$\mathbb{E}^n$上的有界闭集

Euclidean空间$\mathbb{E}^n$中那些有界又是闭集的子集对我们而言有着特殊的意义.譬如我们在Chapter 1提到的曲面以及我们将在Chapter 6中为了对于空间进行三角测量构造的有限简单复形.我们将证明我们可以使用一个纯粹的拓扑性质来描述这些子集,即这个性质只涉及$\mathbb{E}^n$的拓扑结构而不涉及具体的距离概念.这种性质,在一般的拓扑空间中,被称为"紧性"

为了方便起见,在介绍更多细节之前,我们先介绍 一些术语.令X作为一个拓扑空间且$\mathscr{F}$为X中一族并集为X全体的开集,这族集合称为X的一个开覆盖.若$\mathscr{F}'$为$\mathscr{F}$的一个子族且满足$\bigcup\mathscr{F}' = X$,则$\mathscr{F}'$是$\mathscr{F}$的一个子覆盖.我们举两个例子.令X为一个平面,且$\mathscr{F}$为所有以坐标为整数的点为球心半径为1的开球,这些球形成了一个对于整个平面的开覆盖.注意到若我们将$\mathscr{F}$中任何一个球B移除,$\mathscr{F}$(移除B后)其所有成员的并不为X(不包含B的球心),于是其无法成为X的一个开覆盖.因此$\mathscr{F}$没有真子覆盖(也称为非平凡的子覆盖).在我们的第二个例子中,令X为闭的单位区间$[0,1]$且由实线$\mathbb{E}^1$