

核能技术

# 托卡马克中电子输运分布函数的研究

冯 晓 龚学余

(南华大学核科学技术学院, 衡阳 421001)

**摘 要** 应用粒子输运的模式来研究 Fokker-Planck 方程求解电子分布函数的关系, 得到了电子输运分布函数与扩散系数以及边缘损失的情况。计算表明: 当扩散系数增大时, 边缘损失, 电子分布剖面都在相应的增大, 在离轴加热时, 其相应的剖面峰值在减小。

**关键词** 电子分布函数 边缘损失 扩散系数 等离子体

**中图法分类号** TL631.24 **文献标志码** B

开展射频波在等离子体中传播的研究对实现将来聚变堆稳态运行以及用于等离子体隐身都具有重要的意义。在研究电子回旋波在等离子体中传播, 主要是为了求解波在等离子体中的功率沉积, 关于波功率沉积的计算, 主要是应用 Fokker-Planck 方程求解电子分布函数, 再利用电子分布函数求得波功率的沉积。在研究快波驱动的等离子体时, 主要是求解快波驱动的电密度分布, 关于电密度分布的计算, 必须先求解在快波电流驱动下电子的准线性扩散系数, 进而求解轨道平均的准线性 Fokker-Planck 方程, 以此求解电子的分布函数, 达到求出快波驱动的电密度分布的目的。这其中波功率沉积, 电密度分布都与扩散系数相关联, 扩散系数的选择会影响到功率沉积和密度分布, 然而目前关于扩散系数还没有比较准确和统一的计算方法<sup>[1]</sup>。本文主要采用理论与数值模拟分析的方法, 从电子输运与扩散系数的关系, 边缘损失与电子分布的关系等, 研究了应用 Fokker-Planck 方程求解电子分布函数的情况。

## 1 物理模型

在计算的波功率沉积和电流密度分布时, 一般

是应用 Fokker-Planck 方程求解电子分布函数, 再利用电子分布函数求得波功率沉积和驱动电流的大小。这其中波功率沉积与扩散系数相关联, 扩散系数的选择会影响到波功率的沉积, 然而目前关于扩散系数还没有比较准确和统一的计算方法, 来减小其带来的误差。本文采用了考虑边缘损失的情况, 在不考虑表面压力和不对称因素的影响以及射频波自身(波束的宽度, 波包的大小等)的影响, 来考虑扩散系数, 边缘损失对电子分布的影响。

在电子分布的方程中, 有<sup>[2,3]</sup>:

$$\frac{\partial f}{\partial t} - \frac{1}{\tau_D} \left[ \int_0^1 dx' P(x-x', x'; y) f(x', y) - \frac{f(x, y)}{\tau_D} \right] = 0 \quad (1)$$

我们考虑在  $0 \leq x \leq 1$  的边缘损失, 所以在 (1) 式等号右边加上边缘损失函数  $\varphi(x)$ , 那么 (1) 式可以写成:

$$\frac{\partial f}{\partial t} - \frac{1}{\tau_D} \left[ \int_0^1 dx' P(x-x', x'; y) f(x', y) - \frac{f(x, y)}{\tau_D} \right] = \varphi(x) \quad (2)$$

波动方程中,  $\tau_D$  是慢化因子, 可以认为是等于 1,  $P(x-x', x'; y)$  是粒子分布函数, 在一般的标准情况下, 电子分布  $P(x, y)$  视为高斯分布<sup>[4,5]</sup>:

$$P(x-x', x'; y) = G(x-x', y) = \frac{\exp\left[-\frac{(x-x')^2}{4Dt}\right]}{2\sqrt{Dt}\sqrt{\pi}}$$

2008 年 11 月 4 日收到

在  $k\lambda_D$  很小时 ( $k$  为波矢,  $D$  为扩散系数) 几乎趋于 0 时, 我们可以把方程 (2) 化成:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D \frac{\partial f}{\partial x} \right) + \mathcal{E}(x) \quad (3)$$

方程 (3) 式满足 Fokker-Planck 方程求解电子分布的函数,  $D$  为动量空间下的扩散系数。

### 1.1 均匀介质系统

在均匀的介质系统中, 扩散系数  $D$  不依赖于  $(x, y)$ , 于是, 方程 (3) 式可以写成

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -D \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \mathcal{E}(x) \quad (4)$$

### 1.2 非均匀介质系统

在非均匀的介质系统中, 扩散系数  $D$  依赖于  $(x, y)$ , 于是, 方程 (3) 式可以写成

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D \frac{\partial f}{\partial x} \right) + \mathcal{E}(x) \quad (5)$$

在 (5) 式中, 可以化简为:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\frac{\partial D}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial x} - D \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \mathcal{E}(x) \quad (6)$$

比较 (4) 式和 (6) 式, 可以发现, 非均匀的介质系统是在均匀的介质系统上加上微扰项  $\Gamma$ ,  $\Gamma = v \times \frac{\partial f}{\partial x}$  这里  $v = \frac{\partial D}{\partial x}$  微扰项  $\Gamma$  可以通过展开成时间和空间的傅里叶变换达到解决的目的。

1.3 方程的初始条件

文中采用了在一般的标准情况下, 电子分布都是视  $f$  为高斯分布, 在边缘条件时, 考虑了在  $f(x, 0) = 1$  和  $f(x, 0) = A \exp \left[ -\frac{(x - x_0)^2}{4w^2} \right]$  的情况进行分析 ( $x_0$  为电子分布的中心位置), 边缘损失  $\mathcal{E}(x) = \delta$  和离轴加热<sup>[45]</sup> 时  $\mathcal{E}(x) = \delta f(x, 0)$ 。

### 2 数值模拟和结果分析

计算中选取  $0 \leq x \leq 1$  来分析电子分布  $f(x, y)$  与  $x(r/a)$  之间的关系, Tokamak 装置的小半径  $a = 1.4 \text{ m}$ 。

在图 1 和图 2 中, 给出了均匀的介质系统中, 在  $f(x, 0) = 1$  时, 电子分布  $f(x, y)$  与  $x(r/a)$  之间的关

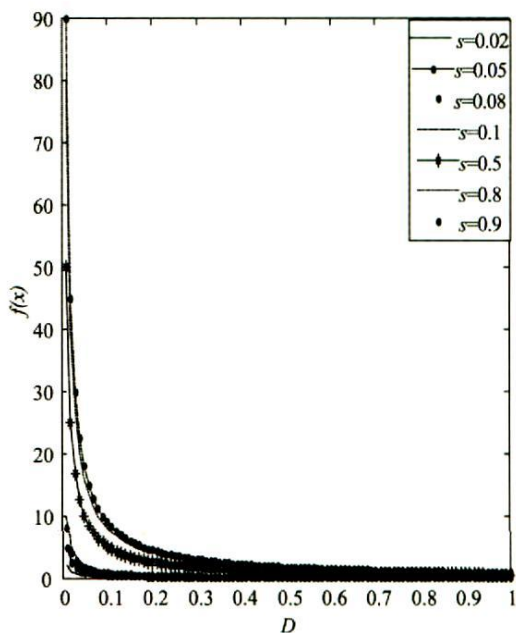


图 1 不同边缘损失下的电子分布

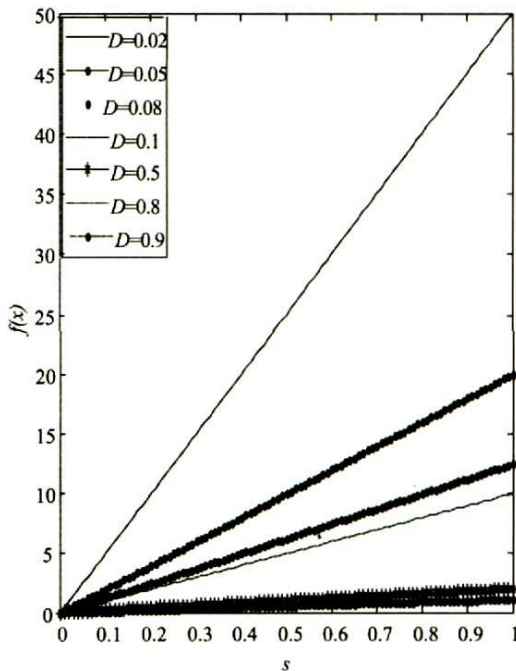
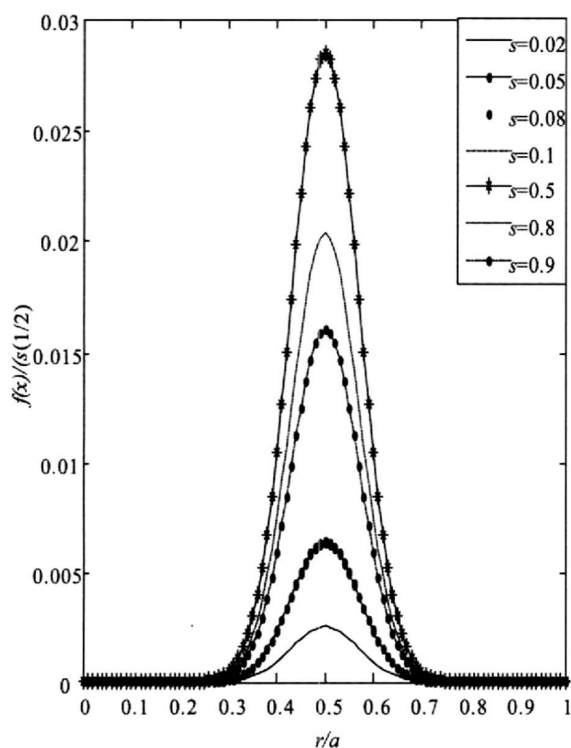
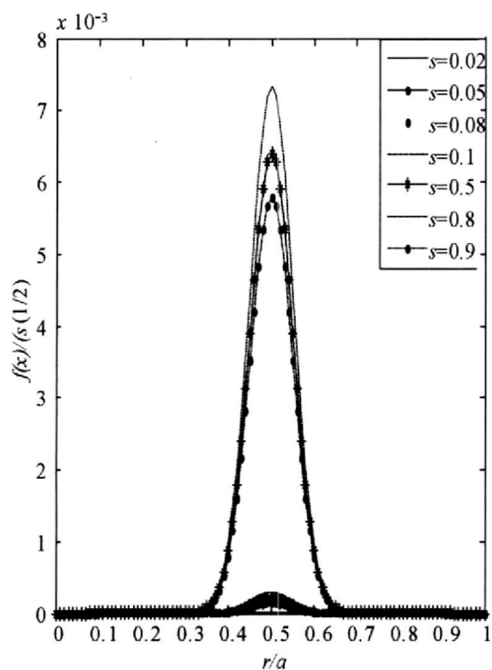


图 2 不同扩散系数下的电子分布

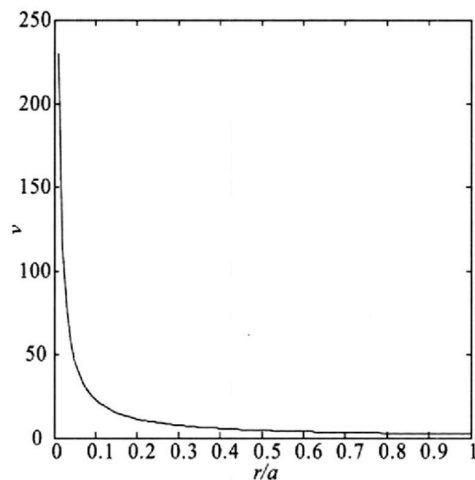
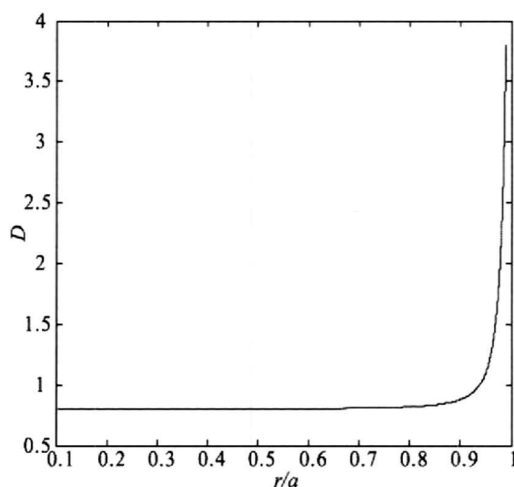
系, 从图可以看见, 电子分布与边缘损失  $\delta$  成正比关系, 与扩散系数成反比关系, 边缘损失伴随着扩散系数  $D$  的增加在增大; 伴随着扩散系数的增加, 电子分布在减少。

图3 电子分布 $f(x)$ 与 $(r/a)$ 的关系图4 离轴加热时电子分布 $f(x)$ 与 $(r/a)$ 的关系

在图3、图4中,给出了均匀的介质系统中( $D=0.004$ ,  $w=0.05$ ,  $\bar{x}=0.7$ ,  $A=0.45$ )分别是 $\bar{x}(x)$

$$= \delta \bar{x}(x) = \delta f(x, 0), \quad f(x, 0) = A \exp\left[-\frac{(x - \bar{x})^2}{4w}\right] \text{ 时,}$$

电子分布 $f(x)$ 与 $\bar{x}(r/a)$ 之间的关系,从图中可以知道,电子分布剖面伴随着边缘损失的增大而增大,在离轴加热时,其剖面峰值在减小,这主要是由于有效碰撞因子 $\bar{v}_e$ 和扩散传输途径增加的缘故<sup>[9]</sup>。

图5 中间变量 $v$ 与 $r/a$ 的关系图6 扩散系数 $D$ 与 $r/a$ 的关系

在图5、图6中,给出了非均匀的介质系统中,扩散系数 $D$ 与 $\bar{x}(r/a)$ 以及中间量 $v$ 之间的关系,从图中可以知道,扩散系数在等离子中心变化比较小,在靠近等离子体的边界,扩散系数变化比较明显。

### 3 结论

本文研究了在Fokker-Planck方程求解电子分

(下转第1005页)

## Testing the PMD of Optical Fiber in Long-distance Transmission Communication Net

SHAN Rong<sup>3</sup>, LI Tao<sup>3</sup>

(Department of Computer Science Weinan Teachers College, Weinan 714000, P. R. China)

Weinan Power Supply Bureau, Weinan 714000, P. R. China; Xi'dian University, Xi'an 710071, P. R. China)

[Abstract] A mostly factor to restricting the long-distance transmission of fiber is PMD. By testing the PMD between twisted fiber and without twisted fiber in same condition, indicating that PMD of twisted fiber is smaller, also its rolling is more stable.

[Key words] transmission communication net optical fiber link PMD testing

(上接第 1002 页)

布函数, 其电子输运分布函数与扩散系数, 边缘损失与电子分布的情况, 给出了扩散系数, 边缘损失, 电子分布剖面之间的关系, 数值模拟结果表明, 边缘损失, 电子分布剖面随扩散系数增大而增大, 在离轴加热时, 其相应的剖面峰值在减小。

在理论模型的分析时, 是在不考虑表面压力和不对称因素的影响以及射频波自身的影响, 来考虑扩散系数, 边缘损失对电子分布的影响。对于更接近实际情况的射频波注入的情况, 必须考虑波束的相关参数以及 Takamaki 的实际参数的情况下进行, 这将在以后的工作中进行。

### 参 考 文 献

1. Balescu R. Anomalous transport in turbulent plasmas and continuous time random walks. *Phys Rev E* 1995; 51(2): 4807—4816
2. O'Brien M R, Cox M, Start D F H. Fokker-Planck calculations of rheating in tokamaks. *Computer Phys Commun* 1986; 40(1): 123—129
3. Milligen B Ph, Carera S B A. Uphill transport and the probabilistic transport model. *Phys Plasmas* 2004; 11(3): 3787—3794
4. Van Milligen B Ph, Carera S B A. The foundations of diffusion revisited. *Plasma Phys Control Fusion* 2005; 47(1): B743—752
5. van Milligen B Ph, de Luna E, Tahares F L, et al. Ballistic transport phenomena in TJII. *Nucl Fusion* 2002; 42(1): 787—795

## Research Distribution Function of the Electron in Tokamak

HENG Xiao, GONG Xue-yu

(School of Nuclear Science and Technology Nanhua University, Hengyang 421001, P. R. China)

[Abstract] A distribution function of electron is researched with Fokker-Planck equation. The distribution of electron, diffusion coefficient and edge losing are gained. It is shown that the edge losing and electron distribution profile will be enlarge with the diffusion coefficient enlarge. Its peak profile is diminished with off-axis fueling.

[Key words] distribution function of the electron edge losing diffusion coefficient plasma