

分类号 _____

密级 _____

U D C _____

编号 _____



南 华 大 学

UNIVERSITY OF SOUTH CHINA

硕士学位论文

托卡马克等离子体输运过程的 数值模拟研究

研 究 生 姓 名 : 李伟军

指导教师姓名、职称: 龚学余 教授

学 科、专 业 名 称: 理论物理

研 究 方 向 : 核聚变与等离子体物理

2013 年 4 月

南华大学学位论文原创性声明

本人声明，所呈交的学位论文是本人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。尽我所知，除了论文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果，也不包含为获得南华大学或其他单位的学位或证书而使用过的材料。与我共同工作的同志对本研究所作的贡献均已在论文中作了明确的说明。本人完全意识到本声明的法律结果由本人承担。

作者签名：

年 月 日

南华大学学位论文版权使用授权书

本人同意南华大学有关保留、使用学位论文的规定，即：学校有权保留学位论文，允许学位论文被查阅和借阅；学校可以公布学位论文的全部或部分内容，可以编入有关数据库进行检索，可以采用复印、缩印或其它手段保留学位论文；学校可根据国家或湖南省有关部门规定送交学位论文。对于涉密的学位论文，解密后适用该授权。

作者签名：

年 月 日

导师签名：

年 月 日

目 录

中文摘要	1
英文摘要	2
第一章 引言	3
1.1 磁约束聚变概述	3
1.2 输运理论的发展	6
第二章 反常输运和微观不稳定性	10
2.1 反常输运	10
2.2 微观不稳定性	10
2.3 漂移不稳定性	12
第三章 输运模型	18
3.1 输运方程	19
3.2 输运方程的线性化	20
3.3 输运系数	22
第四章 输运方程的数值求解和结果分析	25
4.1 输运方程的数值计算过程	25
4.2 输运方程的计算结果及分析	38
第五章 总结与展望	50
5.1 总结	50
5.2 展望	50
参考文献	51
致谢	54

摘 要

未来要实现聚变反应堆的高经济性能，需要对等离子体输运获得完全的理解，并找到有效的控制手段。目前迫切需要的是在已经获得的理解的基础上建立全面的可用来做预测的输运理论模型以及相应的数值模拟代码。本文从电子、离子的输运方程出发，采用了一种基于流体近似的简化模型，对等离子体输运代码 RITM code^[1, 2]进行了移植调试，初步整合出适用求解国内 HL-2A 装置中等离子体输运问题的一维输运程序。

模拟计算得到 HL-2A 装置中等离子体的电子密度、离子密度、电子温度、离子温度的径向分布，以及离子温度梯度模（ITG）、捕获电子模（TEM）、漂移阿尔芬（DA）模等不稳定性的输运系数和总的输运系数（包括热传导系数、扩散系数）的径向分布，初步探讨了在托克马克等离子体芯部和边缘处对输运起主要作用的各种不稳定性。对 HL-2A 装置的模拟结果表明，在低约束状态下电子和离子的密度梯度、温度梯度变化整体平缓，在芯部区域 ITG 模对反常输运起主要作用；在边缘区域，ITG 模对反常输运的影响明显下降，但没有得到完全抑制，DA 模对反常输运增加起作用，粒子输运系数在边缘区域明显下降，但没有达到新经典水平。本论文的一维输运程序采用 JET 装置和 HL-2A 装置的数据进行模拟计算的结论基本一致，这对于目前 HL-2A 装置上进行的 H 模实验研究具有一定的参考意义。

关键词：输运；数值模拟；微观不稳定性

A Study of Numerical Simulation on Tokamak Plasma Transport

Abstract

A more optimal economic performance of a fusion reactor will be achieved by obtaining a full understanding of plasma transport, and finding effective ways to control it. It is necessary to gain an overall theoretical model to predict the transport and the corresponding numerical simulation code. A transport model based on a fluid approximation is presented and discussed in this paper. One-dimensional transport code which is suitable for the calculation of plasma parameters on HL-2A tokamak is integrated initially by the transplantation of the RITM code^[1, 2].

Radial profiles of the basic parameters (safety factors, electron temperature and density, transport coefficients etc.) and transport coefficients of individual unstable modes are achieved by numerical calculation. Characteristics of the various unstable modes which dominate the transport in the plasma core and at the edge are discussed initially. It has been found that the ITG mode dominates the core transport but it isn't suppressed effectively at the edge and DA mode plays an important role in the edge transport in the low confinement mode in the modelling of HL-2A tokamak. The modelling result also shows that the temperature gradient and density gradient of electrons and ions change gently and that the transport coefficient of electrons and ions decline at the edge, obviously while it doesn't reach the neo-classical level. Modelling results of HL-2A and JET by one-dimensional transport code are basically consistent, which shows that the transport model in this paper has a certain reference value for the experimental research of HL-2A tokamak in high confinement mode.

Key words: Transport; Numerical simulation; Micro-instability

Li Weijun(School of Mathematic and Physics)

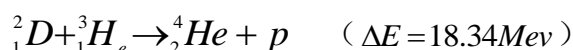
Directed by Professor Gong Xueyu

第一章 引言

能源对社会发展至关重要。随着生活水平的提高，工业的发展以及人口的增长，人类对能源的消耗与日俱增。目前，人们广泛应用的能源是煤、石油和天然气。但是地球上这些化石燃料的储量有限，随着人类能源消耗的不断增加，总有一天要面临枯竭。如果采用有效的节能措施和大力开发利用水能、太阳能、风能、潮汐能、生物能等可以缓解能源紧张问题，然而这些资源是非常有限的，并且受到很多因素限制，只能作为常规能源的补充。解决能源紧缺问题的根本出路在于利用核能。核能分为核裂变能和核聚变能。由于核裂变燃料在地球上蕴藏量很有限，加上核废料处理非常困难和危险，因此最终解决人类的能源问题将依赖于聚变能源。

1.1 磁约束聚变概述

在未来的核聚变装置中将进行如下的核反应：



由于轻核发生聚变反应首先要克服原子核之间的库仑斥力使之充分靠近，因此就要求氢的同位素气体的密度和温度足够高，氢的同位素在高温下将发生电离，这种电离的气体就称为等离子体。把这些高温（10Kev-20Kev）、高密（ $10^{20} m^{-3}$ 量级）的等离子体约束足够长的时间（秒级）以使它们产生足够多的核反应，这就叫受控热核聚变。迄今为止，受控热核反应的研究已经成为国际合作领域内规模最大，费时最长，问题最复杂，而一旦成功则会为人类带来巨大贡献的少数几个重大项目之一。

由于用目前我们所知的任何材料做成容器都不能有效地约束如此高温的等离子体，所以人们很自然地想到了用磁场来约束等离子体。从开始的小型脉冲放电装置到现在具有大型磁体的大装置研究，磁约束途径的研究逐渐集中在以托卡马克为主的环形约束装置研究上。近几年的实验和理论研究都表明托卡马克

(tokamak)^[3]是最有希望实现热核聚变稳态运行的一种装置。托卡马克的中央是一个环形的真空室，外面缠绕着多组一定形态的线圈。真空室内充入一定气体，在微波等预电离手段的作用下，产生少量离子，然后通过感应或者微波、中性束注入等方式，激发并维持一个强大的环形等离子体电流。这个等离子体电流与外面的线圈电流一起，产生一定的螺旋型磁场，将其中的等离子体约束住，并使其与外界尽可能地绝热。之后，等离子体才能被中性束注入、离子回旋共振、电子回旋共振等方式加热到上亿度的高温，以达到核聚变的目的。

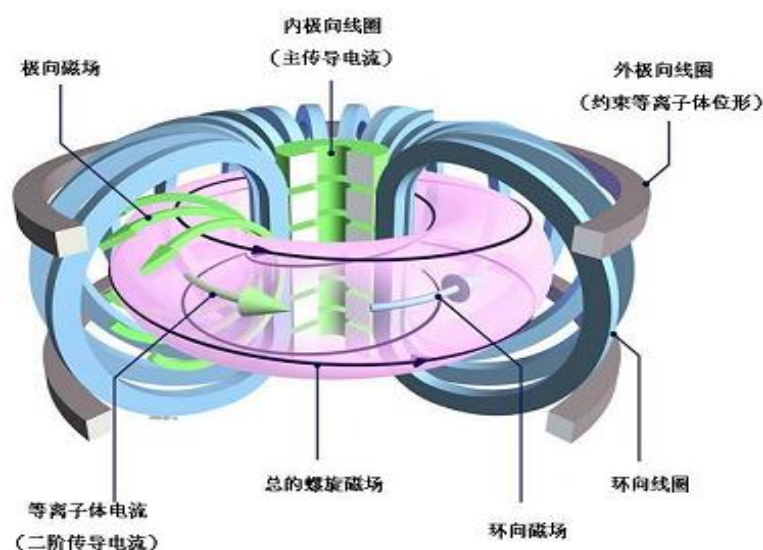


图 1.1 托卡马克结构图

如图 1.1 所示，托卡马克的磁场由沿大环的较强的环向磁场 B_t (toroidal magnetic field) 较弱的极向磁场 B_p (poloidal magnetic field) 组成。其中环向场由极向线圈产生，极向场由沿环向的等离子体电流产生。

在美国的 TFTR 和 DIII-D，日本的 JT-60U，欧洲的 JET 等几个托卡马克大装置上的实验基本上证明了托卡马克的科学可行性。从八十年代中后期开始，托卡马克约束实验取得了一系列进展^[4,5]，通过加热技术等实验方法的引进以及通过特殊的实验手段控制参数位形，等离子体的约束性质取得了几次引人注目的飞跃，特别是在几个大型装置上，能量约束时间的不断延长已使实验水平极其接近得失平衡的“点火”点。其中最主要的进展是 H 模^[6]和 VH 模^[7]的建立和伴随磁场剪切位形优化的输运壁垒^[8]的产生。

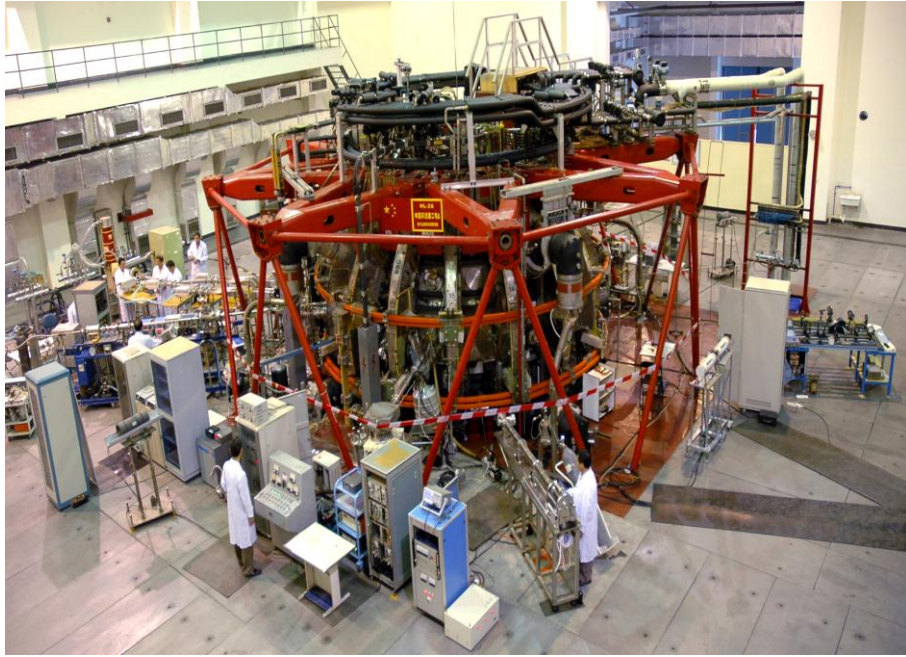


图 1.2 HL-2A 装置

早期人们采用高能中性粒子或射频波注入来加热等离子体，发现能量约束时间随着加热功率增加而明显下降，即所谓的低约束模放电。约束变坏可能是温度超过了某种临界梯度，突然激发某些微观不稳定性，例如离子温度梯度模（ITG），导致了反常热导率突然加大。不同的加热功率沉积分布也会影响捕获粒子特性，从而激发某种反常输运模式而导致约束变坏。当人们对低约束模感到失望时，1982 年，在 ASDEX 上，首先观察到当辅助加热功率达到或超过一定阈值时，等离子体约束性能有显著的改善，这就是所谓的高约束模式（H 模）。这一发现后来被许多装置上的试验、理论研究和数值模拟所证实^[6]。H 模的发现对当时的聚变界是一个巨大的鼓舞，接着人们几乎在所有的具有较大非欧姆加热的装置上都观察到类似的 H 模约束状态，而且无论是偏滤器位形或孔栏位形，中性束加热或射频波加热，甚至在非感应电流驱动条件下，都可实现此种 H 模放电。图 1.2 为我国的 HL-2A 装置，2009 年 6 月，在该装置上首次实现了偏滤器位形下高约束模式（H 模）运行，这是我国磁约束聚变实验研究史上具有里程碑意义的重大进展。2006 年 11 月，国际热核聚变实验反应堆计划(ITER)正式启动，该计划被认为是人类最终解决能源问题的最大希望，而 ITER 设计的运行模式就是具有边缘局域模的 H 模（如图 1.3）。

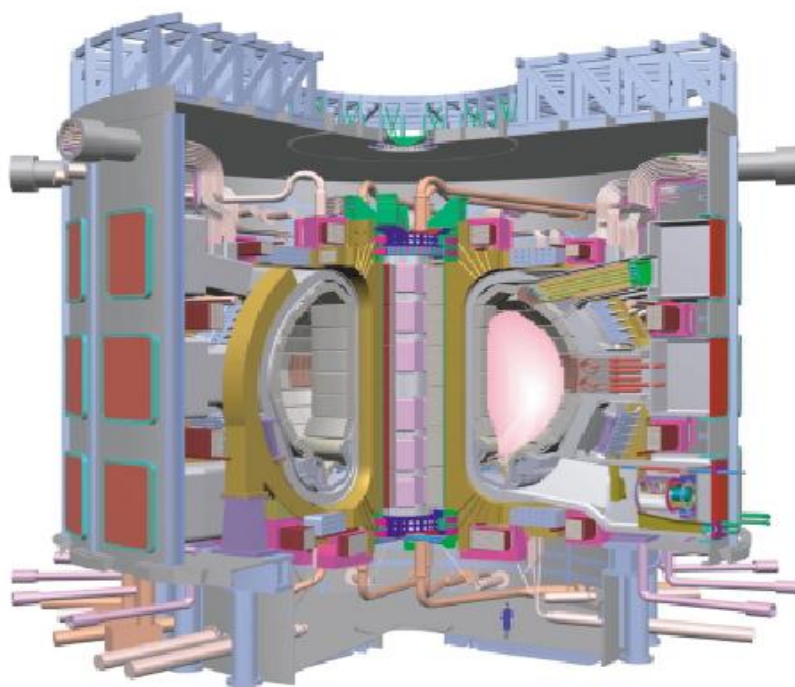


图 1.3 ITER 装置示意图

在所有实现约束改善的装置中，发现存在以下的特征：首先是在等离子体边界或内部形成了一道运输壁垒，在此区域等离子体的温度梯度及密度梯度在约束改善后都变得很陡。该壁垒的形成与向外粒子流的明显下降相联系。实验发现在形成壁垒的区域密度波动的幅度明显降低，粒子运输和热运输水平也大大降低。离子的运输系数在内部运输壁垒之内甚至能降到新经典水平以下。对于约束改善的原因，迄今为止最具主导性的理论是 $E \times B$ 剪切流对湍流的抑制作用^[10-15]。其理论模型为：由于高功率加热，在一定条件下，边缘区形成了附加的电场，该电场与 Tokamak 约束等离子体磁场形成剪切流，该剪切流（或电场的剪切）使 L-模约束态中引起等离子体反常运输的微观不稳定性受到抑制，从而降低了随之引起的运输，形成了边缘运输壁垒或内部运输壁垒。

1.2 运输理论

等离子体通常处于热力学非平衡态，运输过程（或称弛豫过程）是一种重要的基本过程。当等离子体中的某种粒子在空间分布不均匀时，这种粒子将会从密度高处向密度低处迁移，这种不可逆过程叫做扩散。如果在某处密度的不均匀性用该处的密度梯度 ∇n_α 表示，单位时间穿过该处单位横截面积的粒子个数用粒子

流密度 Γ_α 表示, 则根据经验有斐克定律 $\Gamma_\alpha = -D_\alpha \nabla n_\alpha$, D_α 为扩散系数, 这是扩散过程的宏观规律。当等离子体中的某种粒子的温度在空间分布不均匀时, 将有热量从温度高处向温度低处流动, 这种不可逆过程叫做热传导, 经验指出单位时间穿过单位横截面积的热流与温度梯度 ∇T_α 成正比而二者方向相反, 即傅里叶定律 $q_\alpha = -\kappa_\alpha \nabla T_\alpha$, κ_α 为热导系数, 这是热传导过程的宏观规律。这两种典型的宏观不可逆过程都是输运过程, 扩散是粒子的输运, 热传导是能量的输运。对于磁约束的准稳态力学平衡系统, 其状态的演化一般主要由输运过程所决定; 即使是很快的过程, 如波动、不稳定性或激波等, 输运过程所引起的耗散效应有时也是十分重要的。除了在聚变反应堆设计中的壁材料, 能量和聚变产物的引出等问题外, 热核聚变主要面临着的重要问题是约束和加热。等离子体的点火和燃烧条件一般用三重积 $n\tau_E T$ 来描述, 即要求等离子体在一定温度 T 和一定的密度 n 下保持一定的能量约束时间 τ_E 。由于等离子体中不可避免地存在横越磁场的输运过程, 等离子体的约束时间直接取决于输运的方向和输运系数的大小。

等离子体输运过程的理论研究是从 20 世纪初开始的。包括采用查普曼-恩斯库格展开的方法计算等离子体的输运系数、描写库仑碰撞的朗道碰撞项的导出、用福克-普朗克方程研究库仑碰撞效应等有关经典输运过程的工作^[16]。从 50 年代起, 人们开始注意影响输运过程的一些其他的重要因素, 如复杂磁场位形的影响, 集体效应引起的反常输运等。所谓经典输运是指由粒子间的库仑碰撞引起的输运^[5]。如果考虑在托卡马克这样的环形系统中环形位形对输运的增强, 得到的输运理论称为新经典理论^[17]。但在一般运行条件下, 实际观察到的输运都远远大于经典(包含新经典)理论的预测值。对于这种无法用经典理论解释的输运现象, 人们称之为反常输运现象^[18]。反常输运导致的粒子和能量损失构成了聚变堆点火乃至自持燃烧的一大障碍。

反常输运现象方面, 早期最著名的是玻姆扩散(1949)^[6], 近年来在反常输运方面做了大量的工作, 有了相当的进展, 但是对反常输运现象还没有, 也很可能就不能用一个统一的理论解释, 但普遍认为反常输运应该归因于空间尺度远小于等离子体半径的等离子体微湍流^[18]。托卡马克等离子体聚变装置中, 等离子体处于热力学非平衡状态, 储存着一定数量的自由能。等离子体的微观不稳定性,

就是以集体方式发生的自由能转化的过程。等离子体中各种微观不稳定性模态发展到相对饱和状态,产生等离子体湍流,进而造成宏观的输运效应,即湍流输运。低频微湍流也在托卡马克中通过电子密度涨落的电磁散射观察到,并且这种微湍流在任何一个做过实验观察的托卡马克中均存在^[17]。

引起等离子体反常输运的湍动状态一般可分为漂移波湍流和磁湍流。由于微观漂移不稳定性由普遍存在的宏观物理量的不均匀性引起,受着很多因素影响,波长范围非常宽,因而漂移波湍流被认为更有可能是反常输运的原因。具体说来,磁约束等离子体的空间不均匀性,如密度梯度、温度梯度、压强梯度等都能引起宏观的抗磁性漂移。等离子体在抗磁性漂移过程中产生集体振荡并沿抗磁电流方向传播,称为漂移波。如果漂移波不断从和粒子的作用中获得能量,就形成了漂移不稳定性,进而形成漂移波湍流。另外漂移波的特点也决定了它可能对输运起重要作用。第一,漂移波是低频波,漂移频率远远小于粒子的回旋频率;第二,漂移波的波速和粒子的热速度可以比拟;第三,漂移波拥有从电子回旋半径到远大于离子回旋半径的波长范围,使得漂移波引起的湍流可能有多种多样的尺度。

从20世纪60年代起开始对低频漂移波进行研究,研究的重点在于粒子密度梯度引起的普适不稳定性^[18,19],70年代末对漂移波湍流开展了系统的理论探究,包括伴随漂移波的磁扰动对电子热输运的影响,有限 β 下漂移波的稳定性等等。大量的实验结果显示边界湍流具有电子漂移波的特征^[17],所以在边界这些漂移波湍流流体模型一直使用至今。具有重要参考意义的有Kerner W提出的阿尔芬漂移湍流的分析模型^[20],它考虑了边缘输运垒的过程中特殊的“边缘”不稳定性——阿尔芬漂移和漂移电阻气球模的作用机制。但是,当考虑到非线性动力学的因素时,该模型不能定性地提供正确的结果。离子温度梯度驱动的离子漂移波(ITG模)^[21]早在60年代就被发现,其后在漂移波框架内和电子漂移波一起被研究^[22-23]。20世纪80年代以来,由于ITG模被认为是离子反常输运最可能的原因而被广泛研究。

等离子体是带电粒子和电磁场耦合体系,理论上任何行为都可以用动理学(kinetic)方程来描述,或更基本的粒子运动方程,加上Maxwell方程组来描述。在磁场中用回旋平均简化的动理学方程,或在描述流体特性的时候可以用更简化的双流体甚至单流体方程来描述。至今为止,研究者们采用磁流体力学、回旋动

力学、线性力学、非线性力学等各种方法对在等离子体芯部和边缘区域对反常输运起重要作用的各种微观不稳定性，试图实现包括芯部和边缘的整个等离子体的自洽计算。这是研究等离子体高约束模式机理的重要途径。但是理想的输运模型的建立较为困难。

第二章 反常输运和微观不稳定性

2.1 反常输运

由于碰撞过程引起的热传导或扩散称为经典热传导或扩散。实验中观测到的离子热传导比经典值大100 倍左右；电子则大一万倍以上。后来，理论上考虑了环形位形中粒子的特殊运动后发现，离子和电子的碰撞引起的输运（热传导和扩散）都可以增大几十倍。这种输运称新经典输运^[17]，一般用 D_{nc} ， κ_{nc} 表示相应的扩散系数和热导系数。在一定条件下，离子的新经典热传导系数与实验结果接近，或相差不到几倍；但电子的新经典输运系数仍比实验结果小几百倍。有几种原因可能导致这样的差别^[24]。首先是等离子体中的微观不稳定性，另外还有因为等离子体中磁力线发生混沌，电子沿磁力线的热传导非常大，而产生等效的横向输运和以及微尺度的宏观不稳定性也可以产生反常输运。本文主要考虑的是微观不稳定性。所谓微观不稳定性指的是由于速度空间分布函数对麦克斯韦分布的

偏离引起的不稳定性，包括三种：1. 环状位形中 $(\frac{v_{\parallel}}{v})^2 < \frac{r}{R}$ 的粒子被捕获在环的外侧而引起的捕获粒子不稳定性（TEM）；2. 由于粒子的密度、温度以及磁场的空间不均匀性引起的漂移型不稳定性——这是托卡马克中的主要微观不稳定性（离子温度梯度模ITG，电子温度梯度模ETG）；3. 共振面附近电子的动理学效应引起的不稳定性。

2.2 微观不稳定性

微观不稳定性指的是由于速度空间分布函数对麦克斯韦分布的偏离引起的不稳定性。下面我们根据等离子体温度由高到低，从芯部到边界介绍各个参数区主要的微观不稳定性^[16]。

2.2.1 芯部区域的微观不稳定性

首先，在芯部的参数范围下，耗散捕获电子模（DTEM）是不稳的。碰撞对这种不稳定性的发生很重要，因为碰撞频率和漂移频率同量级，碰撞能够把通行电子散射成捕获电子，或反过来把捕获电子散射成通行电子。由于捕获电子存在曲率漂移，而沿磁力线运动的电子又不能及时弥补电荷分离，从而导致扰动增长，形成不稳定性。虽然碰撞对这种不稳定性的发生很重要，但是碰撞频率也不能太

高，应低于捕获电子反弹频率，使得捕获电子能够完成一个香蕉轨道。因此限制了这一不稳定性只适用于芯部高温区。

另外当芯部离子温度非常高，通常是高功率中性束加热的情况下，离子密度也较高，而且芯部具有平坦分布的特殊条件下，ITG 可能达到它的临界梯度阈值而不稳。它是低频大尺度的，所以一旦发生就会对输运起很大的作用。这就能够很好的解释实验中普遍观察到的高密度、高功率辅助加热下的约束恶化（L 模定标）的现象。即 ITG 激发导致约束变坏。ITG 可以产生剪切层流，通过和静态 $E \times B$ 流剪切抑制相类似的机制反作用于 ITG 湍流本身，即 ITG 自生的剪切层流可以抑制湍流输运，这种作用相当于提高了不稳定性发生的临界梯度线性阈值。

芯部除了上述的 TEM 和 ITG 不稳定性之外还有两种与磁扰动有关的不稳定性，微撕裂模以及漂移波与 Alfvén 波耦合。

2.2.2 边界区域的微观不稳定性

在等离子体芯部和边界之间的周边过渡区，这里温度较低，碰撞率较高，捕获电子模（TEM）在这个参数区会自然过渡到电子漂移模，有时也称为碰撞漂移模。漂移波本身是等离子体中固有的波，考虑电子的耗散，例如碰撞或是朗道阻尼或是电子惯性，就会出现电子漂移模不稳定性。因为不管哪种托卡马克装置，等离子体边界总是有一个区域属于流体区，并且边界温度低，大量的实验结果显示边界湍流具有电子漂移波的特征，所以在边界这些漂移波湍流流体模型到现在一直在使用。在等离子体周边区域，捕获粒子效应不重要的地方，电子漂移模对反常输运起主要作用。

在边界处起重要作用的不稳定性主要有漂移电阻气球模（DRB），这是一种流体不稳定性，由压强梯度驱动，通常用 Braginskii 双流体^[5]来描述。虽然基本上是静电的，但是这个模有较大的磁扰动分量，主要是因为沿磁力线方向上具有有限的波长，沿磁力线运动的电子电流会产生磁扰动。漂移电阻气球模只适用于碰撞频繁的边界流体区。在一定的参数区也许主导湍流的不稳定性模式不是漂移气球模，但是它可能和主导模式耦合在一起，从而表现出一定的气球模特性。

总之，以上主要根据等离子体温度由高到低，从芯部到边界介绍了各个参数区起主要作用的湍流模式（微观不稳定性），以及各模式之间的过渡。总的来说，漂移波湍流在不同参数区由于不同耗散机制主导，多物理过程、多反馈环交织在

一起，构成非线性的复杂自组织体系。

2.3 漂移不稳定性

2.3.1 抗磁漂移^[25]

设磁场沿 z 轴正方向，等离子体密度 n_e 随坐标 x 而递减，密度梯度与 x 轴是反平行的（图 2.1），即 $\frac{dn}{dx} < 0$ 。为了方便讨论，假设电子温度 T_e 均匀，在这种情况下，密度梯度将引起电子沿着 y 轴的正方向发生漂移，漂移速度可根据分布函数来计算，

$$f^{(0)} = n_0(0) \left(\frac{m}{2\pi T} \right)^{3/2} \left[1 + L_n^{-1} \left(x + \frac{v_y}{\omega} \right) \right] \exp \left[- \left(\frac{mv^2}{2T} - \frac{Fx}{T} \right) \right] \quad (2.1)$$

这里力场 F 等于零，于是通过下式

$$\vec{v}_{*e} = \frac{1}{n_0} \int \vec{v} f^{(0)}(\vec{x}, \vec{y}) \quad (2.2)$$

可求得：

$$\vec{v}_{*e} = - \frac{cT_e}{eB} \frac{1}{n} \frac{dn}{dx} \vec{j} = \frac{cT_e}{eBL_n} \vec{j} \quad (2.3)$$

由于假设了 $\frac{dn}{dx} < 0$ ，所以 \vec{v}_{*e} 是沿 y 轴正方向的，叫做电子的抗磁漂移速度。

$$\text{其中的 } L_n = - \frac{1}{n} \frac{dn}{dx} \quad (2.4)$$

是相应的离子密度变化特征长度。

从图 2.1 上可以看到，电子在垂直于磁场的平面内绕磁力线的回旋是抗磁性的，当沿 x 方向有密度梯度时，在 x 与 $x + \Delta x$ 之间回旋向上（沿着 y 轴正方向

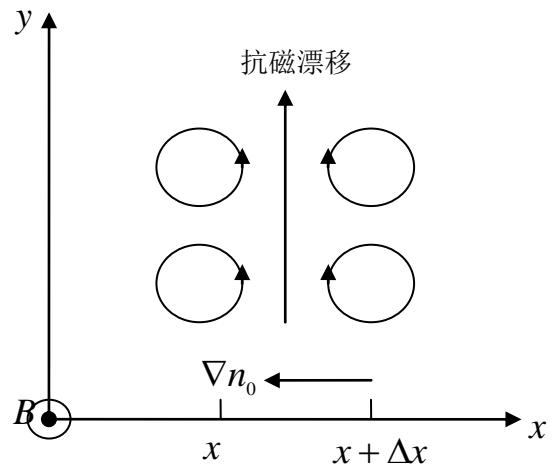


图 2.1 电子抗磁漂移

运动) 的电子要比回旋向下的（沿着 y 轴负方向运动）的电子为多，结果形成沿 y 轴正方向的电子漂移流。如果考虑到离子也有温度，那么抗磁漂移将沿 y 轴

负方向进行，速度为

$$\vec{v}_{*i} = -\frac{cT_i}{q_i B L_n} \vec{j} \quad (2.5)$$

2.3.2 漂移波^[25]

现在来讨论 $\omega \ll \omega_{ci}$ (ω_{ci} : 离子回旋频率) 的低频静电波, 可以想象沿 y 轴发生的电子漂移流将会影响到波在该方向的传播。假设引起带电粒子振荡的静电场 \vec{E} 来自对时空的依赖是 $\exp[i(k_{\perp}y + k_{\parallel}z - \omega t)]$ 型的微扰电势 [$\vec{E} = -\nabla\phi(\vec{r}, t)$], 又认为粒子密度对时空的依赖也是 $\exp[i(k_{\perp}y + k_{\parallel}z - \omega t)]$ 型。漂移波作为等离子体一种集体运动形式, 其色散方程可在磁流体力学基础上导出。根据波尔兹曼分布并假设 $e\phi \ll T_e$, 有:

$$n_e = n_0 + \tilde{n}_e = n_0 \exp\left(\frac{e\phi}{T_e}\right) \approx n_0 + \left(\frac{e\phi}{T_e}\right) n_0 \quad (2.6)$$

由此求得电子密度微扰为:

$$\tilde{n}_e = \frac{n_0 e\phi}{T_e} \quad (2.7)$$

再求离子密度微扰 \tilde{n}_i 。为此把线性化连续性方程

$$\frac{\partial \tilde{n}_i}{\partial t} + \nabla \cdot (n_i \vec{v}_i) = 0 \quad (2.8)$$

和运动方程中略去压强梯度 ∇p_i 和非线性项 $(\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v}_i$:

$$\frac{\partial \vec{v}_i}{\partial t} = -\frac{e}{m_i} \nabla \phi + \omega_{ci} (\vec{v}_i \times \vec{e}_z) \quad (2.9)$$

式中 \vec{v}_i 是离子宏观速度, 它对时空的依赖性也假定是 $\exp[i(k_{\perp}y + k_{\parallel}z - \omega t)]$ 型的。

由 (2.8) 式可得:

$$\frac{\tilde{n}_i}{n} = \frac{v_{ix}}{i\omega} \frac{1}{n} \frac{dn}{dx} + \frac{\vec{k} \cdot \vec{v}_i}{\omega} \quad (2.10)$$

又由 (2.9) 式可得:

$$\left. \begin{aligned} v_{ix} &\approx -\frac{ik_{\perp}\phi}{B_0} \\ v_{iy} &\approx -\frac{k_{\perp}\phi}{B_0} \frac{\omega}{\omega_{ci}} \approx 0, (\because \omega \ll \omega_{ci}) \\ v_{iz} &\approx \frac{e}{m} \frac{k_{\parallel}\phi}{\omega} \end{aligned} \right\} \quad (2.11)$$

可以看到，宏观速度分量 v_{ix} 就是离子沿 x 方向的 $\vec{E}_y \times \vec{B}$ 漂移速度；显然电子在 x 方向也具有与此相同的电漂移速度。把 (2.14) 式代入 (2.13) 式，可得：

$$\frac{\tilde{n}_i}{n_0} = -\frac{k_{\perp}\phi}{\omega B_0} \frac{1}{n} \frac{dn}{dx} + \frac{ek_{\parallel}^2\phi}{m_i \omega^2} = \left(\frac{\omega_{*e}}{\omega} + \frac{k_{\parallel}^2 T_e}{m_i \omega^2} \right) \frac{e\phi}{T_e} \quad (2.12)$$

这就通过 ϕ 表示了 \tilde{n}_i ；这里面

$$\omega_{*e} \equiv -k_{\perp} \frac{T_e}{eB_0} \frac{1}{n} \frac{dn}{dx} = k_{\perp} v_{*e} \quad (2.13)$$

叫做漂移频率，它是对电子成分而言的，而 v_{*e} 就是前面 (2.4) 式的抗磁漂移速度。

把 (2.10) 式和 (2.15) 式代入泊松方程

$$-\epsilon_0 \nabla^2 \phi = e(\tilde{n}_i - \tilde{n}_e) \quad (2.14)$$

可得：

$$1 + k^2 \lambda_D^2 = \frac{\omega_{*e}}{\omega} + \frac{k_{\parallel}^2 T_e}{m_i \omega^2} \quad (2.15)$$

式中 $\lambda_D = (\epsilon_0 T_e / n_0 e^2)^{1/2}$ 是德拜长度。考虑长波

激发， $k \lambda_D^2 \ll 1$ ，式 (2.18) 可以改写为：

$$\omega^2 - \omega_s \omega - k_{\parallel}^2 c_s^2 = 0 \quad (2.16)$$

这就是漂移波的色散方程，其中 $c_s = \left(\frac{T_e}{m_i} \right)^{1/2}$ 是

离子声波的传播速度。图2.2反映了 (2.16)

式给出的 ω 与 k_{\parallel} 的函数关系。可以看到这里反映的就是漂移运动对声波的修正。

上面描述的低频漂移波是不稳定的，它的不稳定性必须用动理学的方法或者更精

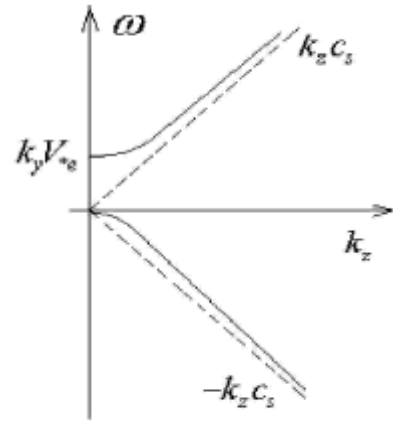


图 2.2 漂移波示意图

细的流体描述来研究，这就是漂移波不稳定性。这种由密度梯度漂移引起的不稳定性又称普适不稳定性。在电子漂移方向传播的称为电子模，在离子漂移方向传播的称为离子模。

2.3.3 温度梯度驱动的不稳定性^[26]

上节内容描述了声波被漂移运动的修正，这个漂移运动由密度梯度引起。而在温度梯度存在时，还会有漂移热流的产生，热流带来的压力扰动通过流体方程引起密度的扰动。假设存在离子温度梯度，那么漂移热流引起的密度扰动为

$$\frac{\tilde{n}}{n} = \left[\frac{k_z^2 v_s^2}{\omega^2} \left(1 - \frac{\omega_{*T}}{\omega} \right) + \frac{\omega_{*e}}{\omega} \right] \frac{e\phi}{T_e} \quad (2.17)$$

这里

$$\omega_{*T} = \frac{cT_i k}{eB} \left(-\frac{d \ln T_i}{dr} \right) = \frac{cT_i k}{eBL_{Ti}}, \quad (2.18)$$

是由离子温度梯度驱动的漂移不稳定性的特征频率，

$$L_{Ti} = - \left[\frac{1}{T_i} \frac{dT_i}{dx} \right]^{-1}, \quad (2.19)$$

是相应的离子温度变化特征长度。利用准中性条件就可以得到色散方程。而当密度梯度存在时，就存在着密度梯度和温度梯度之间的竞争，用动理学的理论很容易得出，当密度梯度和温度梯度方向相同时，密度梯度对温度梯度模起稳定作用，只有当 η 大于一定值后，模才是不稳定的。其中

$$\eta = L_T / L_n \quad (2.20)$$

如果存在电子温度梯度，则有类似的表述。

2.3.4 漂移波和阿尔芬波的耦合^[26]

在2.3.2的物理图像只是描述了漂移运动和声波的耦合。当 β （比压）增大， V_A （阿尔芬速度）会减小。当 $\omega/k_z \sim V_A$ 时，磁场的垂直扰动不能忽略，磁场扰动为：

$$\frac{i\omega}{c} \tilde{\vec{B}} = (ik_y \tilde{E}_x - ik_z \tilde{E}_y) \vec{x} \quad (2.21)$$

当 $1 \gg \beta \gg m_e/m_i$, 由于阿尔芬速度小于电子热速度, 但远远大于离子热速度, 电子响应磁场扰动, 电子沿平行方程的平衡将不能再用波尔兹曼关系简单描述, 而是

$$\frac{\tilde{n}}{n} = \left[\frac{k_z^2 v_s^2}{\omega^2} \left(1 - \frac{\omega_{Ti}}{\omega} \right) + \frac{\omega_{*e}}{\omega} \right] \frac{e\phi}{T_e} \quad (2.22)$$

但离子不能响应磁场的扰动, 密度响应仍由 (2.16) 式描述。同时, 扰动的垂直磁场通过安培定律和平行方向的扰动电流 (电子和离子的速度扰动) 联系

$$\tilde{J}_z = \frac{c^2 k_z k_y^2}{4\pi\omega} \left(\frac{\tilde{E}_z}{ik_z} - \frac{\tilde{E}_y}{ik_y} \right) \quad (2.23)$$

这样, 可以得到阿尔芬漂移波的色散关系

$$\omega^2 - \omega\omega_* - k_z^2 V_A^2 = 0 \quad (2.24)$$

这里反映了漂移运动对阿尔芬波的修正。当 $\beta \sim 1$ 时, 阿尔芬速度和离子热速度相当, 离子也将感觉到磁场的扰动。同时随着阿尔芬速度的减小, 当 $\omega/k_z \sim V_A$ 时, 磁场平行方向的扰动将不可忽略, 这时漂移运动将影响压缩阿尔芬波。

2.3.5 磁漂移

由磁场梯度漂移引起的漂移速度

$$\vec{V}_{DG} = \frac{W_\perp}{qB^3} \vec{B} \times \nabla B = \frac{\mu}{qB^2} \vec{B} \times \nabla B \quad (2.25)$$

μ 是磁矩。

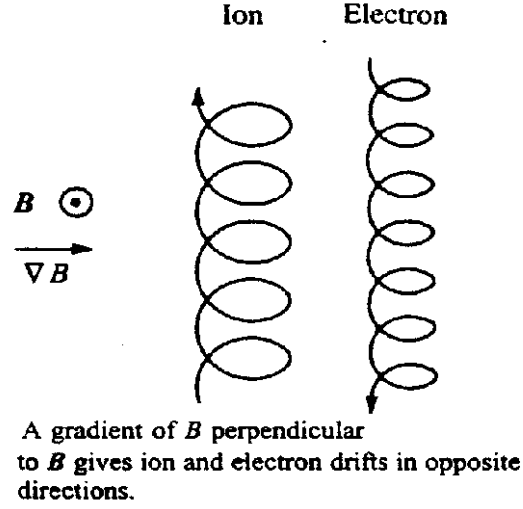


图 2.4 磁场梯度漂移示意图

由磁场曲率漂移引起的漂移速度为

$$\vec{V}_{DC} = \frac{2W_{\parallel}}{qB^3} \vec{B} \times \nabla B \quad (2.26)$$

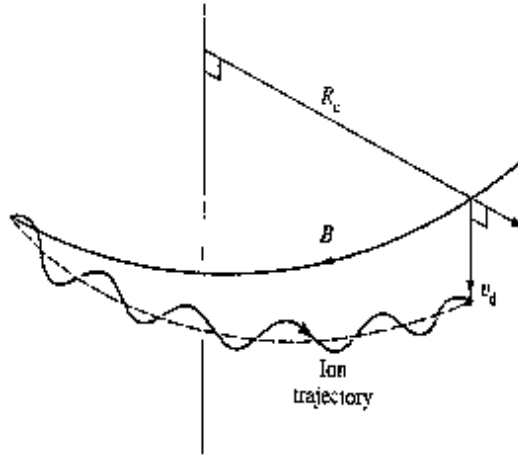


图 2.5 磁场曲率漂移示意图

所以合并上面两式得到总的磁漂移速度为

$$V_D = V_{DG} + V_{DC} = \frac{W_{\perp} + 2W_{\parallel}}{qB^3} \vec{B} \times \nabla B = \left(\frac{mv_{\perp}^2}{2qB^2 R^2} + \frac{mv_{\parallel}^2}{qB^2 R^2} \right) \vec{R} \times \vec{B} \quad (2.27)$$

下面对HL-2A装置参数下的输运过程进行数值模拟时所采用的输运模型考虑了以上芯部和边缘区域重要的漂移波不稳定性 and 漂移型不稳定性。下一章我们将重点介绍具体的输运模型。

第三章 输运模型

等离子体通常处于热力学非平衡态，输运过程（或称弛豫过程）是一种重要的基本过程。输运过程本质上是动理论过程，但解动理论方程一般是十分困难的。通常是采用宏观的电磁流体方程讨论问题，在输运问题中这些方程也称为输运方程^[26]。出现在输运方程中的各种输运系数一般由实验确定或由动理论方程求出，确定输运系数是输运理论的基本任务。输运方程相应于动理论方程的几个低级矩方程。等离子体的基本输运方程包括^[27]：

① 连续性方程

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (n_\alpha \vec{v}_\alpha) = 0, \quad (3.1)$$

n 、 \vec{v} 分别表示粒子数密度和速度，下标 α 表示不同的粒子种类。

② 电子和离子的运动方程

$$n_\alpha m_\alpha \frac{d\vec{v}_\alpha}{dt} = -\nabla p_\alpha + en_\alpha (\vec{E} + \vec{v}_\alpha \times \vec{B}) + \frac{m_e n_i}{\tau_\alpha} (\vec{v}_e - \vec{v}_i) \quad (3.2)$$

m 、 n 、 p 、 \vec{v} 分别表示质量、粒子数密度、压力和速度， \vec{E} 与 \vec{B} 是电场与磁感应强度， τ_{ei} 为电子和离子的平均碰撞时间，最后一项表示摩擦力，是一种唯象的表达方式^[25]。电子和离子成份受到的摩擦力大小相等，方向相反。

③ 能量方程

$$\frac{3}{2} n_\alpha \left(\frac{\partial T_\alpha}{\partial t} + \vec{v}_\alpha \cdot \nabla T_\alpha \right) = -p_\alpha \nabla \cdot \vec{v}_\alpha - \nabla \cdot \vec{q}_i - (\vec{\pi}_\alpha \cdot \nabla) \vec{v}_\alpha + Q_i \quad (3.3)$$

p_α 和 π_α 分别是压力张量的各向同性部分和各向异性部分（称为应力张量）， Q_i 是

能量源， $q_{e,i}$ 是热流，可具体表示为 $q_{e,i} = \kappa \frac{\partial T_{e,i}}{\partial r}$ 。

④ 广义欧姆定律

$$\frac{m_e}{ne^2} \frac{\partial \vec{j}}{\partial t} = \vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} + \frac{1}{2ne} \nabla p - \frac{1}{ne} \vec{j} \times \vec{B} - \frac{m_e \nu_{e,i}}{ne} \vec{j} \quad (3.4)$$

\vec{j} 、 $\nu_{e,i}$ 分别表示电流密度以及电子和离子的碰撞频率，上式右方各项分别是

电场力、洛伦兹力、热压力、霍尔电动力和电阻效应的贡献。

3.1 输运方程

为了研究托克马克等离子体的输运过程,求得在一定等离子体位形下的等离子体中粒子密度、温度等基本参数的分布,我们考虑各种粒子源、热源,列出以下具体的输运方程^[1, 2, 28-32]。考虑等离子体中的粒子包括氢离子、电子以及少量杂质离子。其中电子密度 n_e 和杂质密度 n_z 由连续性方程(3.5)(3.6)决定:

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{1}{rg_1} \frac{\partial}{\partial r}(rg_2 \Gamma_{\perp}^e) = S_i + \sum_z Z S_z \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial n_z}{\partial t} + \frac{1}{rg_1} \frac{\partial}{\partial r}(rg_2 \Gamma_{\perp}^z) = S_z \quad (3.6)$$

其中 S_i , S_z , 分别是氢离子和杂质离子由于离子化、复合以及电荷交换所引起的带电粒子源密度^[28]。包括扩散和对流的贡献的粒子通量密度表达式为,

$$\Gamma_{\perp}^e = -D_{\perp}^e \frac{\partial n_e}{\partial r} + V_{\perp}^e n_e, \quad \Gamma_{\perp}^z = -D_{\perp}^z \frac{\partial n_z}{\partial r} + V_{\perp}^z n_z \quad (3.7)$$

本底离子的通量和密度通过准中性条件计算

$$n_i = n_e - \sum Z n_z \quad \Gamma_{\perp}^i = \Gamma_{\perp}^e - \sum Z \Gamma_{\perp}^z \quad (3.8)$$

电子温度 T_e 和离子温度 T_i 由热输运方程决定:

$$\frac{3}{2} \frac{\partial n_e T_e}{\partial t} + \frac{1}{rg_1} \frac{\partial}{\partial r}[rg_2 (1.5 \Gamma_{\perp}^e T_e - \kappa_{\perp}^e \frac{\partial T_e}{\partial r})] = Q_{oh} + Q_{au}^e - Q_{ei} - Q_{en} - Q_{el} \quad (3.9)$$

$$\frac{3}{2} \frac{\partial n_{\Sigma} T_i}{\partial t} + \frac{1}{rg_1} \frac{\partial}{\partial r}[rg_2 (1.5 \Gamma_{\perp}^{\Sigma} T_i - \kappa_{\perp}^{\Sigma} \frac{\partial T_i}{\partial r})] = Q_{au}^i + Q_{ei} + Q_{in} \quad (3.10)$$

$$n_{\Sigma} = n_i - \sum n_z, \quad \Gamma_{\Sigma} = \Gamma_i - \sum \Gamma_z \quad (3.11)$$

Q_{oh} : 欧姆加热功率 $Q_{au}^{e,i}$: 辅助加热功率

Q_{ei} : 电子和离子发生库仑碰撞导致的能量损失

Q_{en} : 由于中性粒子散射、离子化对电子产生的能量损失

Q_{el} ：由于杂质粒子散射、离子化对电子产生的能量损失

Q_{in} ：中性粒子离子化和电荷交换的能量损失

磁平衡系数 g_1 和 g_2 通过在 shafranov 漂移条件下，由 Grad-shafranov 方程^[25] 计算。以上输运方程中的电子和离子温度采用能量单位。

3.2 输运方程的线性化

接着将微分方程作傅里叶变换，即令等离子体参数的扰动量随时间、空间按 $e^{-i\omega t +iky}$ 的比例变化，进而把输运方程线性化。根据对不同区域何种不稳定模式起主要作用的探讨^[16]，将影响输运的主要不微观不稳定性归为“芯部”组和“边缘”组。其中“芯部”组包括 ITG 和 TE 模，“边缘”组包括 DA 和 DRB 模。

“芯部”组考虑密度扰动 \tilde{n} 、离子温度扰动 \tilde{T}_i 和电势扰动 $\tilde{\phi}$ ，由线性化的离子和电子的连续性方程和离子热平衡方程决定^[33]：

基本的连续性方程为 $\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n\vec{V}) = 0$ ，线性化后变为

$$-i\omega\tilde{n} + \tilde{V}_{i,r} \frac{dn}{dr} = 0 \quad (3.12)$$

$$\tilde{n} = (1 + f_{tr} \frac{\omega_* - \omega + iv_{eff}(\omega_{Te}/(\omega - \omega_D + iv_{eff}))}{\omega + iv_{eff}}) \frac{en\tilde{\phi}}{T_e} \quad (3.13)$$

$$(\omega_{Ti} - \frac{2}{3}\omega_*) \frac{e\tilde{\phi}}{T_e} + \frac{2}{3}\omega \frac{\tilde{n}}{n} = (\omega + \frac{5}{3}\tau\omega_D) \frac{\tilde{T}_i}{T_i} \quad (3.14)$$

这里的 \tilde{V}_{ir} 是扰动的径向离子速度，考虑了 $\vec{E} \times \vec{B}$ 漂移，极化漂移、抗磁漂移和回旋粘滞漂移的贡献，其中的三个特征频率为 ω_* 、 $\omega_{Te,i}$ 和 ω_D 。

$$\omega_* = \frac{cT_e k}{eB} \left(-\frac{d \ln n_e}{dr} \right) = \frac{cTk_e}{eBL_n}, \quad \text{是漂移波频率，见 (2.13)。}$$

$$\omega_{Te,i} = \frac{cT_e k}{eB} \left(-\frac{d \ln T_{e,i}}{dr} \right) = \frac{cT_e k}{eBL_{Te,i}} \quad \text{是离子和电子温度梯度所驱动的漂移不稳定性}$$

的频率，见 (2.18)。

$\omega_D = \frac{2cT_e k}{eBR}$ 是磁漂移频率，包括磁场梯度漂移和曲率漂移的贡献，参见 2.3.5。

另外 $\nu_{eff} = \nu_{ei} R/r$ 为捕获电子的有效碰撞频率， ν_{ei} 是电子和离子的热碰撞频率， $\tau = T_i / (Z_{eff} T_e)$ ， Z_{eff} 是离子有效电荷，一般氢等离子体取 1，有杂质的等离子体取 1.5，高杂的等离子体取 2。 c 、 e 、 B 、 R 分别是光速、电子电量、磁感应强度和等离子体的大半径。

而对于“边缘”组的 DA-DRB 模，电流微扰是重要的，它的垂直分量 \tilde{j}_r 和 \tilde{j}_y 由离子运动方程中的对应分量决定：

$$\text{根据运动方程 } nm_i \frac{d\vec{V}_i}{dt} = -\nabla p + en(E + \vec{V}_i \times \vec{B}) + \frac{m_e n_i}{\tau_\alpha} (\vec{V}_e - \vec{V}_i),$$

由于 \tilde{V} 随时间、空间的变化关系呈 $e^{-i\omega t +iky}$ 比例变化，将上式对应分量相等，得到

$$-i\omega m_i n \tilde{V}_{i,r} = \frac{\tilde{j}_y B}{c}, \quad ik(T_e + T_i) \tilde{n} = -\frac{\tilde{j}_r B}{c} \quad (3.15)$$

$$\text{平行分量 } \tilde{j}_\parallel \text{ 决定于电荷守恒条件 } \vec{\nabla} \cdot \vec{j} = \frac{\partial j_\parallel}{\partial t} + ik_y \tilde{j}_y + \frac{\partial \tilde{j}_r}{\partial r} = 0 \quad (3.16)$$

假定只有电子水平运动是重要的，则有

$$\tilde{j}_\parallel = -en \tilde{V}_{e,\parallel}, \quad (3.17)$$

电子平行方向速度 $\tilde{V}_{e,\parallel}$ 的微扰则由电子的运动方程在平行方向的表达式决定。

从运动方程平行方向的分式出发，

$$nm_e \frac{dV_{e,\parallel}}{dt} = -\nabla p + en(E + V_\parallel \times \vec{B}) + \frac{m_e n_i}{\tau_\alpha} (V_{e,\parallel} - V_{i,\parallel})$$

已令 \tilde{V} 随时间、空间的变化关系为平面波形式 ($\sim e^{-i\omega t +iky}$)，所以上式可化为

$$-i\omega m_e \tilde{V}_{e,\parallel} = -en\tilde{E}_{\parallel} - T_e \nabla_{\parallel} \tilde{n} - \frac{\partial(nT_e)}{\partial r} \frac{\tilde{B}_r}{B_0} + m_e v_{ei} \frac{\tilde{j}_{\parallel}}{e} \quad (3.18)$$

平行方向的电场和径向磁场的微扰由麦克斯韦方程决定：

$$\tilde{E}_{\parallel} = i \frac{4\pi\omega}{k_y^2 c^2} \tilde{j}_{\parallel} - \nabla_{\parallel} \tilde{\phi} \quad , \quad \tilde{B}_r = i \frac{4\pi}{k_y c} \tilde{j}_{\parallel} \quad (3.19)$$

联立方程 (3.12) - (3.14) 可得到关于“芯部”模的色散关系。而对于“边缘”不稳定性，由方程 (3.18)、(3.15) - (3.19) 可推导出描述了电势扰动振幅随极向角变化的马丢类型 (Mathieu Type) 的本征方程，而色散关系就由马丢函数的特征决定。通过标准的子程序处理色散方程可得到色散关系。

3.3 输运系数

输运系数仅当在微扰的最大增长率 $\gamma = \text{Im} \omega$ 作为波数 K 的函数时求值。由于势的扰动产生速度为 $V_E = ikc\tilde{\phi}/B$ 的径向漂移，从而引起的粒子通量如下式^[33]：

$$\Gamma_e = \tilde{n} V_E^* + \tilde{n}^* V_E = \frac{2c(\text{Re} \tilde{n} \text{Im} \tilde{\phi} - \text{Im} \tilde{n} \text{Re} \tilde{\phi})k_y}{B} \quad (3.20)$$

其中密度微扰和势的微扰通过方程 (3.12) 联系起来。

在非线性阶段， $\tilde{\phi}$ 振幅达到饱和，此时由线性的非稳定性驱动的微扰被 $\vec{E} \times \vec{B}$ 流所抗衡： $\tilde{\mathcal{M}} \sim V_E \nabla \tilde{n}$ 。结果，得到准线性近似^[33]：

$$e\phi/T_e \approx \gamma/(\omega_{*e} k_x L_n) \quad (3.21)$$

而反常扩散系数 D 又根据粒子通量的定义 $\Gamma_e = -D \nabla n$ 与粒子通量联系起来。忽视有限的拉莫尔半径效应，可推导出混合长度近似的表达式。

$$D \approx \frac{\gamma}{k^2} \frac{\gamma^2}{\gamma^2 + \omega_r^2} \quad (3.22)$$

这里 ω_r 是扰动频率。这样反常扩散系数就可以通过色散方程表达，代入输

运方程即可求解粒子温度和密度。

当我们估计某个不稳定模的频率、增长率和波数时可以对色散方程进行近似处理。下面给出几种重要不稳定模的特征输运系数^[33, 20, 34]：

离子温度梯度模扩散系数

$$D^{IG} \approx \frac{cT_e}{k_{IG}eB} \left[\left(\frac{2d \ln n_r}{3dr} - \frac{d \ln T_i}{dr} \right) \frac{\tau}{R(1-f_r)} - \frac{1}{8} \left(\frac{d \ln n_e}{dr} + \frac{2}{R} \right)^2 \frac{1}{(1-f_r)^2} - \frac{20\tau^2}{9R^2} \right]^{1/2} \quad (3.23)$$

捕获电子模扩散系数

$$D^{TE} \approx \frac{\eta_e f_{tr} \omega_*^2 v_{eff}}{(\omega_*^2 + v_{eff}^2) k_{TE}^2} \quad (3.24)$$

阿尔文漂移模扩散系数

$$D^{DA} \approx \frac{\overline{\chi_{GB} \chi_{\perp}(\beta_n, v_n)}}{\sqrt{\mu}} \quad (3.25)$$

扩散电阻气球模扩散系数

$$D^{DRB} \approx (2q\rho_e)^2 v_e R \left(-\frac{d \ln n_e}{dr} \right) \quad (3.26)$$

电流扩散气球模（CDBM）的扩散系数

$$D^{CDBM} = \frac{G_0 a^{2/3}}{1 + G h_1^2} \frac{c^2}{\omega_{pe}^2} \frac{V_A}{qR} \quad (3.27)$$

这里 $k_{IG} \approx 0.3/\rho_s$ ， $k_{TE} \approx 1/\rho_s$ 是当 ITG 模和 TE 模有最大增长率时的 k 值，

ρ_s 是离子拉莫尔半径， $\eta_e = \frac{L_n}{L_{T_e}} = \frac{d \ln T_e}{d \ln n_e}$ ， $\chi_{GB} = \rho_s^2 c_s / L_p$ 是波姆回旋输运系

数， $L_p = -dr / d \ln(nT_e)$ 是电子压力的特征长度， $\mu = -k_{||} L_p \sqrt{m_i T_e / (m_e T_i)}$ ，

$k_{||} \approx 1/qR$ ，因子 $\overline{\chi_{\perp}(\beta_n, v_n)} = \left[\frac{(1 + \beta_n^2)^{-3} + v_n^2}{1 + v_n^{3/4} + \beta_n^2} \right]^{1/2}$ 依赖于参数 $\beta_n = \left(\frac{m_i}{m_e} \right)^{1/2} \frac{\beta}{k_{||} L_p}$

和 $V_n = (\frac{m_i}{m_e})^{1/4} \frac{L_p^{1/2}}{\lambda_e k_{//}^{1/2}}$, $G_{0,1}$ 是归一化压力梯度 $\alpha = \frac{8R\pi q^2}{B_T^2} \frac{\partial(n_e T_e + n_i T_i)}{\partial r}$ 和磁剪切

$s = (r/q)(dq/dr)$ 的函数^[35], 旋转剪切 $h = (qR/v_A)(1/sB)dE_r/dr$ 。

综合所有模的贡献, 有效输运系数被假设为

$$D_{\perp}^e = D^{ITG} f_{tr} + D^{DTE} + D^{DRB} + D^{DA} + D^{CDBM} \quad (3.28)$$

$$V_{\perp}^e = (D^{ITG} f_{tr} \frac{4r}{3R} + D^{DTE} + D^{DRB} + D^{CDBM}) \frac{d \ln q}{dr} \quad (3.29)$$

$$D_{\perp}^z = D_{\perp}^e \quad (3.30)$$

$$V_{\perp}^z = V_{\perp}^e + V_{\perp}^{z, NED} \quad (3.31)$$

$$\kappa_{\perp}^e = \frac{3}{2} (D^{ITG} f_{tr} + D^{DTE} + D^{DRB} + D^{DA} + D^{CDBM}) n_e \quad (3.32)$$

$$\kappa_{\perp}^i = \kappa_{\perp}^{i, NEO} + \frac{3}{2} (D^{ITG} + D^{DRB} + D^{DA} + D^{CDBM}) n_{\Sigma} \quad (3.33)$$

对粒子输运有贡献的 ITG 的比例成分俘获电子部分 f_{tr} 作如下解释: 在线性的静电近似中 ITG 不稳定性并不能提供粒子输运^[33], 但是它像其它处于非线性湍流阶段的漂移不稳定性一样, 会导致漂移通道的随机性封闭并产生粒子损失。这对于平行速度较低的捕获电子是最容易发生的^[36]。在电子箍缩速度的表达式中小因子 $4r/3R$ 代表了在电子对流中的离子驱动模具有很弱的效应^[37]。杂质离子的箍缩速度除了 V_{\perp}^e 还包括由于和本征离子碰撞产生的新经典的贡献 $V_{\perp}^{z, neo}$ 。另外由于输运系数对于等离子体参数径向梯度的非线性依赖, 在这里没有精确的模拟边缘局域模 (ELM) 的行为^[38]。

到此为止, 基于流体近似的输运模型就包括了离子温度梯度模 (ITG)、捕获电子模 (TE)、阿尔文漂移模 (DA) 和漂移电阻气球模 (DRB) 等重要不稳定模的贡献。下一章我们将对输运方程进行求解。

第四章 输运方程的数值求解及计算结果分析

为了采用上述考虑了几种重要不稳定性的输运模型实现对国内 HL-2A 装置的等离子体输运过程的数值模拟,研究者从基本的数值方法出发,结合国内装置的相关资料对一维输运代码 RITM code 进行了移植调试,扩展了大量的子程序,调整了相关参数,最终求解输运方程,得到了等离子体粒子温度、密度等基本参数和输运系数的径向分布,最后对结果进行了分析讨论。

4.1 输运方程的数值计算过程

4.1.1 一维空间的数值离散化

在模拟模型中,考虑到电子和离子的密度及温度的分布特征,采用非均匀网格^[39]对一维空间进行离散,沿等离子体柱小半径的径向($0 \rightarrow a$, 这里 a 为等离子体柱小半径)取非均匀间距的 $n+1$ 个格点 $r_0, r_1, r_2, \dots, r_n$, 使 $r_0 = 0, r_1 = a/1000, r_{n/3} = a/3, r_n = a$ 。设相邻两个格点的间距分别为 h_1, h_2, \dots, h_n , 其中 $h_i = r_i - r_{i-1}$ ($i = 1, 2, 3, \dots, n$), 显然 $h_1 = r_1$ 。考虑的问题研究的重点是研究物理量在等离子体柱中心区和边缘区的分布, 因此格点的离散特征是希望 r_i ($i = 1, 2, \dots, n$) 的取值表现为中间稀疏两头密集。这样在梯度较大和最不稳定区采用较小的步长, 有利于提高数值稳定性和数值模拟精度。

离散格点的数值方法如下:

首先令 $r_1 = a/1000, r_{n/3} = a/3, h_1 = r_1$,

设试验初值 $q_1 = 2, p_1 = q_1$,

然后计算 $q_1 = \left[1 + \frac{(r_{n/3} - r_1)(p_1 - 1)}{h_1} \right]^{\frac{1}{n/3-1}}$, 并令 $p_1 = q_1$, 然后循环迭代直到满

足条件 $1 - \frac{p_1}{q_1} < 10^{-10}$ 时, 计算得出 q_1 ;

继而得:

$$h_i = h_{i-1} q_1 \quad (i = 2, 3, \dots, n/3-1)$$

$$r_i = r_{i-1} + h_{i-1} \quad (i = 2, 3, \dots, n/3-1)$$

接着令 $h_{n/3} = h_{n/3-1}$,

重新设试验初值 $q_2 = 2$, $p_2 = q_1$;

然后计算 $q_2 = \left[\frac{h_{n/3} \cdot p_2}{r_n - r_{nx}} \cdot \frac{p_2^{n-n/3} - 1}{p_2 - 1} \right]^{\frac{1}{n-n/3}}$, 并令 $p_2 = q_2$, 然后循环迭代直到

满足条件 $1 - \frac{p_2}{q_2} < 10^{-10}$ 时, 计算得出 q_2 ;

最后得:

$$h_i = h_{i-1}/q_2 \quad (i = n/3, n/3+1, \dots, n-1)$$

$$r_i = r_{i-1} + h_{i-1} \quad (i = n/3, n/3+1, \dots, n-1)$$

4.1.2 数值微分 (求导数或偏导数)

问题的求解过程中需要计算一些物理量对坐标的导数, 如计算公式中需要对电子和离子密度求偏导 (如 $\frac{\partial \ln n_e}{\partial r} = \frac{1}{n_e} \cdot \frac{\partial n_e}{\partial r}$), 对电子和离子温度求导 (如 $\frac{\partial T_e}{\partial r}$), 对安全因子求导 (如 $\frac{\partial \ln q}{\partial r} = \frac{1}{q} \cdot \frac{\partial q}{\partial r}$), 等等。在一维空间离散化非均匀格点的基础上, 采用类中心差分^[40]来近似微分, 用差商来代替导数 (或偏导数), 则一阶导数的差商运算如下:

$$\frac{df(r_i)}{dr} \approx \frac{\frac{(f_{i+1} - f_i) \cdot h_{i-1}}{h_i} + \frac{(f_i - f_{i-1}) \cdot h_i}{h_{i-1}}}{h_i + h_{i-1}} \quad (4.1)$$

二阶导数的差分运算如下:

$$\frac{d^2 f(r_i)}{dr^2} \approx \frac{2 \left[\frac{(f_{i+1} - f_i)}{h_i} - \frac{(f_i - f_{i-1})}{h_{i-1}} \right]}{h_i + h_{i-1}} \quad (4.2)$$

其中 $f_i = f(r_i)$, 为某一物理量在坐标 r 处的值。

4.1.3 数值积分

问题的求解过程中需要计算型如 $\int f(r) r \cdot dr$ 的积分, 如运用积分插值法求解含电子和离子温度的微分方程等。在一维空间离散化非均匀格点的基础上, 将

$r \cdot dr$ 化为 $\frac{1}{2}d(r^2)$ ，采用梯形公式的数值求积思想，则在任意最小离散坐标区间

h_i ，即 (r_{i-1}, r_i) ， $i=1,2,3,\dots,n$ ，型如 $\int_{r_{i-1}}^{r_i} f(r)r \cdot dr$ 数值积分的运算方法如下：

$$\begin{aligned} \int_{r_{i-1}}^{r_i} f(r)r \cdot dr &= \frac{1}{2} \int_{r_{i-1}}^{r_i} f(r)d(r^2) \\ &\approx \frac{1}{4} (f_{i-1} + f_i) \cdot (r_i^2 - r_{i-1}^2) \end{aligned} \quad (4.3)$$

故在从 0 到任意离散坐标 r_i 的区间，即 $(0, r_i)$ ， $i=1,2,3,\dots,n$ ，型如 $\int_0^{r_i} f(r)r \cdot dr$ 数值积分的运算方法即为：

$$\begin{aligned} \int_0^{r_i} f(r)r \cdot dr &= \sum_{k=1}^i \int_{r_{k-1}}^{r_k} f(r) \cdot dr \\ &\approx \frac{1}{4} \sum_{k=1}^i (f_{k-1} + f_k) \cdot (r_k^2 - r_{k-1}^2) \end{aligned} \quad (4.4)$$

式中 $f_i = f(r_i)$ ，并令 $f_0 = f_1$ 。

4.1.4 二阶变系数椭圆型微分方程的求解

数值求解电子和离子密度及电子和离子温度时，可将输运方程化为型如

$$\frac{d^2 f(r)}{dr^2} + a(r) \frac{df(r)}{dr} = b(r) \cdot f(r) - c(r), \quad (0 \leq r \leq a) \quad (4.5)$$

标准二阶变系数椭圆型微分方程^[40]，其两点边界条件为

$$u_1 \cdot f(0) + v_1 \cdot \left. \frac{df(r)}{dr} \right|_{r=0_1} = w_1, \quad (4.6)$$

$$u_2 \cdot f(a) + v_2 \cdot \left. \frac{df(r)}{dr} \right|_{r=a} = w_2, \quad (4.7)$$

在一维空间离散化非均匀格点的基础上，沿等离子体柱小半径的径向已经如前文离散为非均匀间距的 $n+1$ 个格点 $r_0, r_1, r_2, \dots, r_n$ ，则相应的物理量 $f(r)$ 就有 $n+1$ 个离散值 $f(r_i)$ ，令 $f_i = f(r_i)$ 就有离散的 $f_0, f_1, f_2, \dots, f_n$ 。类似地，方程

中的各系数也有相应的离散化取值 $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n, b_0, b_1, b_2, \dots, b_n$ ，及 $c_0, c_1, c_2, \dots, c_n$ ，等。另外简记 $\left. \frac{df(r)}{dr} \right|_{r=r_i}$ 为 df_i ， $i=0,1,2,\dots,n$ ，其他各变量的

导数记法类似。

鉴于 $f(r)$ 有可能不满足充分光滑的条件，故可采用积分插值法在 $[0, a]$ 内的

任一小区间 $[r_i, r_{i+1}]$ 上对 (4.5) 式两边去积分得

$$\left. \frac{df(r)}{dr} \right|_{r=r_i}^{r=r_{i+1}} + \int_{r_i}^{r_{i+1}} a(r) \cdot df(r) = \int_{r_i}^{r_{i+1}} b(r) \cdot f(r) \cdot dr - \int_{r_i}^{r_{i+1}} c(r) \cdot dr, \quad (4.8)$$

这样微分方程的最高阶微商由二阶降到了一阶，从而可减弱对 $f(r)$ 光滑性的要求。

具体求解此标准二阶变系数微分方程分两种情况，一种为 $b(r) > 0$ 时的情况，另一种为 $b(r) < 0$ 时的情况。两种情况需要采用不同的数值处理方式。

现简述编程算法如下：

①当 $b_i > 0$ ， $i = 1, 2, \dots, n$ 时，

首先，令 $y_{0_i} = f_i / b_i$ ， $i = 1, 2, \dots, n$

离散系数 a 、 b 的相邻节点的中点为

$$a_{i+1/2} = \frac{a_i + a_{i+1}}{2}, \quad b_{i+1/2} = \frac{b_i + b_{i+1}}{2}, \quad i = 1, 2, \dots, n-1$$

有

$$dl_i = \frac{y_{i+1} - y_i}{h_i}, \quad ga_i = dl_i \cdot \frac{a_{i+1/2}}{b_{i+1/2}},$$

$$rlp_i = -\frac{a_{i+1/2}}{2} + \sqrt{\frac{a_{i+1/2}^2}{4} + b_{i+1/2}},$$

$$rlm_i = -\frac{a_{i+1/2}}{2} - \sqrt{\frac{a_{i+1/2}^2}{4} + b_{i+1/2}},$$

令 $\Delta m_i = rlp_i - rlm_i$ ， $i = 1, 2, \dots, n-2$

有

$$et_{ppm_i} = -\frac{rlp_{i+1} - rlm_i}{\Delta m_i}, \quad et_{mpm_i} = \frac{rlm_{i+1} - rlm_i}{\Delta m_i},$$

$$et_{pmm_i} = -\frac{rlp_{i+1} - rlp_i}{\Delta m_i}, \quad et_{mmm_i} = -\frac{rlm_{i+1} - rlp_i}{\Delta m_i},$$

$$rm_{upm_i} = \frac{dl_{i+1} - dl_i - (ga_{i+1} - ga_i) \cdot rlm_i}{\Delta m_i},$$

$$rm_{umm_i} = -\frac{dl_{i+1} - dl_i - (ga_{i+1} - ga_i) \cdot rlp_i}{\Delta m_i},$$

$$\text{令 } \Delta p_i = r l p_{i+1} - r l m_{i+1}, \quad i = 1, 2, \dots, n-2,$$

有

$$et_{pp_i} = -\frac{rlp_{i+1} - rlm_i}{\Delta p_i}, \quad et_{mp_i} = -\frac{rlm_{i+1} - rlm_i}{\Delta p_i},$$

$$et_{pm_i} = \frac{rlp_{i+1} - rlp_i}{\Delta p_i}, \quad et_{mm_i} = \frac{rlp_{i+1} - rlm_i}{\Delta p_i},$$

$$rm_{upp_i} = -\frac{dl_{i+1} - dl_i - (ga_{i+1} - ga_i) \cdot rlm_{i+1}}{\Delta p_i},$$

$$rm_{ump_i} = \frac{dl_{i+1} - dl_i - (ga_{i+1} - ga_i) \cdot rlp_{i+1}}{\Delta p_i}$$

$$cs_{p_1} = u_1 + rlp_1 \cdot v_1, \quad cs_{m_1} = u_1 + rlm_1 \cdot v_1,$$

$$ze_{tp_1} = w_1 - (y_0 + ga_1) \cdot u_1 - dl_1 \cdot v_1,$$

$$cs_{pm(n-1)} = u_2 + rlp_{n-1} \cdot v_2, \quad cs_{mm(n-1)} = u_2 + rlm_{n-1} \cdot v_2,$$

$$ze_{m_1} = w_2 - (y_0 + ga_{n-1}) \cdot u_2 - dl_{n-1} \cdot v_2,$$

$$\text{令 } fa_{cp} = \exp\{l(n_i - rlp_i) \cdot h_i\}, \quad i = 1, 2, \dots, n-2$$

有

$$cs_{p(i+1)} = et_{pp_i} \cdot cs_{pp_i} \cdot fa_{cp} + et_{pm_i} \cdot cs_{mp_i},$$

$$cs_{m(i+1)} = et_{mp_i} \cdot cs_{pp_i} \cdot fa_{cp} + et_{mm_i} \cdot cs_{mp_i},$$

$$ze_{tp_{i+1}} = ze_{tp_i} \cdot \exp(rlm_i \cdot h_i - rm_{upm_i} \cdot cs_{pp_i} \cdot fa_{cp} - rm_{ummi} \cdot cs_{mp_i}),$$

$$\text{令 } fa_{cm} = \exp\{l(n_{n-i} - rlp_{n-i}) \cdot h_{n-i}\}, \quad i = 1, 2, \dots, n-2$$

有

$$cs_{p(n-i-1)} = et_{pmp(n-i-1)} \cdot cs_{mm(n-i)} \cdot fa_{cm} + et_{pp(n-i-1)} \cdot cs_{pm(n-i)},$$

$$cs_{m(n-i-1)} = et_{mmp(n-i-1)} \cdot cs_{mm(n-i)} \cdot fa_{cm} + et_{mp(n-i-1)} \cdot cs_{pm(n-i)},$$

$$ze_{m(n-i-1)} = ze_{m(n-i)} \cdot \exp(-rlp_{n-i} \cdot h_{n-i} - rm_{ump(n-i-1)} \cdot cs_{mm(n-i)} \cdot fa_{cm} - rm_{up(n-i-1)} \cdot cs_{pm(n-i)})$$

$$\text{令 } \Delta = cs_{pm_i} \cdot cs_{mp_i} - cs_{pp_i} \cdot cs_{mm_i} \cdot \exp\{l(n_i - rlp_i) \cdot h_i\}, \quad i = 1, 2, \dots, n-1$$

有

$$C_{cp} = \frac{ze_{mi} \cdot cs_{mp_i} - ze_{tp_i} \cdot cs_{mm_i} \cdot \exp(lm_i \cdot h_i)}{\Delta},$$

$$C_{cm} = \frac{ze_{ip_i} \cdot cs_{pm_i} - ze_{im_i} \cdot cs_{pp_i} \cdot \exp(-rlp_i \cdot h_i)}{\Delta}$$

最后得:

$$f_i = C_{cp} \cdot \exp(-rlp_i \cdot h_i) + C_{cm} + y0_i + ga_i, \quad i = 1, 2, \dots, n-1$$

$$df_i = C_{cp} \cdot rlp_i \cdot \exp(-rlp_i \cdot h_i) + C_{cm} \cdot rlm_i + dl_i, \quad i = 1, 2, \dots, n-1$$

$$f_n = C_{cp} + C_{cm} \cdot \exp(rlm_{n-1} \cdot h_{n-1}) + y0_n + ga_{n-1},$$

$$df_n = C_{cp} \cdot rlp_{n-1} + C_{cm} \cdot rlm_{n-1} \cdot \exp(rlm_{n-1} \cdot h_{n-1}) + dl_{n-1},$$

②当 $b_i < 0$, $i = 1, 2, \dots, n$

设 $u0 = u_1$, $v0 = v_1$, $w0 = w_1$,

当 $i = 1, 2, \dots, n-1$ 时,

$$\text{令 } a1 = \frac{a_i + a_{i+1}}{2}, \quad b1 = \frac{b_i + b_{i+1}}{2}, \quad i = 1, 2, \dots, n-1$$

然后先调用一个子过程 $\text{Sol}_{\text{par}}(a1, b1, h(i), f(i), f(i+1), t0, t1, g0, g1)$ 求出方程

$$\frac{d^2 f(r)}{dr^2} + a(r) \frac{df(r)}{dr} = b(r) \cdot f(r) - c(r)$$

在 r_i 和 r_{i+1} 处的特解 $t0 = f(r_i)$, $t1 = f(r_{i+1})$ 和其导数 $g0 = \frac{df(r_i)}{dr}$ 和 $g1 = \frac{df(r_{i+1})}{dr}$ (下文给予说明); 再调用另一个子过程 $\text{Sol}_{\text{gen}}(a1, b1, h(i), pe, qu, al, be, e, ed, ey)$ 求出方程

$$\frac{d^2 f(r)}{dr^2} + a(r) \frac{df(r)}{dr} = b(r) \cdot f(r)$$

在 r_i 和 r_{i+1} 处的通解形式, 得 $ey = f(r)$, $ed = \frac{df(r)}{dr}$ 和标记符号 e_{11} , e_{12} , e_{21} , e_{22} ,

的值 (也在下文给予说明)。

接着, 令 $\Delta = e_{12} \cdot v0 + ey \cdot u0$,

当 $\Delta = 0$ 时,

$$tyy_i = \frac{e_{21}}{e_{22}}, \quad tdy_i = \frac{ey}{e_{22}},$$

$$ty_i = t0 - t1 \cdot tyy_i - g1 \cdot tdy_i ,$$

$$tyd_i = \frac{ed}{e_{22}} , \quad tdd_i = \frac{e_{12}}{e_{22}} ,$$

$$td_i = g0 - t1 \cdot tyd_i - g1 \cdot tdd_i$$

当 $\Delta \neq 0$ 时,

$$wx = t0 \cdot e_{12} - g0 \cdot ey - t1 \cdot e_{11} ,$$

$$tyy_i = \frac{e_{11} \cdot v0}{\Delta} , \quad tdy_i = 0 ,$$

$$ty_i = \frac{wx \cdot v0 + w0 \cdot ey}{\Delta} , \quad tyd_i = \frac{e_{11} \cdot u0}{\Delta} , \quad tdd_i = 0 ,$$

$$td_i = \frac{w0 \cdot e_{12} - wx \cdot u0}{\Delta}$$

$$u1 = u0 \cdot e_{21} - v0 \cdot ed ,$$

$$v1 = v0 \cdot e_{12} - u0 \cdot ey ,$$

$$w1 = e_{22} \cdot (w0 - u0 \cdot t0 - v0 \cdot g0) + t1 \cdot u1 + g1 \cdot v1$$

$$u0 = \frac{u1}{\max(|u1|, |v1|)} , \quad v0 = \frac{v1}{\max(|u1|, |v1|)} , \quad w0 = \frac{w1}{\max(|u1|, |v1|)} ,$$

如果 $u0 < 0$,

$$\text{则} \quad u0 = u0 \cdot \frac{u0}{|u0|} , \quad v0 = v0 \cdot \frac{u0}{|u0|} , \quad w0 = w0 \cdot \frac{u0}{|u0|}$$

令 $\Delta = u0 \cdot v_2 - u_2 \cdot v0$, 最后得:

$$y_i = tyy_i \cdot y_{i+1} + tdy_i \cdot dy_{i+1} + ty_i , \quad i = 1, 2, \dots, n-1$$

$$dy_i = tyd_i \cdot y_{i+1} + tdd_i \cdot dy_{i+1} + td_i , \quad i = 1, 2, \dots, n-1$$

$$y_n = \frac{w0 \cdot v_2 - w_2 \cdot v0}{\Delta}$$

$$dy_n = \frac{u0 \cdot w_2 - u_2 \cdot w0}{\Delta}$$

③子过程 $\text{SOL}_{\text{par}}(a1, b1, h(i), f(i), f(i+1), t0, t1, g0, g1)$

分情况讨论：当 $f0 = 0$ 或 $f1 = 0$ 或 $\frac{f0}{|f0|} \cdot \frac{f1}{|f1|} \leq 0$ 时，

当 $b \neq 0$ 时，

$$cs = 0, \quad ga = 0, \\ be = \frac{f1 - f0}{b \cdot h}, \quad al = \frac{a \cdot be + f0}{b}$$

当 $b = 0$ 且 $a \neq 0$ 时，

$$cs = 0, \quad ga = \frac{f0 - f1}{2a \cdot h}, \\ be = -\frac{f0 + 2ga}{a}, \quad al = 0$$

当 $b \neq 0$ 且 $a = 0$ 时，

$$cs = \frac{f0 - f1}{6h}, \quad ga = -\frac{f0}{2}, \\ be = 0, \quad al = 0 \\ t0 = al, \\ t1 = al + be \cdot h + ga \cdot h^2 + cs \cdot h^3, \\ g0 = be, \\ g1 = be + 2 \cdot ga \cdot h + 3 \cdot cs \cdot h^2$$

当 $f0 \neq 0, f1 \neq 0$ 且 $\frac{f0}{|f0|} \cdot \frac{f1}{|f1|} > 0$ 时，

令 $f = \frac{\log(f1/f0)}{h}$, $\Delta = r^2 + a \cdot r - b$,

最后得：

当 $\Delta \neq 0$ 时，

$$t0 = -\frac{f0}{\Delta}, \quad t1 = -\frac{f1}{\Delta}, \quad g0 = t0 \cdot r, \quad g1 = t1 \cdot r$$

当 $\Delta = 0$ 时，

$$t0 = 0, \quad t1 = -\frac{f1}{2 \cdot r + a} \cdot h, \quad g0 = -\frac{f0}{2 \cdot r + a}, \quad g1 = -\frac{f1}{2 \cdot r + a} \cdot (r \cdot h + 1)$$

④子过程 $\text{SOL}_{\text{gen}}(a, b, h, pe, qu, al, be, e, ed, ey)$

$$\text{首先令 } lp = -\frac{a}{2} + \sqrt{\left|\frac{a^2}{4} + b\right|}, \quad lm = -\frac{a}{2} - \sqrt{\left|\frac{a^2}{4} + b\right|}$$

当 $b > 0$ 时,

$$pe_1 = \exp(-lp \cdot h), qu_1 = 1,$$

$$pe_2 = 1, qu_2 = \exp(lm \cdot h),$$

当 $b \leq 0$, $(\frac{a^2}{4} + b) > 0$ 且 $a > 0$ 时,

$$pe_1 = 1, qu_1 = 1,$$

$$pe_2 = \exp(lp \cdot h), qu_2 = \exp(lm \cdot h),$$

当 $b \leq 0$, $(\frac{a^2}{4} + b) > 0$ 且 $a < 0$ 时,

$$pe_1 = \exp(-lp \cdot h), qu_1 = \exp(-lm \cdot h),$$

$$pe_2 = 1, qu_2 = 1,$$

然后可确定

$$al_1 = lp \cdot pe_1, \quad al_2 = lp \cdot pe_2$$

$$be_1 = lm \cdot qu_1, \quad be_2 = lm \cdot qu_2$$

接下来讨论,

当 $(\frac{a^2}{4} + b) \leq 0$, $a \geq 0$ 且 $(\frac{a^2}{4} + b) = 0$ 时,

$$pe_1 = 1, \quad qu_1 = 1,$$

$$pe_2 = \exp(-\frac{a}{2} \cdot h), \quad qu_2 = pe_2 \cdot h,$$

当 $(\frac{a^2}{4} + b) \leq 0$, $a \geq 0$ 且 $(\frac{a^2}{4} + b) \neq 0$ 时,

$$pe_1 = 1, \quad qu_1 = 1,$$

$$pe_2 = \exp(-\frac{a}{2} \cdot h_i) \cdot \cos(\sqrt{\left|\frac{a^2}{4} + b\right|} \cdot h),$$

$$qu_2 = \exp(-\frac{a}{2} \cdot h_i) \cdot \sin(\sqrt{\left|\frac{a^2}{4} + b\right|} \cdot h)$$

当 $(\frac{a^2}{4} + b) \leq 0$, $a < 0$ 且 $(\frac{a^2}{4} + b) = 0$ 时,

$$pe_1 = \exp(\frac{a}{2} \cdot h), \quad qu_1 = -pe_1 \cdot h,$$

$$pe_2 = 1, \quad qu_2 = 1,$$

当 $(\frac{a^2}{4} + b) \leq 0$, $a < 0$ 且 $(\frac{a^2}{4} + b) \neq 0$ 时,

$$pe_1 = \exp(\frac{a}{2} \cdot h_i) \cdot \cos(\sqrt{\left|\frac{a^2}{4} + b\right|} \cdot h), \quad qu_1 = \exp(\frac{a}{2} \cdot h_i) \cdot \sin(-\sqrt{\left|\frac{a^2}{4} + b\right|} \cdot h),$$

$$pe_2 = 1, \quad qu_2 = 1,$$

然后可确定

$$al_1 = -\frac{a}{2} \cdot pe_1 - \sqrt{\left|\frac{a^q}{4} + b\right|} \cdot qu_1,$$

$$al_2 = -\frac{a}{2} \cdot pe_2 - \sqrt{\left|\frac{a^q}{4} + b\right|} \cdot qu_2$$

当 $(\frac{a^2}{4} + b) = 0$ 时,

$$be_1 = pe_1 - \frac{a}{2} \cdot qu_1, \quad be_2 = pe_2 - \frac{a}{2} \cdot qu_2$$

当 $(\frac{a^2}{4} + b) \neq 0$ 时,

$$be_1 = \sqrt{\left|\frac{a^q}{4} + b\right|} \cdot pe_1 - \frac{a}{2} \cdot qu_1,$$

$$be_2 = \sqrt{\left|\frac{a^q}{4} + b\right|} \cdot pe_2 - \frac{a}{2} \cdot qu_2$$

最后得

$$e_{11} = al_1 \cdot qu_1 - be_1 \cdot pe_1$$

$$e_{12} = al_1 \cdot qu_2 - be_1 \cdot pe_2$$

$$e_{21} = al_2 \cdot qu_1 - be_2 \cdot pe_1$$

$$e_{22} = al_2 \cdot qu_2 - be_2 \cdot pe_2$$

$$ed = al_1 \cdot be_2 - al_2 \cdot be_1$$

$$ey = pe_1 \cdot qu_2 - pe_2 \cdot qu_1$$

4.1.5 输运中一些物理量的具体求解过程

①电子和离子密度分布的求解

令输运方程中的一些系数 $D_i = D_{\perp}^e(r_i)$, $V_i = V_{\perp}^e(r_i)$, 令电子密度 $de_i = n_e(r_i)$,

其偏微分 $Fe(r_i) = \frac{\partial n_e}{\partial r} \Big|_{r=r_i}$, 令离子密度 $di_i = n_i(r_i)$, 其偏微分 $Fi(r_i) = \frac{\partial n_i}{\partial r} \Big|_{r=r_i}$, 磁

场平衡因子 $g1_i = g_1(r_i)$ 和 $g2_i = g_2(r_i)$, 它们的偏微分为别为 $dg1_i = \frac{\partial g_1}{\partial r} \Big|_{r=r_i}$,

$dg2_i = \frac{\partial g_2}{\partial r} \Big|_{r=r_i}$, 积分分别为 $ig1_i = \int_0^{r_i} g_1(r) r \cdot dr$, $ig2_i = \int_0^{r_i} g_2(r) r \cdot dr$, 所有源项

之和为 S_i 等等。并设密度衰减长度为 δ_{ne} , 最小离散时间间隔为 τ 等。

令

$$a_i = \frac{3}{r_i} - \frac{V_i}{D_i} - \frac{dg2_i}{g1_i}, i=1,2,\dots,n$$

$$b_i = \frac{g1_i}{g2_i} \cdot \frac{1}{D_i \cdot \tau} + \frac{2}{r_i} \cdot \left(\frac{3}{r_i} - a_i \right), i=1,2,\dots,n$$

$$c_i = \frac{g1_i}{g2_i} \cdot \frac{ig2_i / r_i - S_i \cdot r_i}{D_i \cdot r_i}, i=1,2,\dots,n$$

$$u_1 = 0, v_1 = 1, w_1 = 0,$$

$$u_2 = \frac{2}{g1_n} \cdot \left(\frac{D_n}{\delta_{ne}} + V_n \right) + \frac{r_n}{g2_2 \cdot \tau},$$

$$v_2 = \frac{r_n}{g1_n} \cdot \left(\frac{D_n}{\delta_{ne}} + V_n \right),$$

$$w_2 = \frac{1}{g2_n} \cdot \left(\frac{ig2_n}{r_n} - S_n \right)$$

将输运方程化为型如

$$\frac{d^2 f(r)}{dr^2} + a(r) \frac{df(r)}{dr} = b(r) \cdot f(r) - c(r), \quad (0 \leq r \leq a)$$

标准二阶变系数微分方程，并满足边界条件为

$$\begin{aligned} u_1 \cdot f(0) + v_1 \cdot \frac{df(r)}{dr} \Big|_{r=0_1} &= w_1, \\ u_2 \cdot f(a) + v_2 \cdot \frac{df(r)}{dr} \Big|_{r=a} &= w_2, \end{aligned}$$

然后再按前文所述方法数值求解其方程可得 f_i 和 df_i 。

这样可求得

$$\begin{aligned} de_{new} &= \max(0, 2 \cdot f_i + \frac{r_i \cdot df_i}{g1_i}), \\ Fe_{new} &= \frac{1}{g2_i} \left(\frac{ig2_i}{r_i} - S_i - \frac{r_i \cdot f_i}{\tau} \right), \end{aligned}$$

令混合比为 $a_{mix} = 0.1$

则

$$\begin{aligned} de_i(t_{n+1}) &= de_i(t_n) \cdot (1 - a_{mix}) + de_{new} \cdot a_{mix}, \\ Fe_i(t_{n+1}) &= Fe_i(t_n) \cdot (1 - a_{mix}) + Fe_{new} \cdot a_{mix}, \\ di_i &= de_i - deim_i, \\ Fi_i &= Fe_i - Feim_i, \end{aligned}$$

其中 $deim_i$ 和 $Feim_i$ 为杂质的电子密度和其偏导数。

如果 $di_i < 0.005 \cdot de_i$ ，那么 $di_i = 0.005 \cdot de_i$ ；

如果 $|Fi_i| < 0.005 \cdot |Fe_i|$ ，那么 $Fi_i = 0.005 \cdot Fe_i$

②离子和电子温度分布的求解

令电子温度 $Te_i = T_e(r_i)$ ，其偏微分 $FTe(r_i) = \frac{\partial T_e}{\partial r} \Big|_{r=r_i}$ ，令离子温度 $Ti_i = n_i(r_i)$ ，

其偏微分 $FT(r_i) = \frac{\partial T_i}{\partial r} \Big|_{r=r_i}$ ，电子热输运系数 $Xe_i = \chi_e(r_i)$ ，其偏微分

$$FXe(r_i) = \frac{\partial \chi_e}{\partial r} \Big|_{r=r_i}, \text{ 离子热输运系数 } Xi_i = \chi_i(r_i), \text{ 其偏微分 } FXi(r_i) = \frac{\partial \chi_i}{\partial r} \Big|_{r=r_i}, \text{ 等}$$

等。并设电子和离子温度衰减长度为别为 δ_{Te} 和 δ_{Ti} ，其他参数记法同前。

令

$$a_i = \frac{3}{r_i} - \frac{dg2_i}{g1_i} - \frac{1.5 \cdot FXi_i}{Xi_i},$$

$$b_i = \frac{g1_i}{g2_i} \cdot \frac{1}{Xi_i \cdot \tau} + \frac{2}{r_i} \cdot \left(\frac{3}{r_i} - a_i \right),$$

$$c_i = \frac{g1_i}{g2_i} \cdot \frac{ig2_i}{Xi_i \cdot r_i^2}$$

$$u_1 = 0, v_1 = 1, w_1 = 0,$$

$$u_2 = \frac{2}{g1_n} \cdot \left(\frac{Xi_n}{\delta_{Ti}} + 1.5 \cdot FXi_n \right) + \frac{r_n}{g2_2 \cdot \tau},$$

$$v_2 = \frac{r_n}{g1_n} \cdot \left(\frac{Xi_n}{\delta_{Ti}} + 1.5 \cdot FXi_n \right),$$

$$w_2 = \frac{1}{g2_n} \cdot \frac{ig2_n}{r_n}$$

将输运方程化为型如

$$\frac{d^2 f(r)}{dr^2} + a(r) \frac{df(r)}{dr} = b(r) \cdot f(r) - c(r), \quad (0 \leq r \leq a)$$

标准二阶变系数微分方程，并满足边界条件为

$$u_1 \cdot f(0) + v_1 \cdot \frac{df(r)}{dr} \Big|_{r=0_1} = w_1,$$

$$u_2 \cdot f(a) + v_2 \cdot \frac{df(r)}{dr} \Big|_{r=a} = w_2,$$

然后在按前文所述方法数值求解其方程可得 f_i 和 df_i 。

最后得：

$$Ti_{new} = \max(0.2 \cdot f_i + \frac{r_i \cdot df_i}{g1_i})$$

令混合比为 $a_{mix} = 0.1$

$$Ti_i(t_{n+1}) = Ti_i(t_n) \cdot (1 - a_{mix}) + Ti_{new} \cdot a_{mix}, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

同理电子温度分布的求解方法和过程与离子温度分布的求解方法和过程类似，这里不再详述。

4.2 输运方程的计算结果及分析

4.2.1 JET 参数的模拟结果

首先在移植整合的一维输运程序中代入 JET 装置中等离子体的基本参数：

$R = 3m$	(主半径)
$a = 1m$	(小半径)
$B_T = 2.4T$	(中心环向磁场)
$I = 2.3MA$	(等离子体电流)
$\bar{n} = 7 \times 10^{19} m^{-3}$	(线性平均密度)
$\delta = 1.6$	(拉长比)
$\kappa = 0.45$	(三角形变因子)
$P_{tot} = 5MW$	(总加热功率)
$P_{NBI} = 1MW$	(中性束加热功率)
$P_{ICCH} = 2.6MW$	(离子回旋波加热功率)
$P_{oh} = 1.4MW$	(欧姆加热功率)

电子密度初始分布为

$$n_e = [n_{ec} - (n_{ec} - n_{eb}) \cdot (\frac{r}{a})^2] (\frac{a - r - d}{d}) / 2,$$

n_c, n_b 为假设的中心和边缘的初始密度， $d = \frac{2}{8^{-15} n_b}$ 。离子密度 $n_i = n_e$ 。

电子温度初始分布为

$$T_e = (T_c - T_b) [1 - (\frac{r}{a})^2]^{1.5} + T_b,$$

T_c, T_b 为假设的中心和边缘的初始温度，离子温度 $T_i = 1.5T_e$ 。

程序开始运行时，考察的等离子体参数都会随时间变化，直到输运程序达

到数值稳态。

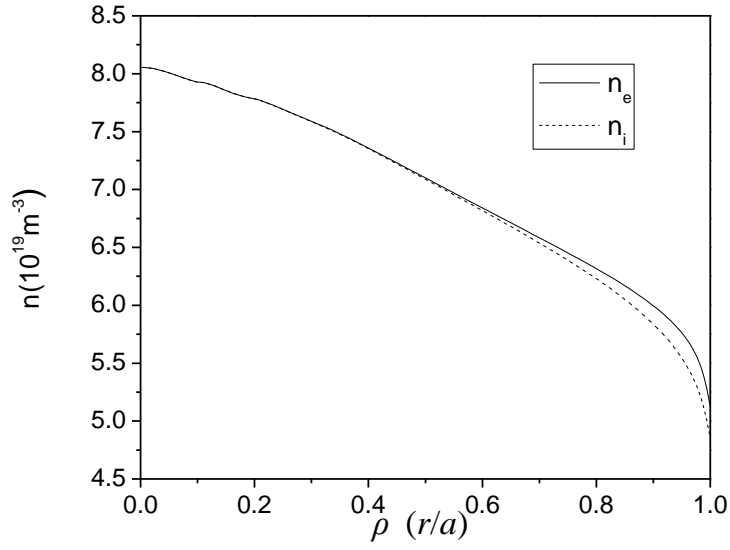


图 4.1 氢离子与电子密度的径向分布
JET ($P_{\text{tot}}=5\text{MW}$)

图 4.1 为氢离子密度和电子密度的径向分布。可见虽然初始时假设二者相等，但是程序运行后明显不再一致，电子的密度高于氢离子的密度。这是因为在对 JET 装置的模拟中考虑了杂质离子，而 $n_i = n_e - \sum Z n_Z$ ，所以达到稳态后电子的密度必然要高于氢离子。

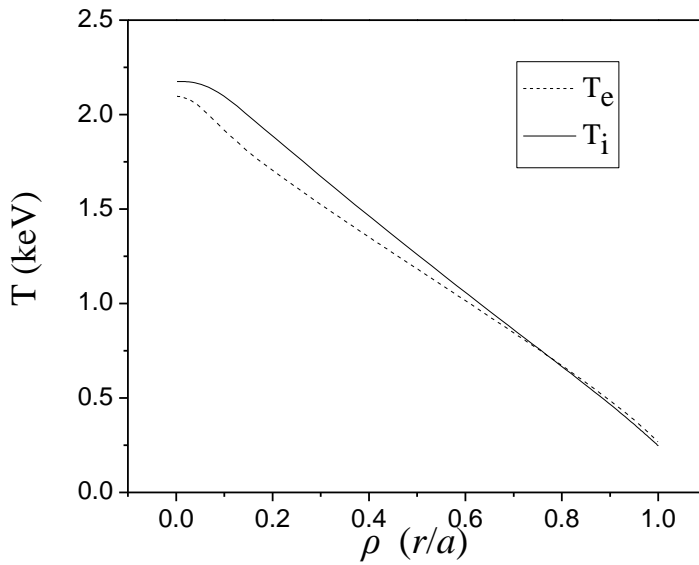


图 4.2 氢离子和电子温度的径向分布
JET ($P_{\text{tot}}=5\text{MW}$)

从氢离子温度和电子温度的径向分布图 4.2 可以观察到离子的温度整体要高于电子的温度，考虑这是由于辅助加热采用了离子回旋波加热的方式，使离子加热比较充分的缘故。

图 4.3 显示了电子总的扩散系数的径向分布，比较图 4.3 和图 4.4 明显可见电子的扩散系数的变化趋势完全和 ITG 模一样，说明 ITG 模在该种运行模式下起主要作用。

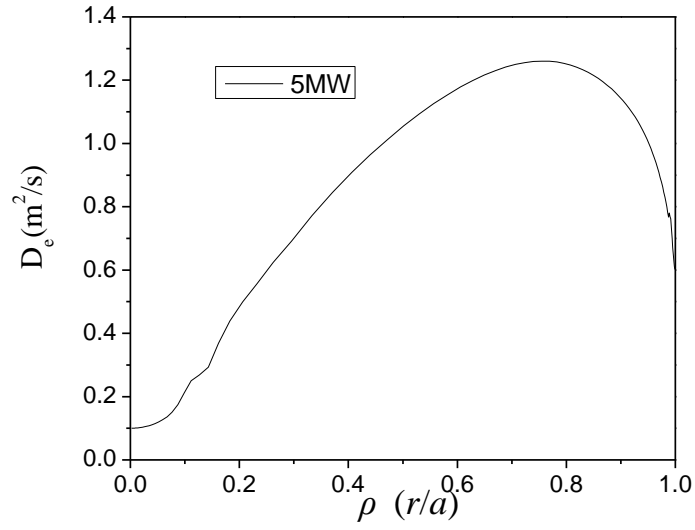


图 4.3 电子扩散系数的径向分布
JET ($P_{tot}=5MW$)

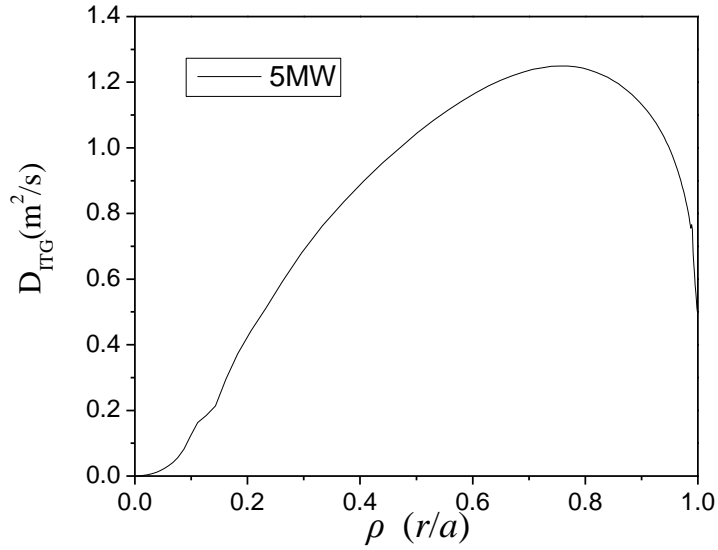


图 4.4 ITG 模的扩散系数的径向分布
JET ($P_{tot}=5MW$)

比较图 4.4 和图 4.5 可发现 ITG 模的热扩散系数在中部区域有较大值，DA 模曲线则几乎处于 $\rho=0.9$ 以外的边界区域。这与我们的输运模型中将 ITG 模、将 DA 模归为边缘模是基本吻合的，说明输运程序能够如实的反映我们采用的输运模型。

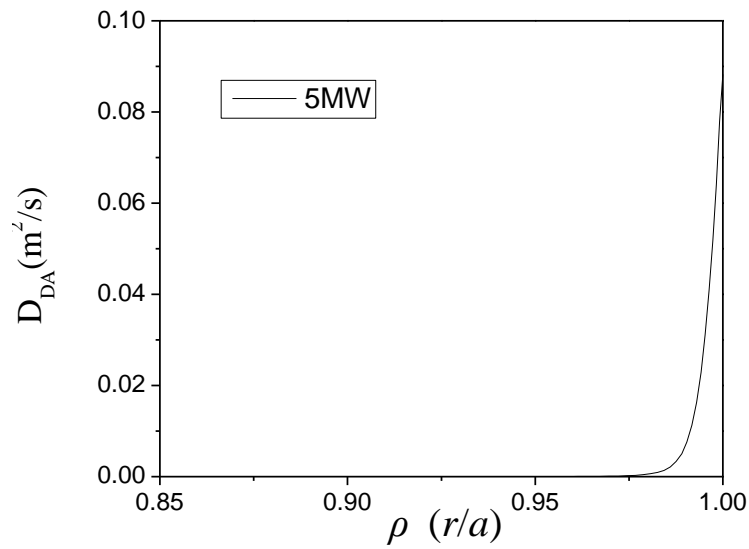


图 4.5 DA 模的扩散系数的径向分布
JET ($P_{\text{tot}}=5\text{MW}$)

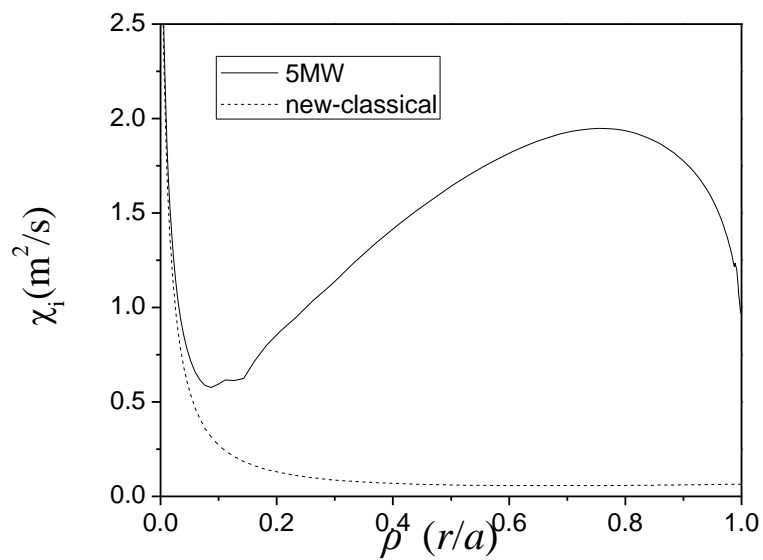


图 4.6 离子扩散系数的径向分布
JET ($P_{\text{tot}}=5\text{MW}$)

图 4.6 中显示了在辅助加热功率为 3MW, 总的加热功率为 5MW 的情况下, JET 中的离子热输运系数的径向分布。在边缘处离子的反常输运水平下降但未降到新经典水平, 即没有达到 H 模式的运行状态。

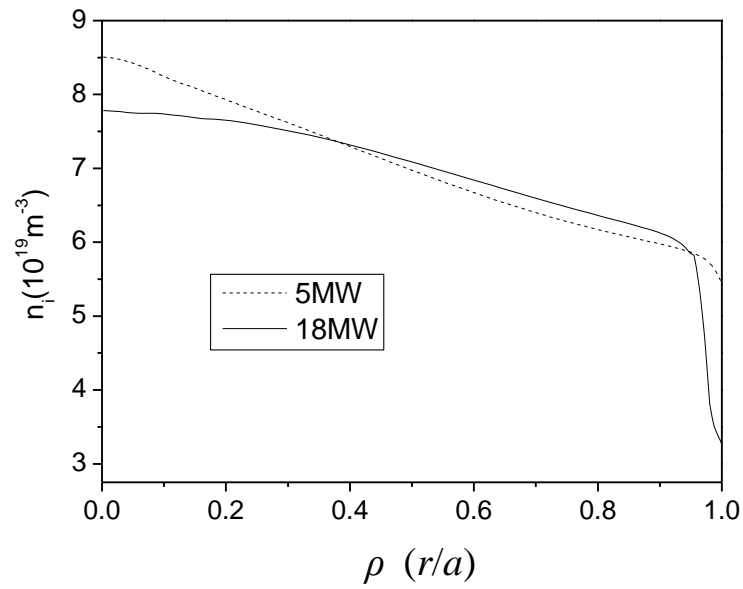


图 4.7 JET 中不同功率下密度的径向分布

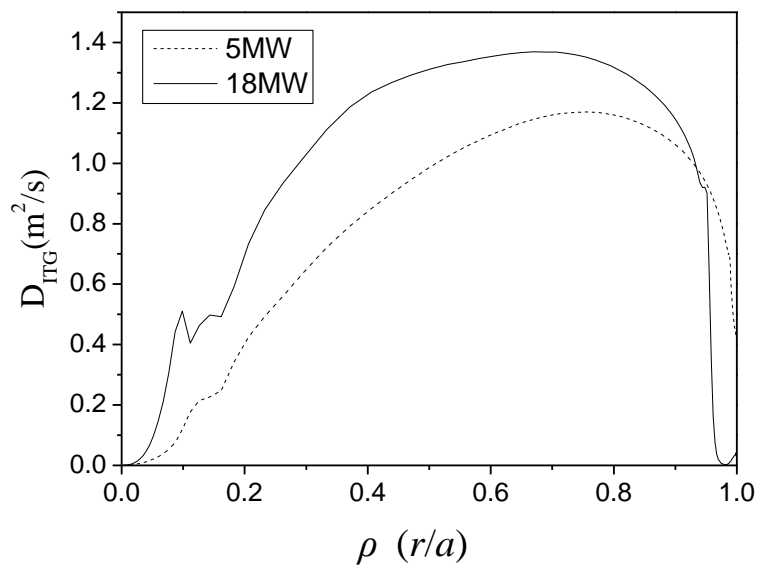


图 4.8 JET 中不同功率下 ITG 模扩散系数的径向分布

如果增加辅助加热功率达到一定阈值, 密度梯度将增大 (图 4.7), 与此同

时，图 4.8 显示离子温度梯度模（ITG）不稳定性明显受到抑制，这说明陡峭的密度梯度对于在低功率下对反常输运起主要作用的 ITG 模具有强烈的抑制作用，这是形成 H 模的必要条件之一。

4.2.2 HL-2A 参数的模拟结果

在下面的计算中采用 HL-2A 装置中等离子体的基本参数：

$R = 1.65m$	（主半径）
$a = 0.70m$	（小半径）
$B_T = 1.34T$	（中心环向磁场）
$I = 0.16MA$	（等离子体电流）
$\bar{n} = 1.8 \times 10^{19} m^{-3}$	（线性平均密度）
$\delta = 1.3$	（拉长比）
$\kappa = 0.3$	（三角形变因子）
$P_{tot} = 3MW$	（总加热功率）
$P_{NBI} = 1MW$	（中性束加热功率）
$P_{ECRH} = 1.9MW$	（电子回旋波加热功率）
$P_{oh} = 0.1MW$	（欧姆加热功率）

电子和离子的密度和温度初始的径向分布如前所述，因为国内的装置还没有大力开展掺杂的实验研究，所以我们的模拟中也没有加入杂质。因此求解的氢离子的密度和电子的密度总是相等的。

图 4.9 中给出了代码初始运行时 ITG 模、DA 模和 TE 模的扩散系数的径向分布，从图中可以看到 ITG 模的热扩散系数在中部区域有较大值，而 TE 模的热扩散系数的曲线集中分布在 $\rho=0.7-1.0$ 的区间，DA 模曲线则几乎处于 $\rho=0.9$ 以外的边界区域。这与我们的输运模型中将 ITG 模、TE 模归于芯部模，将 DA 模归为边缘模是基本吻合的，说明输运程序能够如实的反映我们采用的输运模型。

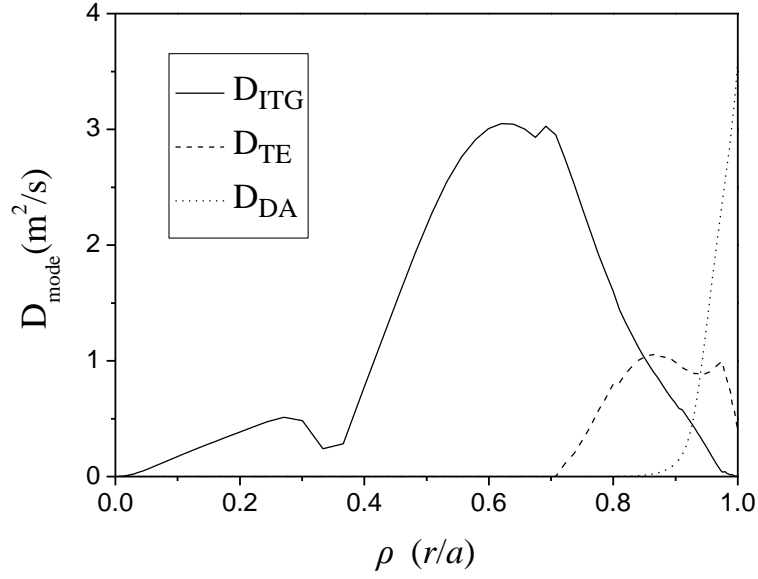


图 4.9 ITG 模、DA 模、TE 模的扩散系数的径向分布

程序开始运行时，考察的等离子体参数都会随时间变化，直到输运程序达到数值稳态。达到数值稳态后，电子和离子的密度及温度分布如图 4.10 和图 4.11。图 4.10 中的电子和离子的密度的径向分布显示密度梯度虽然随径向逐渐增加，但是不论在中间还是边缘都没有出现密度梯度突然增大的情形，而托卡马克装置上的实验显示密度梯度突变是实现 H 模的一个重要特征，所以在该参数条件下运行没有实现 H 模。

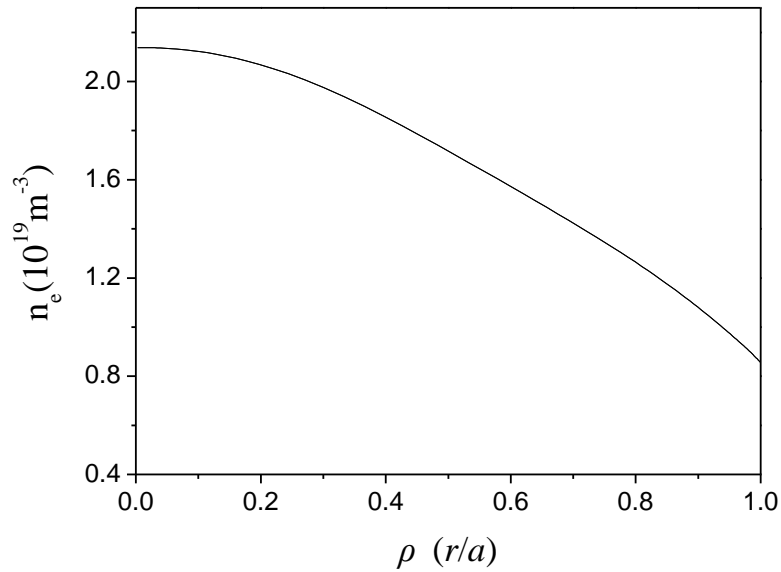


图 4.10 电子和离子的密度的径向分布

JET 采取的辅助加热方式是中性束加热和离子回旋波加热，图 4.2 可以观察到离子的温度整体要高于电子的温度，而 HL-2A 采取的辅助加热方式是中性束加热和电子回旋波加热。电子的温度都是要大于离子的温度的（图 4.11）。这反映了不同的加热方式对于离子和电子的加热效果不一样。

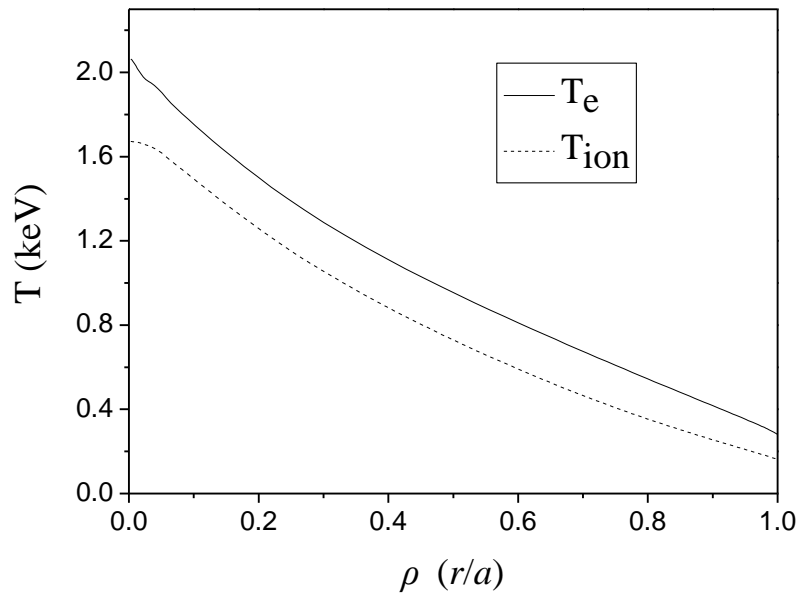


图 4.11 电子和离子的温度的径向分布

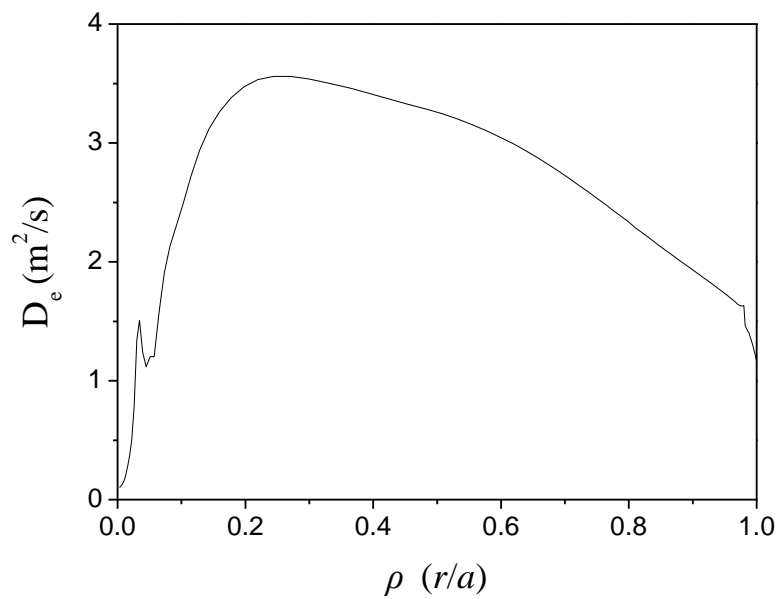


图 4.12 电子的扩散系数的径向分布

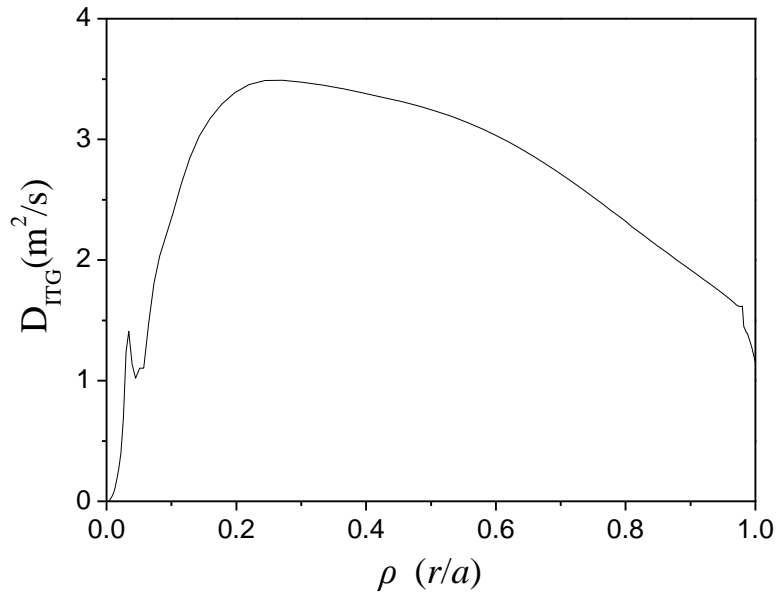


图 4.13 ITG 模的扩散系数的径向分布

图 4.12 显示了电子总的扩散系数的径向分布，比较图 4.12 和图 4.13 明显可见电子的扩散系数的变化趋势完全和 ITG 模一样，说明在该种运行模式下电子离子输运由 ITG 模主导。这和低功率下对 JET 输运的模拟结果也是非常一致的。

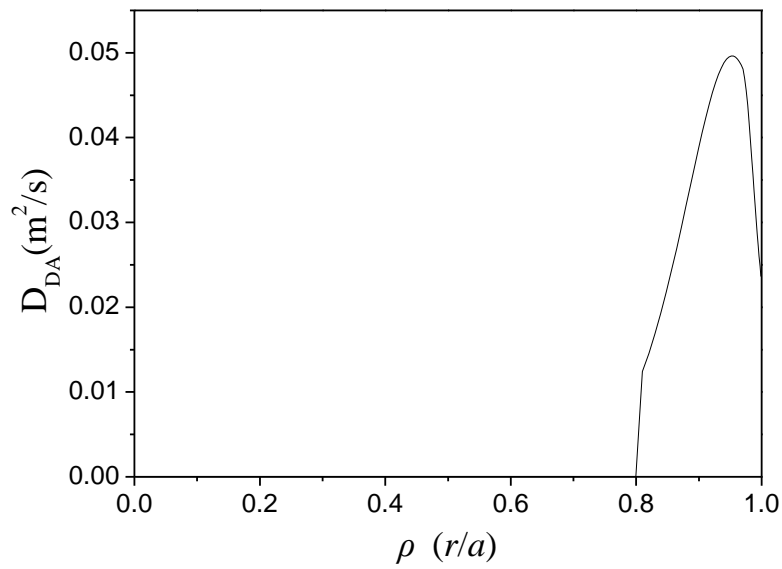


图 4.14 DA 模的扩散系数的径向分布

而在图 4.14 中显示的是 DA 模的图像，DA 模主要在边缘（ $\rho=0.8-1$ ）起作用，但比起 ITG 模小了 2 个数量级。而对于 TE 模我们得到的结果非常小，几乎观察不到，这是因为根据 $D^{TE} \approx \frac{\eta_e f_{ir} \omega_*^2 \nu_{eff}}{(\omega_*^2 + \nu_{eff}^2) k_{TE}^2}$ (3.24)，当 $\omega_* \gg \nu_{eff}$ ， $D^{TE} \sim \eta_e \nu_{eff} \sim \nu_{eff} \nabla T / \nabla n \sim 1/\sqrt{T}$ ，所以在我们计算的参数下，温度很高，碰撞频率就低，所以相应的 DA 模的扩散系数就很小。

图 4.15 是电子径向箍缩速度的分布图，根据 (3.29) 式， $V_{\perp}^e = (D^{ITG} f_{ir} \frac{4r}{3R} + D^{DTE} + D^{DRB} + D^{CDBM}) \frac{d \ln q}{dr}$ ，明显可见电子径向箍缩速度由四部份决定。如前所述在我们计算的参数下 ITG 模对输运起主导作用，所以电子径向箍缩速度主要取决于 ITG 模的扩散系数。比较图 4.15 和图 4.13 可知它们的分布规律是基本一致的。

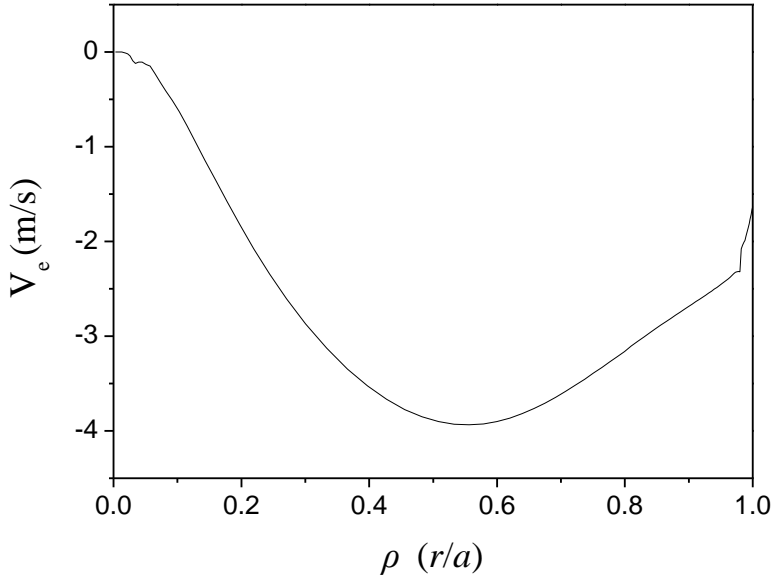


图 4.15 电子径向箍缩速度分布

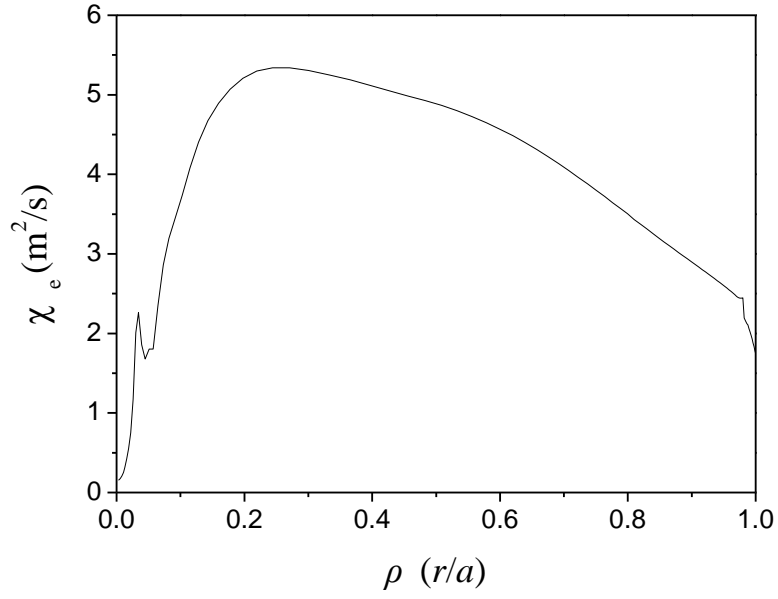


图 4.16 电子热输运系数的径向分布

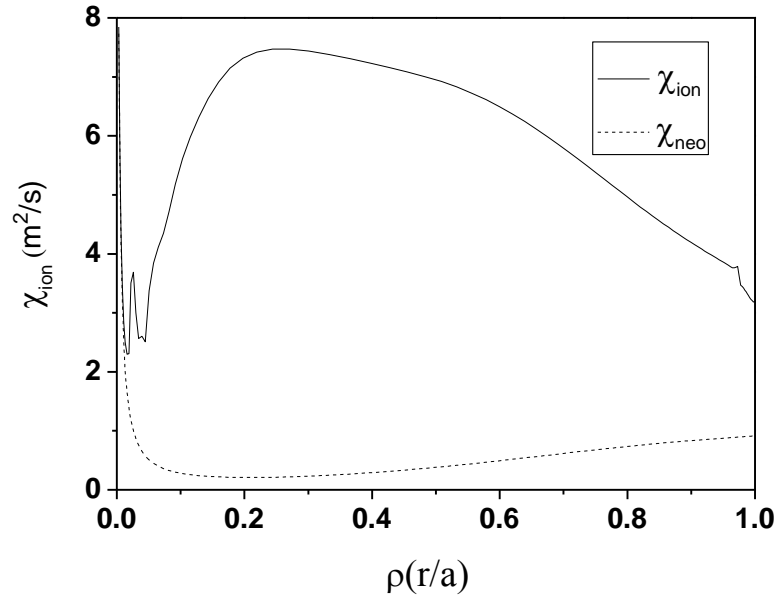


图 4.17 离子热输运系数的径向分布

将图 4.16 电子热输运系数的分布和图 4.17 离子热输运系数的分布进行比较可以发现，二者的分布趋势的差异仅在 $\rho = 0 - 0.1$ 之间，且离子热输运系数的分布图就可以看成是电子热输运系数和新经典输运系数的叠加。这和前面的 (3.32) 式和 (3.33) 式是非常符合的。新经典的输运系数在边缘处大概是 1 左右。在所

给的参数条件下的输运系数在边缘处没有降下来, 如果降下来接近新经典输运水平的话, 就会形成 H 模的边缘输运壁垒。所以显然我们这里模拟的输运过程没有达到 H 模。

第 五 章 总结与展望

5.1 总结

本文从电子、离子的输运方程出发,结合有关等离子体输运理论和数值方法,采用了一种基于流体近似的简化模型,对等离子体输运代码 RITM code^[1,2]进行了大量的移植调试工作,初步整合出适用求解国内 HL-2A 装置中等离子体输运问题的一维输运程序,实现了对该装置输运过程的模拟。

模拟计算得到 HL-2A 装置中等离子体的电子密度、离子密度、电子温度、离子温度的径向分布,以及离子温度梯度模(ITG)、捕获电子模(TEM)、漂移阿尔芬(DA)模等不稳定性的输运系数和总的输运系数(包括热传导系数、扩散系数)的径向分布,初步探讨了在托卡马克等离子体芯部和边缘处对输运起主要作用的各种不稳定性。对 HL-2A 装置的模拟结果表明,在低约束状态下电子和离子的密度梯度、温度梯度变化整体平缓,在芯部区域 ITG 模对反常输运起主要作用;在边缘区域,ITG 模对反常输运的影响明显下降,但没有得到完全抑制,DA 模对反常输运增加起作用,粒子输运系数在边缘区域明显下降,但没有达到新经典水平。本论文的一维输运程序采用 JET 装置和 HL-2A 装置的数据进行模拟计算的结论基本一致。

5.2 展望

本论文采用的输运模型及移植整合的一维输运程序对于 HL-2A 托卡马克等离子体的输运研究具有一定参考意义。同时,研究工作还存在很多不足,有待在今后得到进一步的完善。在下一步的工作中,我们准备对以下方面进行研究:

- (1) 程序的稳定性和通用性有待进一步完善;
- (2) 研究主导芯部和边缘输运模随加热功率的变化趋势;
- (3) 探讨在该种模型下 HL-2A 装置的等离子体实现从 L 模向 H 模转换的阈值条件;
- (4) 探讨径向电场对于输运模式的影响。

参考文献

- [1] Kalupin D., Tokar M.Z., Unterberg B., et al. Predictive modelling of L and H confinement modes and edge pedestal characteristics [J]. Nucl Fusion, 2005, 45:468
- [2] Tokar M.Z. Modelling of detachment in a limiter tokamak as a nonlinear phenomenon caused by impurity radiation [J].1994, Plasma Phys. Control. Fusion, 1994, 36:1819
- [3] Kadomtsev B. B. Tokamak Plasma: A Complex Physical System[J]. Bristol and Philadelphia: IOP Publishing Ltd.,1992
- [4] Burrell K. H. Summary of experimental progress and suggestions for future work[J]. Plasma Phys.Control. Fusion, 1994, 36: A291
- [5] 石秉仁.磁约束聚变原理与实践. 北京. 原子能出版社. 1999, 265
- [6] Wagner F., Becker G, Behringer K, et al. Regime of improved confinement and high-beta in neutral beam heated divertor discharges of the ASDEX tokamak[J]. Phys. Rev. Lett. 1982, 49:1408
- [7] Greenfield C. M, Balet B. and Burrell, K. H, et al. Investigations of VH-mode in DIII-D and JET[J]. Plasma Phys. Control. Fusion, 1993, 35:B263
- [8] Strait E.J., Lao L.L., Mauel M.E., et al. Enhanced confinement and stability in DIII-D discharges with reversed magnetic shear[J]. Phys. Rev. Lett., 1995, 11:4421
- [9] Connor J. W. and Wilson H.R. A review of the L-H transition[J]. Plasma Phys. Control. Fusion, 1999, 42:R1
- [10] Burrell K. H. Effects of $E \times B$ velocity shear and magnetic shear on turbulence and transport in magnetic devices[J]. Phys. Plasmas, 1997, 4:1499
- [11] Hahn T. S. and Burrell K. H. Flow Shear-induced fluctuation suppression in finite aspect ratio shaped tokamak plasma[J]. Phys. Plasmas, 1995, 2:1648
- [12] Biglari H., Diamond P. H. and Terry P. W Influence of sheared poloidal rotation on edge turbulence[J]. Phys. Fluids B, 1990, 2:1
- [13] Shaing K. C, Crume E. C. Jr., and Houlberg W A. Bifurcation of poloidal rotation and suppression of turbulent fluctuations: a model for the L-H transition in tokamaks[J]. Phys. Fluids B, 1990,2: 1492

- [14] Itoh K. and Itoh S.-I. The role of the electric field in confinement[J]. Plasma Phys. Control. Fusion.1996, 38: 1
- [15] Ware A. S., Terry P. W, Diamond P H., et al. Transport reduction via shear flow modification of the cross phase[J]. Plasma Phys. Control. Fusion, 1996, 38:1343
- [16] 徐国盛, 万宝年等. 聚变等离子体中的湍流和输运. 新物理实验晨会. 2006
- [17] Balescu R. Transport Processes in Plasmas[D]: Vol. 1&2, North-Holland: Amsterdam, 1988.
- [18] Leontovich M. A. Ed. Mikhailovskii A. B. Reviews of Plasma Physics [M], Vol. 3 New York:Consultants Bureau, 1967. 159
- [19] Krall N.A., Rosenbluth M. N[J]. Phys. Fluids, 1963,6:254.
- [20] Kerner W. et al. Theory of alven eigenmode instabilities and related alpha particle transport in JET deuterium-tritium plasmas[J].Contrib. Plasma Phys, 1998, 38 : 118
- [21] B. Coppi, M.N. Rosenbluth, and R. Z. Sagdeev, Instabilities due to temperature gradients in complex magnetic field configuration[J]. Phys. Fluids 1967, 10: 582
- [22] Tang W. M., Rewoldt G. and Frieman E. A. Integral equation analysis of drift wave eigenmodes in a sheared slab geometry[J]. Phys. Fluids, 1980 12:2454
- [23] Linsker R. Integral-equation formulation for drift eigenmodes in cylindrically symmetric systems[J]. Phys. Fluids, 1981, 24:1485
- [24] 董家齐.托卡马克中的静电漂移不稳定性.中国等离子体物理暑期学校讲义 2009
- [25]徐家鸾, 金尚宪. 等离子体物理学[M]. 原子能出版社. 北京. 1981, 530
- [26]高喆. 高比压等离子体中的微观漂移不稳定性[D], 2002, 16
- [27]龚学余. 先进托卡马克中的相关物理问题研究[D], 2001, 30
- [28] Tokar M.Z. et al. Modelling of plasma and impurity behaviour in a tokamak with a stochastic layer[J]. Plasma Phys. Control. Fusion.1997, 39: 569
- [29] Kalupin D. et al.Modelling of confinement degradation in the radiative improved mode caused by a strong gas puff[J]. Plasma Phys. Control. Fusion. 2001, 43:945
- [30] Tokar M.Z. et al.Predictive modelling of impurity seeded plasmas in JET Plasma[J] Phys. Control. Fusion .2002,44:1903

- [31] Kalupin D. et al. Impact of hydrogen fuelling on confinement properties in radiative improved mode[J]. Plasma Phys. Control. Fusion 2003, 45:1501
- [32] Unterberg B. et al .Predictive modelling of the impact of argon injection on H-mode plasmas in JET with the RITM code. Plasma Phys. Control. Fusion .2004, 46: A241
- [33] Weiland.J. Collective Modes in Inhomogeneous Plasma[M]. Bristol: Institute of Physics Publishing ,2000
- [34] Guzdar P.N. Three-dimensional fluid simulations of the nonlinear drift-resistive ballooning modes in tokamak edge plasmas[J]. Phys. Fluids,1993 B 5:3712
- [35] Itoh S.-I.et al. Theory of anomalous transpor in H-mode plasma[J]. Phys. Rev.Lett. 1994,72: 1200
- [36] Horton W. Onset of stochasticity and the diffusion approximation in drift waves[J]. Plasma Phys. Control. Fusion.1985, 27: 937
- [37] Baker D.R and Rosenbluth M.N. Density profile consistency and its relation to the transport of trapped versus passing electrons in tokamaks[J]. Phys. Plasmas. 1998, 5: 2936
- [38] Tokar M.Z. et al. Modelling of pedestal transport during ELM suppression by external magnetic field perturbations [J].Nucl. Fusion. 2008,48 :024006
- [39]李荣华, 偏微分方程的数值解 [M]. 高等教育出版社, 2005
- [40]胡建伟, 汤怀民.微分方程的数值方法[M]. 科学出版社, 2003

致 谢

回首这三年来的学习和生活，感觉非常充实。此时此刻我内心充满感激！因为我知道我之所以取得这些成绩是与老师和同学们的无私帮助分不开的。首先我要感谢我的导师龚学余教授，本论文从选题到完成，每一步都是在导师的指导下完成的，倾注了导师大量的心血。导师严谨的治学态度、求实的工作作风、忘我的工作精神，给我留下了深刻的印象。他不仅授我以文，而且教我做人，虽历时三载，却受益终生。值此论文完成之际，谨向尊敬的导师龚学余教授致以崇高的敬意和表示衷心的感谢。

感谢德国 Dr. Kalupin D., Dr. Tokar M.Z. 提供的 RITM code 和有益讨论，在此表示衷心的感谢。

感谢数理学院的领导和各位老师在学习、工作和生活中给予我的帮助，特别感谢郭萍教授、彭志华教授对我的关心和支持以及全体基础物理教研室的同事给予我的莫大鼓励。

感谢刘文艳、刘燕、黄千红、冯晓、李新霞、尹岚、杨磊、郑平卫、李湘栋等师兄的关心和帮助，感谢曹锦佳、陆兴强、曾龙等同行朋友们的支持和帮助。

感谢我的父母、婆婆、公公，感谢我的爱人和女儿，感谢你们多年来一如既往的信任、默默的支持和不断的鼓励。你们永远是我坚实的依靠。

感谢在此提到或没来得及提到的所有的给予我无私帮助和支持的人，是你们让我在积累知识的同时，也收获点点滴滴的感动，这将是我最宝贵的财富。

最后，衷心感谢各位专家对本文的评阅和赐教。