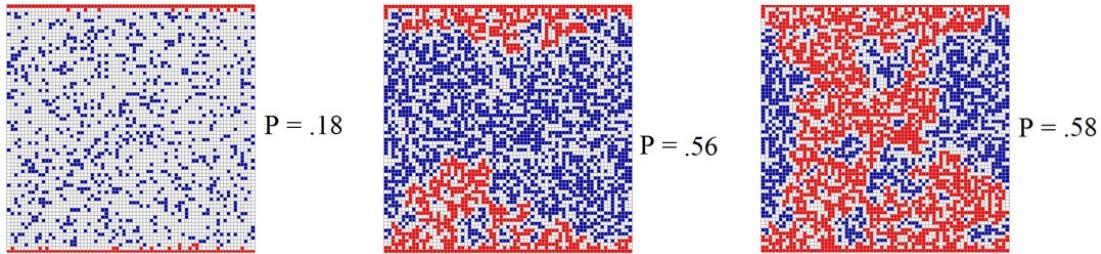


图 3.4 一定大小的二维晶格体系中，不同座开放概率下的逾渗情形的随机模拟^[85]

态就突然由不透过变为透过了。逾渗是一个描述复杂、随机的系统的重要模型，它描述了一个复杂系统在各连通组分，例如座（site）或者键（bond），逐渐被占据或释放的时候涌现出的结构。

考虑一个二维方形晶格构成的体系，该体系由 $L \times L$ 个规则排列的“座”（sites）构成。每个座开放的概率相等且完全随机，记为 p 。该体系中的连通性定义为每个座与其相邻的四个座连通，若存在一组连通的且均开放的座，其中至少有一个位于最上方，至少一个位于最下方，则称该体系能够从上到下可渗过，否则该体系非可渗过。从左到右的渗过同理，在此处不再考虑。在不同开放概率 p 下，体系均有一定几率可渗过，将此概率称为逾渗概率，记为 $\Pi = \Pi(p)$ 。图 3.4 展示的是 $p = 0.18, 0.56, 0.58$ 三个开放概率下的各一次随机模拟^[85]。灰色表示座不开放，蓝色表示座开放，红色表示液体从上下两侧开始能够渗透到的所有座。可以看出， p 较小的时候开放的座较少，所以液体只能渗透到较小的范围，随着 p 增大，就有较大的几率能够发生渗过。

Dutta 等人^[85]对此现象进行了模拟，得到了不同体系大小下逾渗概率 $\Pi(p)$ 随座开放概率 p 的变化规律，如图 3.5 所示。 $\Pi(p)$ 随 p 单调增加，在不同大小的体系内都存在着 $p = 0.5$ 附近的，从不渗过到渗过的明显转变（逾渗转变，percolation transition），并且该转变的剧烈程度随着体系规模的增加而增加。该临界开放概率 $p = 0.5$ 也被称为逾渗阈值（percolation threshold）。对于一个理想的、无穷大的系统，逾渗转变仅发生在逾渗阈值，而对于实际中的有限大系统，逾渗行为发生在逾渗阈值附近的一个小区间。

逾渗分析所描述的是复杂系统的行，而系统的序参数是描述系统特征的无量纲数，当序参数达到临界值附近的时候，系统的特征会发生剧烈变化。例如雷诺数 Re 作为描述流体运动状态的一个无量纲数，可以被看作是流动系统的序参数，当 Re 达到一定值的时候，流动状态就从层流向湍流转变。同样，若将湍流场看作一个复杂系统，通过阈值进行相干结构的提取就是一个逾渗过程，在

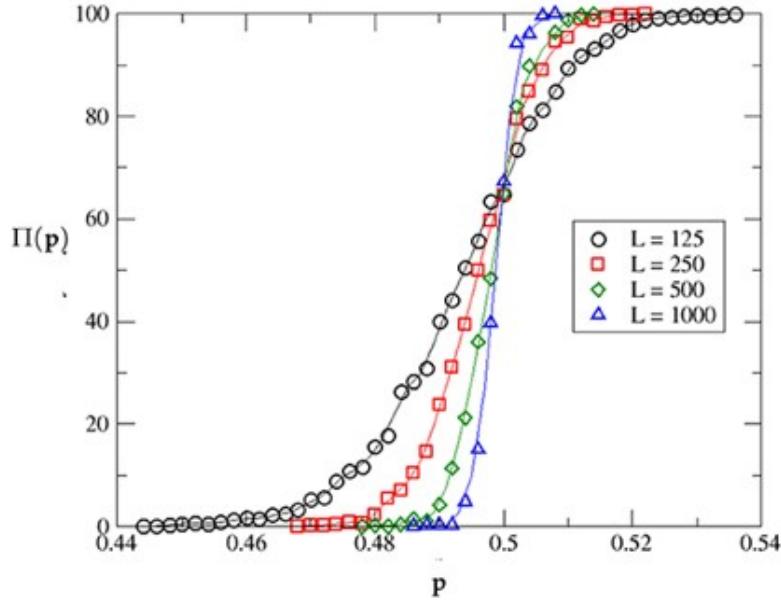


图 3.5 不同大小的二维晶格体系中逾渗概率随座开放概率的变化^[85]

逾渗阈值处提取出的结构，即为该系统的特征结构。

3.3.2 阈值选取

基于上述的逾渗原理，我们对相干结构的提取进行了逾渗分析。如前所述，我们通过一个阈值来决定一个点是否是相干结构的一部分，不同阈值所定义出的结构不同。图 3.6所示的不同海拔的水平平面截得山体结构的示意图。当水平平面的海拔很低，截得的截面只有一个连通的、包含整个山体的大截面；当水平平面的海拔进一步升高，会截得内部连通、互不连通的一个个山峰；当水平平面的海拔过高时，不会截得山体的任何部分。那么我们可以认为，在一个适中高度的平面截到的多个山峰（如图 3.6中实线所示）就是该山体的特征结构。

同样，若我们将山体看成是湍流结构，海拔高度看成是脉动速度 $u_i(x)$ 的数值，则不同的阈值 $\alpha u'_i(y)$ 则会决定不同的结构。当阈值很小的时候，几乎所有的点都被视为相干结构的一部分，整个体系中只有一个大小几乎等于系统大小的“超级结构”。随着阈值的进一步增加，一些点由于脉动速度不够大被舍弃，这个“超级结构”逐步被分割成更小、更多的结构，呈现出更多的细节。当阈值大到一定程度的时候，阈值将过滤掉大多数点，只留下零星的一些点状结构。在阈值变化的过程中，系统的结构从一个“超级结构”向零星的点转变的过程就是一个逾渗过程。同样，在数值槽道中，复杂系统是有限大小，逾渗转变则对应的

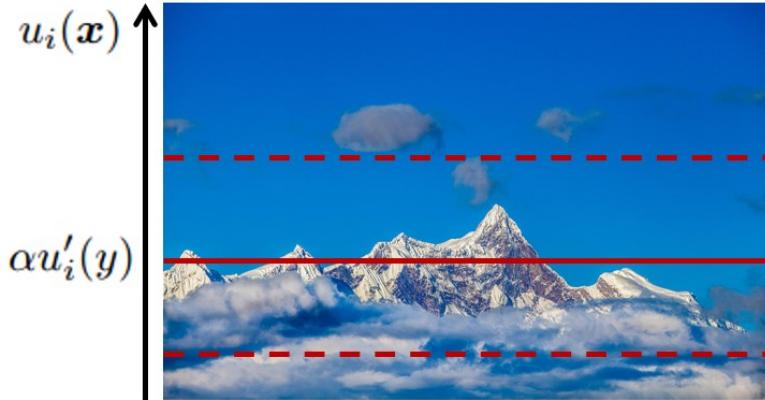


图 3.6 通过脉动速度阈值提取相关结构的逾渗分析示意图，以不同高度的水平平面去截山体的例子做比喻。背景图源自 dp.pconline.com.cn，其中实线表示一个适中的、能够提取出山体特征结构的高度，上下两条虚线表示过高或过低的高度。

是阈值附近的一段区间。

图 3.7展示了在 1.2 到 2.0 范围内不同阈值下，所提取出的速度结构的逾渗特征，其中包含了两个雷诺数的三个槽道 (L2000, F2000, F5300) 以及 u, v, w 的正、负结构的结果。

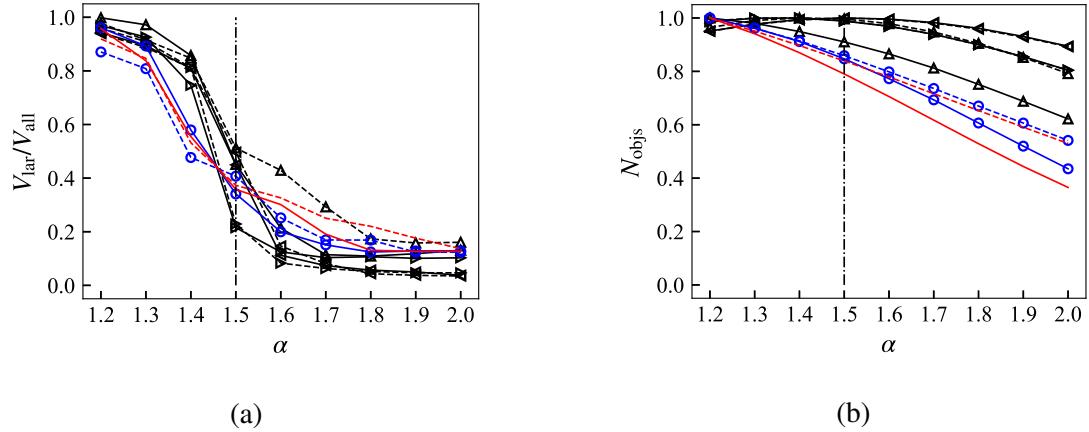


图 3.7 三维相干结构的逾渗图。(a) 最大的结构的体积 V_{lar} 与所有结构的总体积 V_{tot} 的比值随 α 的变化。(b) 所有结构的总数 N_{objs} 随 α 的变化，每条曲线用其极大值归一化。实线：正结构；虚线：负结构。三角形：槽道 L2000； Δ , u 结构； \triangleleft , v 结构； \triangleright , w 结构。圆圈：槽道 F2000； u 结构。没有符号：槽道 F5300； u 结构。图中的垂直线均为 $\alpha = 1.5$ 。

图 3.7(a)展示的是最大的结构的体积与所有提取出的结构的体积之比 $V_{\text{lar}}/V_{\text{tot}}$ 随阈值的变化， $V_{\text{lar}}/V_{\text{tot}}$ 就是一个描述系统中最大的结构的行为的序参数。当阈值很小的时候，所有结构连成一体，有一个远大于所有其他之和的“超

级结构”，故 $V_{\text{lar}}/V_{\text{tot}} \approx 1$; 当阈值很大的时候，剩下的结构是零星分布的、大小类似的小结构，故 $V_{\text{lar}}/V_{\text{tot}} \approx 0$. 这二者之间的转变发生在 $\alpha = 1.5$ 附近，正如图 3.7(a)中虚线所示。对 u 结构的逾渗行为与 v, w 结构的逾渗行为的比较可以发现， v, w 结构的逾渗转变更为急剧，这是因为 v, w 结构本身的尺度相比于 u 结构来说更小，槽道相比于它们就更大，这意味着系统更接近无穷大系统，故逾渗行为也更接近瞬间发生。 u, v, w 结构的这一趋势也体现于 Hwang 和 Sung^[80] 对湍流边界层中速度结构的研究的逾渗图中。总之，对于不同雷诺数、不同类型的结构，逾渗行为均发生在

$$\alpha = 1.5 \quad (3-5)$$

附近，我们可以初步地将逾渗阈值定为 $\alpha = 1.5$.

图 3.7(b)展示了所识别出的结构的总数 N_{objs} 在不同阈值下的变化，其中每条曲线均用其最大值归一化，使其最大值均为 1. 在 Lozano-Durán 等人对槽道中的雷诺应力结构^[10] 与 Hwang 和 Sung 对边界层中的速度结构^[80] 的研究中， $V_{\text{lar}}/V_{\text{tot}}$ 的转变几乎也发生在 N_{objs} 达到最大值之处。但是这在本文中仅对 v, w 的结构成立。首先本文所采用的槽道的雷诺数远大于 Hwang 和 Sung 所采用的 $Re_\tau = 930$, 更高的雷诺数意味着更多的小尺度结构，而小尺度结构受到阈值增加的影响更严重，故本文中 u 结构的数目 N_{objs} 随着阈值下降得更快。其次，在相近的雷诺数，本文所研究的 u 结构是速度结构，尺寸大于 Lozano-Durán 等人的雷诺应力结构。若理想情况下逾渗行为发生在 N_{objs} 取极大值之处，则图 3.7(b)所示的 u 结构的行为与理想情况相比有所偏移，这是由于 u 结构的尺度要更大，整个槽道距离无穷大系统的偏移更多，故 N_{objs} 在逾渗阈值 $\alpha = 1.5$ 之前就达到了极值。有趣地，在 Hwang 和 Sung^[82] 对最小圆管中速度结构的研究中，逾渗图（他们的文章，图 6）也体现出更高的雷诺数将 N_{objs} 最大值向阈值小的方向移动的趋势。最后，我们指出 L2000 和 F2000 两个槽道中 u 结构表现的不同来源于 F2000 槽道存储时过滤掉了小尺度的运动。

综上，我们选择 $\alpha = 1.5$ 作为定义速度结构的逾渗阈值，这一结果与 Hwang 和 Sung 等人^[80]、Yoon 等人^[81] 的零压力梯度、逆压力梯度湍流边界层中的 $\alpha = 1.5$ ，以及 Hwang 和 Sung 等人^[82] 的最小圆管中的 $\alpha = 1.6$ 相吻合，说明这一阈值是不依赖于流动类型、雷诺数、结构类型 (u, v, w 的正、负结构) 的。

用上述阈值识别出的单个结构如图 3.8 和图 3.9 所示，图中分别为一个 $u(+)$ 结构（高速条带），一个 $u(-)$ 结构（低速条带），和一个极长的、蜿蜒的、延伸到流向两个 $u(-)$ 结构。此外，由于这些结构的形式多呈流向拉长的形状，也被称为速度条带（velocity streaks）。在下文中我们根据需要不加区别地使用“速度条带”“速度结构”“相干结构”等词汇。

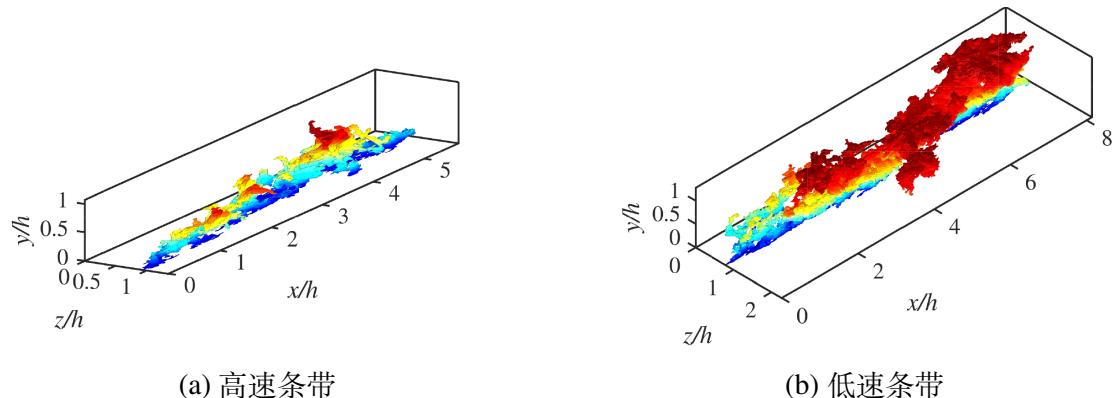


图 3.8 速度条带结构的三维可视化。其中的颜色表示到壁面的距离，红色表示槽道中心，蓝色表示靠近壁面处。

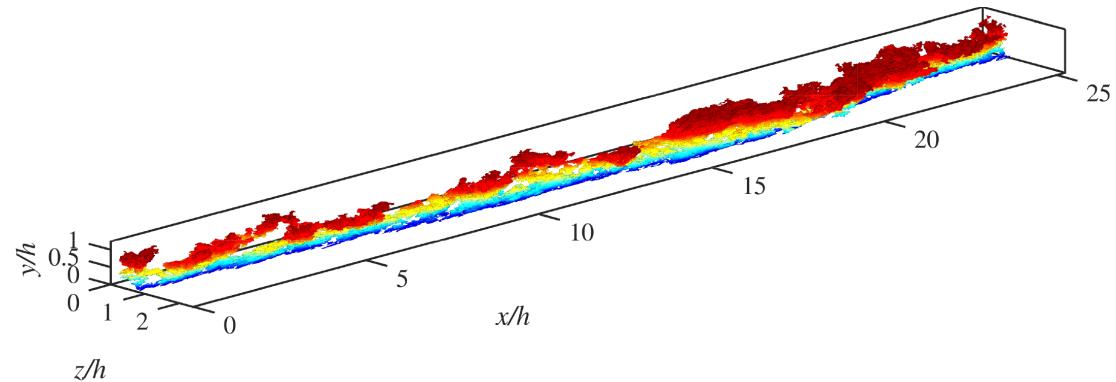


图 3.9 极长的、蜿蜒的低速条带结构的三维可视化，该结构在 x 方向通过周期性边界首尾相连。颜色分布如图 3.8.

3.4 附着的和分离的结构

Townsend 将壁湍流中的结构分为附着的结构（attached structures）和分离的结构（detached structures）结构^[76,86]。这两类结构的性质有很大的区别。分离的

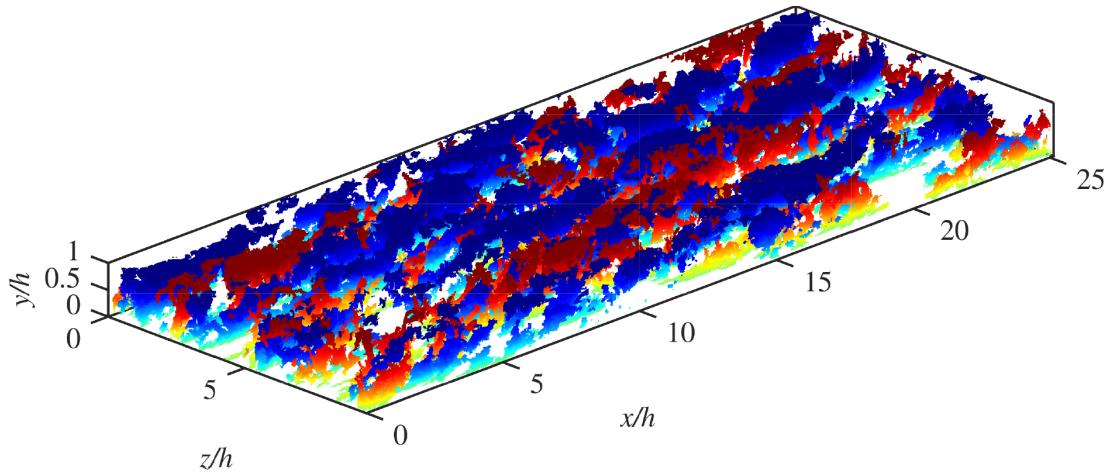


图 3.10 全槽道中大尺度高速条带和低速条带的可视化。染色方式与图 3.8略有不同。蓝色表示低速条带，红色表示高速条带；浅色表示靠近壁面，深色表示靠近槽道中心。为了可视化的清晰，这里只画出了 $l_x > h$ 的条带。

结构距离壁面较远，尺寸相对不大，分布趋向于各向同性，对湍流动力学影响较小。附着的结构受到壁面的限制，其高度主要由到壁面的距离 y 决定，从而长度也随着离壁面的距离增加而增加，主导了壁湍流中最主要的动力学过程。

故在本研究中，需要对这两种结构进行仔细的区分。在以“发卡涡”或者“ Λ 涡”为代表的理想模型中^[87,88]，附着涡被假设是直接附着在壁面上，这些理想模型可以很好地预测出流向速度脉动在对数区中的一维能谱^[87]。

然而，对数区的动力学并不在很大程度上依赖于来自壁面的信息。例如壁面的粗糙对对数区中的三维涡团结构^[20] 几乎没有影响^[62]；对缓冲区湍流的抑制并不会妨碍平均速度的对数剖面和脉动速度剖面的保持^[89]，且对对数区中的雷诺应力结构^[10] 也几乎没有影响^[89]。

所以，在实际的湍流场中，附着结构并不需要直接附着在壁面上。因为理想模型中的涡结构是无粘结构，并不能满足壁面上的无滑移边界条件，也难以存在于粘性起主要作用的粘性子区 ($y^+ < 5$)。故较为合理的一个方式，是附着结构附着在缓冲区中。以 $y_{\min}^+ = 20$ 作为分界是一个实践中得到的较好的选择^[10,20]。为了验证其合理性，我们画出了所提取出的 u, v, w 结构的最大法向距离 y_{\max} 和最小法向距离 y_{\min} 的联合概率密度分布，如图 3.11 至图 3.13 所示。

无论是 u, v, w 的正、负结构， y_{\max} 和 y_{\min} 的分布都以 $y_{\min}^+ = 20$ 为界分为两族。第一族中 $y_{\min}^+ < 20$ ，而 y_{\max} 几乎可以是任何值，这代表了一系列不同大小、从壁面延伸到不同高度的附着的结构。第二族是 $y_{\min}^+ > 20$ ，但是 $y_{\max} - y_{\min}$ 几乎

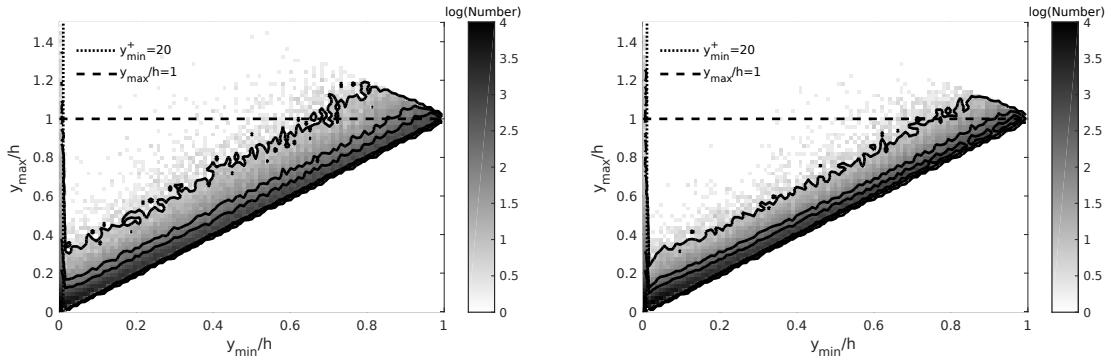
(a) $u(+)$ 结构(b) $u(-)$ 结构

图 3.11 u 结构最大法向距离 y_{\max} 和最小法向距离 y_{\min} 的联合概率密度分布。图中三条等值线分别包含了 85 %, 95 % 和 99.5 % 的数据。颜色的深浅表示数据的多少，色阶按照数据量的按照以 10 为底的对数线性分布。水平直线表示 $y_{\max}/h = 1$, 坚直直线表示 $y_{\min}^+ = 20$. 槽道 L2000.

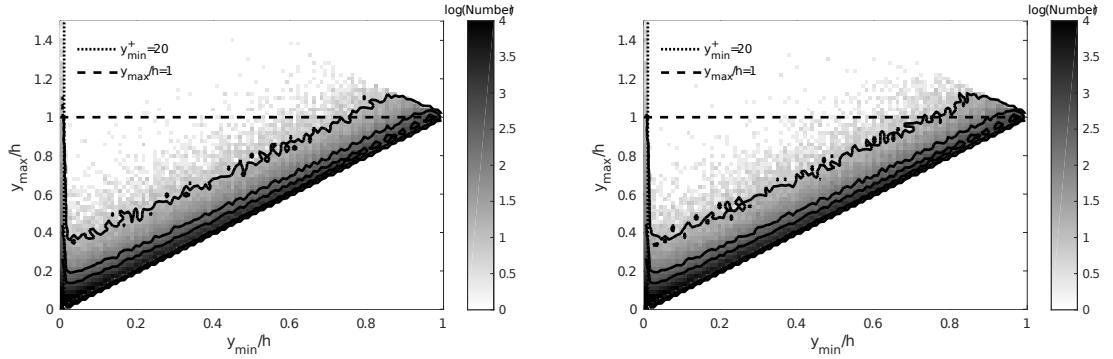
(a) $v(+)$ 结构(b) $v(-)$ 结构

图 3.12 v 结构最大法向距离 y_{\max} 和最小法向距离 y_{\min} 的联合概率密度分布。图例如图 3.11.

是一个不随 y_{\min} 改变的值，这代表了一系列分布在不同法向高度，但是大小基本相似的分离的结构。

这说明 $y_{\min}^+ < 20$ 是区分附着的结构的一个良好分界。表 3.1展示了不同槽道中的高速、低速条带个数与体积的统计。可以看出，附着的数量只占了所有结构总数的 5 % ~ 25 %，其体积却占了所有结构的总体积的 80 % ~ 95 %. 并且随着雷诺数的增加，湍流中的小尺度结构更多，附着结构总数的占比有所下降，

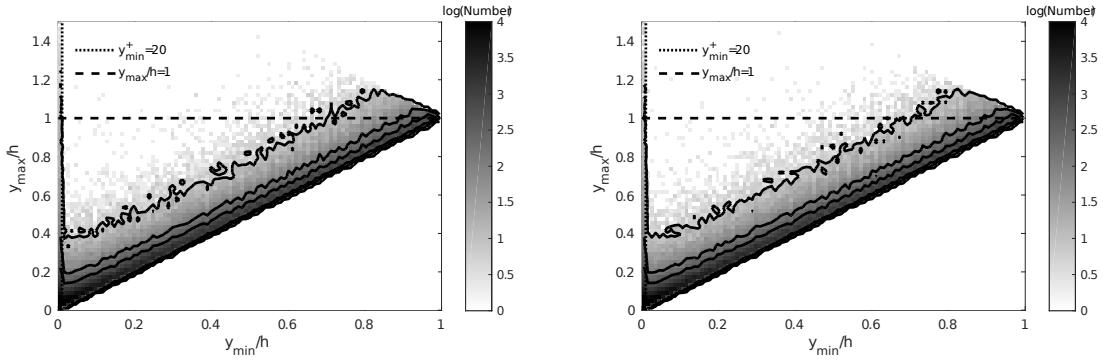
(a) $w(+)$ 结构(b) $w(-)$ 结构

图 3.13 w 结构最大法向距离 y_{\max} 和最小法向距离 y_{\min} 的联合概率密度分布。图例如图 3.11.

但是其体积的占比基本没有明显变化。故附着的结构是主导湍流动力学的、符合 Townsend 的“附着涡假说”(attached eddy hypothesis) 的结构。

表 3.1 高速和低速条带个数和体积的统计。 N 是条带总数, V 是条带总体积, 带有下标 att 的表示附着的结构 (attached structures)。统计结果是 15 个流场的平均, 但经检验增加流场个数不会显著影响统计结果。

槽道		L2000	F2000	F5300
$u(+)$	N	150251	59427	244165
	V/h^3	23.19	21.20	21.625
	N_{att}/N	23.67 %	24.45 %	13.23 %
	V_{att}/V	88.70 %	80.43 %	81.44 %
$u(-)$	N	215259	62251	256359
	V/h^3	37.08	36.24	36.464
	N_{att}/N	6.22 %	14.76 %	5.87 %
	V_{att}/V	93.78 %	87.99 %	89.73 %

本研究中主要关注附着的结构, 又由表 3.1 可知附着结构的体积占所有结构的体积之和的绝大部分, 故它们对湍流的贡献也远大于分离的结构。如果下文不加说明, 其结果均是基于附着的结构。

第 4 章 相干结构的运动学特征

相干结构的重要性是壁湍流中的核心问题。相干结构在壁湍流中的普遍存在性与其中蕴含的大量湍动能让其越发重要。由于本文的研究对象是大尺度和超大尺度结构，而仅有流向脉动速度 u 的能谱才有对应于大尺度结构的“全局模态”^[43]，接下来的结果和讨论将着重于 u 结构。本章旨在对上一章中提取出的结构进行运动学分析和统计，将有如下安排：§§4.1介绍相干结构的尺寸统计特性；§§4.2介绍相干结构的分形特征；§§4.3介绍相干结构对雷诺应力等统计量的贡献；§§4.4则从第一性原理出发对上述所得的结果进行分析。

4.1 尺寸特性

湍流中的结构往往是外形复杂的，从中获得一些信息最直接的方式是量度它们的尺寸大小。正如图 3.8 所示，对每一个结构都可以定义一个三条边与流向、壁面法向、展向分别平行的外切长方体，该外切长方体的长、宽、高被定义为这一结构的长、宽、高，记为 l_x, l_y, l_z . 每一个结构的体积定义为其所包含的所有网格的体积之和，记为 V .

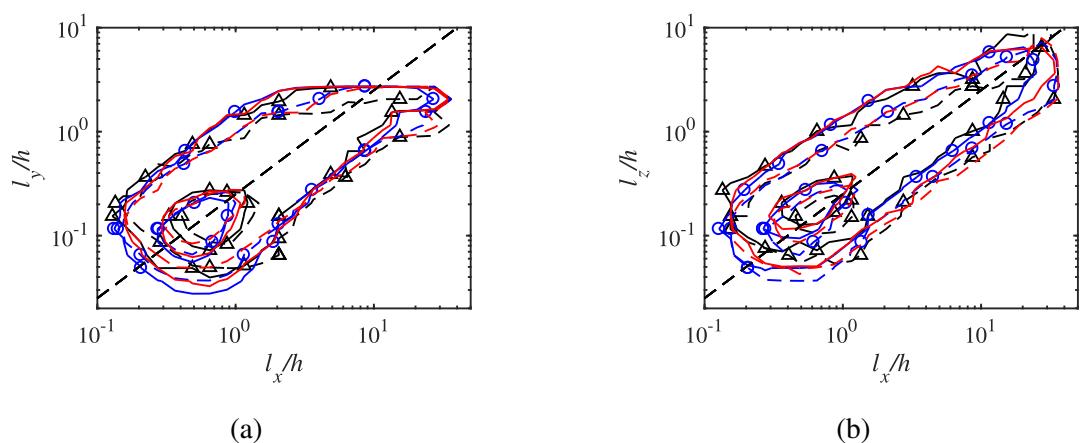


图 4.1 (a) l_x 和 l_y , (b) l_x 和 l_z 的联合概率密度分布。图中对角的直线分别为 (a) $l_x = 4l_y$, (b) $l_x = 3l_z$. 每幅图中的等值线分别包含了 50 % 和 99.9 % 的数据。实线：正结构；虚线：负结构；其余标记同表 2.1. 概率密度的统计间隔是对数线性分布的。

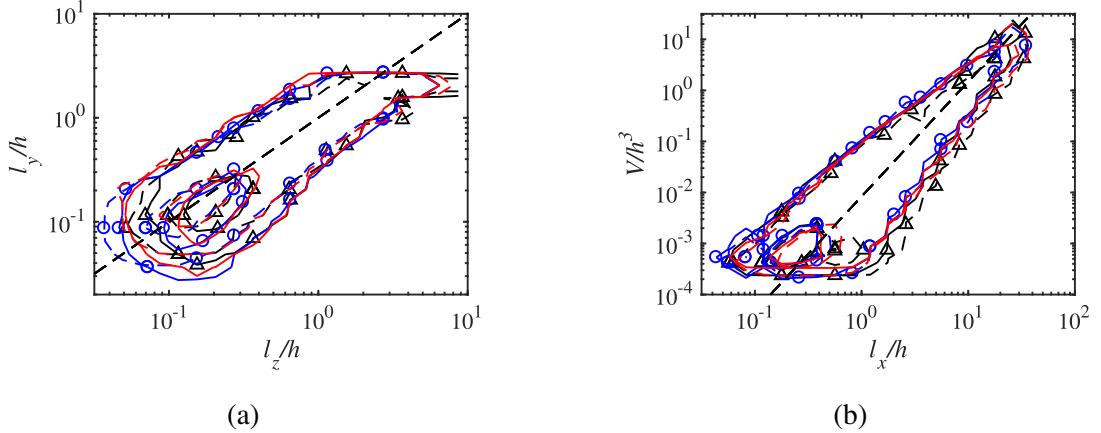


图 4.2 (a) l_z 和 l_y , (b) l_x 和 V 的联合概率密度分布。图中对角的直线分别为 (a) $3l_z = 4l_y$ 和 (b) $V \propto l_x^{2.25}$ 。每幅图中的等值线分别包含了 50 % 和 99.9 % 的数据。实线: 正结构; 虚线: 负结构; 其余标记同表 2.1. 概率密度的统计间隔是对数线性分布的。

图 4.1与4.2展示的是 u 结构的长、宽、高和体积的联合概率密度分布函数 (Joint Probability Density Function, JPDF)。由于本文的研究重点是大尺度结构, 在绘制 JPDF 的时候我们舍去了 F2000 和 L2000 槽道中体积小于 $150(v/u_\tau)^3$ 的, 和 F5300 槽道中体积小于 $400(v/u_\tau)^3$ 的结构。这两个过滤尺度在内尺度的衡量下不一致, 但是在外尺度的衡量下是一致的, 这保证了图 4.2(b)的 JPDF 中对于 V 的水平截断在不同雷诺数下相同。小尺度结构对于湍动能和雷诺应力的贡献不大, 但是数目多, 会显著影响概率密度分布, 所以此处去掉是有必要的。

正如图 4.1(a)和图 4.1(b)所示, $u(+)$ 结构和 $u(-)$ 结构有着不一样的几何。同样长度的速度条带, 高速条带比低速条带更宽和更高。一方面, 高速条带来自速度更快的槽道中心, 故向两侧壁面移动的高速条带容易在槽道中心附近连接起来, 所以倾向于更高, 高速条带的高度接近 $2h$ 的概率要大于低速条带。另一方面, 由于壁面的不可穿透性, 高速条带在接近壁面的时候会被展平, 所以倾向于更宽。

这些结构在一个相当广的、几乎从 JPDF 中保留的最小尺度一直到 $l_y = h$ 的范围内是自相似的。在自相似区中, 这些结构的三个尺寸符合 $l_x = 4l_y = 3l_z$ 的统计规律, 比 Lozano-Durán 等人所研究的满足 $l_x = 3l_y = 3l_z$ 的自相似雷诺应力结构要长一些和宽一些。而这些结构在高度达到 h 至 $2h$ 时则渐渐失去自相似性, 形成一族与自相似区的结构不同的结构, 如图 4.1(a)和图 4.2(a)中 JPDF 的水平方向突出部分所示。这一族结构受到壁面的限制而高度不能继续增长, 但是

可以在展向和流向继续延伸。

虽然 $l_y > h$ 的结构不再具有自相似性，但是它们仍与自相似结构拥有一些相同的性质，例如分形维数。在图 4.2(b)中所示的 V 和 l_x 的 JPDF 中，无论结构的大小， p 概率密度的中心总是分布在 $V \propto l_x^{2.25}$ 附近。这意味着在统计意义上这些结构的分形维数是 2.25 左右。

4.2 幂次率与分形

V 和 l_x 的联合概率密度分布可以作为分形结构的一种简单估计，而这个估计给出的 2.25 的维数意味着这些结构在空间中是比较“空”的，相比于实心立方体来说。此外，我们还可以通过结构长度 l_x 的概率密度分布来估计分形维数。

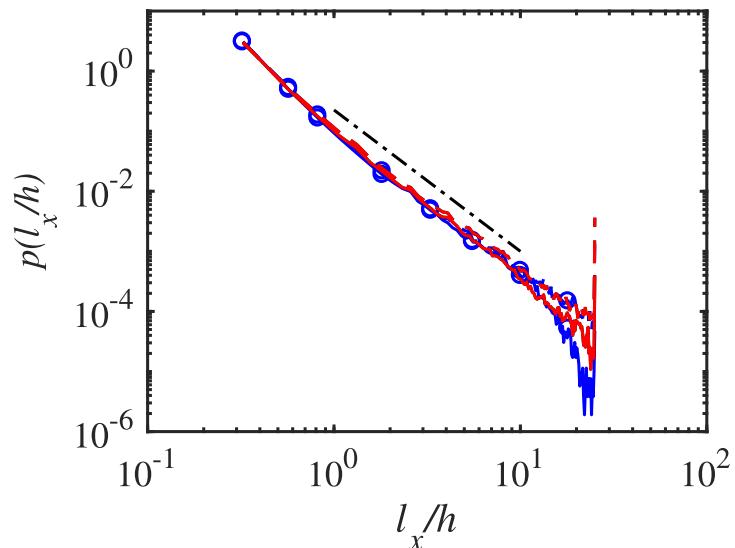


图 4.3 相干结构长度 l_x 的概率密度分布函数。实线：正结构；虚线：负结构。其中虚直线的斜率是 -2.27 . 其余标记同表 2.1.

图 4.3 所示的是速度条带的长度 l_x 的概率密度分布函数。比较 F2000 和 F5300 的结果可以看出 l_x 的概率密度分布在两个雷诺数下没有太大差别，低速条带的 PDF 几乎重合，而 $10h$ 以上的超大尺度高速条带在 F5300 中要出现得更多。至少在 $h < l_x < 10h$ 的区域内，概率密度 $p(l_x)$ 与 l_x 在双对数坐标下几乎是线性关系，斜率是 -2.27 . 这意味着 $p(l_x) \propto l_x^{-2.27}$, 即分形维数是 2.27, 这与之前估计的 2.25 相差很小。

事实上，两种对分形维数的估计在理论上应该是相等的。下面对这一结论进行简要推导。

由图 4.3 所示，条带长度的概率密度分布是幂次率 (power law)，故假设在槽道中速度条带的数目是

$$N = l^{-\alpha}, \quad (4-1)$$

这里 l 是条带的流向长度 l_x ，在推导中忽略常数倍数的关系。从式 (4-1) 中得出的相干结构分形维数为 α .

根据图 4.2(b) 的提示，假设速度条带体积与长度的关系为

$$V = l^D, \quad (4-2)$$

则式 (4-2) 给出的分析维数为 D . 下面证明 $\alpha = D$.

假设每个独立结构内蕴含的湍动能正比于其体积（即每一个结构内湍动能比强度与其大小无关），则流向湍动能表示为为

$$E_{11} = VN, \quad (4-3)$$

同样略去常数（不同流场中速度条带对湍动能的贡献均为 50% 左右，如下文中的表 4.1 所示）。则根据流向一维能谱的定义有：

$$E_{11} = \langle u^2 \rangle = \int_0^\infty \Phi_{xx}(k_x) dk_x, \quad (4-4)$$

故

$$\frac{dE_{11}}{dk_x} = \Phi_{xx}(k_x). \quad (4-5)$$

即一维能谱表示单位波数的湍动能。在高雷诺数壁湍流中，对数区的流向能谱在相当大的一个范围内服从 k_x^{-1} 律^[90]，即

$$\Phi_{xx}(k_x) \propto k_x^{-1}. \quad (4-6)$$

将式 (4-5) 改写为：

$$\frac{dE_{11}}{dk_x} = \frac{dE_{11}/dl}{dl/dk_x} \quad (4-7)$$

$$= \frac{d(l^{D-\alpha})/dl}{l^2} \quad (4-8)$$

$$= l^2 l^{D-\alpha-1} \quad (4-9)$$

$$= l^{D-\alpha+1} \quad (4-10)$$

$$= k_x^{-1} \quad (4-11)$$

$$= l. \quad (4-12)$$

从而得：

$$D - \alpha + 1 = 1 \quad (4-13)$$

即

$$\alpha = D. \quad (4-14)$$

从而我们说明了图 4.2(b) 与图 4.3 显示的分形维数应当相等，这一事实与流向一维能谱的 k_x^{-1} 关系是相符合的。

此外，我们可以将速度条带结构（湍动能的结构）的分形维数

$$\alpha_{\text{streaks}} = 2.25 \quad (4-15)$$

与雷诺应力结构（Quadrant events, Qs）的分形维数^[10]

$$\alpha_{\text{Qs}} = 2.0 \quad (4-16)$$

和涡团结构（vortex clusters）^[20] 的分形维数^[10]

$$\alpha_{\text{clusters}} = 1.7 \quad (4-17)$$

相比较，可得：

$$\alpha_{\text{streaks}} > \alpha_{\text{Qs}} > \alpha_{\text{clusters}}. \quad (4-18)$$

分形维数的多少不仅关系到相干结构的外形饱满程度，还关系到耗散的进行，从而也会影响生命周期。分形维数越小，分形越严重，耗散就越快。这是因为单位体积的耗散率为^[91]

$$\epsilon = \frac{\nu}{V} \int_V |\nabla \mathbf{U}|^2 d^3x, \quad (4-19)$$

对于雷诺数很大的湍流，可以看作粘性系数消失，而耗散率却保持在一个有限值。这就要求右端积分趋于无穷，即 $\nabla \mathbf{U}$ 非平方可积。所以速度场 \mathbf{U} 不可能光滑，而要体现出分形的特征，这样才能导致 $\nabla \mathbf{U}$ 出现奇点。所以湍流中的耗散是通过分形的结构实现的。而分形的维数决定了耗散的强度，我们可以期待涡结构的耗散速率大于雷诺应力结构，雷诺应力结构的耗散速率大于速度条带结构。事实也是这样。

幂次律也被称为无标度分布 (scale-free distribution)，它与自相似之间有一定的内蕴联系。对数区内速度条带结构保持着很好的自相似性。这个自相似性不仅体现于图 4.3 所示的 l_x 的 PDF 中对数区非常好的幂次率关系，也体现于图 4.1 与 4.2 所示的 JPDFs 中对数区结构统计上的固定长、宽、高之比。自相似现象的出现部分是因为对数区中外尺度 δ 和内尺度 δ_ν 同时起作用，故对数区的结构缺少唯一的尺度，只能以结构本身的尺度 l_x 或 l_y 作为特征尺度，呈现出自相似性和幂次律。

幂次律中缺少唯一的尺度还体现于其平均值不能定义。假设长度分布的幂次率可表示为

$$p(x) = Cx^{-\alpha}, \alpha > 0. \quad (4-20)$$

其中 C 是一个积分常数。由于积分

$$\int_0^\infty p(x)x dx = \int_0^\infty Cx^{-\alpha+1} dx \quad (4-21)$$

在 $\alpha \neq 1$ 时总不收敛，故由幂次率决定的长度分布在理论上没有平均长度的概念，这也是没有长度尺度的一个体现。

在实践中，往往对积分 (4-21) 取一个下界，例如可分辨的最小尺度 x_{\min} ，来定义均值，则有

$$\bar{x} = \int_{x_{\min}}^{\infty} p(x)x \, dx = \int_{x_{\min}}^{\infty} \frac{C}{x^{\alpha-1}} \, dx. \quad (4-22)$$

上述积分在无穷远点收敛要求 $\alpha > 2$ 。故本文所研究的结构分形维数 $\alpha = 2.25$ 能定义实践意义上的均值（一阶矩），但是不能定义方差及二阶以上的矩（同理可证）。事实上，自然界中有许多幂次律。例如小说中单词出现的次数、科学论文的被引次数、个人财富、城市人口数等等，它们的排序频度分布（rank-frequency distribution）都是一个 $2 < \alpha < 3$ 的幂次律^[92]。

幂次律和自相似虽然都源于缺乏一个特征尺度，但这也意味着物理定律不依赖于我们用于观测或者量度的尺度^[92]。由式 (4-20) 得

$$p(bx) = C(bx)^{-\alpha} = C' x^{-\alpha} = C' p(x), \quad (4-23)$$

即采用相差 b 倍的尺度来衡量，得到的物理定律不变（概率密度分布函数相差一个常数）。

4.3 对雷诺应力的贡献

相干结构的重要性在于它们是湍流中主要动力学过程的表象，体现于它们是流场中较强的瞬时结构，占据的体积不大，却贡献了大部分的雷诺应力。在这里我们将对所识别出的结构的体积占比、对雷诺应力的贡献进行研究。

首先，我们定义相干结构的体积占比为

$$V_F(I) = \frac{1}{2h} \int_0^{2h} A_F(y, I) \, dy, \quad (4-24)$$

其中

$$A_F(y, I) = \left\langle \frac{\int_{S(y)} I(\mathbf{x}) dx dz}{\int_{S(y)} dx dz} \right\rangle_T. \quad (4-25)$$

在这里 $S(y)$ 表示不同高度的 $x - z$ 平面域, $I(\mathbf{x})$ 是指示函数, 与具体的相干结构类型有关。例如 $I_{u(+)}(\mathbf{x}) = 1$, 当且仅当该点属于一个高速条带, 其余处 $I(\mathbf{x}) = 0$. 对于整个槽道的统计, 则 $I(\mathbf{x})$ 退化为恒等于 1 的常值函数。在此处系综平均仅针对时间来做, 用 $\langle \cdot \rangle_T$ 来表示。

类似地, 相干结构对雷诺应力的贡献也可以表示为:

$$(u_i u_j)_F(I) = \frac{1}{2h} \int_0^{2h} (u_i u_j)_{rms,I}(y, I) dy, \quad (4-26)$$

$$(u_i u_j)_{rms,I}(y, I) = \left\langle \frac{\int_{S(y)} I(\mathbf{x}) u_i(\mathbf{x}) u_j(\mathbf{x}) dx dz}{\int_{S(y)} dx dz} \right\rangle_T. \quad (4-27)$$

表 4.1 速度条带结构的数目和运动学特征的统计。其中 $u(+)$ 和 $u(-)$ 分别表示对高速条带和低速条带分别统计。

槽道和相干结构类型	F2000		F5300	
	$u(+)$	$u(-)$	$u(+)$	$u(-)$
结构总数的平均值 \bar{N}	59593	62450	242809	256249
结构总数的标准差 $\sigma(N)$	672	807	3297	2159
LSM 总数的平均值	334	398	333	384
LSM 总数的标准差	26	26	23	25
结构体积的占比 V_F	0.046	0.079	0.046	0.077
LSM 体积的占比 $V_{F,lar}/V_F$	0.861	0.925	0.877	0.936
流向湍动能的占比 u_F^2	0.170	0.302	0.168	0.330
法向湍动能的占比 v_F^2	0.014	0.043	0.014	0.043
展向湍动能的占比 w_F^2	0.017	0.039	0.017	0.040
雷诺切应力的占比 $-(uv)_F$	0.135	0.336	0.132	0.357

注: 此处对大尺度结构 (Large-Scale Motions, LSM) 的统计指的是对长度超过 $h/2$ 的结构的统计, 用下标 “lar” 区分。

表 4.1列出了相干结构的体积占比 V_F 和对雷诺应力的贡献 $(u_i u_j)_F$. 在实践

中，式(4-25)和式(4-27)的积分舍去了壁面附近的前三个点，来避免壁面附近分辨率的影响。

有趣的是，两个雷诺数下相干结构的体积占比 V_F 非常相近，均为 12%，即便在这两个雷诺数下相干结构的总数相差了约 4 倍。同时，两个雷诺数下大尺度结构（此处指 $l_x > h/2$ 的结构）总数和体积占比大致相似。这两个现象可以解释为，大尺度结构主要受流场外部几何形状的限制，故在两个槽道中大尺度是相似的，而两个雷诺数之间的区别主要在于小尺度结构的数目。正如 $Re_\tau = \delta/\delta_r$ 所表示的，随着雷诺数的增加，含能尺度和耗散尺度之间的分隔越来越大，而含能尺度的大小几乎是槽道半宽，所以尺度数目的增加主要表现在小尺度的运动越来越多。

虽然速度条带只占据了槽道体积很小的一部分，但是它们对雷诺切应力和流向湍动能的贡献占到了 45% ~ 50%，并随着雷诺数的增加有所上升。速度条带根据定义显然包含较多的湍动能，而它们还包含了较多的雷诺切应力是因为速度条带结构是由雷诺切应力结构所代表的上抛-下扫事件所产生的。低速条带对雷诺切应力和流向湍动能的贡献远大于高速条带，这是因为它们本身就来自于湍流比较强的近壁区，而高速条带来自于湍流相对较弱的核心区。

综上，两个雷诺数下速度条带的行为是很相似的，最主要的区别是在雷诺数更高的 F5300 中超大尺度的低速条带数目更少（见图 4.3），低速条带更为活跃，贡献了更多的湍动能。这启示我们将雷诺数效应分别从高速条带和低速条带两个角度考虑。来自槽道中心的高速条带较不活跃，在两个雷诺数下也没有太大的区别，而不同雷诺数的区别主要是较为活跃的来自壁面附近的低速条带。这一论断接下来还将被进一步验证。

为了对 V_F 和 $(u_i u_j)_F$ 进行更详尽的分析，我们将表 4.1 中的统计数据在每一个高度逐层计算，在图 4.4 至图 4.6 中展示的是它们作为法向高度 y 的函数。其中每一条曲线的沿着 y 的积分对应于表 4.1 中的一个数据。图中对应 F2000 槽道的曲线在近壁处的截断是由于我们对近壁前三个网格的舍弃，这将不会对统计结果带来可观测到的影响。图 4.4 展示的是所有相干结构在不同法向高度 y 的平面内所占的面积 $A_F(y)$ ，随着高度增加并无剧烈变化。这提示我们，之前选择的阈值是合理的，这使得相干结构的截面积在不同高度呈现出较为均匀的分布。

在靠近槽道中心的地方，低速条带所占的面积更多，而在靠近壁面处高速条带所占的面积更多。这一结果与 Jiménez 与 Hoyas^[93] 指出的流向脉动速度的

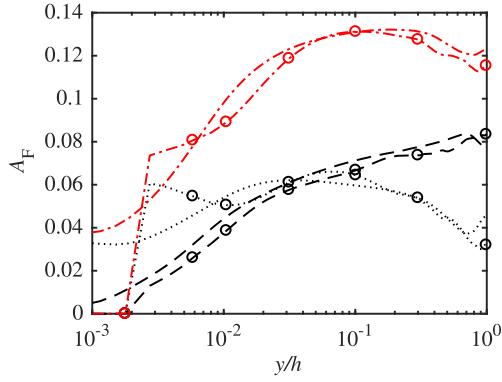


图 4.4 相干结构的面积分数，作为法向坐标 y 的函数。实线：整个槽道中的均方根统计值；点线：正结构中的均方根统计值；虚线：负结构中的均方根统计值；点划线：正、负结构中均方根统计值之和。其余标记同表 2.1.

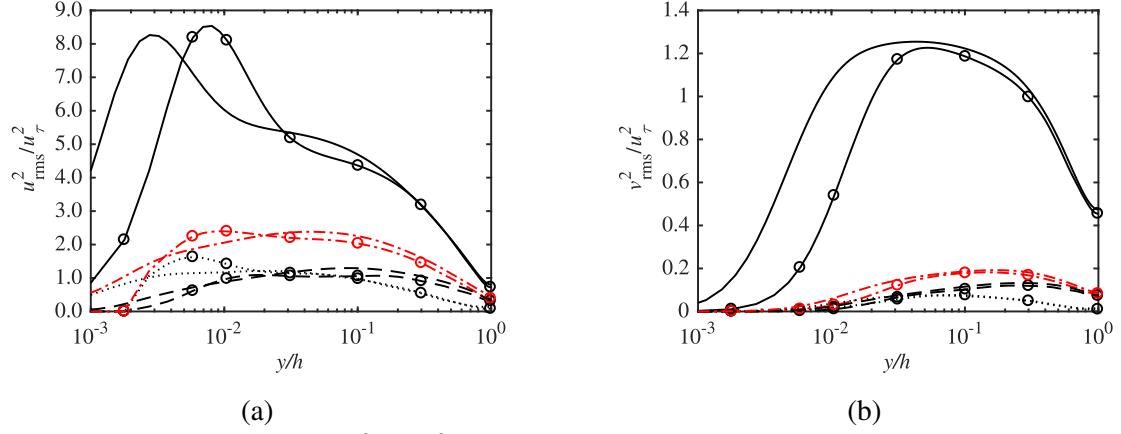


图 4.5 相干结构对 (a) u^2 , (b) v^2 的贡献，作为法向坐标 y 的函数。图例如图 4.4.

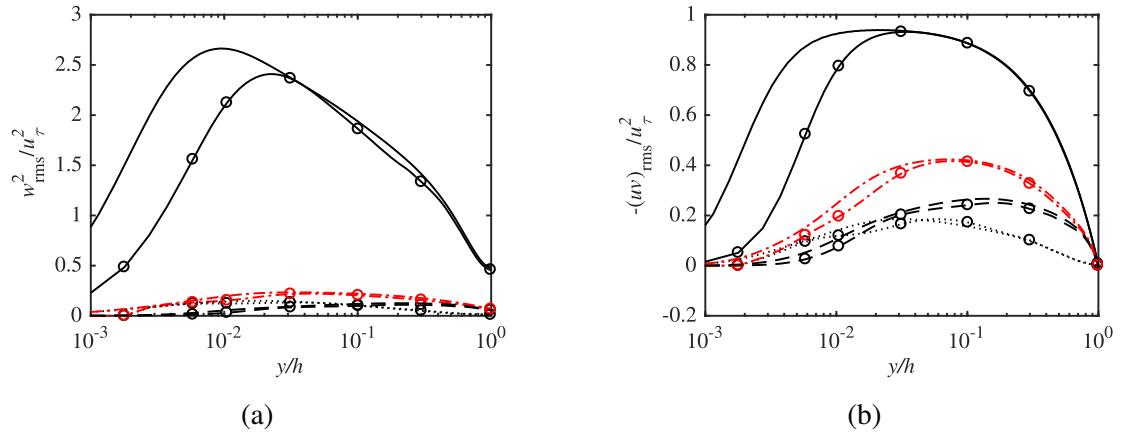


图 4.6 相干结构对 (a) w^2 , (b) $-uv$ 的贡献，作为法向坐标 y 的函数。图例如 c 图 4.4.

概率密度分布是一致的。在槽道的中心，流向脉动速度的 PDF 有左偏度，更容易发现低速条带；在靠近壁面处，流向脉动速度的 PDF 有右偏度，更容易发现

高速条带。图 4.5 与 4.6 显示的雷诺应力强度分布也支持这一结论，即槽道中心低速条带的三个脉动速度分量的强度都大于高速条带，靠近壁面处反之。

而对于图 4.5(b) 与 4.6(a) 中的展向、法向湍动能的分析可知，速度条带中并没有很多这两个方向的湍动能，这暗示速度条带在 y, z 方向的移动并不活跃，他们的演化主要是流向运动。关于速度条带结构中的涡量分布，本文没有作详细研究，但是我们可以参考 Tanahashi 等人^[94] 的研究结论，即低速条带中含有较多的涡量，而高速条带中很少。这是因为涡量主要分布在剪切强的壁面附近。

4.4 基于第一性原理的分析

在利用数值计算得出的上述的统计结果之外，我们还可以根据第一性原理进行一些分析，来进一步理解计算结果。

在这里，我们引入湍流运动的基本方程，并简要介绍其来源。

将式 (1-1) 中的 NS 方程写成张量形式，略去外力，并在不可压流动中假设密度 $\rho = 1$ 得：

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right) \quad (4-28)$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4-29)$$

根据连续性方程 (4-29)，将对流项写为：

$$U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = \frac{\partial U_i U_j}{\partial x_j} - U_i \frac{\partial U_j}{\partial x_j} = \frac{\partial U_i U_j}{\partial x_j} \quad (4-30)$$

其平均为：

$$\langle \frac{\partial U_i U_j}{\partial x_j} \rangle = \frac{\partial \langle U_i U_j \rangle}{\partial x_j} = \frac{\partial \langle (\langle U_i \rangle + u_i)(\langle U_j \rangle + u_j) \rangle}{\partial x_j} = \langle U_j \rangle \frac{\partial \langle U_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle u_i u_j \rangle}{\partial x_j} \quad (4-31)$$

再对方程 (4-28) 与 (4-29) 中的其他项取平均，得平均速度的动量方程（雷

诺方程)：

$$\frac{\partial \langle U_i \rangle}{\partial t} + \langle U_j \rangle \frac{\partial \langle U_i \rangle}{\partial x_j} = -\frac{\partial \langle P \rangle}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\nu \frac{\partial \langle U_i \rangle}{\partial x_j}) - \frac{\partial \langle u_i u_j \rangle}{\partial x_j} \quad (4-32)$$

$$\frac{\partial \langle U_i \rangle}{\partial x_i} = 0 \quad (4-33)$$

其中 $-\langle u_i u_j \rangle$ 被称为(平均)雷诺应力，其物理意义是湍流脉动造成的宏观动量输运。雷诺应力的存在是湍流和层流最本质的区别，而从推导过程可以看出，雷诺应力来源于 NS 方程中的对流项，对流项是非线性的，所以可以说雷诺应力的存在是湍流非线性的表现。

雷诺应力是一个二阶实对称张量，具有动能的量纲，其缩并的一半定义为湍动能：

$$\mathcal{K} = \frac{1}{2} \langle u_i u_i \rangle = \frac{1}{2} (u'^2 + v'^2 + w'^2) \quad (4-34)$$

类似地，平均流动的动能定义为 $K = \frac{1}{2} \langle U_i \rangle \langle U_i \rangle$ 。平均流动动能和湍动能的控制方程都可以根据与上面类似的方法导出：

$$\frac{\partial K}{\partial t} + \langle U_j \rangle \frac{\partial K}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} (-\langle P \rangle \langle U_j \rangle + \nu \frac{\partial K}{\partial x_j} - \langle U_i \rangle \langle u_i u_j \rangle) - \mathcal{P}_k - \nu \left(\frac{\partial \langle U_i \rangle}{\partial x_j} \right)^2 \quad (4-35)$$

$$\frac{\partial \mathcal{K}}{\partial t} + \langle U_j \rangle \frac{\partial \mathcal{K}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_k} (-\langle p u_k \rangle + \nu \frac{\partial \mathcal{K}}{\partial x_k} + \langle u_i u_j u_k \rangle) + \mathcal{P}_k - \nu \left\langle \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right)^2 \right\rangle \quad (4-36)$$

其中生成项

$$\mathcal{P}_k = -\langle u_i u_j \rangle \frac{\partial \langle U_i \rangle}{\partial x_j} = -\langle u_i u_j \rangle \langle S_{ij} \rangle \quad (4-37)$$

可以看成是雷诺应力张量和平均剪切张量的内积 ($\mathbb{R}^{3 \times 3} \times \mathbb{R}^{3 \times 3} \rightarrow \mathbb{R}$)，其物理意义就是做功。生成项在两个方程内符号相反，说明做功的效果是将平均运动的动能传输到湍流运动中。从而，雷诺应力在湍流中不仅对宏观动量平衡有作用，还能影响能量传输。

从动量方程 (4-28) 中减去平均流动的方程 (4-32) 可以得到脉动速度的方程，

进而可以得到平均雷诺应力的方程：

$$\frac{\partial \langle u_i u_j \rangle}{\partial t} + \langle U_k \rangle \frac{\partial \langle u_i u_j \rangle}{\partial x_k} = d_{ij} + \mathcal{P}_{ij} + \Phi_{ij} - \epsilon_{ij} \quad (4-38)$$

其中

$$d_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\nu \frac{\partial \langle u_i u_j \rangle}{\partial x_k} - \langle u_i u_j u_k \rangle - \langle p u_i \rangle \delta_{jk} - \langle p u_j \rangle \delta_{ik} \right) \quad (4-39)$$

$$\mathcal{P}_{ij} = -\langle u_k u_j \rangle \frac{\partial \langle U_i \rangle}{\partial x_k} - \langle u_k u_i \rangle \frac{\partial \langle U_j \rangle}{\partial x_k} \quad (4-40)$$

$$\Phi_{ij} = 2 \langle p s_{ij} \rangle \quad (4-41)$$

$$\epsilon_{ij} = 2\nu \langle \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \rangle \quad (4-42)$$

$$s_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (4-43)$$

分别为扩散项、产生项、再分配项、耗散项和脉动剪切。

在壁湍流中， $\nabla \langle U \rangle$ 中唯一不为零的分量是 $\frac{\partial \langle U \rangle}{\partial y}$ 。在式 (4-40) 中取 $i = j = 1$ (不进行缩并) 并考虑到流向平均速度的法向梯度是 $\nabla \langle U \rangle$ 唯一一个不为零的分量，得流向湍动能 $\langle u^2 \rangle$ 的产生率为：

$$\mathcal{P}_k = -\langle u v \rangle \frac{\partial \langle U \rangle}{\partial y} \quad (4-44)$$

说明壁湍流中流向湍动能 u'^2 产生的唯一方式是平均雷诺切应力 $-\langle u v \rangle$ 在平均剪切上做功。而类似地，瞬时的湍动能产生也归功于瞬时雷诺切应力和平均剪切的相互作用。产生瞬时雷诺切应力的局部结构往往包括上抛 ($u < 0, v > 0$) 和下扫 ($u > 0, v < 0$) 事件，根据雷诺应力在 $u - v$ 平面内所在的象限它们又被称为 Q2 和 Q4 事件。2012 年 Lozano-Durán 等人^[10] 将单点的雷诺切应力象限分析拓展到对于湍流中三维结构的象限分析，定义了雷诺切应力的结构，即三维的上抛/下扫结构。这样的结构将对速度条带的产生负责。这些结构同样在对数区构成几何自相似的族^[10]，是壁湍流中能量级联和反级联的承载结构^[8,41]。其平均生命周期为 l_y/u_τ ，其中 l_y 是结构的高度。这一生命周期的解释是，上抛/下扫事件以量级为 u_τ 的速度运动^[8,71]，在一个生命周期内达到起所能达到的最大高

度或遇上壁面。这些结构并不需要起源于壁面，正如发卡涡模型所假设的那样。Dong 等人在均匀剪切湍流中识别出了特征相似的同类结构，意味着雷诺应力结构和相关的动量输运现象是剪切湍流共有的，而不是壁湍流特有的。

雷诺应力结构生成大尺度和超大尺度速度条带的机制仍有疑问。这些结构的最大长度大约是 δ ，对应最大生命周期是一个大涡翻转时间 $T_{eto} = h/u_\tau$ 。人们仍不清楚它们是如何生成长度和生命周期都比它们本身大得多的结构的。

同样的推导可知 v'^2 和 w'^2 的产生项是零，这两个方向的湍动能只能通过再分配机制从 u'^2 中获取能量。而再分配机制是通过脉动压力和脉动剪切率的相互作用实现的，剪切率是局部量，故再分配能量输送到的 v'^2 和 w'^2 的尺度不会很大。这解释了表 4.1 和图 4.5(b) 与 4.6(a) 中显示的现象，即大尺度条带内展向和法向的湍动能很小，即使是相比于整个槽道内的湍动能来说也是这样。并且， 150δ 是槽道 F2000 和 F5300 的分辨率极限，较小的尺度并没有被本文使用的 DNS 数据所解析^[59]。

第 5 章 相干结构的动力学演化

如果说之前章节介绍的相干结构是槽道中的代表性结构，那么这些结构在不同时刻的演化则是槽道湍流中的主要动力学过程。为了研究所识别出的相干结构的演化，我们将不同时刻的瞬时场中提取出的结构根据连接关系组织成图 (graph)。首先，只有长度大于 $h/2$ 的结构的时间演化才会被追踪，这是考虑到计算资源的有限性以及本文研究大尺度结构的目标。其次，我们通过逾渗分析将所有流场中的所有结构组成的完整的图分割成内部连通、互不连通的子图，一个子图就代表了一个相干结构的演化过程。

在本章中，相干结构的概念被从三维推广到了四维。这一主意的来源是均匀各向同性湍流 (Homogeneous Isotropic Turbulence, HIT) 中的启发。在 HIT 中，时间坐标 t 与三个物理空间中的坐标 x, y, z 有很高的等价性。例如，考虑 t 时刻某个特定 y 处的 $x-z$ 平面内的流场，经过足够长时间 Δt 后该平面内的流场，与 t 时刻距离 y 足够远的 $y + \Delta y$ 处的平面的流场，后二者在统计上几乎无法区分开来。故单向的时间坐标几乎与具有周期性的、可逆的空间坐标地位等价。

从而相干结构的连通性可以在时间方向定义。例如同一时刻流场中的两个结构互不相连，但是它们在未来的某一个时刻会合并到同一个结构中，我们称它们在时间上是连通的。而同一个结构在不同时刻的流场中的足迹，也是一个在时间上连通的演化过程。我们接下来利用图论的工具来具体表示出这些过程。

5.1 图的组织方法

在图的组织中，每一个瞬时场中的每一个结构作为一个节点 (node)，节点之间的连接称为边 (edge)，连接的强度称为权重 (weight)。定义两个结构之间的连接强度为：

$$W_t = \frac{V_{\text{com}}}{\Delta V}, \quad (5-1)$$

其中 V_{com} 为这两个结构重合部分的体积， ΔV 为这两个结构的体积之差。由两个节点和一条边构成的简单的无向图的例子如图 5.1 所示。

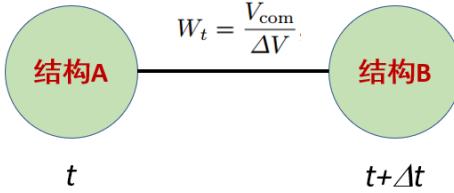


图 5.1 两个相干结构之间的联系的定义方式

根据定义，同一个瞬时场中的各个结构不相交，故自然有 $V_{\text{com}} = 0, W_t = 0$ ，即结构和结构的连接仅建立在不同时刻的瞬时场中的结构之间。出于追踪相干结构演化的目的，这里只在相邻两个时刻的瞬时场中的结构之间建立连接。在根据式 (5-1) 计算连接强度之前，根据 Taylor 冻结假设^[30]，利用平均速度剖面将下一时刻的流场逆着流动方向平移 $U(y)\Delta t$ ，以期获得相邻两个时刻结构的更大重合体积。在实践中^[41]，这一操作被证明有效，尤其是对于那些在一个时间间隔内被对流输运的距离大于其本身长度的较小结构。

从而，我们将相干结构的演化过程抽象出来，获得了相干结构的演化图，图 5.2 显示了一个示例。该示例中的图包括上下两个子图（subgraph，在且仅在内部连通的一个分支），分别表示了壁湍流中的级联和反级联、涡合并和涡破裂等经典动力学过程。在本章中，我们不加区分地使用“图”“子图”“相干结构”“相干结构的演化”等概念。

5.1.1 图的逾渗分析

在通过式 (5-1) 计算出权重后，我们得到了一个由所有流场中的所有结构作为节点组成的图，称为整体图。显然，这个图是稀疏的，每一个子图代表一个动力学过程。但是整个图十分复杂，大多数的节点都被连到了一个巨大的子图中。

一方面，一些相关关系不是很强的结构之间通过较弱的强度连接；另一方面，Taylor 冻结假设的使用也会对结构造成形变，可能造成计算连接强度的混淆。为了提取出较强的、较显著的动力学过程，仅有

$$W_t > \beta \quad (5-2)$$

的连接会被保留，其中 β 是一个常数阈值。

同样，图的特征随 β 的变化也形成了一个逾渗过程，与 §3 不同的是，此处

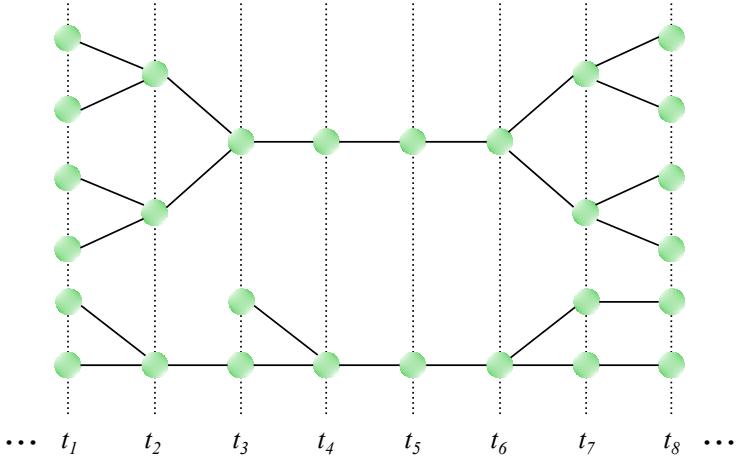


图 5.2 相干结构演化图的示例。上方的一个分支是湍流结构的反级联 (inverse cascade)、演化 (evolution)、级联 (cascade) 过程的示意图，下方的一个分支是湍流结构在演化过程中发生合并 (split) 和分裂 (merger) 的示意图。时间从左到右增加。

的逾渗类型是“键逾渗”而非“座逾渗”，当然这两种逾渗过程都有经典的理论。图 5.3 至图 5.5 显示了相干结构演化图的逾渗行为。

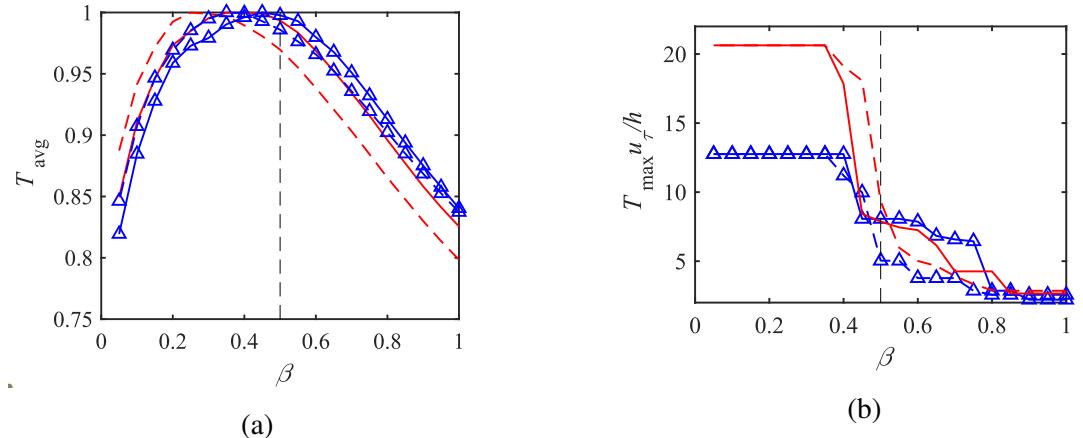


图 5.3 生命周期的逾渗图。(a) 平均生命周期随阈值 β 的变化，每条曲线上的数值用其的最大值归一化。(b) 最大生命周期随阈值 β 的变化。实线：高速条带；虚线：低速条带。标记同表 2.1.

图 5.3 展示的是子图的平均生命周期和生命周期最长的子图的生命周期随阈值的变化。在这里生命周期定义为图中的节点所出现的流场的时间跨度。可以

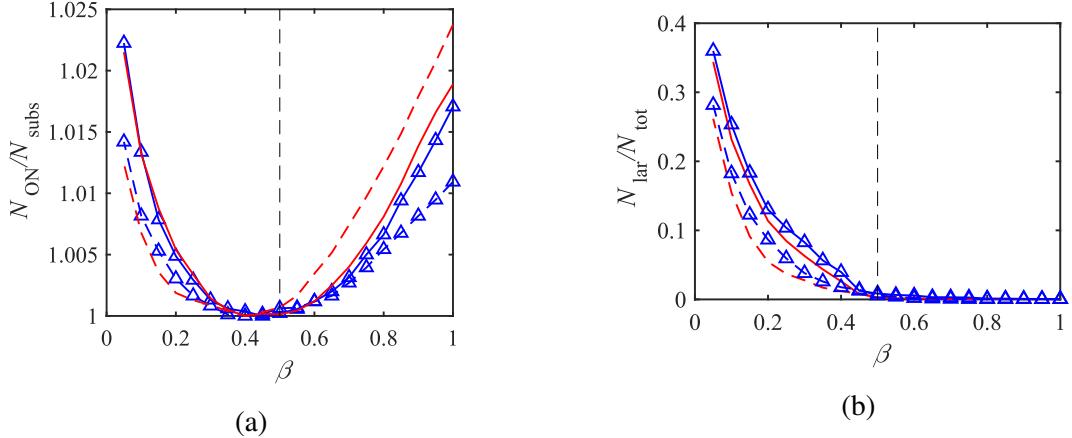


图 5.4 生命周期的逾渗图。(a) 仅含有一个孤立节点的子图的个数 N_{ON} 占所有子图总数之比 N_{ON}/N_{subs} 随阈值 β 的变化, 每条曲线上的数值用其的最小值归一化。(b) 子图所包含节点数的最大值 N_{lat} 与所有节点总数之比, 随阈值 β 的变化。图例同图 5.3.

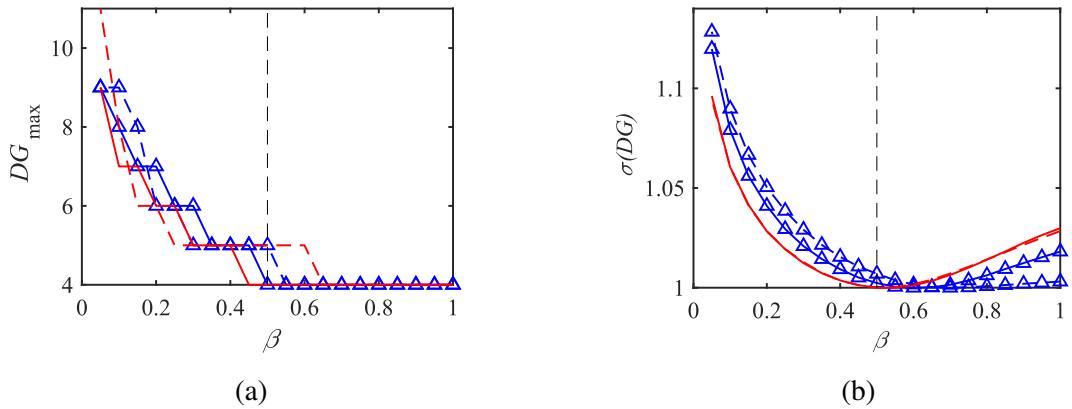


图 5.5 生命周期的逾渗图。(a, b) 非平凡子图所含节点的度数的 (a) 最大值 DG_{max} 和 (b) 方差 $\sigma(DG)$ 随阈值 β 的变化。图例同图 5.3.

看出当阈值 β 较小时, 很大部分节点都连接到一个生命周期是整个时间跨度的很大的子图中。当阈值逐渐增大, 在 $\beta = 0.5$ 左右最大的子图逐渐被分割成一些更小的子图。当阈值接近 1 时, 最大生命周期就稳定在 $2.5h/u_\tau$ 附近了。这一转变的过程发生的位置 $\beta = 0.5$ 可以被认为是逾渗阈值。同时, 在这一阈值附近子图的平均生命周期也能达到极大值。同时, 图 5.4(b) 展示的最大子图所包含节点数的比例的变化也说明了, 阈值很小的时候系统中存在一个包含了约 30 % 节点的“超级子图”, 而“超级子图”在逾渗阈值处刚好消失。

图 5.4(a)展示了仅含有一个孤立节点的子图(本文称之为“平凡子图”)的个数 N_{ON} 与所有子图总数 N_{subs} 之比随阈值的变化。当阈值增加时, 无论是 N_{ON}

还是 N_{subs} 都会单调增加，但是其增加速率不同。当 β 从 0 到 0.5 变化时，子图总数 N_{subs} 增加得快于孤立节点个数 N_{ON} ，这意味着我们对整个图的划分是在逐步解释其内蕴的结构；当 β 从 0.5 到 1 变化时，反之，孤立节点个数增加得更快，这意味着对整个图的划分是把一些节点从已有的子图中分离开来。故我们可以认为 $\beta = 0.5$ 左右是一个合理的划分。

图 5.5 展示了所有非平凡子图节点的度数的统计。非平凡子图指的是包含两个或两个以上节点的子图，一个节点的度数 DG (Degree) 定义为它所连接的边的条数。例如，在图 5.2 中，发生级联、反级联等过程的节点度数是 3，仅发生演化的结构所在的节点度数是 2，结构的出生和消亡所在的节点度数是 1。度数的最大值展示的是最复杂的子图的性质，在阈值很小的时候是 10 左右，意味着一个结构与 10 个其他结构有联系。当阈值达到 0.5 以上以后度数最大值 DG_{\max} 就稳定在 4 左右，这表示在统计意义上可能存在的最复杂的相互作用是一个结构与其他三个结构相互作用（例如三个涡合并成一个，再演化一步）。这与阈值的定义恰好符合。若三个等大的结构合并成一个结构，根据式 (5-1) 计算出连接的权重恰是 0.5，这样的情形在逾渗分析中得以保留。更复杂的情形，例如三个以上的结构进行合并或者一个结构分裂成三个，在本文中不再被保留。下文将说明，即使是两个结构合并或一个结构分裂成两个，在统计上也不显著，统计上最多的动力学过程还是结构的自身演化。

从而，根据以上的逾渗分析，逾渗阈值被选取为

$$\beta = 0.5, \quad (5-3)$$

此后的所有结果均是该阈值下的结果。

5.2 相干结构的演化图与生命周期

在进行逾渗分析之后，我们获得了逾渗阈值下的相干结构演化图。首要的问题是了解这个图的一些特征，例如复杂程度、生命周期。其次是确定这些结构主要的演化过程是什么，最后是确定这些结构在演化中发生的变化。

我们定义整体图（包含的节点是所有流场中的所有结构）的每一个子图（内部连通、互不连通）为一个相干结构演化图，一个演化图代表着一段相对独立的

演化过程，亦可看作一个“四维”的相干结构。

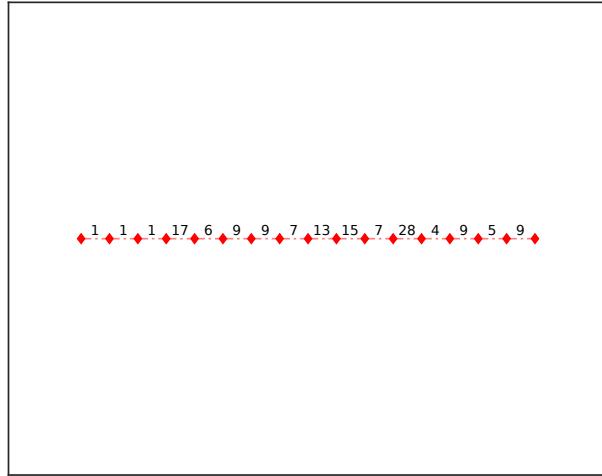


图 5.6 提取出的相干结构演化图的例子。节点表示瞬时场中的相干结构，边表示结构之间的联系，边上方的权重表示根据式 (5-1) 定义的联系强度。同一个水平方向坐标上的结构在同一个时刻的瞬时场中。

图 5.6与5.7展示了所提取出的相干结构演化图的两个例子，每一个节点代表一个三维结构，它们以边相连，边上方的数字表示连接的权重（圆整到最接近的整数）。图 5.6中的是一个含有 17 个节点，16 条边的简单图，展示了一个结构从出生到消亡演化了 17 个时间步。这样的只包含演化，不包含合并和分裂的最简单的图占了所有演化图中的绝大多数。

图 5.7展示了一个稍复杂一些的，这展示了所有演化图中次大多数的情形，即在一个简单的演化过程以外，演化图还包含了一些简单的分支（例如合并、分裂）等。该图中发生了 3 次合并、1 次分裂。合并和分裂分别对应壁湍流中的反级联 (inverse cascade) 和级联 (cascade)。

当然，演化图并不都只包含了简单的、理想的情形。图 5.8与5.9展示的是一个含有 409 个节点的、较为复杂的图的整体和局部。这一个演化图主要包含三个分支，而通过放大的图 5.8(b) 和图 5.9(a,b) 可以看出，右下方的那个分支本身又包含两个更小的分支。当然实际得到的图还有很多更复杂的情况。这些复杂的情况虽然数目多，但是与总数相比并不多，在统计上并不显著。

表 5.1展示了两个雷诺数下高速、低速条带演化图的一些更详尽的统计性质，

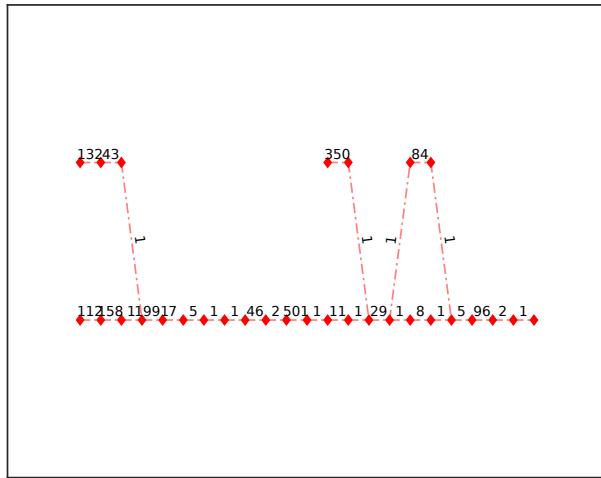


图 5.7 提取出的相干结构演化图的另一例子。图例如图 5.6.

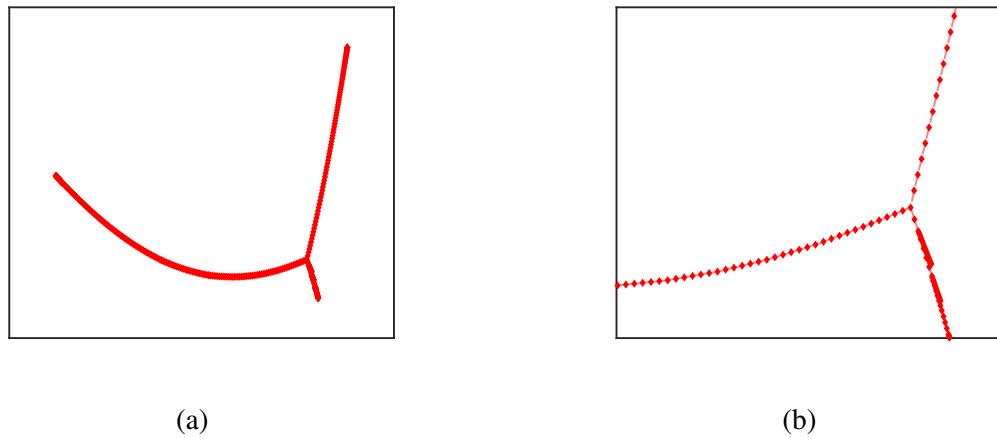


图 5.8 提取出的相干结构演化图的另一例子。图例同图 5.6. 为了清晰没有画出每条边的权重。该图中含有节点数目为 409 个。(a) 完整的图。(b) 为 (a) 的局部放大。

例如节点总数、边总数、子图个数和平凡子图个数等。可以看出子图个数和节点总数在同一个量级，这说明整体图分为很多包含节点数在个位数量级的子图。并且平凡子图个数仅占节点总数的 $1/5 \sim 1/7$ 左右，可见大部分的结构（长度在 $h/2$ 以上的结构）均参与到了演化过程中。边的总数与节点总数也十分接近，这意味着大多数的子图所包含的节点数都不多。

类似于“附着结构”“分离结构”的定义，我们可以定义附着结构和分离结构的演化图。一个演化图为“附着结构的演化图”（以下称为附着图，attached graph），若其至少包含一个附着结构，即演化过程中至少附着到壁面上一次；一

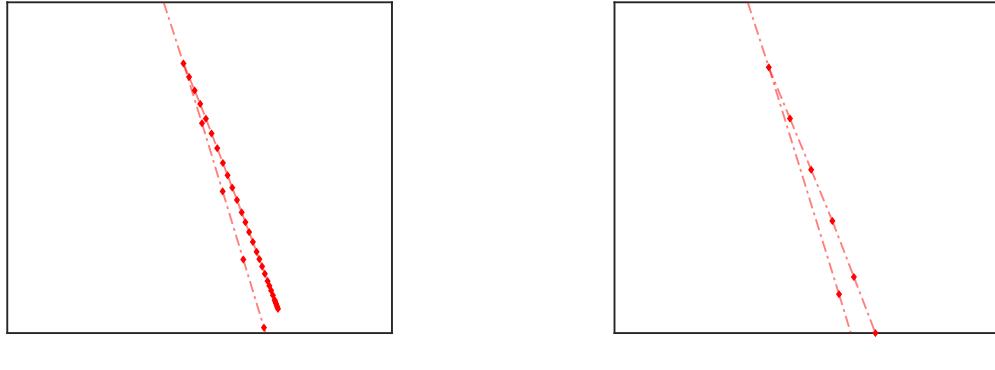


图 5.9 (a) 图 5.8(b)的局部放大。(b) 为 (a) 的局部放大。

表 5.1 在逾渗阈值下图的划分结果和统计性质。 N_{nodes} 表示节点的总数, N_{edges} 表示边的总数, N_{subs} 表示子图 (包括平凡子图和非平凡子图) 的总数, N_{ON} 表示平凡子图 (只有一个孤立节点的子图) 的总数, N_{fields} 表示用于进行时间演化追踪的流场个数, 其对应时间间隔为 Tu_τ/h . $\text{u}(+)$ 和 $\text{u}(-)$ 分别表示高速条带和低速条带。

槽道		N_{nodes}	N_{edges}	N_{subs}	N_{ON}	N_{att}	N_{det}	N_{fields}	Tu_τ/h
F2000	$\text{u}(+)$	381451	276543	105704	54958	40669	10037	1146	12.75
	$\text{u}(-)$	508377	316159	187754	119639	53852	10646	1146	12.75
F5300	$\text{u}(+)$	788406	597787	191888	94704	74689	22495	2337	20.63
	$\text{u}(-)$	896044	662985	234311	119208	93394	21909	2337	20.63

一个演化图为“分离结构的演化图”(以下称为分离图, detached graph), 若其包含的结构均不曾附着到壁面上。一直位于缓冲区中的结构所组成的演化图为“缓冲区结构的演化图”。

表 5.1 中的 N_{att} 和 N_{det} 分别表示附着图和分离图的数目。首先, 两个雷诺数下的图的绝对个数相比并没有太大意义, 因为 F5300 含有的流场更多, 时间间隔更长。但是若考单位时间内的演化图的个数, 无论是附着图还是分离图, F5300 均多于 F2000. 这反映了雷诺数越高, 湍流多尺度过程越复杂。对于分离图, 正结构和负结构的分离图数目十分接近, 这也符合分离的结构相比于附着的结构更接近各向同性。对于附着图, 低速条带的附着图数目总高于高速条带, 这和表 4.1 中所示的, 每个槽道中低速条带数目多于高速条带的事实相符。

至于子图的演化过程, 可以从节点度数 DG 的频率分布中得知。如图 5.10 所示, 约 70 % 的节点度数为 2, 它们代表的是相干结构的单纯演化过程。约 30 %

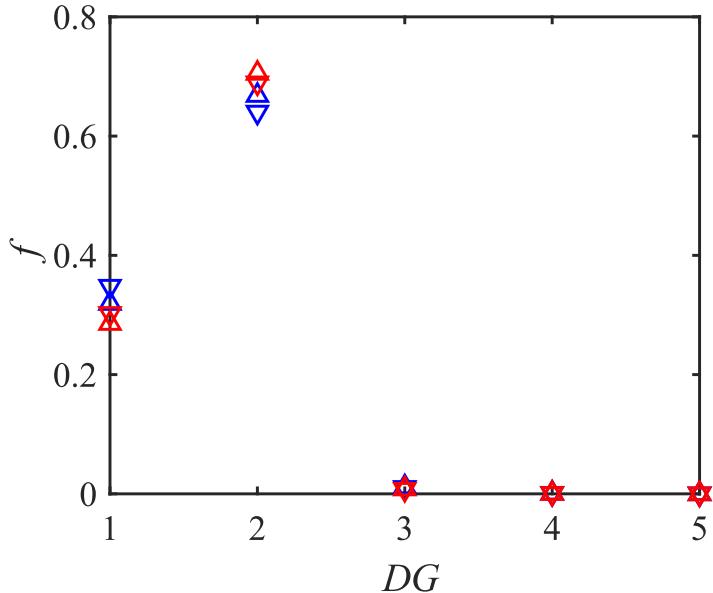


图 5.10 节点度数 DG 的频率分布。 Δ : 高速条带; ∇ : 低速条带。蓝色: F2000; 红色: F5300。

的节点度数为 1, 它们代表的是相干结构的出生或消亡。值得注意的是, 这里的出生和消亡是对于大尺度结构 (长度 $h/2$ 以上的结构) 而言的, 因为更小的结构并没有被包含在时间演化的追踪里, 故生命周期的起点和终点只是大尺度结构的起点和终点。总而言之, 大多数的子图都是类似于直线一样的图, 它们的生命周期就是首个和末个节点所在时刻之差。

图 5.11 展示两个雷诺数下、高速和低速结构的生命周期在 $0.1h/u_\tau$ 以上的子图的生命周期的概率密度分布。在 $T < 2h/u_\tau$ 的区域, 两个雷诺数和两种结构生命周期的概率密度分布都符合非常好的幂次率, 从而说明这些结构在时间上也是分形的。而在 $T > 2h/u_\tau$ 之后, 分布就逐渐偏离幂次率, 并且体现出高速条带和低速条带的区别, 但是对于同一种结构, 不同雷诺数下的生命周期分布还符合得很好。并且, 从图 5.11 中对两个雷诺数的的标度我们还可以确定, 这些结构生命周期的时间尺度是外尺度 $T_{\text{ext}} = h/u_\tau$ 而不是粘性时间尺度 t_v , 这是大尺度速度条带结构与相对较小的、对数区中的涡集群结构^[20] 和雷诺应力结构^[10,41] 的显著区别。此外, 图 5.11 中也展示了生命周期在 $10u_\tau/h$ 量级的, “超大时间尺度”的结构, 这说明“超大尺度结构”的概念不仅在空间上存在, 也在时间上存在。

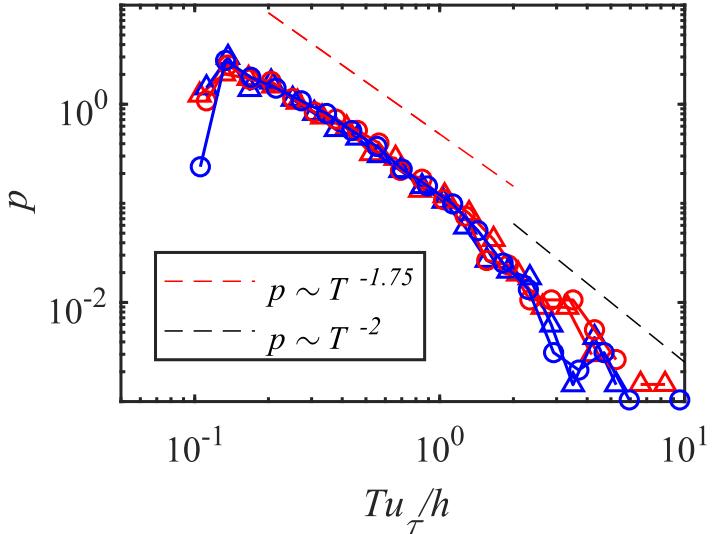


图 5.11 相干结构生命周期的概率密度分布，纵坐标是生命周期的对数的概率密度 $p(\log_{10} T)$ 。红色：高速条带；蓝色：低速条带。 Δ : F2000; \circ : F5300.

根据

$$p(\log_{10} T) \sim T^{-1.75} \quad (5-4)$$

和

$$p(\log_{10} T) d(\log_{10} T) = p(T) dT \quad (5-5)$$

可得

$$p(T) \sim T^{-2.75}. \quad (5-6)$$

从而可知速度条带结构在时间方向的分形维数为 2.75. 这一结果和 Lozano-Durán 和 Jiménez^[41] 对槽道中雷诺应力结构的研究结果是可比较的。在他们的研究中，雷诺应力结构（三维猝发事件）生命周期的概率密度分布是（Lozano-Durán, 私人交谈）

$$p(T) \sim T^{-4.7}, \quad (5-7)$$

也是一个幂次率。而本文中的条带结构的幂次关系比上式中的多了 T^2 . 这一点可以结合速度条带的形成机制来解释。速度条带是猝发现象产生的，长度为 l_x 的条带所含有的猝发事件的个数正比于 l_x , 又假设在一定的范围内（例如 $T < 2h/u_\tau$ ）有

$$T \propto l_x, \quad (5-8)$$

故条带包含的猝发事件个数正比于 T . 此外，由式 (5-8) 得长度为 l_x 的条带有 $O(T)$ 的生命周期来经受猝发，故条带生命周期概率密度分布的幂次律比雷诺应力结构多一个 T^2 的因子。

5.3 相干结构的演化过程

对于相干结构的具体演化过程，我们考虑每一个演化图在演化过程中长度 l_x , 体积 V 与法向最高、最低位置 y_{\max}, y_{\min} 随时间的变化。对每一个演化图，时间都用其生命周期归一化，故演化的起点和终点分别是 $t = 0$ 和 $t = 1$; 其长度和体积用每个图演化过程中的平均值归一化，以显示出相对变化。最后，我们对每一个附着图进行平均，得到了图 5.12至图 5.14所示的演化过程。这里，只有生命周期大于 10 个时间步（约为 $0.1h/u_\tau$ ）的图才被纳入计算。

图 5.12展示了演化图的长度随时间的演化。这里演化图的在每一个瞬时场中的长度定义为该图所包含的这一个瞬时场中的结构的长度之最大值（一个演化图可能包含一个瞬时场中的多个结构）。可以看出，高速条带和低速条带的生命过程中，都经历了一个长度增长的增长过程，到达顶点之后长度开始衰减，结构逐渐消亡。但是生长和消亡过程并不对称，生长过程约占 $1/3 \sim 1/2$, 消亡过程约占 $1/2 \sim 2/3$. 并且，结构开始出现（长度大于 $h/2$, 对应 $t = 0$ ）时的长度要大于其消失（长度小于 $h/2$, 对应 $t = 1$ ）时的长度。平均意义上，一个结构在演化过程中最大的长度与最小的长度之比约为 $1.1 \sim 1.2$, 但是注意此处的误差条是标准差的 $1/10$, 故实际演化中的长度变化范围可以大得多。

图 5.13展示了演化图的体积随时间的变化。这里演化图在每一个瞬时场中的体积定义为该图所包含的这一个瞬时场中的结构的体积之和。有趣的是，高速条带大部分时间内体积在衰退，消亡时的体积小于出现时的体积；低速条带

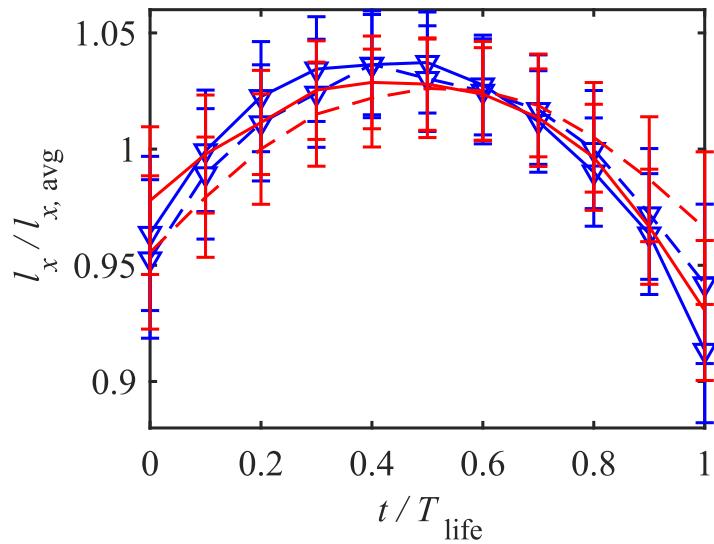


图 5.12 相干结构在其生命周期内长度的演化过程。其中时间 t 用各自生命周期 T_{life} 归一化，长度用生命周期内的时间平均值 $l_{x,\text{avg}}$ 归一化。图中所示的是所有长于 10 个时间步的独立演化过程的平均，误差条显示的是标准差的 1/10. 蓝色：F2000；红色：F5300. 实线：高速条带；虚线：低速条带。

大部分的时间在增长，消亡时的体积大于出现时的体积。两个雷诺数的情形符合得很好。

图 5.14展示了演化图法向位置随时间的变化。这里演化图的在每一个瞬时场中的最高点 y_{\max} 定义为该图所包含的这一个瞬时场中的结构的最高点之最大值，最低点 y_{\min} 定义为该图所包含的这一个瞬时场中的结构的最低点之最小值。可以看出，这些结构作为附着的结构，几乎整个生命周期内都附着在缓冲区以下。高速条带结构在演化的过程中最高点总是向下运动，低速条带结构在演化过程中最高点总是向上运动，这与它们的来源与运动方式也是符合的。

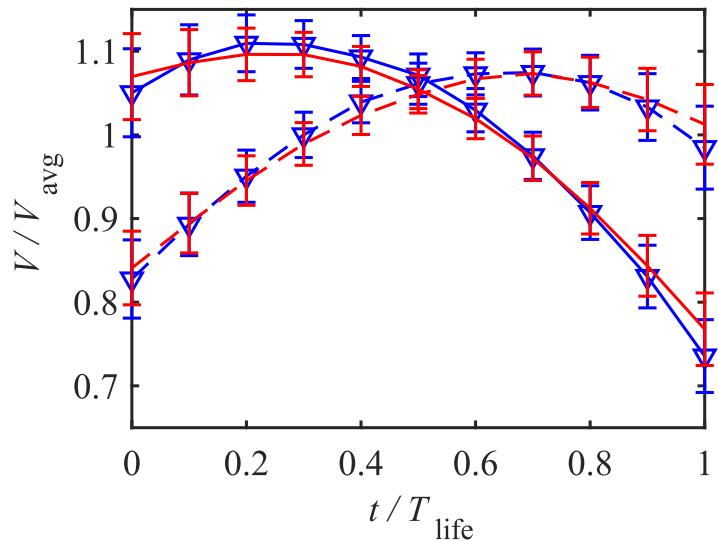


图 5.13 相干结构在其生命周期内体积的演化过程。归一化方式与图例如图 5.12.

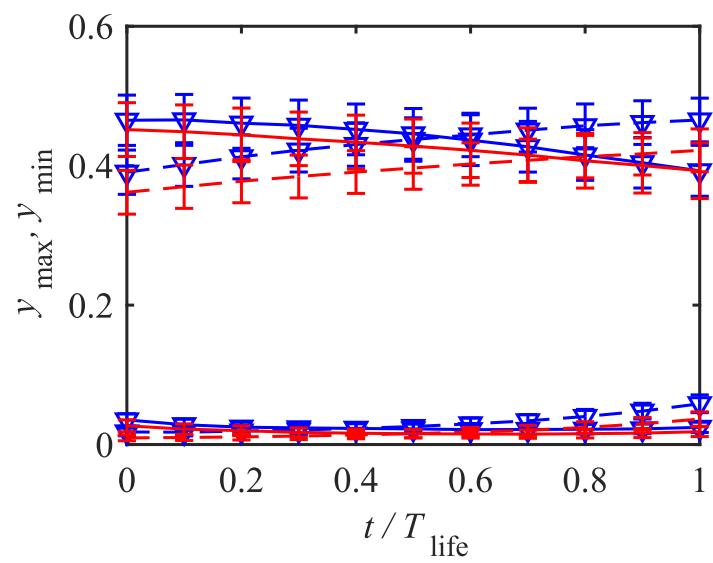


图 5.14 相干结构在其生命周期内最高点位置和最低点位置的演化过程。其中时间 t 用各自生命周期 T_{life} 归一化，纵坐标的单位是槽道半宽 h . 平均方式与图例如图 5.12.

第 6 章 结论与展望

湍流本身是一个确定性的、无穷多自由度的动力系统，而湍流相干结构则代表了其中的主要动力学过程。随着数值模拟和实验技术的进步，人们对壁湍流的理解逐渐从靠近壁面的近壁湍流发展到对数区和外区的湍流。而随着雷诺数进一步增高，逼近工程中的雷诺数时，外区湍流的贡献越发显著。

本文所研究的就是存在于对数区和外区的大尺度和超大尺度结构的运动学和动力学。本文利用了目前最新的、最高雷诺数的、时间解析的全槽道湍流的直接数值模拟数据，提取出了其中的高速条带和低速条带结构。

对于湍流研究中对速度相干结构的定义尚未有统一定义的问题，在本研究中，我们对速度相干结构的两种不同定义方式^[79,80]进行了详尽的比较，并运用了非平衡态统计物理中的逾渗模型进行了定量分析，得出了“正比例阈值”明显优于“常数阈值”的结论，确保了文中选用的定义方式能捕捉到在能量传递过程中起主要作用的速度条带结构，亦对速度结构识别方法的统一有贡献。

对于速度结构的几何特性和运动学规律，本文从数千个不同时刻的流场中获得了他们的统计信息。两个不同雷诺数下，本文分别在所拥有的 1100 个和 3800 个流场中提取出速度条带结构，每个流场中提取出条带结构个数在 10 万个量级，其中最大尺度的条带结构包含的像素个数在 1000 万量级。通过对上述充足的样本进行定量统计，本文得到了速度条带结构尺寸的概率密度分布标度律、三维结构的分形维数等几何性质，确定了上述结构在对数区具有自相似性、并定量得出了自相似比，从而确定了上述结构是壁湍流经典理论“附着涡假设”^[76,86]在瞬时场中的直观显示，还定量确定了上述结构对湍动能和雷诺切应力的贡献。上述所得结论不依赖于本文研究中所采用了两个不同雷诺数。同时，通过对比本文发现，高速条带和低速条带的区别在于它们分别来源于槽道核心区和壁面附近，在更高的雷诺数下，低速条带的数目和湍动能有一定的增加，而高速条带没有太大变化。

此外，对于速度结构的演化机制，本文对所提取出的结构进行了时间演化的追踪，将不同时刻的流场中的相干结构按照联系强度组织成加权图，从而将相干结构的演化过程抽象出来。本文获得了条带结构演化过程中尺寸、体积和

位置的平均变化规律；获得了条带结构生命周期的概率密度分布标度律；通过标度，确定了大尺度结构生命周期的时间标度是外尺度而不是内尺度。

综上，本文在高雷诺数槽道中直接追踪了大尺度三维结构的时间演化，这在作者的知识范围内还是首次。文中得到了关于运动学和动力学的一些基本性质，很大程度上验证了“附着涡假说”的基本假设，例如附着假设、尺寸自相似假设等，也增进了对大尺度速度条带结构的基本认识。

本文的工作也存在一些不足，例如关于不同雷诺数下速度结构区别与相似性的研究，本文中只考察了 $Re_\tau = 2000, 5300$ 两个雷诺数下的情形，若条件允许还需比较更高或更低雷诺数下的情形。并且，通过阈值定义出的相干结构本身就会受到阈值大小的影响。即使文中讨论了所选择阈值类型的合理性、阈值大小在三种经典有壁流动中的普适性，以及确定了略微改变阈值对结果无显著的定量影响，本文的结果仍需被认为是对应于某个阈值的。

至于未来工作，例如更复杂的理想模型，或是相应的湍流理论，还有待人们进一步研究。在本文的基础上，还能继续进行的工作有：考察速度条带结构与雷诺应力结构的相交、考察速度条带周围的条件平均流场、考察大尺度结构和小尺度结构的相互作用等。

插图索引

图 1.1 几种典型的壁湍流	3
图 2.1 槽道湍流直接数值模拟的雷诺数逐年增长情况	10
图 2.2 槽道流动的示意图	11
图 2.3 F2000 槽道中高度为 $y^+ = 7.5$ 的二维流动可视化	14
图 2.4 F2000 槽道中高度为 $y/h = 0.95$ 的二维流动可视化	14
图 3.1 瞬时场中的三维相干结构示例 A	16
图 3.2 瞬时场中的三维相干结构示例 B	16
图 3.3 通过阈值提取相干结构的方法示意图	17
图 3.4 一定大小的二维晶格体系中，不同座开放概率下的逾渗情形的随机模拟	19
图 3.5 不同大小的二维晶格体系中，逾渗概率随座开放概率的变化	20
图 3.6 通过脉动速度阈值提取相关结构的逾渗分析示意图	21
图 3.7 三维相干结构的逾渗图	21
图 3.8 速度条带结构的三维可视化 A	23
图 3.9 速度条带结构的三维可视化 B	23
图 3.10 全槽道中大尺度高速条带和低速条带的可视化	24
图 3.11 u 结构最大法向距离 y_{\max} 和最小法向距离 y_{\min} 的联合概率密度分布	25
图 3.12 v 结构最大法向距离 y_{\max} 和最小法向距离 y_{\min} 的联合概率密度分布	25
图 3.13 w 结构最大法向距离 y_{\max} 和最小法向距离 y_{\min} 的联合概率密度分布	26
图 4.1 相干结构长度和度、长度和宽度的联合概率密度分布	27
图 4.2 相干结构宽度和高度、长度和体积的联合概率密度分布	28

图 4.3	相干结构长度 l_x 的概率密度分布函数	29
图 4.4	相干结构的面积分数	36
图 4.5	相干结构和对流向和法向湍动能的贡献	36
图 4.6	相干结构对展向湍动能和雷诺切应力的贡献	36
图 5.1	两个相干结构之间的联系的定义方式	42
图 5.2	相干结构演化图的示例	43
图 5.3	生命周期的逾渗图 A	43
图 5.4	生命周期的逾渗图 B	44
图 5.5	生命周期的逾渗图 C	44
图 5.6	提取出的相干结构演化图的例子 A	46
图 5.7	提取出的相干结构演化图的例子 B	47
图 5.8	提取出的相干结构演化图的例子 C1	47
图 5.9	提取出的相干结构演化图的例子 C2	48
图 5.10	节点度数 DG 的频率分布	49
图 5.11	相干结构生命周期的概率密度分布	50
图 5.12	相干结构在其生命周期内长度的演化过程	52
图 5.13	相干结构在其生命周期内体积的演化过程	53
图 5.14	相干结构在其生命周期内最高点位置和最低点位置的演化过程	53
图 A-1	采用常数阈值时的相干结构的逾渗图与面积分数。	73
图 B-1	v 结构的长度 Δ_x 和高度 Δ_y 的联合概率密度分布	75
图 B-2	v 结构的长度 Δ_x 和宽度 Δ_z 的联合概率密度分布	75
图 B-3	v 结构的宽度 Δ_z 和高度 Δ_y 的联合概率密度分布	76
图 B-4	w 结构的长度 Δ_x 和高度 Δ_y 的联合概率密度分布	76
图 B-5	w 结构的长度 Δ_x 和宽度 Δ_z 的联合概率密度分布	77

图 B-6 w 结构的宽度 Δ_z 和高度 Δ_y 的联合概率密度分布	77
图 C-1 外文资料的插图 1	93
图 C-2 外文资料的插图 2	93
图 C-3 外文资料的插图 3	94
图 C-4 外文资料的插图 4	94
图 C-5 外文资料的插图 5	95

表格索引

表 2.1	所采用的 DNS 数据库的基本参数	12
表 3.1	高速和低速条带个数和体积的统计	26
表 4.1	速度条带结构的数目和运动学特征的统计.....	34
表 5.1	在逾渗阈值下图的划分结果	48

公式索引

公式 1-1	1
公式 1-2	1
公式 1-3	3
公式 1-4	3
公式 1-5	3
公式 1-6	3
公式 1-7	4
公式 1-8	4
公式 2-1	9
公式 2-2	12
公式 2-3	13
公式 2-4	13
公式 3-1	17
公式 3-2	17
公式 3-3	18
公式 3-4	18
公式 3-5	22
公式 4-1	30
公式 4-2	30
公式 4-3	30
公式 4-4	30

公式 4-5	30
公式 4-6	30
公式 4-7	31
公式 4-8	31
公式 4-9	31
公式 4-10	31
公式 4-11	31
公式 4-12	31
公式 4-13	31
公式 4-14	31
公式 4-15	31
公式 4-16	31
公式 4-17	31
公式 4-18	32
公式 4-19	32
公式 4-20	32
公式 4-21	32
公式 4-22	33
公式 4-23	33
公式 4-24	33
公式 4-25	34
公式 4-26	34
公式 4-27	34
公式 4-28	37

公式 4-29	37
公式 4-30	37
公式 4-31	37
公式 4-32	38
公式 4-33	38
公式 4-34	38
公式 4-35	38
公式 4-36	38
公式 4-37	38
公式 4-38	39
公式 4-39	39
公式 4-40	39
公式 4-41	39
公式 4-42	39
公式 4-43	39
公式 4-44	39
公式 5-1	41
公式 5-2	42
公式 5-3	45
公式 5-4	50
公式 5-5	50
公式 5-6	50
公式 5-7	50
公式 5-8	51

公式 A-1	72
公式 A-2	72
公式 C-1	81
公式 C-2	84

参考文献

- [1] Fefferman C L. Existence and smoothness of the Navier-Stokes equation[J]. Millenn. Prize Probl., 2006, 57: 67.
- [2] Wang C Y. Exact solutions of the steady-state navier-stokes equations[J/OL]. Annual Review of Fluid Mechanics, 1991, 23(1): 159–177. <https://doi.org/10.1146/annurev.fl.23.010191.001111>.
- [3] Reynolds O. On the dynamical theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criterion[J]. Philosophical Transactions of the Royal Society A, 1895, 186: 123–164.
- [4] Richardson L F. The supply of energy from and to atmospheric eddies[J]. Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character, 1920, 97(686): 354–373.
- [5] Kolmogorov A N. The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large reynolds numbers[J]. Proceedings: Mathematical and Physical Sciences, 1991, 434 (1890): 9–13.
- [6] Pope S B. Turbulent flows[M]. Cambridge, United Kingdom: Cambridge University Press, 2000.
- [7] Cardesa J I, Vela-Martín A, Jiménez J. The turbulent cascade in five dimensions[J]. Science (80-.), 2017, 357(6353): 782–784.
- [8] Jiménez J. Cascades in Wall-Bounded Turbulence[J]. Annu. Rev. Fluid Mech., 2012, 44(1): 27–45.
- [9] Millikan C B. A critical discussion of turbulent flow in channels and circular tubes[J/OL]. Proc. 5th Int. Congress on Applied Mechanics (Cambridge, MA, 1938), 1939: 386–392. <https://ci.nii.ac.jp/naid/10026549088/en/>.
- [10] Lozano-Durán A, Flores O, Jiménez J. The three-dimensional structure of momentum transfer in turbulent channels[J]. J. Fluid Mech., 2012, 694: 100–130.
- [11] Dong S. Coherent structures in statistically-stationary shear turbulence[D]. Madrid: Universidad Politecnica de Madrid, 2016.
- [12] Jiménez J, Moser R D. What are we learning from simulating wall turbulence?[J]. Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 2007, 365(1852): 715–732.
- [13] Jiménez J. Coherent structures in wall-bounded turbulence[J]. J. Fluid Mech., 2018, 842: P1.
- [14] Hunt J C R, Wray A A, Moin P. Eddies, streams, and convergence zones in turbulent flows [J]. Cent. Turbul. Res. Proc. Summer Progr., 1988: 193–208.

- [15] Chong M S, Perry A E, Cantwell B J. A general classification of three-dimensional flow fields[J]. *Phys. Fluids A*, 1990, 2(5): 765–777.
- [16] Jeong J, Hussain F. On the Identification of a vortex[J]. *J. Fluid Mech.*, 1995, 285(3): 69–94.
- [17] Zhou J, Adrian R J, Balachandar S, et al. Mechanisms for generating coherent packets of hairpin vortices in channel flow[J]. *J. Fluid Mech.*, 1999, 387: 353–396.
- [18] Chakraborty P, Balachandar S, Adrian R J. On the relationships between local vortex identification schemes[J]. *J. Fluid Mech.*, 2005, 535: 189–214.
- [19] Moisy F, Jiménez J. Geometry and clustering of intense structures in isotropic turbulence [J]. *J. Fluid Mech.*, 2004, 513: 111–133.
- [20] del Álamo J C, Jiménez J, Zandonade P, et al. Self-similar vortex clusters in the turbulent logarithmic region[J]. *J. Fluid Mech.*, 2006, 561: 329–358.
- [21] Lumley J L. Geometry and clustering of intense structures in isotropic turbulence[M]. Nauka, Moscow: Atmospheric Turbulence and Wave Propagation, 1967: 166–178.
- [22] Jiménez J. The largest scales of turbulent wall flows[J]. *Cent. Turbul. Res. Annu. Res. Briefs*, 1998: 137–154.
- [23] Kim K C, Adrian R J. Very large-scale motion in the outer layer[J]. *Phys. Fluids*, 1999, 11 (2): 417–422.
- [24] Toh S, Itano T. Interaction between a large-scale structure and near-wall structures in channel flow[J]. *J. Fluid Mech.*, 2005, 524: 249–262.
- [25] Kline S, Portela L. The structure of turbulent boundary layers[J]. *J. Fluid Mech.*, 1967, 30: 741–773.
- [26] Brown G L, Roshko A. On density effects and large structure in turbulent mixing layers[J]. *J. Fluid Mech.*, 1974, 64(4): 775–816.
- [27] Jeong J, Hussain F, Schoppa W, et al. Coherent structures near the wall in a turbulent channel flow[J]. *J. Fluid Mech.*, 1997, 332: 185–214.
- [28] Hutchins N, Marusic I. Evidence of very long meandering features in the logarithmic region of turbulent boundary layers[J]. *J. Fluid Mech.*, 2007, 579: 1–28.
- [29] Hutchins N, Marusic I. Large-scale influences in near-wall turbulence[J]. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 2007, 365(1852): 647–664.
- [30] Taylor G I. The spectrum of turbulence[J]. *Proc. R. Soc. London. Ser. A-Mathematical Phys. Sci.*, 1938, 164(919): 476–490.
- [31] del Álamo J C, Jiménez J. Estimation of turbulent convection velocities and corrections to Taylor's approximation[J]. *J. Fluid Mech.*, 2009, 640: 5–26.
- [32] Lee J H, Sung H J. Very-large-scale motions in a turbulent boundary layer[J]. *J. Fluid Mech.*, 2011, 673: 80–120.

- [33] Wu X, Baltzer J R, Adrian R J. Direct numerical simulation of a $30R$ long turbulent pipe flow at $R^+ = 685$: Large-and very large-scale motions[J]. *J. Fluid Mech.*, 2012, 698: 235–281.
- [34] Robinson S. Coherent Motions In The Turbulent Boundary Layer[J]. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 1991, 23(1): 601–639.
- [35] Adrian R J. Hairpin vortex organization in wall turbulence[J]. *Physics of Fluids*, 2007, 19(4): 041301.
- [36] 许春晓. 壁湍流相干结构和减阻控制机理研究[J]. 力学进展, 2015, 45: 201504.
- [37] Jiménez J. Near-wall turbulence[J]. *Phys. Fluids*, 2013, 25(10).
- [38] Schoppa W, Hussain F. Coherent structure generation in near-wall turbulence[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2002, 453: 57–108.
- [39] Hamilton J M, Kim J, Waleffe F. Regeneration mechanisms of near-wall turbulence structures [J]. *J. Fluid Mech.*, 1995, 287: 317–348.
- [40] Jiménez J, Pinelli A. The autonomous cycle of near-wall turbulence[J]. *J. Fluid Mech.*, 1999, 389: 335–359.
- [41] Lozano-Durán A, Jiménez J. Time-resolved evolution of coherent structures in turbulent channels: Characterization of eddies and cascades[J]. *J. Fluid Mech.*, 2014, 759: 432–471.
- [42] Smits A J, McKeon B J, Marusic I. High-Reynolds Number Wall Turbulence[J/OL]. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 2011, 43(1): 353–375. <http://www.annualreviews.org/doi/10.1146/annurev-fluid-122109-160753>.
- [43] del Álamo J C, Jiménez J. Spectra of the very large anisotropic scales in turbulent channels [J]. *Phys. Fluids*, 2003, 15(6).
- [44] Guala M, Hommema S E, Adrian R J. Large-scale and very-large-scale motions in turbulent pipe flow[J]. *J. Fluid Mech.*, 2006, 554: 521–542.
- [45] Balakumar B J, Adrian R J. Large- and very-large-scale motions in channel and boundary-layer flows[J]. *Philos. Trans. R. Soc. A Math. Phys. Eng. Sci.*, 2007, 365(1852): 665–681.
- [46] Bailey S C C, Hultmark M, Smits A J, et al. Azimuthal structure of turbulence in high Reynolds number pipe flow[J]. *J. Fluid Mech.*, 2008, 615: 121–138.
- [47] Bailey S C C, Smits A J. Experimental investigation of the structure of large- and very-large-scale motions in turbulent pipe flow[J]. *J. Fluid Mech.*, 2010, 651: 339–356.
- [48] Structural organization of large and very large scales in turbulent pipe flow simulation[J]. *J. Fluid Mech.*, 2013, 720: 236–279.
- [49] Hellström L H, Sinha A, Smits A J. Visualizing the very-large-scale motions in turbulent pipe flow[J]. *Phys. Fluids*, 2011, 23(1).
- [50] Lee J H, Sung H J, Adrian R J. Space-time formation of very-large-scale motions in turbulent pipe flow[J]. *J. Fluid Mech.*, 2019, 881: 1010–1047.
- [51] Lee J, Lee J H, Choi J I, et al. Spatial organization of large- and very-large-scale motions in a turbulent channel flow[J]. *J. Fluid Mech.*, 2014, 749(3): 818–840.

- [52] Lee J, Ahn J, Sung H J. Comparison of large- and very-large-scale motions in turbulent pipe and channel flows[J/OL]. *Phys. Fluids*, 2015, 27(2). <http://dx.doi.org/10.1063/1.4906805>.
- [53] Adrian R J, Meinhart C D, Tomkins C D. Vortex organization in the outer region of the turbulent boundary layer[J]. *J. Fluid Mech.*, 2000, 422: 1–54.
- [54] Wu X, Moin P. Direct numerical simulation of turbulence in a nominally zero-pressure-gradient flat-plate boundary layer[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2009, 630: 5–41.
- [55] Wu X, Moin P. Forest of hairpins in a low-reynolds-number zero-pressure-gradient flat-plate boundary layer[J]. *Physics of Fluids*, 2009, 21(9): 091106.
- [56] Kim J, Moin P, Moser R. Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number[J]. *J. Fluid Mech.*, 1987, 177: 133–166.
- [57] Lee M, Moser R D. Direct numerical simulation of turbulent channel flow up to $Re_\tau \approx 5200$ [J]. *J. Fluid Mech.*, 2015, 774: 395–415.
- [58] Yamamoto Y, Tsuji Y. Numerical evidence of logarithmic regions in channel flow at $Re_\tau = 8000$ [J]. *Phys. Rev. Fluids*, 2018, 3(1): 1–10.
- [59] Encinar M P, Vela-Martín A, García-Gutiérrez A, et al. A second-order consistent, low-storage method for time-resolved channel flow simulations[EB/OL]. 2018. <http://arxiv.org/abs/1808.06461>.
- [60] Jiménez J. Computing high-reynolds-number turbulence: Will simulations ever replace experiments?[J]. *J. Turbulence*, 2003, 4(022): 1–14.
- [61] Jiménez J, Moin P. The minimal flow unit in near-wall turbulence[J]. *J. Fluid Mech.*, 1991, 225.
- [62] Flores O, Jiménez J. Effect of wall-boundary disturbances on turbulent channel flows[J]. *J. Fluid Mech.*, 2006, 566: 357–376.
- [63] Flores O, Jiménez J, Del Álamo J C. Vorticity organization in the outer layer of turbulent channels with disturbed walls[J]. *J. Fluid Mech.*, 2007, 591: 145–154.
- [64] Jimenez J. Turbulent Flows Over Rough Walls[J]. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 2003, 36(1): 173–196.
- [65] Jiménez J. Computers and turbulence[J]. *European Journal of Mechanics-B/Fluids*, 2020, 79: 1–11.
- [66] Moser R D, Kim J, Mansour N N. Direct numerical simulation of turbulent channel flow up to $re_\tau = 590$ [J/OL]. *Physics of Fluids*, 1999, 11(4). <https://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.869966>.
- [67] Abe H, Kawamura H, Matsuo Y. Direct numerical simulation of a fully developed turbulent channel flow with respect to the Reynolds number dependence[J]. *J. Fluids Eng. Trans. ASME*, 2001, 123(2): 382–393.
- [68] Del Álamo J C, Jiménez J, Zandonade P, et al. Scaling of the energy spectra of turbulent channels[J]. *J. Fluid Mech.*, 2004, 500(500): 135–144.

- [69] Hoyas S, Jiménez J. Scaling of the velocity fluctuations in turbulent channels up to $Re\tau=2003$ [J]. *Phys. Fluids*, 2006, 18(1): 10–14.
- [70] Lozano-Durán A, Jiménez J. Effect of the computational domain on direct simulations of turbulent channels up to $Re_\tau = 4200$ [J]. *Phys. Fluids*, 2014, 26(1): 1–7.
- [71] Flores O, Jiménez J. Hierarchy of minimal flow units in the logarithmic layer[J]. *Phys. Fluids*, 2010, 22(7): 1–4.
- [72] Orlandi P, Jiménez J. On the generation of turbulent wall friction[J]. *Physics of Fluids*, 1994, 6(2): 634–641.
- [73] Jiménez J, Kawahara G, Simens M P, et al. Characterization of near-wall turbulence in terms of equilibrium and “bursting” solutions[J]. *Physics of Fluids*, 2005, 17(1): 015105.
- [74] Lozano-Durán A. Time-resolved evolution of coherent structures in turbulent channels[D]. Madrid, Spain: Ph. D. thesis, Universidad Politécnica de Madrid, 2015.
- [75] Dong S, Lozano-Durán A, Sekimoto A, et al. Coherent structures in statistically stationary homogeneous shear turbulence[J]. *J. Fluid Mech.*, 2017, 816: 167–208.
- [76] Townsend A A. Equilibrium layers and wall turbulence[J]. *J. Fluid Mech.*, 1961, 11(1): 97–120.
- [77] Jiménez J. Optimal fluxes and Reynolds stresses[J]. *J. Fluid Mech.*, 2016, 809: 585–600.
- [78] Osawa K, Jiménez J. Intense structures of different momentum fluxes in turbulent channels [J]. *Phys. Rev. Fluids*, 2018, 3(8): 1–14.
- [79] Sillero J A. High reynolds numbers turbulent boundary layers[D]. Madrid, Spain: Ph. D. thesis, Universidad Politécnica de Madrid, 2014.
- [80] Hwang J, Sung H J. Wall-attached structures of velocity fluctuations in a turbulent boundary layer[J]. *J. Fluid Mech.*, 2018, 856: 958–983.
- [81] Yoon M, Hwang J, Yang J, et al. Wall-attached structures of streamwise velocity fluctuations in an adverse-pressure-gradient turbulent boundary layer[J]. *J. Fluid Mech.*, 2019.
- [82] Hwang J, Sung H J. Wall-attached clusters for the logarithmic velocity law in turbulent pipe flow[J]. *Phys. Fluids*, 2019, 31(5).
- [83] Stauffer D, Aharony A. Introduction to percolation theory[M]. London and Philadelphia: Taylor & Francis, 1985
- [84] 赵凯华, 罗蔚茵. 新概念物理教程——热学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1998
- [85] Dutta S, Sen S, Khatun T, et al. Euler number and percolation threshold on a square lattice with diagonal connection probability and revisiting the island-mainland transition[J/OL]. *Frontiers in Physics*, 2019, 7: 61. <https://www.frontiersin.org/article/10.3389/fphy.2019.00061>.
- [86] Townsend A A. The structure of turbulent shear flow[M]. [S.l.]: Cambridge university press, 1976

- [87] Perry A, Chong M. On the mechanism of wall turbulence[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1982, 119: 173–217.
- [88] Perry A, Henbest S, Chong M. A theoretical and experimental study of wall turbulence[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1986, 165: 163–199.
- [89] Mizuno Y, Jiménez J. Wall turbulence without walls[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2013, 723: 429–455.
- [90] Nickels T, Marusic I, Hafez S, et al. Evidence of the k⁻¹ law in a high-reynolds-number turbulent boundary layer[J]. *Physical review letters*, 2005, 95(7): 074501.
- [91] Jiménez J. Turbulence and vortex dynamics:[M]. [S.l.]: U.Politecnica Madrid, 2001
- [92] Newman M E. Power laws, pareto distributions and zipf's law[J]. *Contemporary physics*, 2005, 46(5): 323–351.
- [93] Jiménez J, Hoyas S. Turbulent fluctuations above the buffer layer of wall-bounded flows[J]. *J. Fluid Mech.*, 2008, 611: 215–236.
- [94] Tanahashi M, Kang S J, Miyamoto T, et al. Scaling law of fine scale eddies in turbulent channel flow at to $Re_\tau = 800$ [J]. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 2004, 25(3): 331–340.

致 谢

文章千古事，得失寸心知。

杜甫《偶题》

首先，作者要真诚地向导师黄伟希教授致以感谢和敬意。感谢导师自作者二年级起，就通过大学生科研训练（Student Research Training, SRT）与《专题实验》暑期课程，给作者提供接受科研训练的机会。直到三年级学习《粘性流体力学》《湍流概论》课程，四年级撰写毕业论文，作者得以有机会跟随黄老师学习、研究近三年。感谢导师不断培养作者做独立工作的能力，并鼓励作者在科研道路上勇往直前。导师传授给作者的学问与科研方法将使作者终身受益。

特别地，作者要感谢 Javier Jiménez 教授给作者提供了前往西班牙马德里理工大学进行半年合作研究的机会，并同意作者将所得结果用于本学位论文。感谢教授教导作者如何接近科学问题并做出严谨的工作。作者还需感谢 Miguel Pérez-Encinar 博士，Alberto Vela-Martín 博士，Adrián Lozano-Durán 博士和 Oscar Flores 教授的讨论与帮助。感谢欧洲研究理事会“湍流相干结构”（ERC-COTURB）研究基金的支持。

此外，作者要感谢参加学位论文答辩和中期答辩的教授，以及审阅学位论文的教授。感谢你们付出的时间和提出的建议。

最后，作者感谢本科期间好友的友谊以及家人的支持。

声 明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师指导下，独立进行研究工作所取得的成果。尽我所知，除文中已经注明引用的内容外，本学位论文的研究成果不包含任何他人享有著作权的内容。对本论文所涉及的研究工作做出贡献的其他个人和集体，均已在文中以明确方式标明。

签 名： 刘若源 日 期： 2020年6月20日

附录 A 阈值的类型对相干结构定义的影响

阈值的选取显然会对相干结构的研究有决定性的影响，正文中所研究的结构都是基于特定阈值的结构，在此进一步讨论文中所选择的阈值的合理性。

在对速度结构进行研究的时候，Sillero^[79] 和 Lozano-Duran^[13] 曾采用过在整个槽道中为一个常数的阈值：

$$u(\mathbf{x})^+ > \alpha \quad (\text{A-1})$$

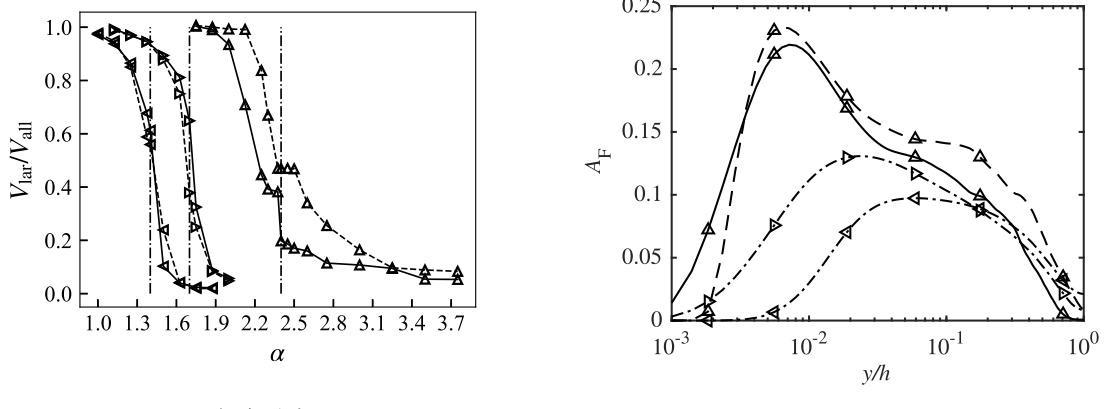
或

$$u(\mathbf{x})^+ < -\alpha, \quad (\text{A-2})$$

并通过逾渗分析取得 $\alpha = 2$. 在此处我们也采用以上两式的定义方法进行了逾渗分析，并计算了逾渗阈值下的结构的面积占比，如图 A-1 所示。这种定义得到的结果与正文中的方法相比较将能说明，正文中式 (3-1) 和式 (3-2) 的定义更好。为了达到比较的目的，本章中仅对槽道 L2000 中的 u, v, w 的正、负结构进行了计算。

图 A-1(a) 显示了由附录 A 和附录 A 表示常数阈值所定义的结构的逾渗图。对应于 u, v, w 结构的逾渗阈值分别为 $\alpha_u = 2.4, \alpha_v = 1.4, \alpha_w = 1.7$. 三种速度结构的逾渗阈值不同是因为脉动速度三个分量的强度不同。统计意义上，流向脉动最强，因为流向平均速度 $\langle U \rangle$ 是唯一一个不为零的平均速度分量。展向脉动次之，法向脉动由于存在壁面的限制最小。三中结构的逾渗阈值的大小关系也反应了这一规律。同样地， v, w 结构的逾渗转变也比 u 结构的逾渗转变剧烈，这反映了在不同类型的结构的观点下体系的大小不同，该结论也能从图 3.7(a) 展示的逾渗行为中得出。

图 A-1(b) 展示了速度结构在不同法向高度平面内的面积占比 A_F . 图中 $y/h > 0.1$ 的部分，所有结构的面积占比均随 y 的增加而显著下降，直到槽道中心就十分接近零了。在 $y^+ = 15$ 附近， $u(+)$ 和 $u(-)$ 结构的面积占比有一个峰值， A_F 达到了 0.2 以上。这两个事实与脉动速度在槽道中的统计分布相吻合，这是因



(a) 逾渗分析

(b) 面积分数

图 A-1 采用常数阈值时的相干结构的逾渗图与面积分数。 (a) 相干结构的逾渗图, 为最大的结构的体积 V_{1ar} 与所有结构的总体积 V_{tot} 的比值随 α 的变化。。 (b) u, v, w 结构的面积分数, 作为法向坐标 y 的函数。槽道 L2000. Δ : u 结构. \triangleleft : v 结构. \triangleright : w 结构. 直线: 正结构; 虚线: 负结构; 点划线: 正负结构之和。

为定义相干结构所用的阈值是一个全局常数。这样定义出来的结构主要集中在 $y/h < 0.1$ 的内区, 面积占比随 y 的变化较大, 且在几乎无法延伸到槽道中心。

相比之下, 正文中所选择的正比于脉动速度分量均方根统计量的阈值就有两个优势:

1. 逾渗阈值 $\alpha = 1.5$ 对三个脉动速度分量的结构都成立;
2. 定义出的结构的面积占比随 y 的分布较为均匀, 符合速度结构在统计上应是条带状的这一先验知识。

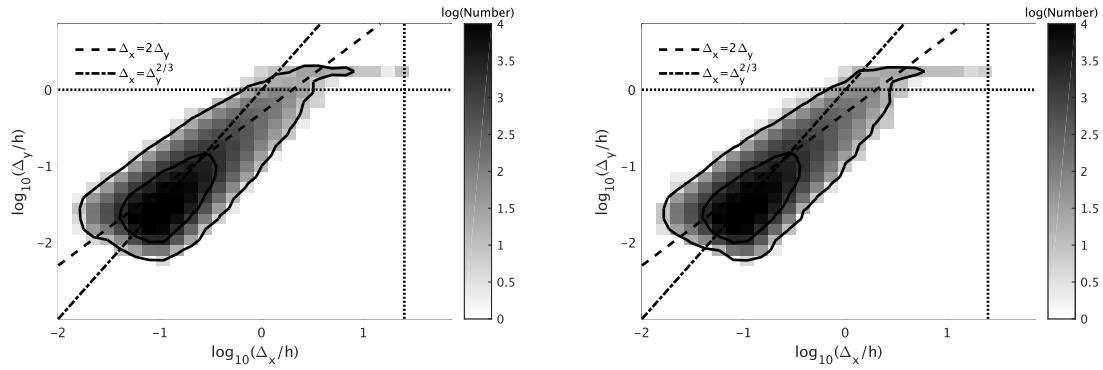
综上所述, 正文中式 (3-1) 和式 (3-2) 定义的阈值被选用。这一定义以及 $\alpha = 1.5$ 的阈值选择在目前来看, 对于三个速度分量, 正、负结构, 槽道、边界层^[80,82]、圆管^[81] 三种正规流动都成立。

附录 B 法向速度和展向速度的结构

在正文中，我们主要关注的是 u 结构，这是因为只有流向速度的能谱存在对应于大尺度结构的“全局模态”^[43]，流向的湍动能也是槽道中湍动能的主要产生部分。而产生项为零，只能通过再分配机制从流向获得能量的法向和展向湍动能所对应的结构就很少被人们所关注。事实上，这些结构除了最大的尺度不如流向速度条带以外，它们在对数区同样也形成的一族附着的、自相似的结构。

图 B-1至图 B-3展示了 v 结构长度 Δ_x 、高度 Δ_y 、宽度 Δ_z 的联合概率密度分布。图 B-4至图 B-6展示了 v 结构长度 Δ_x 、高度 Δ_y 、宽度 Δ_z 的联合概率密度分布。出于计算量的考虑，本章的数据仅限于槽道 L2000 中的结构。

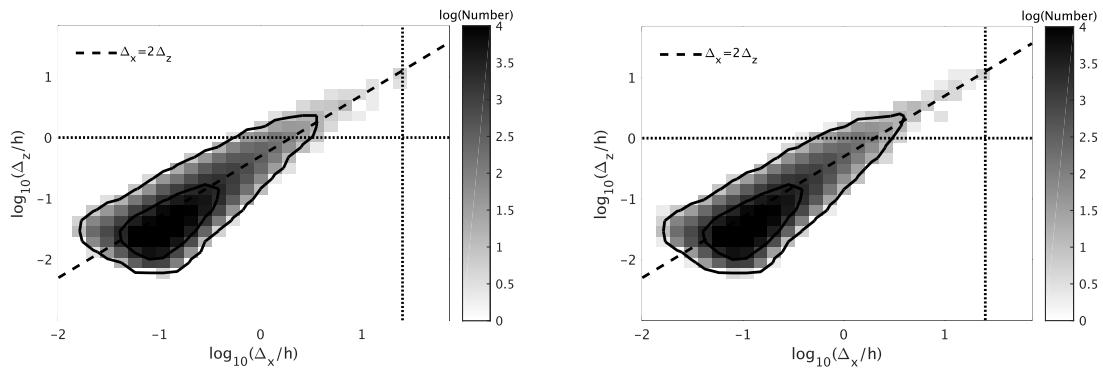
v, w 结构在对数区中也有统计上的自相似性，但是尺寸比与 u 结构有所不同。 u 结构在自相似区的相似比为 $\Delta_x = 4\Delta_y = 3\Delta_z$ ，即呈现流向拉长，宽度略大于高度的形态。 v 结构则最短，相似比为 $\Delta_x = 2\Delta_y = 2\Delta_z$ ，宽度大致等于高度。 w 结构与 u 结构较为相似，正如 w 的强度随 y 的分布与 u 都具有一段对数依赖关系，且这两个方向都是周期性的方向。 w 结构的相似比为 $\Delta_x = 3\Delta_y = 2\Delta_z$ ，比 v 结构更长而比 u 结构更短（假设条带结构的尺寸限制主要是 Δ_y ），同样也呈现宽度大于高度的形态。



(a) $v(+)$ 结构

(b) $v(-)$ 结构

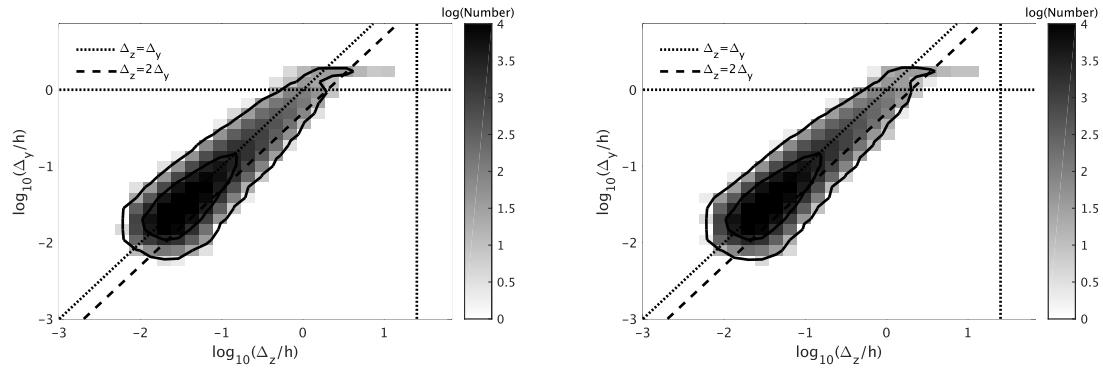
图 B-1 v 结构的长度 Δ_x 和高度 Δ_y 的联合概率密度分布。颜色的深浅表示数据的多少, 色阶按照数据量的按照以 10 为底的对数线性分布。



(a) $v(+)$ 结构

(b) $v(-)$ 结构

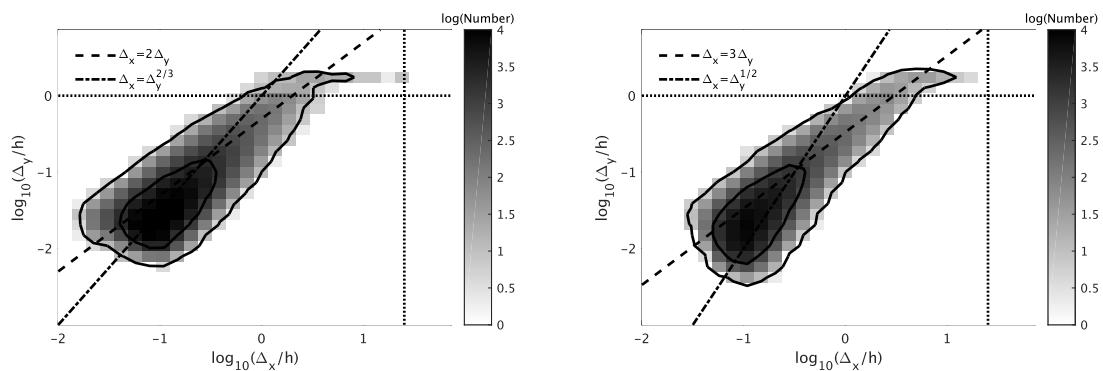
图 B-2 v 结构的长度 Δ_x 和宽度 Δ_z 的联合概率密度分布。颜色的深浅表示数据的多少, 色阶按照数据量的按照以 10 为底的对数线性分布。



(a) $v(+)$ 结构

(b) $v(-)$ 结构

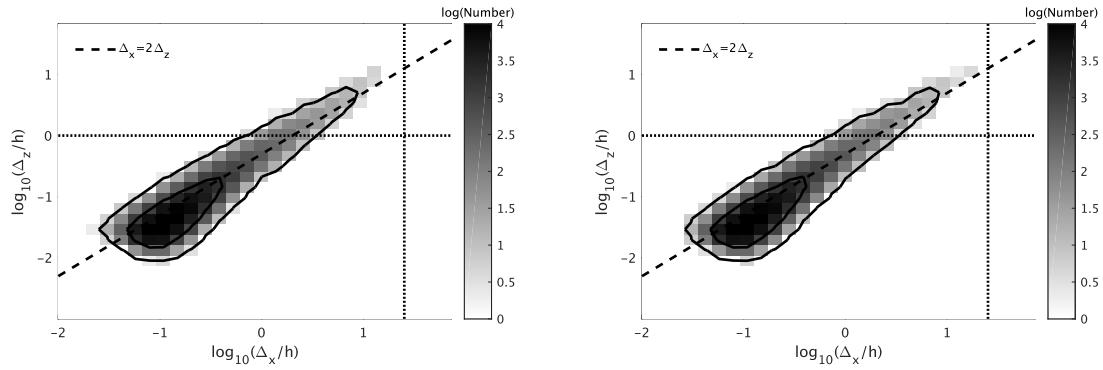
图 B-3 v 结构的宽度 Δ_z 和高度 Δ_y 的联合概率密度分布。颜色的深浅表示数据的多少，色阶按照数据量的按照以 10 为底的对数线性分布。



(a) $w(+)$ 结构

(b) $w(-)$ 结构

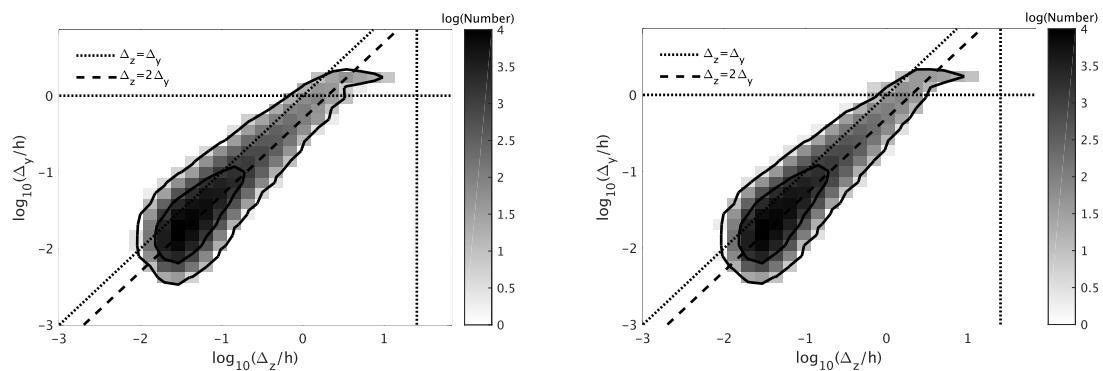
图 B-4 w 结构的长度 Δ_x 和高度 Δ_y 的联合概率密度分布。颜色的深浅表示数据的多少，色阶按照数据量的按照以 10 为底的对数线性分布。



(a) $w(+)$ 结构

(b) $w(-)$ 结构

图 B-5 w 结构的长度 Δ_x 和宽度 Δ_z 的联合概率密度分布。颜色的深浅表示数据的多少，色阶按照数据量的按照以 10 为底的对数线性分布。



(a) $w(+)$ 结构

(b) $w(-)$ 结构

图 B-6 w 结构的宽度 Δ_z 和高度 Δ_y 的联合概率密度分布。颜色的深浅表示数据的多少，色阶按照数据量的按照以 10 为底的对数线性分布。

附录 C 外文资料书面翻译

壁湍流中的级联^①

摘要：本文考察了壁湍流中的运动学与动力学，并着重于那些与对数律、对数律和壁面相互作用有关的多尺度过程。本文将展示以下内容。对数律反映了一种动量级联，对数区的结构与 Townsend (1961) 提出的一族自相似附着涡的模型符合得较好。对数区的结构在平均意义上含一对上抛-下扫结构，一个大尺度速度条带的一段，以及无组织的涡量。这些结构本身是湍流结构，可以用最小槽道进行数值模拟对其进行研究，尽管对应于这些结构的最小槽道比缓冲区的最小槽道大得多。本文主张，在近壁区，尽管对数区的结构与实验中识别出的涡包可能一样，但是没有证据显示这些结构的动力学会与缓冲区有关。距离壁面更远的地方，这些结构排成更长的“超级条带”，但是这一机制尚未明确。

关键词：边界层；级联；数值模拟；对数律

C.1 引言

壁湍流具有巨大的技术重要性。通过管道和运河运输液体，或空气和水中的交通工具所消耗的能量中，大约有一半是被壁面附近的湍流所耗散的。在这篇综述中，我们集中讨论了轴向压力梯度很小或没有的流动，如管流、槽道流和附着边界层流动。正是在这样的流动中，壁湍流首次被科学地进行了研究 (Darcy 1854, Hagen 1839)。但直到今天，人们对壁湍流的了解仍然少于均匀湍流或自由剪切湍流。湍流是一种多尺度现象。能量存在于最大的涡中而不能被耗散，直到它被转移到粘性起主要作用的小尺度。该过程的经典概念框架是自相似的 Richardson(1920) 级联，它假设能量转移在尺度上是局部的，大小悬殊的涡之间没有显著的相互作用。从能量守恒的观点出发，Kolmogorov (1941) 推导出在各向同性湍流的惯性子区中，能量是如何分布在尺度不同的涡中，并推导出了能量最终耗散的粘性尺度 $\eta = (\frac{v^3}{\epsilon})^{1/4}$ ，其中 ϵ 是能量传输率， v 是运动学粘性系数。有趣的是，壁湍流平均速度剖面的对数律（正如接下来要展示，这一对数律能被

^① Jiménez, J. Cascades in Wall-Bounded Turbulence[J]. Annu. Rev. Fluid Mech., 2012, 44(1):27–45.

参考文献和图表分别见 §§C.11 和 §§C.10.

动量级联解释) 被 Milliken (1938) 推导出来, 甚至早于 Kolmogorov 的能量级联理论, 即使它涉及的涡模型直到 1961 年才被 Townsend 提出。

各向同性理论没有指出能量是如何输入湍流的。剪切流中的这一机理是平均速度梯度与速度脉动造成的动量输运^①之间的相互作用。湍流, 特别是尺度变化, 是非线性的, 但能量入过程通常可以线性描述, 因为平均剪切的时间尺度比最大涡流的翻转时间快。在自由剪切流动中, 如射流和混合层, 这种机制导致了平均速度剖面的大规模不稳定性 (Brown 和 Roshko, 1974; Gaster 等人, 1985), 并导致了空间尺度量级为流动特征长度尺度的含能涡。大多数有壁流动不是以同样的方式不稳定 (Reynolds 和 Tiederman 1967), 但它们最大的尺度仍然可能是线性的。1990 年代的一个最有趣的发现是, 即使是稳定扰动也可以通过从平均流动中获取能量而实现大幅增长 (Schmid 2007), 可能可以将这种瞬态增长的结构关联到壁湍流中的结构 (Butler 和 Farrell 1993, del Álamo 和 Jiménez 2006)。然而, 这一关系的许多细节仍鲜为人知。

剪切流最有趣的方面不是能量是如何跨尺度传递的, 而是能量和动量的空间再分配机制。有壁面的流动是非均匀非各向异性的, 而壁面将它们分隔成需要分别研究的不同层。尽管如此, 我们对壁湍流的理解在过去几年里有了很大的增长, 有一部分是因为新的实验技术, 但主要是自 Kim 等人 (1987) 的开创性工作以来的直接数值模拟。对这些早期研究的综述有 Robinson(1991)、Panton(2001) 和 McKeon(2007) 收集的论文, 其中大部分着重于最接近壁面的粘性壁区^②, 这是最初的、较低雷诺数的直接数值模拟能达到的区域。由于篇幅的限制, 我们不在这个引人入胜的话题上纠缠, 而是集中讨论外区的多尺度机制及其与近壁区^③的相互作用。随着实验和模拟的雷诺数的增加, 两者都开始出现。Smits 等人 (2011) 最近对极高雷诺数极限进行了综述, 他们主要关注统计信息。我们集中研究结构方面的问题, 这些问题目前只在中等雷诺数湍流中被研究, 我们特别关注的是那些数值模拟提示的结构。Adrian(2007) 作了一个关于从实验观察得出的模型的概述。

一个相对较新的进展是电子数据的广泛可用性, 其中一些是原始数据, 可以被原始研究群体之外的研究人员用来发展和验证理论。AGARD(1998) 收集了比较经典的湍流统计数据。还有一个网站包含了湍流边界层和槽道湍流的原

① 即雷诺应力, 译者注

② 粘性底层和缓冲区, 译者注

③ 粘性壁区和对数区, 译者注

始模拟数据 (<http://torroja.dmt.upm.es/ftp>)。下面引用了许多研究组的工作，他们的网页也包含了类似的数据库。

此外，我们还提到与本综述密切相关的一个话题。通常的经验是，湍流包含具有较长生命的相干结构，从上面提到的射流和剪切层的大尺度涡结构，到 Kline 等人 (1967) 首次在壁湍流中发现的粘性壁区的条带结构。它们的普遍存在提出了一个问题，即它们是否可以被认为是运动方程潜在的平衡解，或以其他方式简单解。这样的解几乎肯定是不稳定的，在实验上是观察不到的，但可能会影响湍流的统计，而且可以用数值方法提取出来。Kawahara 等人 (2012) 的综述可在本卷^①的其他地方找到。文章的组织如下。接下来的部分总结了壁湍流的经典理论，然后第 3 章简要回顾了现有的和将有的数值模拟。第 4 章讨论不同层之间相互作用的统计证据。第 5 章中，对现有结构模型进行探究，并作最后讨论。

C.2 经典理论

典型壁湍流的能量和耗散的谱分布如图 1a 所示，其中每个水平段是给定壁面距离的谱密度，用流向波长表示。在所有的湍流中，能量蕴含在最大的尺度中，而以涡量为代表的耗散则尺度较小。然而，由于流动是不均匀的，含能涡的大小随着到壁面的距离而变化。除了非常接近和远离壁面处的不平衡现象，大部分的湍动能耗散在它产生的高度 (Hoyas 和 Jiménez 2008)，基本上遵循 Kolmogorov 级联，但是图 1 显示在一个壁面距离包含大部分能量的涡可能正处于另一壁面距离的惯性级联区，若它们朝距壁面更远处移动（请参阅侧栏中的湍流级联）。雷诺数，定义为能量向耗散方向级联需穿越的尺度差，也随着壁面距离的变化而变化。

我们记边界层厚度为 δ ，这也用于表示槽道半宽和管道半径。用 ν 和摩擦速度 u_τ （用壁面切应力 τ_w 定义， $u_\tau = \tau_w^{1/2}$ ）表示的变量，被称为用壁面尺度表示，加上上标。因为我们的关注是不可压缩流动，所以流体密度被设为 1，然后从方程中去掉。大写字母表示瞬时值，小写符号表示相对于平均值的脉动，而撇号表示均方根脉动强度。除非另有说明，平均值定义为许多等效的独立实验的平均^②。流向、壁面法向、横向坐标和速度分量分别为 x, y, z 和 U, V, W 。

光滑壁的壁湍流由两组尺度参数描述 (Tennekes 和 Lumley 1972)。粘度在壁

^① Annual Review of Fluid Mechanics, Vol. 44

^② 系综平均，译者注

面附近很重要，因为那里的长度和速度以壁面尺度表示。图 1 显示该区域最小的结构尺寸在 $100\nu/u_\tau$ 的量级，并且在能量和耗散间没有尺度差。距离 y^+ 是从壁面延伸到 y 的结构的雷诺数，在这一层内不会很大。粘性壁区通常定义为 $y^+ \leq 150$ (Osterlund 等人. 2000)。传统上，它被分为以粘性占主导的的粘性子层 $y^+ < 10$ 和必须同时考虑粘性和惯性的缓冲层。

在远离壁面的地方，速度仍可用摩擦速度表示，因为动量守恒要求切向雷诺应力 $\langle -uv \rangle$ 只随着 y 缓慢变化，以补偿压力梯度。远离壁面处的长度尺度是流动长度 δ ，在图 1 中最大与最小尺度之间的比大约是 $\delta^+/100$ ，其中 $\delta^+ = u_\tau \delta / \nu$ 是摩擦雷诺数。

壁湍流的模型必须处理在均匀流中不存在的空间通量。最重要的是动量通量。让我们考虑无限平行平面之间的槽道湍流。动量由压力梯度供给整个截面，由雷诺切应力携带，又通过壁面上的摩擦损耗。图 1b 显示，雷诺应力存在于与含能涡大小大致相同的涡中。当动量沿 y 轴传递时，含有雷诺应力的涡也要改变大小，与含能涡在其级串过程中的改变差不多一样多。动量输运在所有剪切流中都存在，但其多尺度特性仅限于非常不均匀的情况，如目前的提到的壁湍流。

长度从内尺度到外尺度的过渡发生在中间的对数层，其中唯一可用的尺度是到壁面的距离 y 。在图 1 中，对数区是 $y^+ > 80, y/\delta < 0.2$ ，这其中含能涡的大小正比于 y 。我们下面会看到，大小为 $O(\delta)$ 的涡会一路渗透直到壁面上，而速度按 u_τ 来标度并不严格。速度的标度是常数和除 y 外没有长度标度这二者都只是近似。但如果它们被认为是对的，Townsend(1976) 表明平均速度应该是

$$\langle U \rangle^+ = \kappa^{-1} \log y^+ + A \quad (\text{C-1})$$

这种形式和实验证据相符。其中有一个大致是普遍的卡门常数 $\kappa \approx 0.4$ ，和一个与近壁流动的细节有关的常数 A 。对于光滑的壁面， $A \approx 5$ 。

粘性层、缓冲层和对数层是壁湍流与其他湍流的主要区别。即使它们相对于整个流体来说在几何上很薄，它们也是非常重要的。摩擦雷诺数范围广泛，从勉强成为湍流的 $\delta^+ = 200$ 到大管道的 10^6 。在后者，近壁区只有大约 $150/\delta^+ \approx 10^4$

倍的管道半径，但根据方程 1，即使在这种情况下，40% 的速度损失和能量耗散，发生在低于 $y^+ = 80$ 的地方。

速度差若非来自粘性壁区则主要集中在对数层。高于 $y = 0.2\delta$ 的位置，速度之间的差别最大大约是总数的 20%，这是在一个 $\delta^+ = 200$ 的流动中。这一速度差还会随着雷诺数的增加而对数地减少。在非常大雷诺数的极限下，所有的速度损失都在对数层。

对数层本质上是一种高雷诺数现象。它的存在需要其上限高于下限，即 $0.2\delta^+ >= 150$ ，和 $\delta^+ >= 750$ 。如果需要较大的对数区，要求会更加严格。

C.3 数值模拟

对数区的实验研究已有很长时间，但含有对数区的数值模拟直到最近才成为可能。Kim 等人 (1987) 的槽道湍流模拟中 $\delta^+ = 180$ ，因此基本上没有尺度间隔。但数值模拟的雷诺数稳步增加，Abe 等人 (2004), del Álamo 等人 (2004), Hoyas 和 Jiménez (2006) 的槽道，或 Lee 与和 Sung (2007, 2011), Schlatter 等人 (2009), Simens 等人 (2009), Wu 和 Moin (2010)，以及 Sillero 等人 (2010) 的边界层模拟，有着 $\delta^+ \approx 1000 - 2000$ ，可与大多数分辨率良好的实验相媲美，并具有大约十倍的尺度间隔。例如，图 1 中能谱峰值所在的波长随 y 线性增长的范围跨越了 5 倍，从 $y^+ = 80$ 到 $y^+ = 400$ 。这些模拟和同时进展的实验观察，大大提高了我们对外区结构的运动学的认识，并开始对它们的动力学提出一些暗示。此外，由于模拟和实验的雷诺数开始具有可比性，因此，在时间分辨的三维湍流场模拟 (如 Lozano-Durán 和 Jiménez, 2010) 上验证由实验提出的结构模型成为可能，反之亦然。

重要的是要认识到，在数值模拟中试图提高雷诺数是永无止尽的。湍流理论的目的不是为了达到不断提高的雷诺数，而是为了更好地描述流动，以便做出有用的预测。如果我们承认湍流复杂性的关键在于它的多尺度特性，那么一个时空上完全解析的，包含足够多的尺度的流动的数据库，很可能会包含足以构造湍流理论所需的所有信息。当然，这样一个数据库不会是一个理论，但值得怀疑的是，进一步增加其雷诺数是否会对形成一个理论提供更多的帮助。很难给出一个先验信息说什么时候能达到雷诺数足够高的阶段，但很有可能的是，在图 1 的 δ^+ 上增加 5 - 10 倍就足够，这在图 1 中，将给我们一个 50 - 100 倍的

尺度间隔。这将提供对理解大多数壁湍流的动力学特征所需的所有信息。根据通常所估计的 $(\delta^+)^3$ 的直接数值模拟的成本，和现在计算机速度每十年 10^3 的增长率，将有可能在在未来十年编译出这样的数据库。

C.4 内外区相互作用

图 1 显示了不同湍流物理量的代表性尺度，但忽略了一些重要的特征。第一个是非常大的尺度。图中的最长波长大约 6δ （在图中的雷诺数对应 $\lambda_x \approx 12000$ ），但长度两三倍于此的结构也被发现于实验壁湍流的外区（Jiménez 1998, Kim 和 Adrian 1999）。他们也相对较宽， $\lambda_z \approx 1 - 2\delta$ ，并在整个流动厚度 δ 上相关（del Álamo 和 Jiménez 2003, del Álamo 等人 2004）。图 2a 给出了缓冲区中动能的谱密度，图 1 与图 2(a) 中右上角的能谱的突出部分对比表明，对数区外边界的涡能到达壁面。Hoyas 和 Jiménez(2006) 指出，突出部分的正中代表的尺度是能量和雷诺切应力对数层内达到峰值的涡位于近壁的根。图 1 和图 2 综合表明，这些涡在统计上聚集于 $y \approx \lambda_x/5, \lambda_x \approx 10\lambda_z, y \approx 2\lambda_z$ 。这暗示从壁面延伸出的结构在对数区中不会超过 $5y$ 长， $y/2$ 宽。更长的或更宽的结构也将更高。

Townsend(1961, 1976) 提出了这些关于这些附着涡的假设，他观察到，中心在 y 处的涡表现各不相同，取决于它们是否延伸到壁面。离开壁面的涡，其法向尺寸小于 y ，只能间接地感受到壁面（例如，通过平均速度剖面的剪切），其行为或多或少类似于自由剪切流中的涡。它们大致各向同性，形成经典的 Kolmogorov(1941) 能量级联。一般认为，湍涡的能量随尺寸增大而增大，最强烈的分离涡应该是那些大小大致等于 y 的涡旋，因此几乎与最小的附着涡一致。大的涡不能包含法向速度或雷诺切应力，因为壁面无穿透条件抑制了 v ，但是包含其他变量的涡可以很宽或者高度超过 $O(y)$ 。缺乏雷诺应力意味着较大附着涡的根部是无旋的，因为作用于它们的唯一外力是压力梯度。图 2b 中 $y^+ = 15$ 处的涡量谱证实了这一点，它缺少大尺度的突出部分。突出部分重新出现在非常靠近壁面的地方，如图 2b 中另外两个谱所示。无旋流不能提供足够的边界条件来满足无滑移壁面，壁面无滑移由 $y^+ \approx 8$ 以下薄的、有旋的粘性层的作用来满足。

附着涡理论已被广泛地应用于壁湍流模型，并能够支持速度剖面对数律这一基本论题。基本的想法是，平均雷诺切应力的量级是 $O(u_\tau^2)$ ，以满足动量方程。它在每个壁面距离上基本上都只由 $x = O(y)$ 这一尺度的活跃的涡主导。在

实践中 Guala 等人 (2006) 和 Balakumar 于 Adrian(2007) 表明，活跃的涡可能很长，有很大一部分的雷诺应力在结构存在于长度超过 10δ 的结构中。但 Jiménez 和 Hoyas (2008) 调查了现有的实验证据，证实了 $-uv$ 联合谱的能很好的用到壁面的距离 y 表示。它的峰值大约在 $\lambda_x = 10y$ ，在超过 $\lambda_x = 100y$ 后基本是零。

上面提到了，对数区是惯性能量级联理论在动量中的对应。而附着涡模型使这种对应更加精确。Millikan(1938) 对对数律的推导中缺少的是类似于 Obukhov(1941) 对 Kolmogorov(1941) 的各向同性湍流谱的提出的模型。在这个模型中，涡流将能量传递到一个由更小的涡构成的近似填满空间的级串中。在 Townsend(1961) 的模型中，较大的附加涡流将其动量传递给靠近壁面的较小涡流。在 $Re \rightarrow \infty$ 的极限下，均匀级联的结果是整个流动中均匀分布的奇异梯度，而对数级联的结果是奇点在壁面累积。湍流的特征从大的含能涡向小尺度涡驱动速度梯度。在壁湍流中，这种分离不仅出现在能量耗散的尺度空间中，而且出现在关于动量传递的平均速度剖面中。奇点被从大尺度驱逐到小尺度，也被从流动的对称中心被驱逐到对数区和粘性壁区。

不能简单地用 u_τ 归一化。因为其中除了活跃的大小为 $\lambda_x = O(y)$ 的涡，包括额外的不活跃的大小为 $\lambda_x \gg y$ 的涡。这些涡的强度也是 $O(u_\tau)$ ，因为他们是活跃在 $y_\lambda = O(\lambda_x) \gg y$ 更高的涡的根部。其结果是平行壁面的速度分量的脉动强度和压力，应该遵循：

$$u^2 \approx u_\tau^2 \log(\delta/y) \quad (\text{C-2})$$

其中 $\log(\delta/y)$ 将最大尺度 $O(\delta)$ 与 $O(y)$ 分开的对数宽度。这一想法已经由 Perry 等人 (1986)，Perry 和 Lee(1990)，Kunkel 和 Marusic(2006) 发展成相当详细的模型。对于不受到壁面阻碍的物理量，尤其是 w 和 p ，在实验数据中它们的脉动强度十分符合对数剖面 (Jiménez 和 Hoyas 2008)。 u 的对数剖面一直是争论较多的话题，可能部分是因为它是最常被测量的剖面，但也因为近壁区能谱中含有的能量相对较大，干扰了对数区的结构的能量。Smits 等人 (2011) 对这个问题进行了详细的讨论，他们得出结论，如果雷诺数足够高，预测结果可能就不会偏离对数剖面。Hultmark 等人 (2010) 最近的研究结果表明，一些被提出的效应，如在对数层中出现 u 的第二个峰值，可能是壁面粗糙度或仪器分辨率的影响。

响。事实上，在对数区湍流脉动的行为预测中，自相似理论相对较少失败。已经提出的一些效应，例如刚刚讨论的效应，或能谱中额外峰值的存在 (Kunkel 和 Marusic 2006)，可以追溯到仪器的局限性 (del Álamo 和 Jiménez 2009)。对数区速度的谱分布是复杂的、非常各向异性的。数值模拟的一个优点是能够详尽考察这一问题，通常能够在较低雷诺数的情形下识别趋势和人工误差，而不是只依靠积分后的脉动或平均剖面。

在缓冲区中，方程 2 意味着 $u^2 \approx u_\tau^2 \log(\delta^+)$ ，以及在非常高雷诺数下，近壁速度脉动的能量将由如图 2 能谱所示的大尺度的结构主导。这被实验 (deGraaff 和 Eaton 2000)、数值模拟 (Hoyas 和 Jiménez 2006) 和大气观测 (Metzger 和 Klewicki 2001, Kunkel 和 Marusic 2006) 证实。这一论点也意味着缓冲区中的脉动强度不应过度依赖于 δ^+ ，相比于对展示在谱中的那些尺度的依赖。图 2 层包括槽道和边界层，虽然谱中的突出部分长宽比 λ_x/λ_z 是相同的，但是边界层的结构稍微矮小、狭窄一些 (Monty 等人 2009, Jiménez 等人 2010)。有趣的是，Iwamoto 等人 (2006) 比较了不同的流动，发现近壁脉动强度与大尺度结构的最大宽度耦合得更好，而不是与 δ^+ 。

缓冲区中含有能量的外尺度的出现提出了一个问题，即当雷诺数很高时，近壁区域的特征是否会发生变化，但证据很少。Klewicki 等人 (1995) 在大气流动中观察到近壁面的条纹，它们基本上与中等雷诺数下的条纹相同，其中近一半的动能包含在能谱的突出部分中 (Metzger 等人, 2001)。Bertschy 等人 (1983) 在薄的水层中，以及 Jiménez 和 Pinelli(1999) 在人工操纵的数值模拟中，表明了近壁湍流循环可以独立于外部湍流而运行，其特性与在全槽道中相似。能谱的突出部分的结构比那些缓冲区循环中的具有特征宽度 $\lambda_z \approx 100$ 的结构大得多。即使在图 2a 中相对适中的雷诺数，它们也比（在图中的两个雷诺数之间不变的）近壁区的谱的核心区域那些结构大一个数量级。本质上，近壁区循环生活在由大尺度定义的局部边界层中 (Jiménez 2009)。

Marusic 等人 (2010) 指出，大尺度部分地调节了近壁循环。即使减去不活跃的能量，在高速区域下的近壁脉动也更强，并且在对数区的外部部分效果相反 (Mathis 等人, 2009)。前一段的讨论表明，小尺度结构与它们所处的大尺度环境的平衡效应是一种相对来说局部的效应。例如，图 3 显示的是从大小为 δ^2 量级^①的平行于壁面的小方格中计算出的脉动强度分布。当用全局摩擦速度归一化

^① $l_x \times l_z = 1.5\delta \times 0.75\delta$

时，处于高剪切的小方格中的摩擦速度更强，峰值更靠近壁面。但当用每个小方格中上计算的局部摩擦速度归一化脉动强度和坐标时，这两种效应都消失了。同样的原理也适用于距离壁面更远处。图 3b 显示了法向脉动强度与粗网格中的壁面剪切之间的相关关系，如前所述，在对数区中间改变符号。从图中还可以看出，法向脉动强度与在相同的高度上粗网格中的剪切的相关系数一致为正，这是脉动与当地环境平衡的结果。从壁面到远处相关关系出现逆转的原因是壁面上大的梯度与远处的小梯度相对应，反之亦然，这主要是因为自由流的速度是均匀的。

局部平衡的概念类似于改进的 Komolgorov(1962) 假设，即脉动与当地的粗网格耗散平衡，而不是与耗散的全局平均值。这一概念还表明，间歇性的影响被预期在壁面附近，而远处的就是不一样的了(见 Benzi 等人, 1999)。

C.5 湍流结构

结构模型意味着离壁面远的地方和离壁面近的地方有所不同。近壁面处，局部雷诺数较低，流动平稳，人们可以谈论“物体”。例如，上述提及的综述 Panton(2001) 和 McKeon(2007)，以及 Jiménez 和 Moin(1991), Jiménez 和 Pinelli(1999), Schoppa 和 Hussain(2002) 和 Kawahara 等人 (2012) 的论文。在缓冲区之上，涡的内在雷诺数为 $y^+ >> 1$ ，说明它们本身是湍流的、非光滑的，并通过宽度为 $(y^+)^{(3/4)}$ 的级联与耗散尺度相联系。这种结构的一个示例如图 4b 所示。我们只能期望在该区域得到统计上的描述，例如图 4a 中的条件平均值，也许再辅以级联的随机模型。

壁面湍流的结构分析并不新奇。Kline 等人 (1967) 首先发现了粘性底层条带，Kim 等人 (1971) 定性地描述了这些条带的动力学。其次是象限分析，其中 $u - v$ 平面的每个点都被划分到不同象限 (Wallace 等人 1972, Willmarth 和 Lu 1972)。大部分的平均雷诺切应力产生于第二象限 (上抛, $u < 0, v > 0$) 或第四 (下扫, $u > 0, v < 0$)。强的雷诺应力的区间 (定义为 $uv > H_{uv}$ ，通常与 H 在 1 和 2 之间)，和与之相关的由 Blackwelder 和 Kaplan (1976) 提出的 VITA 技术 (可变时间间隔平均)，被用于从单点测量的时间信号中识别独立结构。缓冲区上抛之间被大约 500 个粘性长度隔开，并在后来被联系到独立的涡 (Robinson 1991)。但他们集群成长度为几千壁面长度的群组，这表明他们在对数层可能与事件有关

(Bogard 和 Tiederman 1986)。20 世纪 90 年代的可视化技术和粒子图像测速实验提供了二维的流动剖面，并将这些上抛与陡坡状的低动量区域联系起来。一种流行的解释是，这些斜坡是一组自推进的的发卡涡，每一个都代表一个来自壁面的独立的上抛。Adrian(2007) 对此观点进行了引人注目的阐述。

然而，目前还不清楚这样的有组织的结构能延伸到距壁面多远的地方。一个共同的标准是，与切变相关的并因此作为发卡的头部候选的涡，应该比反向旋转的更占优势。Wu 和 Christensen (2005) 发现这在完整的对数区（低于 $y/\delta \approx 0.25$ ）都成立，但 Carlier 和 Stanislas(2005) 发现在 $y^+ \approx 150(y/\delta \approx 400)$ 以上这两个方向的涡是可比较的。Herpin (2010) 在更广泛的雷诺数范围内，发现这两种涡的比稳定在 $y^+ \approx 400$ 以上是稳定的。她还发现，在 $y^+ = 100$ 以下的流向涡相对于横向的涡头占主导，这与 Robinson(1991) 一致。从 $x-z$ 流动截面中，Ganapathisubramani 等人 (2003) 确定了有组织的涡包在 $y^+ = 150(y/\delta = 0.15)$ 存在，但是 $y^+ = 200$ 以上只有杂乱无章的涡。Tomkins 和 Adrian (2003) 发现，在 $y^+ = 100$ 下面有长的涡包，但不得不求助于统计上的相关函数来描述 $y^+ = 400$ 以上松散组织的涡。

事实上，高于 $y^+ \approx 100$ 的涡量脉动是各向同性的，其三个分量的谱集中在 $\lambda = 40\eta$ 附近，如图 1 所示。Tanahashi 等人 (2004) 表明，槽道中强烈的涡与各向同性湍流中的相同 (Jiménez 等人 1993)，以及 Saddoughi 和 Veeravali(1994) 表明，在一个非常高雷诺数的边界层中波长小于 $\lambda \approx y/4$ 的范围（包括耗散范围），雷诺应力张量基本上是各向同性的。这一结果符合 Corrsin(1958) 的判断，即当他们内部梯度大于环境剪切时 $((\epsilon\lambda)^{1/3} > \approx \lambda\partial_y \langle U \rangle)$ ，涡是各向同性的。这也暗示，要理解动量传输，只有大小在 $O(y)$ 量级的涡需要被考察。

当三维流场可以通过数值模拟得到之后，我们就可以直接研究对数区中的雷诺应力结构。认识到上文中讨论的那些涡是模棱两可的，del Álamo 等人 (2006) 考虑了大的附着涡的集群，这些集群是很多涡无组织地构成的，它们延伸到 $y^+ = 100$ 以上。其厚度 $O(10\eta)$ 大约就是单个涡的直径。他们标志了源于壁面一直达到外区的的上抛，并在 $y^+ > \approx 50, y/\delta < \approx 0.4$ 之间构成一个自相似的族，自相似比例为 $L_x \times L_y \times L_z = 3 \times 1.5 \times 1$ 。注意这些比值比图 1 和图 2 中的能谱显示的要短。集群的尺寸与壁面法向速度的谱 $k_x k_z E_{vv}$ 吻合较好，并短于 $k_x k_z E_{vv}$ (图 5a)^①。流场对这些涡集群做条件平均时，会发现这些涡内包含了一个长圆锥形的低速区域，该区域在一个固定的 y 的截面就很好地代表了 u 的频谱 (del

^① 这意味着这些结构中 v 是相对活跃的速度分量

Álamo 等人 2006)。

Flores 和 Jiménez(2008) 对动量传输进行了更直接的研究，他们研究了由上述象限分析定义的三维结构。他们发现，在缓冲层的上方，上抛和下扫也是自相似的，并倾向于并排成对，这表明它们分别是一个涡结构的两个侧面。他们还发现，至少在对数区域内，上抛-下扫对往往与涡集群相关联，形成了一个复合结构，其条件平均意义下的组织形式如图 4a 所示。该图是一个自相似的表示，通过对不同大小和高度的事件求平均值，并用其重心到壁面的距离归一化而得到。其长宽比 $L_x \times L_y \times L_z = 4 \times 1 \times 1.5$ 与涡集群的长宽比相当。条件平均结构并不代表任何实际结构，实际结构往往是不对称、无组织的。正如图 4b 给出的一个示例。

产生 u 频谱中较长波长那一部分的瞬时结构是人们较少了解的。涡集群和上抛事件倾向于在流向排列，这让人想起上面提到的发卡涡包，但是这要长得多 (Flores 和 Jiménez 2008)。涡包最多有 $\lambda_x \approx 3\delta$ 长，但是能谱中的结构，或者是 del Álamo 等人 (2006) 描述的锥状的尾，至少比这长 5 至 10 倍。也许这些结构是被不同作者描述的那些结构，例如 del Álamo 和 Jiménez (2003) 与 del Álamo 等人 (2004) 所说的“全局模态”，或是 Adrian (2007) 和 Smits 等人 (2011) 所说的“超大尺度结构”和“超结构”（鉴于图 4 所示的结构是他们所说的“大尺度结构”）。例如，图 4 中结构的尺寸与 Wark 和 Nagib(1991) 使用象限分析提取出的条件结构一致。“全局模态”不仅仅是统计结构。研究者在模拟中发现了非常长的锥 (例如，参见 Jiménez 2007, 图 5)，并在瞬时流场的流向截面观察到低动量坡状结构 (Meinhart 和 Adrian 1995)。在对数区，它们相对容易被以 $u < -u$ 的连通区域的形式分离出来。一个典型的例子是图 5b 中的结构，它给人的印象是由大小如上面所提到的涡集群或 LSM 的子单元构成的。Hutchins 和 Marusic(2007) 强调了 VLSM 的弯曲特性，这可能反映了相同的构成特性，而 Jiménez 等人 (2004) 指出，有类似问题的缓冲区的很长的条带也是由更小的子单元构成的。这些子单元联合的机制是未知的，这作为壁湍流中的小谜题之一。尽管 del Álamo 等人 (2006) 指出，这些 VLSM 的长度所意味着的生命周期比测出的涡集群的长得多，这表明后者可能是前者的后果，而不是相反。

最近一个有趣的发现是，对数区可以在相对较小的、在两个平行于壁面的方向上具有周期性的数值槽道中模拟 (Flores 和 Jiménez 2010)。这与 Jiménez 和 Moin(1991) 所描述的用最小槽道模拟缓冲层的方法大致相同。但这两种情况不

是完全相同。当对数槽道变小时，湍流不会像在缓冲区那样衰减，而是被限制在靠近壁的更薄的区域。从这个意义上说，Jiménez 和 Moin(1991) 的最小槽道是一系列槽道中的最小的成员，在这一系列逐渐变小槽道中，附着在壁面上的结构逐渐被越来越小的槽道分离出来。缓冲区最小槽道的特性是它们不能被进一步限制。

临界的尺寸为展向周期性，展向宽度限制湍流在 $y < \approx 0.3L_z$ 。由系列槽道得出的尺寸 ($L_x \times L_z = 6y \times 3y$) 被叠加于图 5a-b 中，其与图 4 中的结构也基本一致。

与缓冲区的情况一样，小槽道模拟可以用来研究对数区的携带应力的基本结构的动力学。每个槽道包含一个大尺度的间歇性爆发流向速度条带（见边栏“猝发”）。图 5c 给出了一个例子，它展示了与壁面平行的平面上平均雷诺应力 $-\langle uv \rangle_{xz}$ 的演化，作为到壁面距离和时间的函数。上升和下降的猝发都能看到，Flores 和 Jiménez(2010) 表明，猝发所对应的时刻是上抛和下扫占主导。有趣的是，他们的上升和下降的速度是相似的，都是 $O(u_\tau)$ ，并惊人地均匀，这表明这两个事件是有联系的。较早的关于类似结构的定性描述也提到上抛和下扫是相互跟随的，但由于结果主要来自于单点测量，它们通常被解释为描述的是一个被探针平流输运的结构的空间组织形式，而上面的讨论指的是一个真正的时间演化。

图 5d 显示了猝发过程中速度场的演变，这与 Jiménez 和 Moin(1991) 与 Jiménez 等人 (2005) 描述的在缓冲区中的猝发事件非常相似（其中的一个示例如图 5e 所示）。在这两种情况下，数值槽道中的条带变得越来越蜿蜒，最终被猝发破灭。但图 5d 中的盒子的宽度为 $L_z = 1500$ ，是图 5e 中的盒子宽度的 15 倍，其中的条带是一个完全湍流的多尺度的物体。猝发的时间 T 可以从不同的积分量的时间演化估计得到，它随到壁面距离以 $T \approx 6y$ 的形式变化，而不是随盒子的大小变化。更宽的盒子只是延续了远离壁面的线性趋势。我们不了解结构在无约束的流动的演化，但统计量在对数最小槽道的时变性基本上和全槽道中随机选择的大小完全相同的小盒子，这表明猝发过程在全槽道和最小槽道中是一样的。

人们可以模拟给定到壁面的距离的湍流，在大的结构没有被解析的情况下获得本质上正确的统计数据，这表明对数区的湍流是独立于核心流的，这正如缓冲区独立于对数区。反之同样可能也对，即对数区也不受缓冲区的控制。其证据

为：数值实验显示，缓冲区的无组织性并没有对对数区产生清晰的影响 (Flores 等人 2007); Jiménez (2004) 综述中所描述的、近期被 Volino 等人证实的 (2007)，对数区相对于壁面粗糙的独立性。

综上所述，这些观察结果表明，给定尺寸的对数区的涡基本上只局限于单一的到壁面的距离，尽管它们必须级联到更靠近壁面的更小的结构上。然而，就像缓冲区被它上面的更大的结构所调制一样，我们可以期待对对数层的一些调制，包括潜在的来源于它上面的全局模态的大尺度组织。

C.6 讨论

也许可以从新的实验和模拟得出的最有趣的结论，是对数区的结构似乎相当不错地符合 Townsend(1961) 经典模型中线性叠加的自相似的附着涡，其中，小尺度的涡大致处于与来源于大尺度的涡的当地速度梯度的局部平衡中。其基本单位似乎是一系列的纵横比为 $L_x \times L_y \times L_z \approx 5 \times 1 \times 2$ 的涡，当他们延伸到边界层的厚度，即 $L_y = \delta$ 时，与 LSM 的观察实验相符。每一个涡，包括它的潜在能量和动量级联，都可以被一个与它的高度成比例的最小单元隔离出来，在这个最小单元内，它的演变似乎是自然的。

上面我们描述了这些结构的两种模型：一种是发卡涡形成的链，另一种是无组织的涡集群。平均而言，它们与并排的上抛和下扫的事件对相关联。如前所述，第一种布置方式在缓冲区以上的实验支持很弱。

在运动学上，这两个模型之间的一些区别可能是标记方式带来的。例如单独的发卡涡可以对应由上抛造成的条带的附近的不稳定剪切层，特别是如果允许发卡涡不规则或不完整的话。此外，对于涡结构和更大的涡的强调可能是受到许多实验相对粗糙的分辨率的影响，因为这样的分辨率不能识别单一的涡。依赖于条件平均 (如图 4a) 或基于选定的可识别对象的有限统计 (如图 4b)，可能会给人一种对称的印象，而这并不适用于更典型的独立结构。从动力学的角度来看，很难协调对于壁面的重要性的不同处理方式。最小槽道模拟和粗糙壁实验所暗示的模型强调了局部速度剪切的影响，而实验模型似乎需要在缓冲区或其附近形成发卡涡。在我们对这些结构的时间演化有了更多的了解之前，这个问题是无法完全解决的。但是通过对全解析流动动画的分析，这种情况在不久的将来可能会改变 (Lozano-Durán 和 Jiménez 2010)。

上面我们注意到，单个的涡倾向于排列成更长的结构，而排列的机制仍然未知。但是有一些迹象表明，离壁面更远的更大的涡有可能来组织对数区的结构。

C.7 公开声明

本文作者自认为未带有任何可能影响这篇综述客观性的偏见。

C.8 致谢

这篇文章受到了西班牙 CICYT 基金 (TRA2009-11498) 和欧洲研究理事会基金 (ERC-2010-AdG- 20100224) 的支持。作者真诚地感谢 A. Lozano-Durán 帮助准备图 4.

C.9 外文资料侧栏信息

C.9.1 湍流级联

湍流级联的经典模型是，当涡分裂或合并成更小或更大的涡时，能量、动量和其他守恒量在尺度间层层传递。是向小尺度（直接）级联还是向大尺度（反）级联取决于流动的类型和传递的量。人们普遍认为，平均而言，均匀流动中的能量级联是从最大的含能涡到 Kolmogorov 尺度的粘性涡。能量级联发生在惯性范围内，在这一范围粘性和最大尺度的特性都不重要。有证据表明，在壁湍流中距壁面恒定距离，情况也是如此。图 1a 中含有能量的涡在相对壁面运动较大距离之前，就主要是通过惯性破碎而耗散掉了，尽管还有其他的能量和动量正在远离或向壁面流动。然而，从图中可以看出，级联所跨越的尺度范围取决于 y ，一个涡是否可以被认为是处于大涡、粘性涡或惯性涡范畴取决于它离壁面有多远。

C.9.2 猝发

随着时间的推移，壁湍流中猝发意味着什么也在不断演变。原始文献 (Kline 等人 1967) 将其描述为一个与时间有关的氢气泡突然抬升的现象。但后来的工作倾向于将这一时间依赖性解释为观测误差，是由缓慢变化的结构（通常是涡

结构) 经过探头附近造成的。Robinson(1991) 的综述主要针对的是数值模拟结果, 这在很大程度上巩固了这一观点。然而, Jiménez 和 Moin(1991) 的最小槽道模拟显示了单个湍流结构的强度在时间上有广泛的变化, 更接近于最初的实验描述, 而不是后来的结构观点。综述正文中的结果显示, 尽管大多数被固定探测器探测到的脉动几乎肯定来源于上抛和下扫, 这些结构的强度随时间会大幅变化, 以及 Kline 等人 (1967) 探测到的极端事件是真实的, 独立于探头的位置。

C.9.3 要点总结

1. 对数层是多尺度动量级联的反映。
2. 对数级联是由 Townsend 的自相似附着涡的层级构成的。
3. 平均而言, 每个附着涡包含一个下扫、一个上抛和一个相联的涡簇, 同时又包含有小的附着涡的级联。
4. 附着的涡流以大尺度的无旋运动的形式延伸到壁面, 但不是由缓冲层的动力学控制的。
5. 小尺度运动处于与局部粗网格速度梯度近似平衡的状态, 无论是处在靠近或远离壁面的地方。
6. 缓冲层和对数层中的涡可以用最小槽道的方法模拟和研究, 即使是对数层的涡往往是湍流中的结构。

C.9.4 未来展望

1. 在未来十年内, 应进行雷诺数足够高的数值模拟, 以发展各向同性湍流和壁湍流对数区的惯性级串的明确理论。
2. 未来几年内需要时空分辨的湍流模拟 (和实验), 这将使湍流的动力学理论得到检验。
3. 需要进行线性化分析来阐明湍流的能量产生机理, 但需要考虑的细节仍然是不确定的。
4. 也许最有趣的开放问题是脉动强度如何在不同壁面距离中自我调整, 来满足动量平衡。

C.10 外文资料图与表

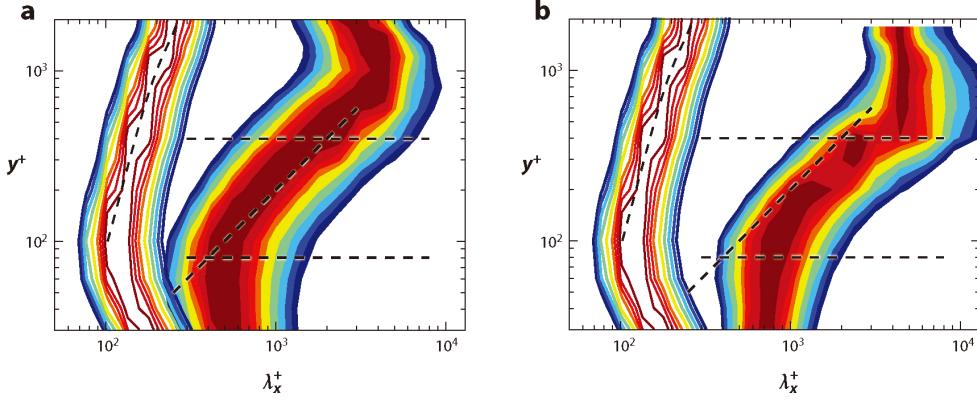


图 C-1 在 $\delta^+ = 2000$ 的数值模拟的槽道中，谱密度作为流向波长 x 和到壁面距离 y 的函数。图 a 中的阴影区域表示的是速度脉动的动能， $k_x E_{uu}(k_x)$ ，图 b 中的阴影轮廓是雷诺应力联合谱， $-k_x E_{uv}(k_x)$ 。在这两个图中，线轮廓是代理耗散谱， $\nu k_x E_{\omega\omega}(k_x)$ ， ω 为涡量大小。在每个 y ，最低的等值线值是局部最大值的 0.86 倍。水平线 $y^+ = 80$ 和 $y/\delta = 0.2$ ，分别为能量长度尺度随 y 线性增长的区域的上下限。长度的近似限制能源规模增长线性与 y 。两个图中，穿过能谱阴影区域的斜线是 $\lambda_x = 5y$ 。穿过耗散谱轮廓的斜线是 $\lambda_x = 40\eta$ 。

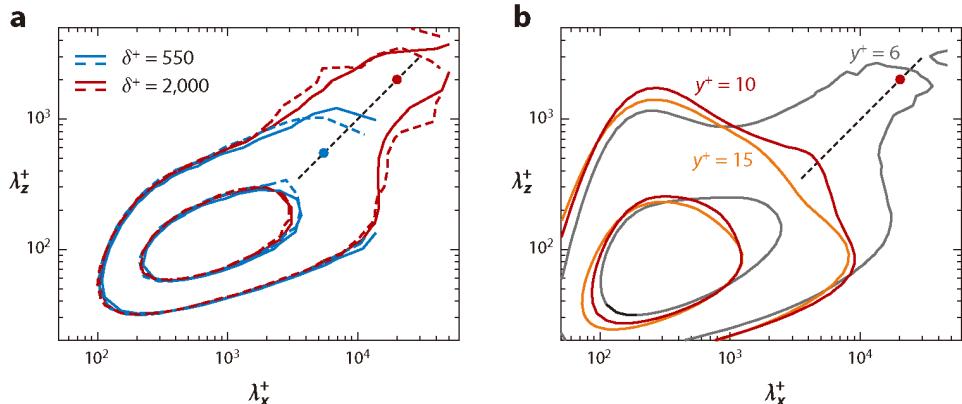


图 C-2 (a) 动能的谱密度， $k_x k_z E_{uu}$ ，用壁面尺度表示。槽道湍流的缓冲区（实线）和边界层的缓冲区（虚线）， $y^+ = 15$ 。雷诺数 $\delta^+ = 550$ （蓝色）和 $\delta^+ = 2000$ （红色）。虚斜线为 $\lambda_x = 10\lambda_z$ ，实心点为 $\lambda_z = \delta$ 。等值线为 $\delta^+ = 2000$ 槽道中能谱最大值的 0.125 和 0.5 倍。(b) 涡量值的谱密度， $k_x k_z E_{\omega\omega}$ ，在 $\delta^+ = 2000$ 槽道的近壁处。 $y^+ = 6$ （黑色），10（红色），15（橙色）。虚斜线和实心点与图 a 所示相同。等值线包含了每个谱 0.5 和 0.9 倍的拟涡能。图改编自 Hoyas 和 Jiménez (2008)。

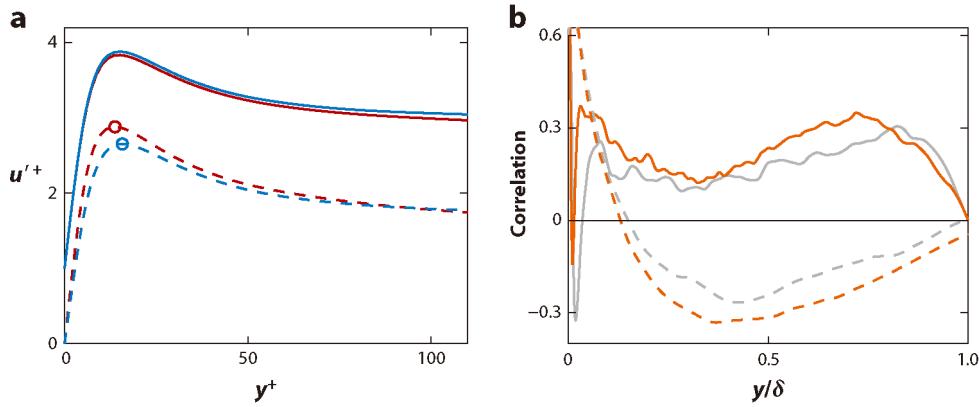


图 C-3 在大小为的小格子中计算出的脉动强度。(a) 流向速度脉动在摩擦速度大于 (红色) 或小于 (蓝色) 一个标准差的小格子内的统计平均值。虚线: 速度和法向坐标用全局摩擦速度归一化; 实线 (为了表示清晰被向上移了): 用每个小格子局部的摩擦速度。所用槽道的雷诺数为 $\delta^+ = 2000$ (Hoyas 和 Jiménez 2006)。(b) 小格子中法向速度与小格子的局部摩擦速度 (虚线)、与小格子的局部速度梯度的相关系数。所用槽道的雷诺数为 $\delta^+ = 934$ (灰色) 和 $\delta^+ = 2000$ (红色)。

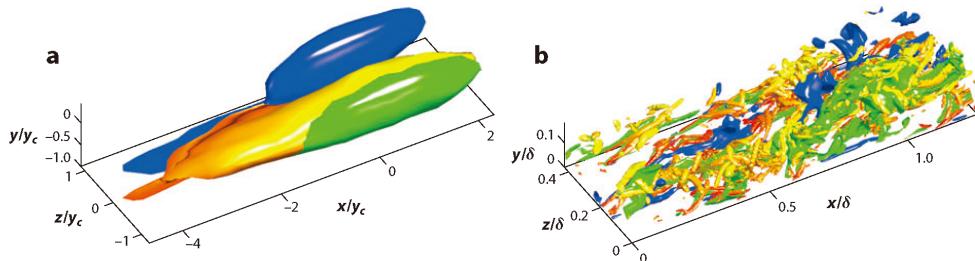


图 C-4 (a) 条件平均下的平均雷诺应力结构。条件是一个下扫 (蓝色) 和一个并排的上抛 (绿色) 同时出现。黄色的结构在距离墙更近的地方更红, 是强的涡量的平均位置。流动的方向是从左到右, 坐标轴用雷诺应力对的质心到壁面的距离归一化。雷诺应力对被有意偏置, 使得距离上抛最近的下扫总在其左侧。。所用槽道的雷诺数为 $\delta^+ = 934$ 。(b) 同样的结构在一个瞬时场中的可视化, 坐标轴用 δ 归一化。

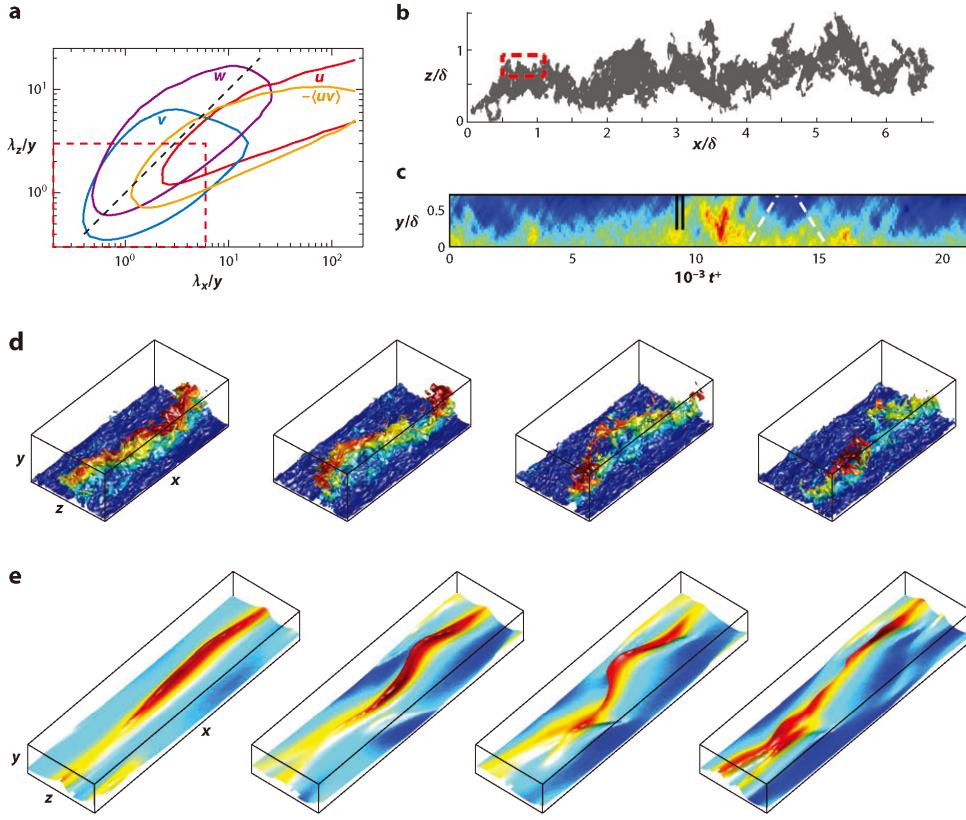


图 C-5 (a) u, v, w 和 $\langle -uv \rangle$ 的谱密度, 表示为波长的函数, 用到壁面的距离归一化 ($y/\delta = 0.15$)。等值线每个谱中最大值的 0.4 倍, 斜虚线是 $\lambda_x = \lambda_z$. (b) $y^+ = 200$ 处的对数区速度条带, 定义为 $u < -u'$. 坐标轴上刻度线的距离是 1000 个粘性尺度。图 (a,b) 中虚线框出的格子尺寸为 $6y \times 3y$. $\delta_v = 2000$. (c) $-\langle uv \rangle_{xz}$ 的时间演化, 下标表示对平行壁面的平面进行平均。用于此处的数值模拟是小槽道中的模拟, $L_x^+ \times \delta^+ \times L_z^+ = 2900 \times 1800 \times 1450$. 白色的虚线表示 $dy/dt = u_\tau$. (d) 在图 (c) 标记出的两次猝发之间, $U^+ = 15$ 等值面的演化。颜色表示到壁面的距离, 其中红色的表示 $y/\delta = 0.4$. 图片改编于 Flores 和 Jiménez(2010). (e) $U^+ = 8$ 等值面的演化。颜色表示到壁面的距离, 其中红色的表示 $y^+ = 30$. 图 (d,e) 中的流动方向是从左下到右上, 从左到右时间增加。坐标轴原点进行了平移以保证波结构大致稳定不变。

C.11 外文资料参考文献

1. Abe H, Kawamura H, Matsuo Y. 2004. Surface heat-flux fluctuations in a turbulent channel flow up to $Re = 1020$ with $Pr = 0.025$ and 0.71 . *Int. J. Heat Fluid Flow* 25:404–19
2. Adrian RJ. 2007. Hairpin vortex organization in wall turbulence. *Phys. Fluids* 19:041301
3. AGARD. 1998. A selection of test cases for the validation of large-eddy simulations of turbulent flows. *Advis. Rep. 345*, AGARD, Neuilly-sur-Seine, France; <http://torroja.dmt.upm.es/ftp/AGARD/docs/AGARD-AR-345.pdf>
4. Balakumar BJ, Adrian RJ. 2007. Large- and very-large-scale motions in channel and boundary-layer flow. *Philos. Trans. R. Soc. A* 365:665–81
5. Benzi R, Amati G, Casciola CM, Toschi F, Piva R. 1999. Intermittency and scaling laws for wall-bounded turbulence. *Phys. Fluids* 11:1284–86
6. Bertschy R, Chin RW, Abernathy FH. 1983. High-strain-rate free-surface boundary-layer flows. *J. Fluid Mech.* 126:443–61
7. Blackwelder RF, Kaplan RE. 1976. On the wall structure of the turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech.* 76:89–112
8. Bogard DG, Tiederman WG. 1986. Burst detection with single-point velocity measurements. *J. Fluid Mech.* 162:389–413
9. Brown GL, Roshko A. 1974. On the density effects and large structure in turbulent mixing layers. *J. Fluid Mech.* 64:775–816
10. Butler KM, Farrell BF. 1993. Optimal perturbations and streak spacing in wall-bounded shear flow. *Phys. Fluids A* 5:774–77
11. Carlier J, Stanislas M. 2005. Experimental study of eddy structures in a turbulent boundary layer using particle image velocimetry. *J. Fluid Mech.* 535:143–88
12. Corrsin S. 1958. Local isotropy in turbulent shear flow. *NACA Res. Memo 58B11*, Washington, DC
13. Darcy H. 1854. Recherches experimentales relatives au mouvement de l' eau dans les tuyaux. *Méem. Savants Etrang. Acad. Sci. Paris* 17:1–268
14. deGraaff DB, Eaton JK. 2000. Reynolds number scaling of the flat-plate turbulent

- boundary layer. *J. Fluid Mech.* 422:319–46
15. del Álamo JC, Jiménez J. 2003. Spectra of very large anisotropic scales in turbulent channels. *Phys. Fluids* 15:L41–44
 16. del Álamo JC, Jiménez J. 2006. Linear energy amplification in turbulent channels. *J. Fluid Mech.* 559:205–13
 17. del Álamo JC, Jiménez J. 2009. Estimation of turbulent convection velocities and corrections to Taylor's approximation. *J. Fluid Mech.* 640:5–26
 18. del Álamo JC, Jiménez J, Zandonade P, Moser RD. 2004. Scaling of the energy spectra of turbulent f channels. *J. Fluid Mech.* 500:135–44
 19. del Álamo JC, Jiménez J, Zandonade P, Moser RD. 2006. Self-similar vortex clusters in the logarithmic region. *J. Fluid Mech.* 561:329–58
 20. Flores O, Jiménez J. 2008. The structure of momentum transfer in turbulent channels. *Proc. Div. Fluid Dyn., PA-08*. College Park, MD: Am. Phys. Soc.
 21. Flores O, Jiménez J. 2010. Hierarchy of minimal flow units in the logarithmic layer. *Phys. Fluids* 22:071704
 22. Flores O, Jiménez J, delÁlamo JC. 2007. Vorticity organization in the outer layer of turbulent channels with f disturbed walls. *J. Fluid Mech.* 591:145–54
 23. Ganapathisubramani B, Longmire E, Marusic I. 2003. Characteristics of vortex packets in turbulent boundary layers. *J. Fluid Mech.* 478:35–46
 24. Gaster M, Kit E, Wygnanski I. 1985. Large-scale structures in a forced turbulent mixing layer. *J. Fluid Mech.* 150:23–39
 25. Guala M, Hommema SE, Adrian R. 2006. Large-scale and very-large-scale motions in turbulent pipe flow. *J. Fluid Mech.* 554:521–42
 26. Hagen GHL. 1839. Über den Bewegung des Wassers in engen cylindrischen Röhren. *Poggendorfs Ann. Phys. Chem.* 46:423–42
 27. Herpin S. 2010. Study on the influence of the Reynolds number on the organization of wall-bounded turbulence. PhD thesis. Mech. Eng., Ecole Cent. Lille
 28. Hoyas S, Jiménez J. 2006. Scaling of the velocity fluctuations in turbulent channels up to $Re = 2003$. *Phys. Fluids* 18:011702
 29. Hoyas S, Jiménez J. 2008. Reynolds number effects on the Reynolds-stress

- budgets in turbulent channels. *J. Phys. Fluids* 20:101511
30. Hultmark M, Vallikivi M, Smits AJ. 2010. Roughness effects on fully developed pipe flow at high Reynolds numbers. *Proc. Div. Fluid Dyn.*, GB-07. College Park, MD: Am. Phys. Soc.
 31. Hutchins N, Marusic I. 2007. Evidence of very long meandering features in the logarithmic region of turbulent boundary layers. *J. Fluid Mech.* 579:467–77
 32. Iwamoto K, Tsukahara T, Nakano H, Kawamura H. 2006. Effect of large-scale structures upon near-wall turbulence. *IUTAM Symp. Comput. Phys. New Perspect. Turbul.*, ed. Y Kaneda, pp. 53–58. New York: Springer
 33. Jiménez J. 1998. The largest scales of turbulence. InCTR Annu. Res. Briefs, ed. P Moin, pp. 137–54. Stanford, CA: Stanford Univ.
 34. Jiménez J. 2004. Turbulent flows over rough walls. *Annu. Rev. Fluid Mech.* 36:173–96
 35. Jiménez J. 2007. Recent developments in wall-bounded turbulence. *Rev. R. Acad. Cienc. Ser. A* 101:187–203
 36. Jiménez J. 2009. Inner-outer interactions in wall-bounded turbulence. InTurbulence and Interactions, ed. M
 37. Deville, TH Le, P Sagaut, pp. 3–14. New York: Springer
 38. Jiménez J, delÁlamo JC, Flores O. 2004. The large-scale dynamics of near-wall turbulence. *J. Fluid Mech.* 505:179–99
 39. Jiménez J, Hoyas S. 2008. Turbulent fluctuations above the buffer layer of wall-bounded flows. *J. Fluid Mech.* 611:215–36
 40. Jiménez J, Hoyas S, Simens MP, Mizuno Y. 2010. Turbulent boundary layers and channels at moderate Reynolds numbers. *J. Fluid Mech.* 657:335–60
 41. Jiménez J, Kawahara G, Simens MP, Nagata M, Shiba M. 2005. Characterization of near-wall turbulence in terms of equilibrium and ‘bursting’ solutions. *Phys. Fluids* 17:015105
 42. Jiménez J, Moin P. 1991. The minimal flow unit in near-wall turbulence. *J. Fluid Mech.* 225:221–40
 43. Jiménez J, Pinelli A. 1999. The autonomous cycle of near wall turbulence. *J. Fluid Mech.* 389:335–59

44. Jiménez J, Wray AA, Saffman PG, Rogallo RS. 1993. The structure of intense vorticity in isotropic turbulence. *J. Fluid Mech.* 255:65–90
45. Kawahara G, Uhlmann M, van Veen L. 2012. The significance of simple invariant solutions in turbulent flows. *Annu. Rev. Fluid Mech.* 44:203–25
46. Kim HT, Kline SJ, Reynolds WC. 1971. The production of turbulence near a smooth wall in a turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech.* 50:133–60
47. Kim J, Moin P, Moser RD. 1987. Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number. *J. Fluid Mech.* 177:133–66
48. Kim K, Adrian RJ. 1999. Very large-scale motion in the outer layer. *Phys. Fluids* 11:417–22
49. Klewicki JC, Metzger MM, Kelner E, Thurlow E. 1995. Viscous sublayer flow visualizations at $R_\tau = 1,500,000$. *Phys. Fluids* 7:857–63
50. Kline SJ, Reynolds WC, Schraub FA, Runstadler PW. 1967. Structure of turbulent boundary layers. *J. Fluid Mech.* 30:741–73
51. Kolmogorov AN. 1941. The local structure of turbulence in incompressible viscous fluids for very large Reynolds numbers. *Dokl. Akad. Nauk. SSSR* 30:301–5
52. Kolmogorov AN. 1962. A refinement of previous hypotheses concerning the local structure of turbulence in a viscous incompressible fluid at high Reynolds number. *J. Fluid Mech.* 13:82–85
53. Kunkel GJ, Marusic I. 2006. Study of the near-wall-turbulent region of the high-Reynolds-number boundary layer using atmospheric data. *J. Fluid Mech.* 548:375–402
54. Lee SH, Sung HJ. 2007. Direct numerical simulation of the turbulent boundary layer over a rod-roughened wall. *J. Fluid Mech.* 584:125–46
55. Lee SH, Sung HJ. 2011. Direct numerical simulation of a turbulent boundary layer up to $Re = 2500$. *Int. J. Heat Fluid Flow* 32:1–10
56. Lozano-Durán A, Jiménez J. 2010. Time-resolved evolution of the wall-bounded vorticity cascade. Proc. Div. Fluid Dyn., EB-3. College Park, MD: Am. Phys. Soc.
57. Marusic I, Mathis R, Hutchins N. 2010. Predictive model for wall-bounded

- turbulent flow. *Science* 329:193–96
- 58. Mathis R, Hutchins N, Marusic I. 2009. Large-scale amplitude modulation of the small-scale structures in turbulent boundary layers. *J. Fluid Mech.* 628:311–37
 - 59. McKeon BJ. 2007. Scaling and structure in high Reynolds number wall-bounded flows. *Philos. Trans. R. Soc. A* 365:633–876
 - 60. Meinhart CD, Adrian RJ. 1995. On the existence of uniform momentum zones in a turbulent boundary layer. *Phys. Fluids* 7:694–96
 - 61. Metzger MM, Klewicki JC. 2001. A comparative study of near-wall turbulence in high and low Reynolds number boundary layers. *Phys. Fluids* 13:692–701
 - 62. Metzger MM, Klewicki JC, Bradshaw K, Sadr R. 2001. Scaling of near-wall axial turbulent stress in the zero pressure gradient boundary layer. *Phys. Fluids* 13:1819–21
 - 63. Millikan CB. 1938. A critical discussion of turbulent flows in channels and circular tubes. *Proc. 5th Int. Conf. Appl. Mech.*, pp. 386–92. New York: Wiley
 - 64. Monty JP, Hutchins N, Ng HCH, Marusic I, Chong MS. 2009. A comparison of turbulent pipe, channel and boundary layer flows. *J. Fluid Mech.* 632:431–42
 - 65. Obukhov AM. 1941. On the distribution of energy in the spectrum of turbulent flow. *Dokl. Akad. Nauk. SSSR* 32:22–24
 - 66. Osterlund JM, Johansson AV, Nagib HM, Hites M. 2000. A note on the overlap region in turbulent boundary layers. *Phys. Fluids* 12:1–4
 - 67. Panton RL. 2001. Overview of the self-sustaining mechanisms of wall turbulence. *Prog. Aerosp. Sci.* 37:341–85
 - 68. Perry AE, Henbest SM, Chong MS. 1986. A theoretical and experimental study of wall turbulence. *J. Fluid Mech.* 165:163–99
 - 69. Perry AE, Li JD. 1990. Experimental support for the attached-eddy hypothesis in zero-pressure-gradient turbulent boundary layers. *J. Fluid Mech.* 218:405–38
 - 70. Reynolds WC, Tiederman WG. 1967. Stability of turbulent channel flow, with application to Malkus' theory. *J. Fluid Mech.* 27:253–72
 - 71. Richardson LF. 1920. The supply of energy from and to atmospheric eddies. *Proc. R. Soc. A* 97:354–73
 - 72. Robinson SK. 1991. Coherent motions in the turbulent boundary layer. *Annu.*

Rev. Fluid Mech. 23:601–39

73. Saddoughi SG, Veeravalli SV. 1994. Local isotropy in turbulent boundary layers at high Reynolds numbers. *J. Fluid Mech.* 268:333–72
74. Schlatter P, Orlík R, Li Q, Fransson J, Johansson A, et al. 2009. Turbulent boundary layers up to $\text{Re} = 2500$ through simulation and experiments. *Phys. Fluids* 21:051702
75. Schmid PJ. 2007. Nonmodal stability theory. *Annu. Rev. Fluid Mech.* 39:129–62
76. Schoppa W, Hussain F. 2002. Coherent structure generation in near-wall turbulence. *J. Fluid Mech.* 453:57–108
77. Sillero JA, Borrell G, Gungor AG, Jiménez J, Moser R, Oliver TA. 2010. Direct simulation of the zero- τ pressure-gradient boundary layer up to $\text{Re} = 6000$. *Proc. Div. Fluid Dyn., EB-4*. College Park, MD: Am. Phys. Soc.
78. Simens M, Jiménez J, Hoyas S, Mizuno Y. 2009. A high-resolution code for turbulent boundary layers. *J. Comput. Phys.* 228:4218–31
79. Smits AJ, MacKeon BJ, Marusic I. 2011. High-Reynolds number wall turbulence. *Annu. Rev. Fluid Mech.* 43:353–75
80. Tanahashi M, Kang SJ, Miyamoto T, Shiokawa S, Miyauchi T. 2004. Scaling law of fine scale eddies in turbulent channel flows up to $\text{Re} = 800$. *Int. J. Heat Fluid Flow* 25:331–40
81. Tennekes H, Lumley JL. 1972. *A First Course in Turbulence*. Cambridge, MA: MIT Press
82. Tomkins CD, Adrian RJ. 2003. Spanwise structure and scale growth in turbulent boundary layers. *J. Fluid Mech.* 490:37–74
83. Townsend AA. 1961. Equilibrium layers and wall turbulence. *J. Fluid Mech.* 11:97–120
84. Townsend AA. 1976. *The Structure of Turbulent Shear Flow*. Cambridge, UK: Cambridge Univ. Press. 2nd ed.
85. Volino RJ, Schultz MP, Flack KA. 2007. Turbulence structure in rough- and smooth-wall boundary layers. *J. Fluid Mech.* 592:263–93
86. Wallace JM, Eckelmann H, Brodkey RS. 1972. The wall region in turbulent shear

- flow. *J. Fluid Mech.* 64:39–48
- 87. Wark CE, Nagib HM. 1991. Experimental investigation of coherent structures in turbulent boundary layers. *J. Fluid Mech.* 230:183–208
 - 88. Willmarth WW, Lu S. 1972. Structure of Reynolds stress near wall. *J. Fluid Mech.* 55:65–92
 - 89. Wu X, Moin P. 2010. Transitional and turbulent boundary layer with heat transfer. *Phys. Fluids* 22:085105
 - 90. Wu Y, Christensen KT. 2005. Population trends of spanwise vortices in wall turbulence. *J. Fluid Mech.* 568:55–76

在学期间参加课题的研究成果

个人简历

1998 年 7 月 12 日出生于广西壮族自治区北海市。

2016 年 7 月考入清华大学航天航空学院，2020 年 7 月本科毕业并获得工学学士学位。

在学期间所获奖励

- 2017、2018、2019 年清华大学学业优秀奖
- 2018 年清华大学科技创新优秀奖
- 2018 年清华大学综合优秀奖
- 2019 年清华大学 SRT 优秀项目二等奖
- 2020 年清华大学优良毕业生
- 2020 年清华大学本科生优秀毕业论文

综合论文训练记录表

学生姓名	刘晋源			学号	2016011608	班级	航 63
论文题目	槽道湍流中大尺度和超大尺度相干结构的研究						
主要内容以及进度安排	<p>随着壁湍流实验和数值模拟能力的不断发展，对壁湍流相干结构的研究逐渐从近壁区、对数区发展到外区。随着雷诺数进一步增加，逐渐接近工程中的雷诺数，外区所占的比例也逐渐增大，从对数区延伸到外区的大尺度结构越发重要。自上个世纪末的提出以来，大尺度和超大尺度相干结构逐渐吸引了更多的注意力。本工作利用目前最新、最高雷诺数的全槽道湍流直接数值模拟的数据库，直接提取出其中的大尺度三维结构并获得它们的统计性质；本工作还对提取出的大尺度结构进行时间演化追踪。该工作将有助于增进对大尺度结构的基本认识，为后续的理论工作奠定基础。</p> <p>本工作计划于 2019 年 10-11 月完成大尺度相干结构相关研究背景的调研，2019 年 11 月-2020 年 1 月完成相干结构的提取与运动学统计，2020 年 2 月-4 月完成相干结构的时间演化追踪，2020 年 5 月-6 月撰写毕业论文。</p>						
	指导教师签字: <u>黄伟希</u> 考核组组长签字: <u>黄伟希</u> 2020 年 6 月 5 日						
中期考核意见	<p>论文工作按计划进行，考核合格。</p>						
	考核组组长签字: <u>黄伟希</u> 2020 年 4 月 1 日						

指导教师评语 <p>壁湍流中的相干结构及其统计特性是一个长期以来存在争议的问题，也是认识湍流的关键科学问题。本文利用时间解析的高雷诺数槽道湍流直接数值模拟数据，提取出瞬时湍流场中的三维结构，分析了其统计特性，并对其演化过程进行了追踪，获得了其生命周期的标度律。论文工作系统深入，创新性强，对所研究问题的前沿有全面的了解。论文写作规范，逻辑清晰，反映了刘晋源同学具有很好的科研态度和科研潜力。</p>
评阅教师评语 <p>该综合论文利用较高雷诺数槽道湍流的直接模拟数据，研究了槽道湍流中大尺度和超大尺度流动结构的运动学和动力学特性，同时通过提取相干结构的时间演化数据，发现了条带结构生命周期的概率密度分布存在幂律关系，分析了高低速条带结构的演化规律和特点。整体来看，该论文书写规范、逻辑清晰、结果丰富且较有意义，是一份出色的本科综合论文工作。</p>
答辩小组评语 <p>该同学论文答辩叙述清晰，回答问题正确，论文格式规范，叙述清晰，经答辩委员会考核通过。</p>

总成绩: A
 教学负责人签字: 黄伟希

2020年6月10日