

电漂移对托卡马克中高能粒子轨道的影响

李攀, 龚学余*, 黄千红

(南华大学核科学技术学院, 湖南 衡阳 421001)

摘要: 通过数值求解漂移运动方程, 对托卡马克中高能粒子运动轨道进行了研究. 在 HL-2A 装置参数下, 考虑电漂移对粒子运动轨道的影响, 数值模拟了电漂移对粒子运动轨道影响. 模拟结果表明, 电漂移会使得氘离子的运动轨道出现一定程度的漂移, 并且导致香蕉轨道宽度变窄.

关键词: 电漂移; 粒子轨道; 托卡马克

中图分类号: TL61 **文献标识码:** B

The Influence of Electric Drift on Energetic Particle Trajectories in Tokamaks

LI Pan, GONG Xue-yu*, HUANG Qian-hong

(School of Nuclear Science and Technology, University of South China, Hengyang, Hunan 421001, China)

Abstract: Energetic particle trajectories in tokamaks is studied by solving the drift motion equation numerically. The influence of the electric drift to particle trajectories is simulated in HL-2A. The simulation results show that the trajectories of particle drifts as the electric drift effect was considered, and the banana width of particle orbit becomes narrower at this scenario.

key words: electric drift; particle trajectory; tokamaks

0 引言

中性束注入加热是托卡马克中重要的等离子体加热手段之一. 中性束注入到等离子体中, 快中性原子与本底等离子体中的电子和离子碰撞电

离, 或者发生电荷交换产生高能离子. 高能离子再与本底离子和电子通过库伦碰撞交换能量达到加热等离子体的目的. 未被热化的高能离子将损失掉, 未被约束住的高能离子将严重影响聚变反应, 还会给真空器壁造成负荷. 其中初始轨道损失是

收稿日期: 2012-12-18

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11075073); ITER 专项基金资助项目(2009GB105002); 湖南省教育厅科学研究基金资助项目(11C1081); 高等学校博士学科点专项科研基金资助项目(20114324110001)

作者简介: 李攀(1982-), 男, 湖南张家界人, 南华大学核科学技术学院硕士研究生. 主要研究方向: 中性束与等离子体相互作用. * 通讯作者.

高能离子损失的主要途径之一,因而必须给出高能粒子在托卡马克磁场中轨道运动的直观图像,明确高能粒子轨道运动的特点,为进一步研究高能粒子的轨道损失打下基础,所以,确定高能粒子的运动轨道成为一个重要的问题。

对磁约束聚变等离子体来说,带电粒子在电磁场中的运动是最基本的运动,如考虑等离子体运动对电磁场的影响,则确定等离子体的约束性质的主要是带电粒子在总的电磁场中的运动特性^[1],确定粒子在电磁场中的轨道的一个重要方法就是计算粒子的导心轨道^[2-5],导心轨道可以通过直接求解导心方程得到^[2-5],也可以利用三个独立的运动常数来确定^[3-4]。无论是哪一种计算方法,虽然出发的途径不一样,其物理图景都一样^[6]。目前的导心轨道模拟工作主要应用 ORBIT^[7]和 GCORBI^[8]等程序来研究高能粒子的轨道和约束。在这些粒子轨道计算中,等离子体中的电势一般都认为对粒子的作用可以忽略。

但事实上,托卡马克理论轴对称在实际情况

中会由于各种原因遭到破坏,在这种情况下,高能粒子的轨道会因为轴对称性不同程度的破坏而表现不同程度变化,在众多因素中,横越磁场的电漂移是影响粒子轨道的重要因素,因此,在存在等离子体电势的作用下,高能粒子的初始轨道也会有所不同,粒子的偏离同样会有所不同,故在漂移运动方程求解粒子轨道的过程中,考虑电漂移对高能粒子的轨道影响对进一步完善粒子轨道理论显得十分必要,对高能粒子初始轨道损失的研究亦十分重要。

1. 物理模型

在托卡马克环坐标系下,环向磁场近似为^[9]:

$$B_t = B_{t0} \left(\frac{R_0}{R_0 + r \cos \theta} \right) = B_{t0} \left(1 - \frac{r}{R_0} \cos \theta \right),$$

式中 B_{t0} 为磁轴处环向场,其中 $\frac{r}{R_0}$ 也叫逆纵横比。

托卡马克几何坐标如图 1 所示^[6]。

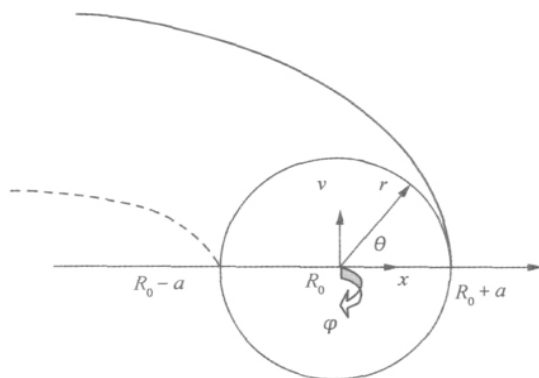


图 1 托卡马克几何坐标

Fig.1 The geometric coordinates of Tokamak

在环坐标下有:

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \vec{e}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \vec{e}_\phi,$$

$$\nabla \phi = \frac{\partial \phi}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \vec{e}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \phi}{\partial \phi} \vec{e}_\phi,$$

$$\vec{b} = \frac{\vec{B}}{B} = \frac{B_p}{B} \vec{e}_\theta + \frac{B_t}{B} \vec{e}_\phi,$$

$$= \frac{B_p}{B} \vec{e}_\theta + \vec{e}_\phi.$$

等离子体中离子的漂移轨道是由平行于磁场的分量、磁场不均匀性引起的梯度及曲率漂移和电漂移因素引起的电漂移这几种运动决定^[9]。粒

子运动速度可表示为^[10]:

$$\vec{V} = V_{||} \frac{\vec{B}}{B} + \frac{1}{\Omega} \left(V_{||}^2 + \frac{1}{2} V_{\perp}^2 \right) \frac{\vec{B} \times \nabla B}{B^2} + \frac{\vec{B} \times \nabla \phi}{B^2}, \quad (1)$$

Ω 为回旋频率, m 是粒子质量, $V_{||}$, V_{\perp} 分别代表粒子平行于、垂直于磁场方向的速度, ϕ 为电漂移, $\Omega = qB/m$ 。方程右边第一项代表平行磁场的分量,第二项是磁场曲率漂移和梯度漂移的合并形式,方程右边第三项是电漂移的形式。

对于方程第二项我们有如下推导^[11],磁场沿

θ 方向 ∇B 沿 r 方向 r 与 θ 方向垂直 则 $\nabla \times B$ 沿 z 方向, 真空中 $\nabla \times B = 0$, 于是有 $(\nabla \times B)_z = \partial(rB_\theta)/r\partial r$. 因此 $B_\theta \propto 1/r$ 亦即 $|B| \propto 1/R_c$ 有

$\nabla|B|/|B| = -\vec{R}_c/R_c^2$ 代入梯度漂移公式得:

$$\vec{v}_{\nabla B} = -v_\perp \vec{r}_c \vec{B} \times \vec{R}_c / 2B^2 R_c^2 = mv_\perp^2 \vec{R}_c \times \vec{B} / 2qB^2 R_c^2,$$

则总的漂移速度为:

$$\vec{v}_{R_c} + \vec{v}_{\nabla B} = m\vec{R}_c \times \vec{B} (v_{//}^2 + v_\perp^2 / 2) / qB^2 R_c^2$$

得出方程 (1) 右边第二项的形式.

忽略电漂移作用可得到以下径向、角向、环向粒子导心方程^[6]:

$$\frac{dr}{dt} = -\frac{v_{//}^2 + \frac{1}{2}v_\perp^2}{\Omega R} \sin \theta + v_{//} \frac{B_r}{B} \quad (2)$$

$$r \frac{d\theta}{dt} = -\frac{v_{//}^2 + \frac{1}{2}v_\perp^2}{\Omega R} \cos \theta + v_{//} \frac{B_\theta}{B} \quad (3)$$

$$R \frac{d\varphi}{dt} = -\frac{v_{//}^2 + \frac{1}{2}v_\perp^2}{\Omega R} \frac{B_\theta}{B} \cos \theta + v_{//} \frac{B_\varphi}{B} \quad (4)$$

环坐标下电漂移作用引起的电漂移可表示为:

$$\begin{aligned} \frac{\vec{B} \times \nabla \phi}{B^2} &= \frac{\vec{b} \times \nabla \phi}{B} = \\ \left(\frac{B_p}{B} \vec{e}_\theta + \vec{e}_\varphi \right) \times \left(\frac{\partial \phi}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \vec{e}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \phi}{\partial \varphi} \vec{e}_\varphi \right) &= \\ \left(\frac{B_p}{rB^2 \sin \theta} \frac{\partial \phi}{\partial \varphi} - \frac{1}{rB} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right) \vec{e}_r + \frac{\partial \phi}{B \partial r} \vec{e}_\theta - \frac{B_p}{B^2} \frac{\partial \phi}{\partial r} \vec{e}_\varphi \end{aligned} \quad (5)$$

用 e_r e_θ e_φ 点乘方程 (5) 得到电漂移在环坐标的三个分量:

$$\frac{dr}{dt} = \left(\frac{B_p}{rB^2 \sin \theta} \frac{\partial \phi}{\partial \varphi} - \frac{1}{rB} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right) \quad (6)$$

$$r \frac{d\theta}{dt} = \frac{\partial \phi}{B \partial r} \quad (7)$$

$$R \frac{d\varphi}{dt} = -\frac{B_p}{B^2} \frac{\partial \phi}{\partial r} \quad (8)$$

将式 (6)、式 (7)、式 (8) 分别附加到式 (2)、式 (3)、式 (4) 便得到考虑电漂移作用后的径向、角向 和环向的粒子导心方程:

$$\begin{aligned} \frac{dr}{dt} &= -\frac{v_{//}^2 + \frac{1}{2}v_\perp^2}{\Omega R} \sin \theta + v_{//} \frac{B_r}{B} + \\ &\quad \left(\frac{B_p}{rB^2 \sin \theta} \frac{\partial \phi}{\partial \varphi} - \frac{1}{rB} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right) \end{aligned} \quad (9)$$

$$r \frac{d\theta}{dt} = -\frac{v_{//}^2 + \frac{1}{2}v_\perp^2}{\Omega R} \cos \theta + v_{//} \frac{B_\theta}{B} + \frac{\partial \phi}{B \partial r} \quad (10)$$

$$R \frac{d\varphi}{dt} = -\frac{v_{//}^2 + \frac{1}{2}v_\perp^2}{\Omega R} \frac{B_\theta}{B} \cos \theta + v_{//} \frac{B_\varphi}{B} - \frac{B_p}{B^2} \frac{\partial \phi}{\partial r} \quad (11)$$

2 计算结果与分析

我们求解式 (9)、式 (10)、式 (11) 就可获得完整的粒子轨道, 计算假定粒子为氘离子, 计算参数选用环截面位形 HL-2A 装置参数, $R_0 = 1.65 \text{ m}$, $a = 0.4 \text{ m}$, $B_{\varphi 0} = 2.8 \text{ T}$, $W = 15 \text{ keV}$. 通过数值求解导心方程组 (2) - (4) 得到初速度与磁场夹角不同情况下高能粒子的通行轨道和捕获轨道. (在不考虑电漂移情况下)

图 2 ~ 图 5 给出随着夹角变大, 也就是随着 $V_{//}$ 减小, 通行粒子逐渐变成俘获粒子, 并且随着夹角的不同, 捕获粒子被捕获的深度, 即两个反弹点的距离也不一样. 通过求解方程组 (9) - (11) 可得到考虑电漂移情况下氘离子的轨迹, 如图 6, 图 7.

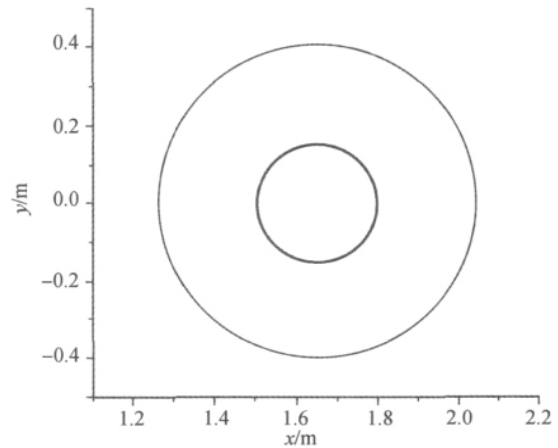


图 2 初速度与磁场的夹角为 20° 初始点在 $\rho = 0.15 \text{ m}$ 时 氘离子的运动轨迹.

Fig. 2 Trajectories of deuterium with starting point at 0.15 m and pitch angles 20° .

为了更直观地观察两种轨迹的差异, 两种图像进行了局部放大, 从图像上看, 未考虑电漂移作用前, 图 6 图像右半圆是封闭闭合的轨道; 考虑电漂移的作用后, 图 7 中粒子先从箭头 1 所指图像向上出发, 然后沿着箭头 2 所指图像向下, 再沿着

箭头 3 所指图像向上运动, 1、3 两轨迹已经不重合, 也就是发生了漂移, 从而香蕉宽度变窄. 香蕉宽度变窄的原因理论分析如下:

其中 $\Omega_p = qB_p/m$ 为极向回旋频率, 在 $\theta = 0$ 处, $v_{//} = v_{//0}$.

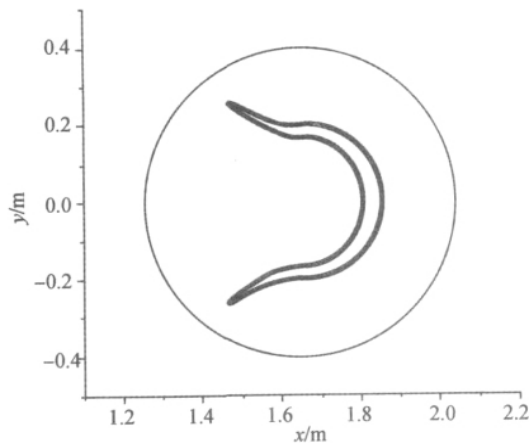


图 3 初速度与磁场的夹角为 60° , 初始点在 $\rho = 0.15$ m 时, 氘离子的运动轨迹.

Fig. 3 Trajectories of deuterium with starting point at 0.15 m, and pitch angles 60° .

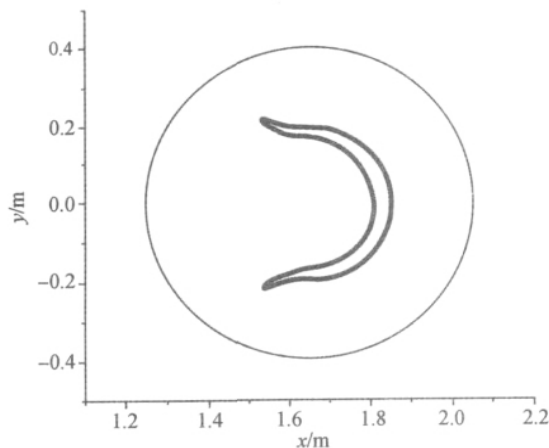


图 4 初速度与磁场的夹角为 65° , 初始点在 $\rho = 0.15$ m 时, 氘离子的运动轨迹.

Fig. 4 Trajectories of deuterium with starting point at 0.15 m, and pitch angles 65° .

平行于磁场的引导中心的速度在引入电漂移后表示为^[9]:

$$v_{//} = \sqrt{\frac{2}{m}(W - q\phi - \mu B)} \quad (12)$$

W 为粒子总能量 μ 为磁矩, 此式为根据能量守恒推出的速度表达式.

对于香蕉宽度有^[9]:

$$\Delta r = \frac{2v_{//0}}{\Omega_p} \quad (13)$$

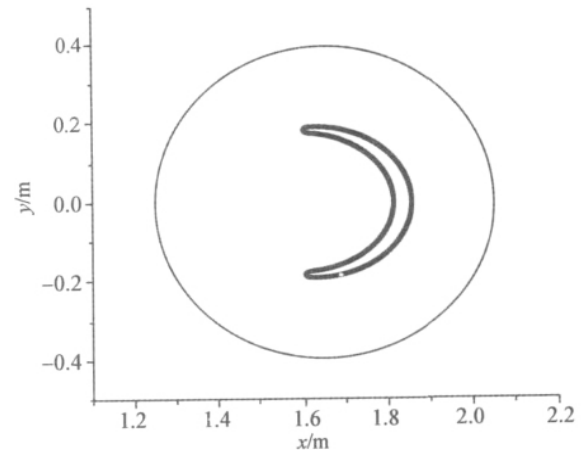


图 5 初速度与磁场的夹角为 70° , 初始点在 $\rho = 0.15$ m 时, 氘离子的运动轨迹.

Fig. 5 Trajectories of deuterium with starting point at 0.15 m, and pitch angles 70° .

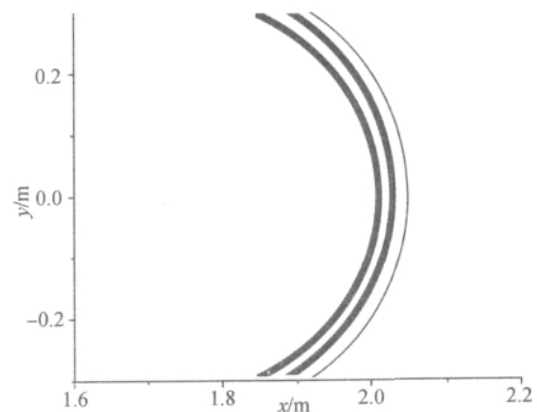


图 6 初速度与磁场的夹角为 70° , 初始点在 $\rho = 0.35$ m 时, 未考虑电漂移的氘离子的运动轨迹.

Fig. 6 Without considering the effect of electrical drift, the trajectories of deuterium with starting point at 0.35 m, and pitch angles 70° .

由式(12)式(13)可知, 在引入电漂移作用后, $v_{//}$ 变小, 导致香蕉宽度 Δr 变小. 数值模拟结果和理论分析是一致的.

3 结 论

在 HL-2A 装置参数下, 数值模拟了氘离子在托卡马克等离子体中的运行轨道, 得到不同初始发射角下通行粒子和香蕉粒子轨道图像. 考虑电漂移后, 发现与未考虑电漂移情况相比, 粒子的

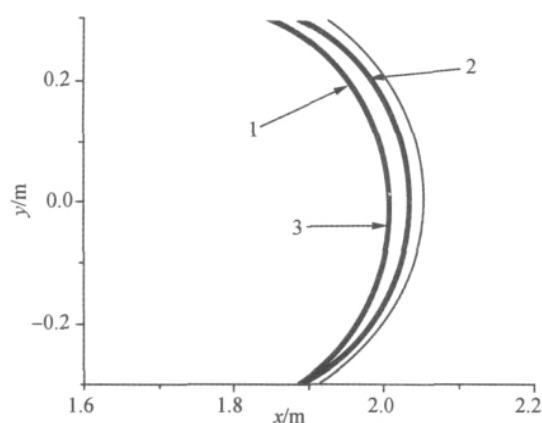


图 7 初速度与磁场夹角为 70° 初始点在 $\rho = 0.35 \text{ m}$ 时, 考虑了电漂移后的氘离子的运动轨迹.

Fig. 7 After considering the effect of electrical drift, the trajectories of deuterium with starting point at 0.35 m and pitch angles 70° .

轨道向外场侧有了一定偏移, 且香蕉粒子的宽度有一定程度的变窄, 由此给出的理论推导与本文的数值模拟结果一致. 在等离子鞘层或者电荷局部不平衡等偏离电中性的环境下, 尤其是基于漂移运动求解粒子轨道的过程中, 电漂移不能忽略.

参考文献:

- [1] 石秉仁. 磁约束聚变原理与实践[M]. 北京: 原子能出版社, 1999.
- [2] Tobita K, Tani K, Kusama Y, et al. Ripple induced fast ion loss and related effects in JT-60U[J]. Nuclear Fusion, 1995, 35(12): 1585-1591.
- [3] Xu Wei, Wan Baonian, Zhou Qian, et al. Study of particle behaviour at the edge in HT-7 Tokamak[J]. Chin. Phys. Soc., 2004, 13(1): 1510-1515.
- [4] Wang S, Zweben S. Model of alpha particle diffusion in the outer limiter shadow of TFTR[M]. New Jersey: Princeton Plasma Physics Laboratory press, 1996.
- [5] White R B, Boozer A H, Hay R. Drift hamiltonian in magnetic coordinates[J]. Phys. Fluids, 1982, 25(3): 575-576.
- [6] 邬良能, 愈国扬. 托卡马克中高能粒子的初始轨道极其损失研究[J]. 中国计量学院学报, 2004, 15(2): 0134-0138.
- [7] Redi M H, Zarnstorff M C, White R B, et al. Collisional stochastic ripple diffusion of alpha particle and beam ions on TFTR[J]. Nucl. Fusion, 1995, 35(10): 1191-1211.
- [8] 张杰, 罗家融, 王少杰. 中型托卡马克中粒子约束[J]. 物理学报, 2006, 55(3): 1077-1082.
- [9] 朱士尧. 核聚变原理[M]. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 1992.
- [10] MIYAMOTOK. Plasma physics for nuclear fusion[M]. cambridge: MIT press, 1976.
- [11] 李定, 陈银华, 马锦秀, 等. 离子体物理学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2006.