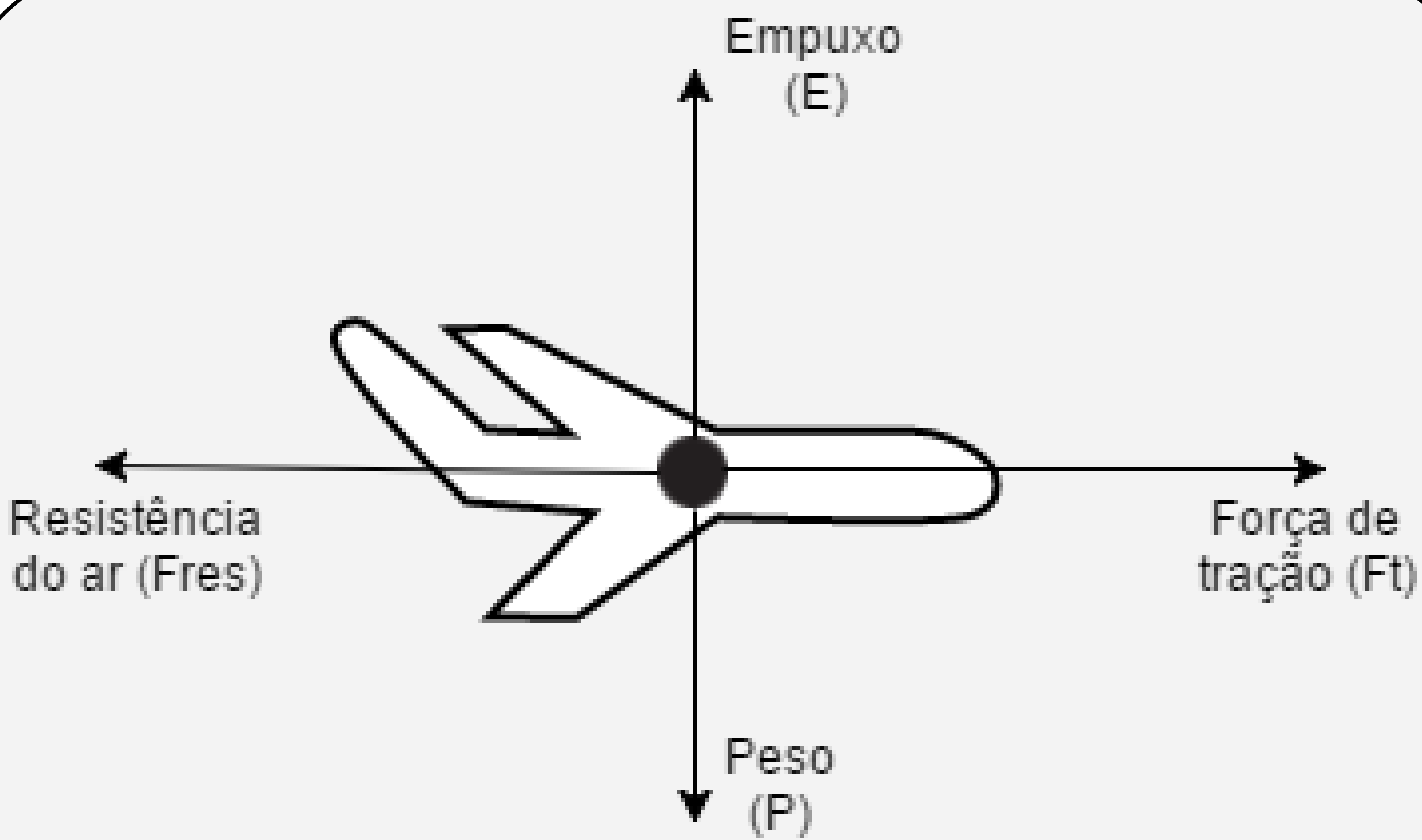


Qual o tempo necessário para que um Boeing 747 aumente a sua velocidade a 5000m de altitude?

Guilherme Guidi e Vitor Liu
Insper - Prof. Leonidas Junior

Um avião modelo Boeing 747, com 4 motores turbofan Pratt & Whitney JT9D, pode chegar até 917 km/h, percorrer 13.450 km e carregar 605 passageiros.
O objetivo deste estudo é definir o tempo que um Boeing 747 demora para alcançar diferentes velocidades a 5000 m de altitude, partindo de uma velocidade fixa.

1 - Métodos



Considerações iniciais:

- $\vec{P} + \vec{E} = 0$
- $v_0 = 150\text{ m/s}$
- Aceleração máxima = 20 m/s^2

Quando o avião se encontra com velocidade constante, sua força resultante é igual a zero, ou seja:

$$\vec{F}_t = \vec{F}_{res}$$

A força da resistência do ar se dá por:

$$\vec{F}_{res} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot C_d \cdot A_b$$

ρ : Densidade do ar a 5000 m = $0,1461\text{ kg/m}^3$
 v : Velocidade do avião (m/s)
 C_d : Coeficiente de arrasto (aprox) = $0,5$
 A_b : Área de arrasto (aprox.) = $769,13\text{ m}^2$

Porém, ao definir uma velocidade maior a ser atingida (V_f), é necessário que a força de tração seja maior que a força da resistência do ar, ou seja, a aceleração seja positiva conforme o seguinte:

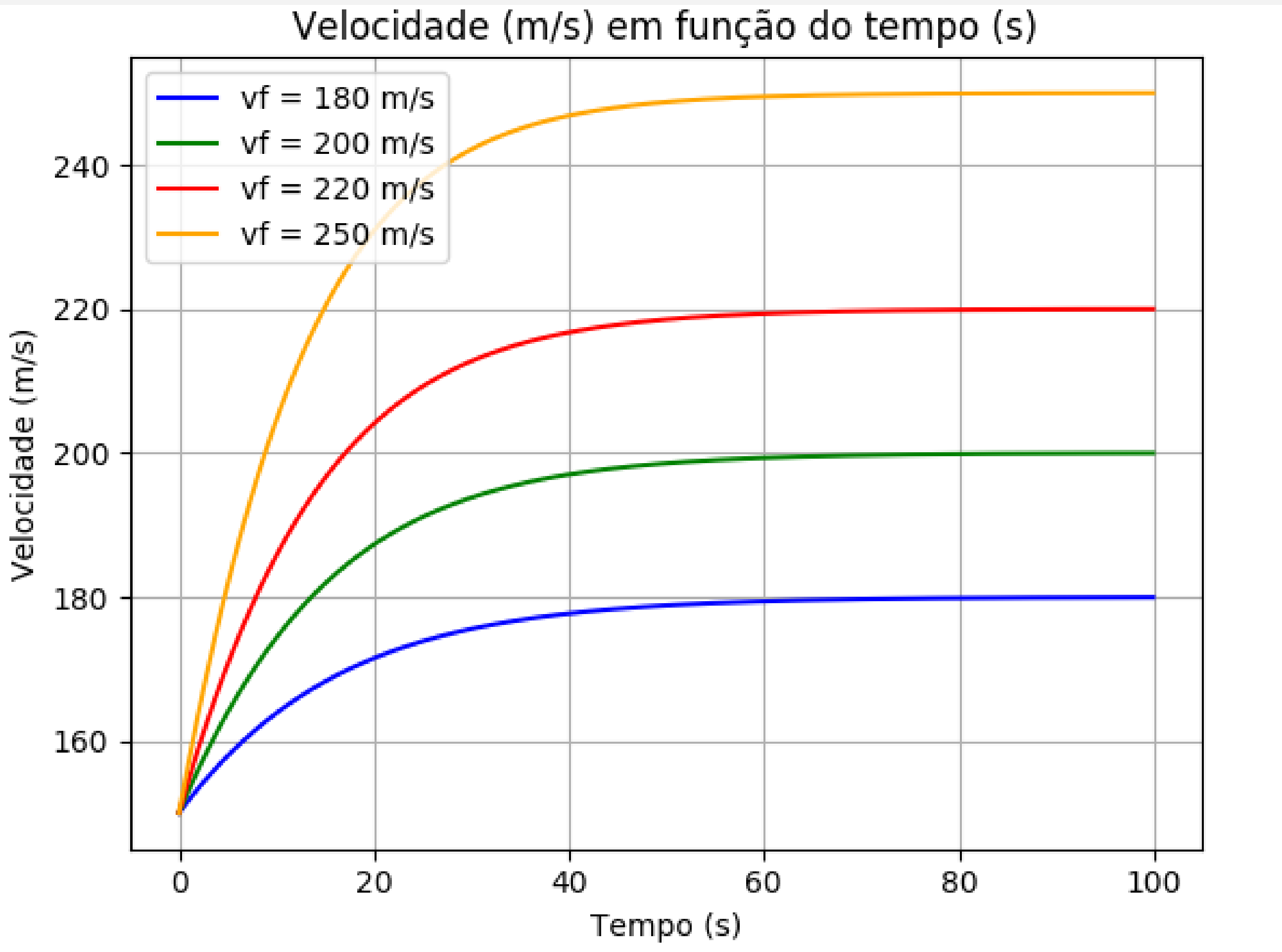
$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{|\vec{F}_t| - |\vec{F}_{res}|}{m}$$

Onde:

$$\vec{F}_t = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_f^2 \cdot C_d \cdot A_b$$

Para o estudo, os valores das velocidades a serem atingidas (V_f) serão 180 m/s , 200 m/s , 220 m/s , e 250 m/s .

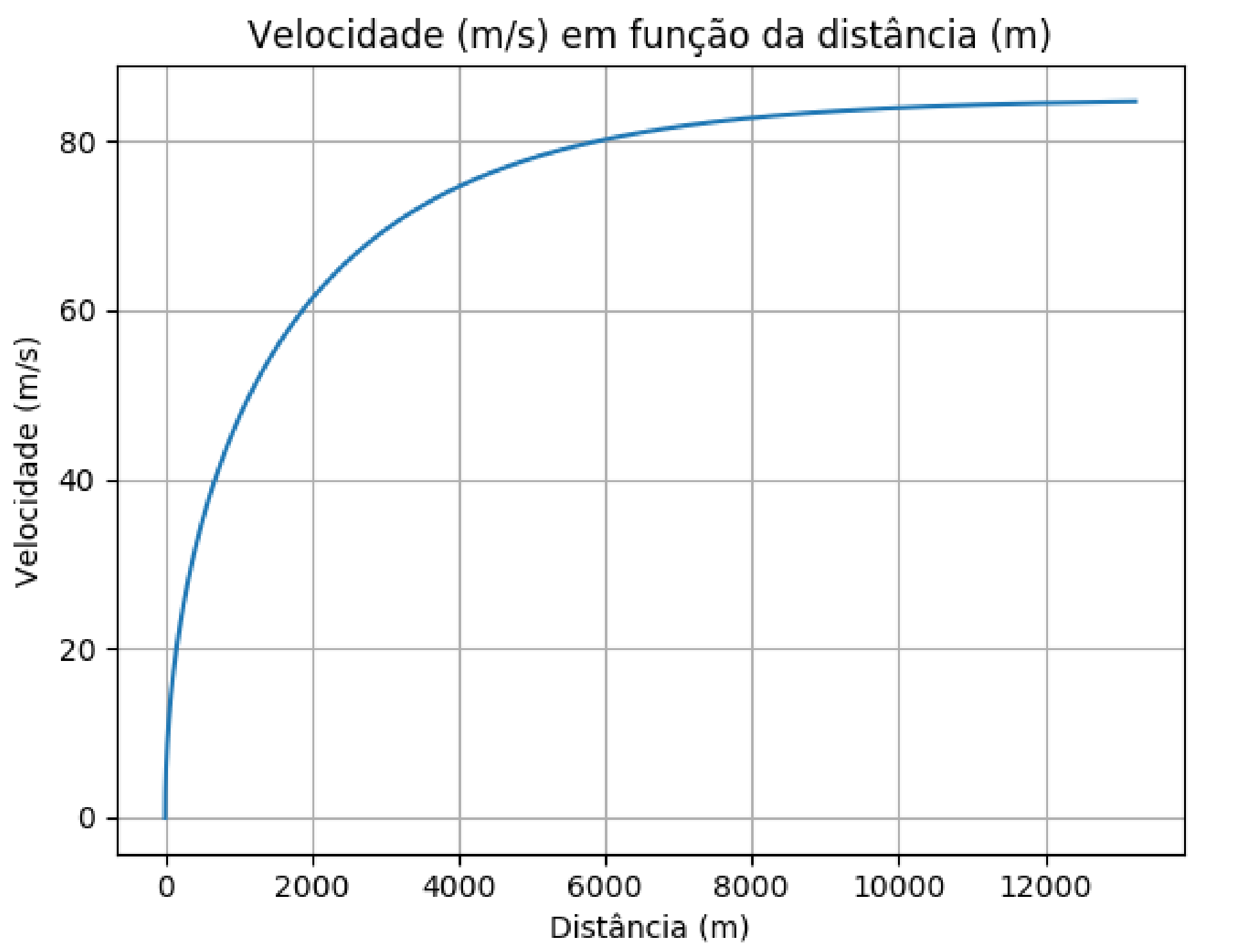
2 - Resultados



Os resultados mostrados no gráfico indicam que o aumento da velocidade foi exponencial decrescente. O tempo para se alcançar todas as velocidades determinadas foram por volta de 60 a 70 segundos.

3 - Validação

Utilizando esse modelo numa situação de decolagem de um Boeing 747, pode-se verificar se o modelo é válido ou não.
O Boeing, aproximadamente, percorre 1500 metros e decola a 85 m/s .



A validação demonstrou que o modelo não está próximo ao mundo físico pois, na simulação da decolagem, para chegar a 85 m/s , o avião percorreu quase 10000 metros a mais que o esperado.

4 - Conclusão

Como dito pela validação, o modelo não está condizente com o mundo físico pois a força da resistência do ar, no modelo, é intensa demais. Isso ocorreu, provavelmente, pelas aproximações da área do avião suscetível ao arrasto e o coeficiente de arrasto, ou até por causa da desconsideração da força peso e empuxo.
Para estudos posteriores, será necessário aprofundar mais sobre a resistência do ar e sobre o empuxo.

Fontes:
<http://www.wxaviation.com/ISAweb-2.pdf>
https://en.wikipedia.org/wiki/Drag_coefficient
<https://www.quora.com/What-is-the-minimum-runway-length-needed-for-a-Boeing-747-400-to-takeoff>
https://en.wikipedia.org/wiki/Boeing_747
<https://www.flightdeckfriend.com/ask-a-captain/what-speed-does-a-747-take-off-and-land/>