

“互联网+”时代的出租车资源配置模型

摘要

随着我国经济的迅速发展与人民生活水平的不断提高,出租车行业在城市得到了迅猛发展,成为了现代城市交通系统重要的组成部分。而“互联网+”时代的到来,各种打车软件的兴起为传统的出租车服务行业注入了新的发展动力,实现了乘客与出租车司机之间的信息互通,提高了出租车的利用率,减少了乘客等待时间,也为“打车难”问题的解决带来了福音。本文从供求匹配和缓解“打车难”问题两方面考虑,就出租车资源配置问题进行如下的研究。

针对问题一,为了分析不同时空出租车资源的“供求匹配”程度,首先分别讨论出租车需求与供给的影响因素,确定了乘客最长等车时间和出租车空驶率这两个重要指标分别用来衡量影响出租车需求量和供给量。然后,建立了出租车供求匹配程度模型,当乘客最长等车时间在合理的乘客可接受最长等待时间区间内即供求匹配。接下来,根据搜集到的南京市滴滴打车软件数据,将南京市划分为包括玄武区在内的十三个区域,针对早高峰,下午和晚高峰三个交通重要时间段,对南京市不同区域和不同时间段进行不同时空下的出租车资源“供求匹配”程度分析。

针对问题二,要求分析各公司的出租车补贴方案对“缓解打车难”是否有帮助。我们分别从补贴对司机和乘客的影响两方面考虑,分析补贴方案对“打车难”是否有缓解及缓解程度。从司机方面,我们通过分析补贴对司机的拒载行为影响,当打车软件公司补贴后的司机实际收益值未达到司机期望的收益值,司机会拒载,接下来,进一步引入司机拒载率指标,建立神经元 S 特性 Sigmoid 函数形式的出租车拒载函数模型,根据查找的滴滴打车和快的打车公司补贴方案,经过计算,得出各种对司机的补贴方案会降低出租车拒载率的结论,会缓解“打车难”问题。从乘客方面,我们运用问题一建立的供求匹配模型,分析需求量增加时曲线的变动,进而影响需求曲线和供给曲线交点处乘客可接受的最长等车时间,根据搜集到的数据作出图像后,分析得出结论:对乘客补贴方案会增加需求量,不会缓解“打车难”问题。最后,我们通过利用数据对模型进行检验,验证分析的合理性,提出现有补贴政策均为不分时段等额补贴,有很大的弊端,因而需要对补贴政策进行改进。

针对问题三,根据不分时段的等额补贴方案的弊端,本题从两个角度考虑制定出租车补贴方案。其一,考虑等额补贴政策引发出租车司机的“挑单”现象,建立分里程阶梯式层次补贴机制;其二,考虑交通高峰对司机接单积极性的影响,建立分时段差额动态补贴机制。建立优化补贴方案模型,求解出各情况下的补贴额。接下来,分别从拒载率随行驶里程变化曲线和实际模拟仿真两个角度论证该补贴方案的合理性,模拟仿真的结果表明,优化后的补贴方案明显克服了传统等额补贴方案的缺点,对缓解“打车难”有更深刻的实际意义。

关键词: 乘客等车时间 供求匹配 拒载率 神经元 S 特性函数 离散事件仿真

一、 问题重述

出租车是市民出行的重要交通工具之一，“打车难”是人们关注的一个社会热点问题。随着“互联网+”时代的到来，有多家公司依托移动互联网建立了打车软件服务平台，实现了乘客与出租车司机之间的信息互通，同时推出了多种出租车的补贴方案。

请你们搜集相关数据，建立数学模型研究如下问题：

(1) 试建立合理的指标，并分析不同时空出租车资源的“供求匹配”程度。

(2) 分析各公司的出租车补贴方案是否对“缓解打车难”有帮助？

(3) 如果要创建一个新的打车软件服务平台，你们将设计什么样的补贴方案，并论证其合理性。

二、 问题假设

1. 假设出租车运营的城市交通结构稳定，短时间内不会增加新的交通工具；
2. 假设该城市规模、人口数量和经济发展水平等因素在一段时间内无较大起伏；
3. 假设天气状况、司机驾车技术及出租车性能等均为理想化条件下；
4. 假设出租车在行驶过程中平均每小时的成本、平均每运次的里程一定；
5. 假设所研究的城市政府对出租车行业的政策基本不变；
6. 假设参考文献中的数据来源可靠，真实可信。

三、 符号说明

Q	居民出行需求
D	需求函数
A	社会环境系统
S	服务水平
T	乘客最长等车时间
A_0	出租车特定的时候环境系统
S	出租车供给水平
J	出租车供给函数
N	出租车总数
d_0	出租车起步价里程
p_s	起步费
p_l	里程费率
p_m	高峰期等候时费
p_n	非高峰期等候时费
L	平均每运次里程
C	平均每小时成本
μ	出租车司机行为参数
t_a	每单时速低于 12 公里时间

四、 问题分析

4.1 问题一分析

随着我国经济的迅速发展与人民生活水平的不断提高,出租车行业在城市得到了迅猛发展,成为了现代城市交通系统重要的组成部分。然而随着出租车资源配置的不均衡发展,加上越来越多的司机拒载情况发生,“打车难”逐渐成为人们关注的一个社会热点问题。而打车软件的出现为解决行业矛盾提供了新的思路,随着“互联网+”时代的到来,有多家公司依托互联网建立了打车软件服务平台,使得出租车获得最大的利用率,乘客与司机之间的实时互动,减少了乘客等待时间和拒载现象。

为了更好的研究实际情况出租车资源配置问题,我们从出租车需求与供给影响因素分析研究入手,在“互联网+”时代背景下,确定了乘客最长等车时间和出租车空驶率这两个重要指标,分别用来衡量影响出租车需求和出租车供给的重要因素。提出了出租车供求匹配程度的判断依据,即出租车乘客最长等车时间是否在合理的乘客可接受最长等待时间区间内。对于搜集到的南京市滴滴打车软件数据,将南京市划分为包括玄武区在内的十三个区域,针对早高峰,下午,晚高峰三个交通重要时间段,对南京市不同区域和不同时间段进行不同时空下的出租车资源“供求匹配”程度分析。

4.2 问题二分析

随着现代社会的发展和人民生活水平的提高,城市交通拥堵问题日益严重,时间成本高,出车效益下降,出租车在固定的工作时间内运送里程越来越短,完成运次越来越少,总体收入逐渐下降,导致出租车供给量下降;同时地,城市交通水平不断提高,人们出行时对出租车的需求量急剧增加,由于供需失衡导致的“打车难”是交通结构较完善的城市普遍存在的问题。

出租车的供需与 2 个指标有关联:出租车可得性(一般以顾客等待时间衡量)和出租车利用率(一般以出租车实载率衡量)。而拒载行为同时影响这 2 个变量,它不仅降低了出租车可得性,同时使得出租车利用率下降,使得出租车的供需平衡机制产生了变化,因而可以从出租车拒载角度出发,分析“打车难”问题。

分析打车软件公司提出的补贴方案对“打车难”问题有以下两方面影响:从司机方面考虑,在当今社会中,出租车司机拒载情况越来越严重,特别是在上下班高峰期以及雨雪等恶劣天气的情况下,司机为了平衡收益,拒绝搭载出行距离短、行驶线路拥堵和行驶线路路况不好的乘客,导致乘客等待时间过长甚至因为打不到车而换乘其他交通工具。打车软件公司推出的多种出租车补贴方案,对司机出车的补贴方案可以避免司机因为入不敷出拒绝出车的现象,增大了供给量;从乘客方面考虑,给乘客乘车补贴可以刺激乘客选择出租车这一出行方式,增大需求量,导致出租车的万人拥有量降低。

基于上述分析,本题拟从补贴对司机、乘客的影响两方面建立模型,设立不同补贴方案下司机的拒载率和乘客可接受的最长等车时间两个指标,来衡量补贴方案对于缓解“打车难”问题是否有帮助以及对帮助程度作出说明。

在补贴对司机拒载行为的影响方面,首先通过将打车软件公司补贴后的司机实际收益值与司机期望的收益值进行比较,当前者大于后者时,认为司机不会拒载,接单量会增加,即增加了同一时刻的出租车供给量。接下来,进一步引入司机拒载

率指标,运用神经元 S 特性 Sigmoid 函数形式的出租车拒载函数模型,分析拒载率与每单补贴金额的函数关系,比较补贴前和补贴后的司机拒载率,当补贴政策下司机拒载率下降,我们认为“打车难”问题可以得到缓解。

在补贴对打车软件的推广、增加用户量方面,我们运用问题一建立的模型,分析需求量增加时曲线的变动,进而影响需求曲线和供给曲线交点处乘客可接受的最长等车时间,当乘客可接受的最长等车时间减小,供大于求阶段时间缩短,即增大打车的难度,“打车难”问题没有缓解

最后,我们通过利用搜集到的数据对模型进行检验,验证模型的合理性,然后分析各个公司具体的补贴政策对“缓解打车难”问题的帮助,提出合理的补贴建议,从而对补贴政策进行改进。

4.3 问题三分析

根据问题二求解结果的分析,滴滴打车和快的打车软件公司的补贴政策均为不分时段等额补贴,以接单量为单位进行补贴,这种补贴政策的缺点在于:一方面,一天 24h 中道路的拥挤程度不同,时间和燃油费成本有很大的差异,而补贴额度相同,司机为了提高利润更愿意在非高峰时期载客;另一方面,等额补贴的政策会使得司机为了得到更多的补贴,提高接载次数,尽可能接载里程短的乘客,出现“刷单”现象。因此,这两种情况下,不分时段等额补贴政策并不能缓解“打车难”问题。

因此本题从以下两个角度考虑制定出租车补贴方案。

角度一:考虑交通高峰对司机接单积极性的影响,交通高峰出现后,乘客出行需求增大,而此时司机接单积极性大幅度下降,供给量减少。针对这种情况,可以建立分时段差额动态补贴机制,在交通高峰期加大公司补贴力度,促进司机接单的积极性,提高供给量,方便乘客打车,缓解“打车难”问题。

角度二:考虑等额补贴政策引发出租车司机的“刷单”现象,司机为了获得更多的补贴,尽可能提高接单量,因而选择接载里程短的乘客。针对这种情况,我们建立分里程差额层次补贴机制,当出租车载客里程越远,以分级补贴的形式增加补贴额度,刺激司机接单积极性,尽量减少“挑单”现象,缓解“打车难”问题。

五、 模型建立与求解

5.1 问题一模型

5.1.1 出租车需求影响因素分析

5.1.1.1 外在影响因素

1.城市规模

(1) 城市人口规模

人口规模决定了城市交通出行的总量,城市用地规模影响了居民出行时间和距离。城市人口由常住人口、暂住人口和流动人口构成,而暂住人口又分暂住时间较长者和暂住时间较短者。由于出租车的服务对象主要是中高收入者和外来暂住者,这使得不同人群选择出租车的概率也不同,因此在确定出租车拥有量时除了考虑人口总量以外,还需要考虑人口的构成。

(2) 用地规模

不同城市规模及城市用地面积和状况决定了不同的城市道路网的规模和分布形态。城市规模的扩大，导致城市空间的扩大，从而使得居民出行距离线性增长，使中长距离的出行在城市居民总体出行中所占的比重越来越大，一定程度上影响着居民出行方式的选择。

2.城市经济发展水平

交通运输的发展促进了社会经济的发展，社会经济的发展对交通运输又不断提出新的要求。随着经济增长、机动化发展和生活水平的提高，以及人们的消费观念和消费结构的转变，出行率将可能有较大幅度的提高。此外，由于生活水平的提高，人们的支付能力增强，有更多的人能乘坐出租车，这一切都为出租车供给的增加提供了条件。城市社会经济发展水平是城市出租车发展的经济基础，它与居民收入也决定了人们愿意支付的交通费用的多少。

3.城市自然地理条件

城市的地理环境位置、地形和气候对人们选择交通方式的习惯和偏好会产生极大的影响，因而对出租车的需求也有一定影响，这主要表现在三个方面：一是天然阻隔在一定程度上影响了城市交通结构，使出租车需求受到一定影响。如长江分割的南京，由于长江大桥的交通压力大，出租汽车在江南、江北来往受到限制，影响了人们对出租车的需求；二是城市地形、地貌影响城市交通方式，在地势平坦的城市，人们选择自行车、步行作为出行机率大，选择公共交通的机率相对小，如成都市，而在地势崎岖、不平坦的城市，选择公共交通的机率就相对大一些，如重庆市；三是气候条件影响人们选择出行方式，在多雨、酷热、严寒地区或季节，人们选择公共交通的机率就相对大一些，因此，对出租车的需求相对增加。

4.城市交通环境

（1）城市交通需求。

城市交通需求是居民对交通基础设施的需要程度。交通需求的大小，是决定交通基础设施规模最直接和最具决定意义的因素。表征城市交通需求的指标有：城市居民的出行强度、城市公共交通总出行量等。人均出行次数是居民出行强度的最直接反映，它反映了城市居民出行的能力和需要。

（2）城市交通结构

城市交通结构主要是指城市轨道交通、常规公交、小汽车、自行车、步行等社会大交通方式的构成比例，其主要表征为城市各种交通方式的出行总量和分担率。出租汽车行业是一个竞争性较强的行业，该行业的可替代性较强。出租汽车主要与小汽车、高档公共交通方式之间存在竞争关系，主要取决于方便性、舒适性、准达性等服务质量要素与价格的高低。

5.1.1.2.内在影响因素

1.安全性。

从乘客对安全性要求来看，是乘客对出租车车辆及出租车驾驶员驾驶行为的一个期望

2.舒适性。

从乘客对舒适性要求来看，是乘客对出租车车辆性能的一个期望

3.经济性。

从乘客对经济性的要求来看，主要体现在乘客对出租车价格体系的一个期望

4.便捷性。

因为出租车提供的服务时“点到点”、“门到门”的服务，所以便捷性的要求

主要体现在乘客乘坐出租车的容易程度以及乘坐出租车的的时间上的一个期望，乘客预期的等候时间是出租汽车市场服务质量的一个重要指标，在一定程度上决定了乘客是否选择出租汽车作为出行工具，因此乘客乘坐出租车的难易程度主要体现在出租车乘客等待出租车的的时间的长短上，而这一点主要由出租车供给数量来决定，出租车乘客乘坐出租车的的时间则主要由城市的道路状况来决定。

综上所述，影响出租车需求的因素可用下图来表示：

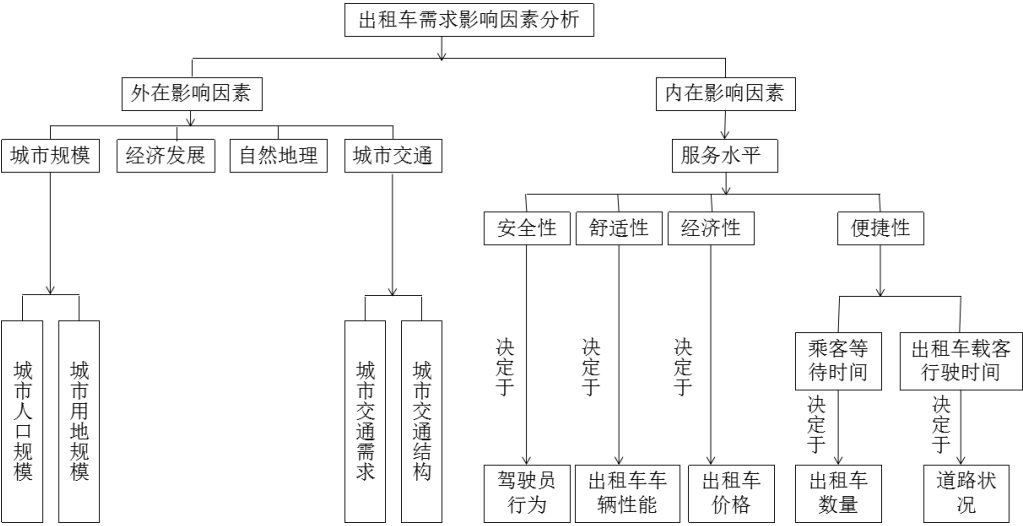


图 1.1 出租车需求影响因素分析

5.1.2 出租车需求机理研究

5.1.2.1 出租车需求函数

对社会活动系统中的出租车需求进行分析时，我们用出行量 Q 来表示，因此交通运输需求模型可表示为：

$$Q = D(A, S)$$

因此居民出行需求由社会环境系统 A 和服务水平 S 共同决定。从国内外发展的历程可以看出，当社会活动越频繁，居民出行需求越大，因此， Q 与 A 成正比；当社会环境系统一定的情况下，服务水平越高，人们的出行意愿越强，因此出行需求也就越高，服务水平与居民出行需求的关系见下图：

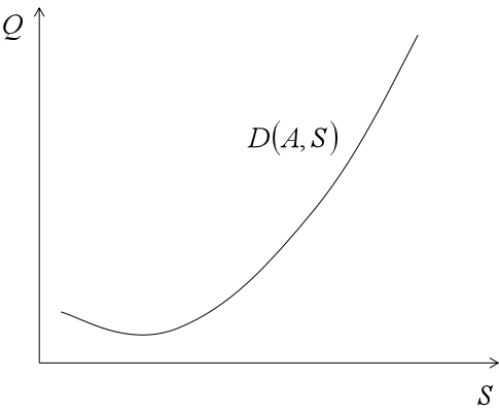


图 1.2 出租车需求函数

5.1.2.1 乘客最长等车时间

结合上文对出租车需求影响因素的分析可以看出,当影响出租车需求的城市经济发展水平、城市规模、自然地理条件、城市交通环境等外界因素一定的情况下,出租车需求主要由出租车服务水平决定。而当出租车车型、驾驶员行为、价格体系以及道路状况一定的情况下,出租车需求主要由乘客最长等车时间来决定。当出租车乘客可接受的等车时间越短,则出租车乘客对出租车供给水平要求越高;反之,当出租车乘客可接受等车时间越长,则出租车乘客对出租车供给水平要求越低。

因此,在出租车车型、驾驶员行为、价格体系以及道路状况一定的情况下,出租车需求可表示为:

$$Q = D(A_0, T)$$

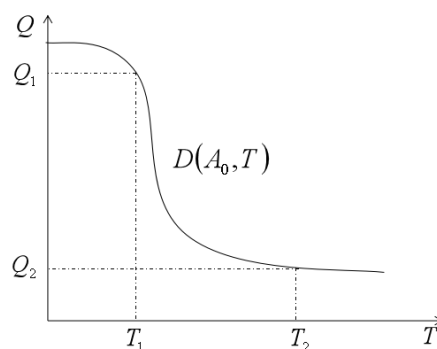


图 1.3 出租车需求与乘客最长等车时间关系示意图

- (1) 当 $T < T_1$ 时, 出租车客流量随等车时间的增大而较缓的减少;
- (2) 当 $T_1 < T < T_2$ 时, 出租车客流量随等车时间的增加而急剧减小;
- (3) 当 $T_2 < T$ 时, 出租车客流量基本趋于平稳不再减小;

可以看出, T_1 即为出租车乘客可接受的最长等车时间, 当出租车乘客最长等车时间超过这个临界值时, 很多出行者就将选择其他出行方式。

5.1.3 出租车供给影响因素分析

5.1.3.1 出租车供给影响因素

1. 国家政策及城市交通发展战略

国家政策以及城市未来交通发展战略对出租车供给的影响主要体现在对出租车在城市交通系统中的功能定位及出租车分担率的确定上。目前, 国内出租车发展规模主要是由政府以特许经营权的形式加以控制和管理。因此, 国家政策导向及城市交通发展战略和政策对出租车供给有着至关重要的影响。

2. 出租车运营利润

出租车运营利润也是影响出租车供给的一个重要因素。出租车运营利润较低时, 部分出租车经营者就会选择退出出租车市场, 进而降低出租车供给水平。出租汽车空驶率是能直观地反应出租车经营者的经营状况的一向重要指标参数。当出租车空驶率越高, 则表明出租车司机载客次数越少, 则出租车运营收入越低;

反之出租车运营收入越高。

5.1.4 出租车供给机理研究

5.1.4.1 出租车供给函数

对出租车供给进行分析时，我们是用它的供给水平 S 来表示：

$$S = J(A, Q)$$

因此出租车供给水平 S 由社会环境系统 A 和居民出行需求 Q 共同决定。从国内外发展的历程可以看出，当社会活动越频繁，出租车供给水平 S 越高，因此， S 与 A 成正比；当社会环境系统一定的情况下，居民出行需求越强，出租车供给水平 S 也会相应越高，但是随着居民出行需求的增大，受到政府管制和城市公共交通其他方式的影响，出租车供给水平会趋于平稳甚至下降。供给服务水平与居民出行需求的关系见下图：

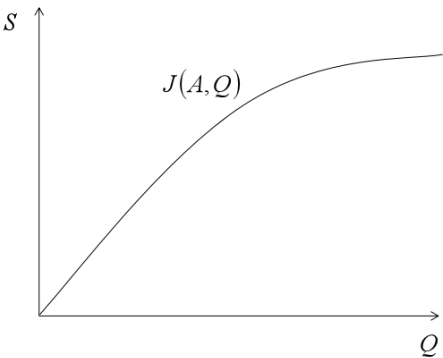


图 1.4 出租车供给函数

5.1.4.1 出租车空驶率

在上文对影响出租车需求的分析中，对出租车供给影响因素进行了分析，可以看出一个城市出租车合理分担率已确定的基础上，出租车空驶率是表征出租车供给水平的一项重要指标，可用出租车空驶率来表示出租车供给水平：

$$K = J(A_0, Q)$$

出租车空驶率分为时间上和空间上的空驶率，时间上的空驶率是指一定时间内出租车空驶时间与总的行驶时间的比值；空间意义上的空驶率是指在一定时间内出租车空驶里程与总的行驶里程的比值。在本模型中的出租车的空驶率是从空间意义上讲。在一定供给水平下，当出租车数量越高，这时出租车空驶率也就越大；当出租车数量越低，这时出租车空驶率也就会越小。出租车空驶率与出租车数量的关系如图所示

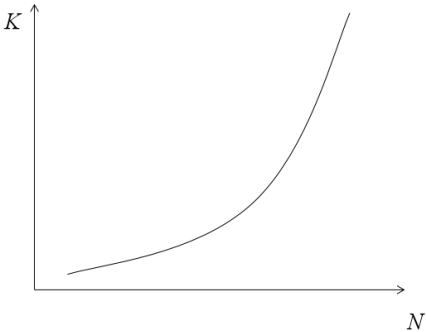


图 1.5 出租车空驶率与出租车数量关系

5.1.5 出租车供求匹配程度模型

当需求与供给两种力量达到一致时，即处于供求平衡状态，此时的运输需求量与供给量相一致，这个量就称为到达供需平衡时的供求量，简称为平衡供求量。

可以看出，当城市经济发展水平、城市规模、自然地理条件、城市交通环境等外界影响因素以及驾驶员行为、出租车价格、出租车车辆性能等内在影响因素一定的情况下，影响出租车供需平衡的需求方可由乘客最长等车时间来表征，而在出租车分担率已定的情况下，出租车供给水平则由出租车空驶率来衡量。

因此，我们认为当乘客最长等车时间在乘客可接受最长等车时间范围内，且出租车空驶率也尽可能小时，出租车即达到供需平衡状态，也就是所谓的“供求匹配”程度达到最好。即针对乘客的实际等车时间 w ，确定合理的乘客最长等车时间标准区间 $[T^* - \varepsilon, T^* + \varepsilon]$ 。

(1) 当 $T^* - \varepsilon \leq w \leq T^* + \varepsilon$ 时，认为该区域该时段供求匹配程度良好。

(2) 当 $w < T^* - \varepsilon$ ，或 $w > T^* + \varepsilon$ 时，认为该区域该时段供求匹配程度较差。

5.2 问题一求解

根据上面模型建立中分析的各因素影响和函数变化曲线，我们认为需求量与乘客等待时间的函数关系图与人口的阻滞增长模型的图形符合度较高。我们采用差分形式的阻滞增长模型，使用微分方程

$$\begin{cases} \frac{dN}{dt} = rN \left(1 - \frac{N}{K} \right) \\ N(0) = N_0 \end{cases}$$

描述受到环境约束的所谓“阻滞增长”的规律，即 logistic 规律，这种约束随着对象本身数量 x 的增加而增加。人口或其他生物在有限资源环境下的增长、传染病在封闭地区的传播，耐用消费品在有限市场上的销售等现象，都可以合理地、简化地用这个模型描述。

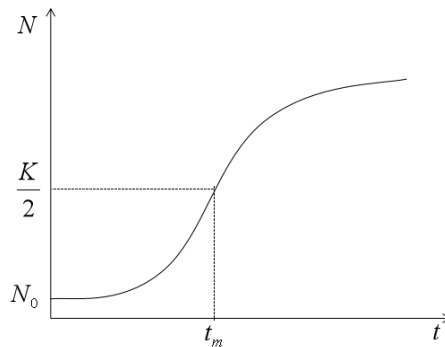


图 2.1 阻滞增长模型函数

根据实际搜集数据的特征和以上图像比较，我们确定需求量和乘客等待时间的函数为：

$$Q = m - \frac{K}{1 + \left(\frac{K}{Q_0} - 1 \right) e^{-rw}}$$

其中 Q 为用户需求量，而 w 则为乘客等待时间。由于受到搜集数据资料的限制，我们只能获取南京市滴滴打车软件从用户发出需求到出租车司机响应的时间，故以下求解过程中，我们使用司机端响应时间来代替实际乘客等待时间。

结合上文出租车供给机理研究中分析得到的出租车供给水平 S 与需求量 Q 的函数关系，类似地，我们建立起出租车供给量和乘客等待时间的函数为：

$$S = N - \frac{L}{1 + \left(\frac{L}{S_0} - 1 \right) e^{-\gamma w}}$$

结合整个南京市一天 24 小时的数据资料，我们建立起南京市出租车资源供求匹配与乘客等待时间的函数图像如下：

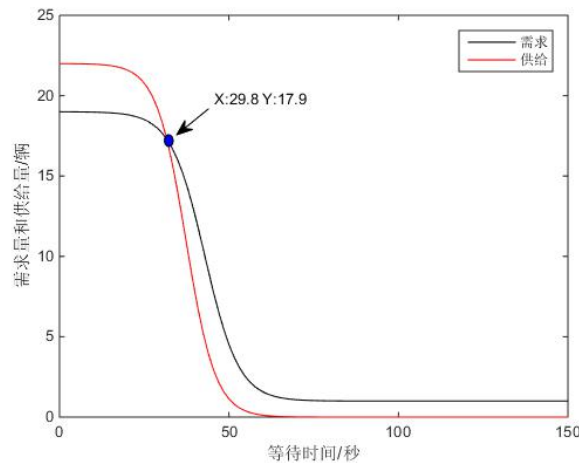


图 2.2 南京市出租车资源供求匹配与乘客等待时间的曲线图

其中需求量曲线和供求量曲线的交点表示在供需平衡时，即供求匹配程度最优的情况下，乘客最长等待时间为 29.8 秒，在这个时间范围之内都是乘客可接受的忍耐等车时间，即为供求匹配程度良好时的情况。一旦超过这个时间点，乘客对出租车的需求将急剧下降，极大可能选择其他出行方式，这时乘客打不到出租车，认为出租车资源匹配程度较差。

我们将南京市划分为包括玄武区在内的十三个区域，从一天二十四小时中选取早高峰（7:30-8:30），下午（14:30-15:30），晚高峰（17:30-18:30）三个时间段，进行不同区域不同时间段的不同时空下出租车资源匹配程度分析。

（1）早高峰时间

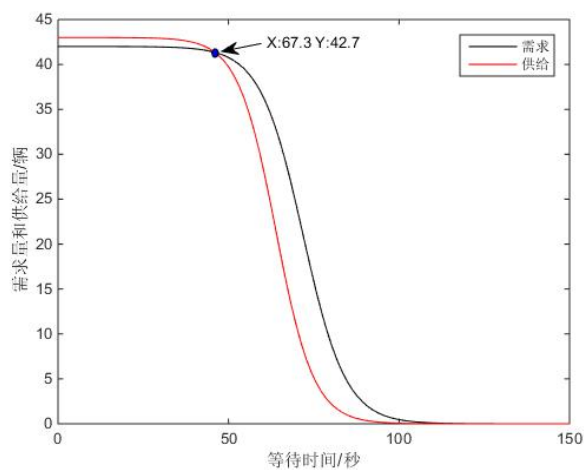


图 2.3 早高峰时期玄武区出租车资源供求匹配程度

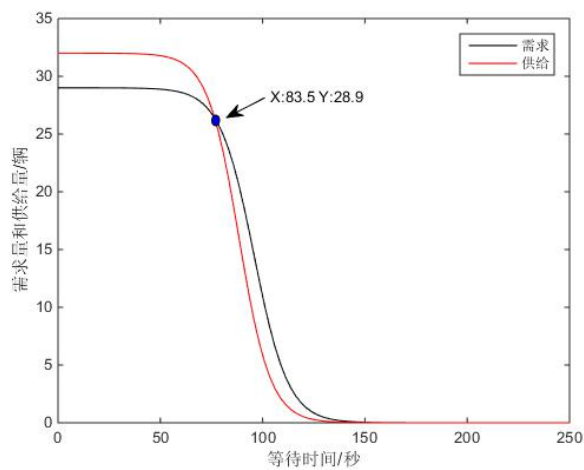


图 2.4 早高峰时期高淳县区出租车资源供求匹配程度

(2) 下午时间段

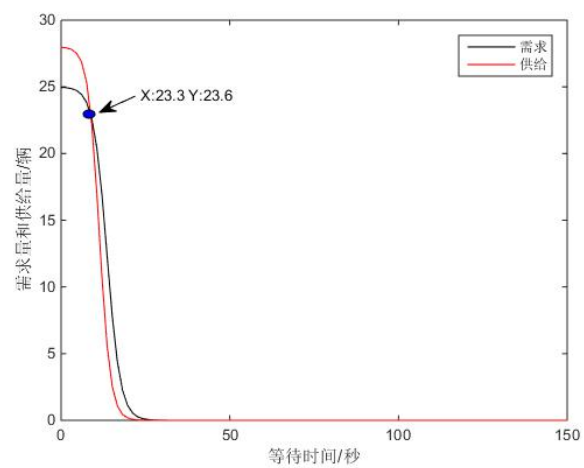


图 2.5 下午时间玄武区出租车资源供求匹配程度

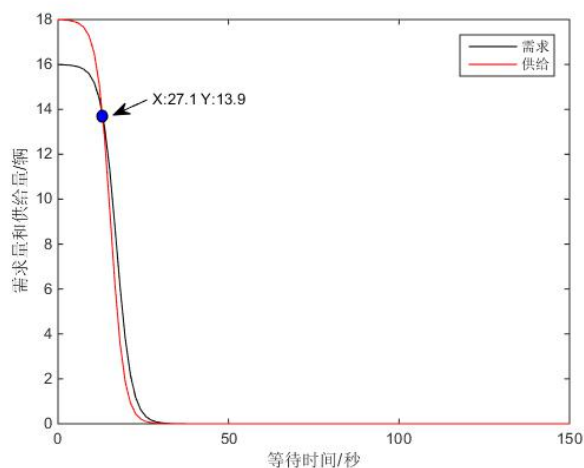


图 2.6 下午时间高淳县出租车资源供求匹配程度

(3) 晚高峰时间段

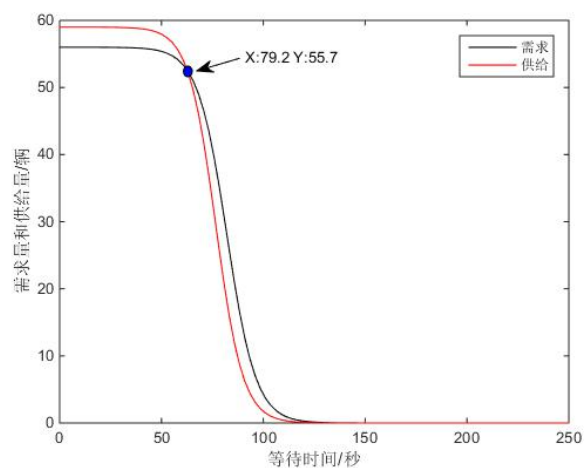


图 2.7 晚高峰时期玄武区出租车资源供求匹配程度

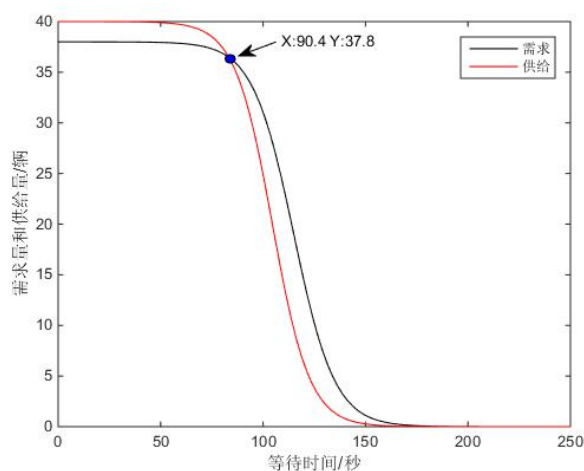


图 2.8 晚高峰时期高淳县区出租车资源供求匹配程度

(i) 从同一区域不同时间段来看，早高峰时期玄武区和高淳县区的乘客最长等车时间分别为 67.3 和 87.5，都远远大于最佳匹配程度下的乘客最长等车时

间 29.8，两个区域出租车资源匹配程度都较差；而下午时间玄武区和高淳县区的乘客最长等车时间为 23.3 和 27.1，此时玄武区的出租车资源匹配程度良好，高淳县区匹配程度接近于最佳；晚高峰时期玄武区和高淳县区的乘客最长等车时间分别为 79.2 和 90.4，两个区域出租车资源匹配程度都较差。

不同时间段下出租车资源匹配程度呈现较大差距，早高峰时期和晚高峰时间的匹配程度较差，下午时间段匹配程度良好。这是由于早晚上下班高峰造成交通拥堵，乘客需求量急剧增大，而出租车司机为了平衡收益，往往拒绝搭载行驶线路拥堵和行驶线路路况不好的乘客，造成早高峰和晚高峰时期出租车资源匹配程度较差。

(ii) 从同一时间段不同区域来看，无论是早高峰，下午时间还是晚高峰，玄武区的乘客最长等车时间都小于高淳县区的乘客最长等车时间。这是因为玄武区属于南京市中心区域范围内，该区域社会经济活动繁荣，交通发达，出租车资源配置匹配程度比较好；而高淳县区属于南京市边缘郊区，地处位置较为偏僻，人口较为稀少，出租车资源配置匹配程度较差。

综上，南京市区出租车资源匹配程度整体呈现供求紧张关系，在时间上尤其在早高峰和晚高峰时期加剧供求匹配程度不均衡，而到了下午时间有了一定的缓解；在空间上靠近市中心区域交通发达人口集中，靠近郊区则交通相对落后人口稀少，造成了空间上的供求匹配程度不均衡。

5.3 问题二模型

基于问题二分析，本题拟从补贴对司机、乘客的影响两方面建立模型，设立不同补贴方案下司机的拒载率和乘客可接受的最长等车时间两个指标，来衡量补贴方案对于缓解“打车难”问题是否有帮助以及对帮助程度作出说明。

5.3.1 补贴方案下出租车拒载模型

5.3.1.1 出租车费用结构

一般情况下，出租车每运次总费用 P 的表达式为

$$P = p_s + p_1 L + p_t t_j \quad (2.1)$$

其中： p_s 为起步费； p_1 为里程费率； p_t 为候时费； L 为平均每运次里程； t_j 为车速低于 u_0 的时长， u_0 为候时费计费上限时速，速度低于此时开始计候时费。

t_j 由下式决定，即

$$t_j = \frac{\sigma L}{u_j} \quad (2.2)$$

其中： σ 为拥堵里程比例； u_j 为车辆在拥堵时的平均时速。

根据乘客要求停车等候或由于道路条件限制，时速低于 12 公里时开始候时计费，早晚高峰期间每 5 分钟加收 2 公里租价（不含空驶费），其他时段加收 1 公里租价（不含空驶费）。由于高峰期和非高峰期的出租车每运次总费用有差别，下面分别从高峰期和非高峰期分别来看。

i 高峰期

在高峰期时, 每单时速低于 12 公里的平均时间为 $10 < t_\alpha < 15$, 出租车是否拒载不仅要考虑车到指定地点载乘客的时间成本, 还要考虑出租车堵车的时间成本, 此时出租车运价为

$$P = p_s + p_1(L - d_0) + p_t \quad (2.3)$$

$$p_t = p_m \times \frac{t_\alpha}{5} + M_i \quad (2.4)$$

其中: d_0 为出租车起步价里程, p_m 为高峰期每 5min 候时费, t_α 为高峰期每单时速低于 12 公里时间, M_i 为出租车司机每单补贴。

ii 非高峰期

在非高峰期时, 我们假设每单时速低于 12 公里的平均时间为 $t_\alpha < 5$, 出租车是否拒载只考虑车到指定地点载乘客的时间成本, 此时出租车运价为

$$P = p_s + p_1(L - d_0) + p_t \quad (2.5)$$

$$p_t = p_n \times \frac{t_\alpha}{5} + M_i \quad (2.6)$$

其中: d_0 为出租车起步价里程, p_n 为非高峰期每 5min 候时费, t_α 为非高峰期每单时速低于 12 公里时间, M_i 为出租车司机每单补贴。

5.3.1.2 出租车运营成本

出租车的运营成本分为固定成本和变动成本两部分, 其中固定成本 C_0 主要为司机每天上交出租车公司的成本, 变动成本为出租车的燃油成本 $C_{\text{油}}$, 此时的出租车的运营成本为二者之和, 即:

$$C = C_0 + C_{\text{油}} = C_0 + \lambda vx \quad (2.7)$$

其中: C_0 为单位时间固定成本, λ 为出租车平均单位里程油耗, x 为燃油价格, v 为单位里程的油钱转化为单位时间油钱的系数。

5.3.1.3 出租车拒载率

基于出租车的费用结构和运营成本的分析, 可以得出出租车实际收益为

$$R = P - C \quad (2.8)$$

当打车软件公司补贴后的司机实际收益值 R 大于司机期望的收益值 s 时, 司机不会拒载; 当 R 小于 s 时, 打车软件公司补贴后的司机实际收益未达到司机期望的收益, 司机会拒载。

为描述这种拒载行为, 采用神经元 S 特性 Sigmoid 函数形式定义出租车拒载函数, Sigmoid 函数具有连续、光滑、严格单调, 且关于 $(0, 0.5)$ 中心对称等显著特点, 可以保证拒载函数 $r(P)$ 值在 0 和 1 之间, 即为拒载率, 表达式为

$$r(P) = 1 - a(P) = 1 - \frac{1}{1 + e^{-(P - CT - s)/\mu}} \quad \mu > 0 \quad (2.9)$$

式中: $r(P)$ 为以 P 为变量的出租车拒载函数; $a(P)$ 为出租车载客函数; C 为平均每小时成本; T 为平均每运次耗时; s 为描述出租车司机平均期望利润的参数; μ 为大于 0 的待定参数。

用 $r(P)$ 表示司机的拒载率, 当补贴后的拒载率 r 小于未补贴情况下的拒载率 r_0 时, 我们认为补贴对“缓解打车难”是有效果的。为进一步分析补贴政策对“缓解打车难”问题的帮助程度大小, 我们引入帮助程度衡量系数 ϕ , 表达式为

$$\varphi = \frac{|r - r_0|}{r_0} \times 100\%$$

由 φ 值大小对帮助程度作进一步分析。

5.3.2 补贴方案下乘客等车时间曲线模型

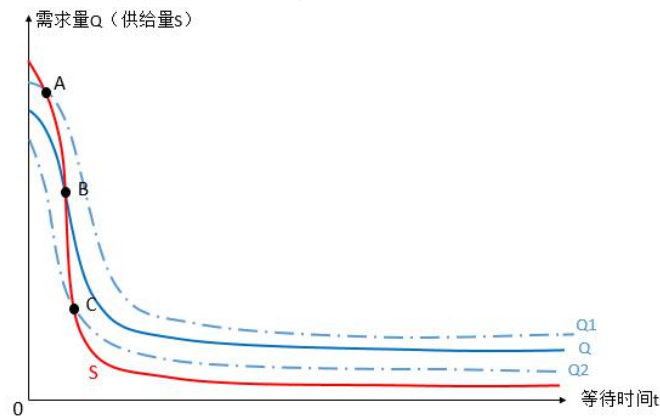


图 2.1 对乘客的补贴方案下需求量的变动

对第一问中建立的模型中进一步分析，对于乘客来说，若打车软件公司出台的方案会使得对出租车的需求量增加，即需求曲线 Q 会向上移动至曲线 Q_1 ，假设供给量不变，则供需平衡交点 B 向左上方移动变为 A 点，分析可知供需平衡下乘客所接受的最长等车时间会减小，供给量大于需求量的时间区间长度缩短，因此，公司对乘客出台的方案不会缓解“打车难”；若打车软件公司出台的方案会使得对出租车的需求量减小，即需求曲线 Q 会向下移动至曲线 Q_2 ，假设供给量不变，则供需平衡交点 B 向右下方移动变为 C 点，分析可知供需平衡下乘客所接受的最长等车时间会增大，供给量大于需求量的时间区间长度变长，因此，公司对乘客出台的方案一定程度上对缓解“打车难”有帮助。

5.4 问题二求解

对于该问的求解，以北京市为例，利用搜集到的数据结合模型分析滴滴打车和快的打车公司的补贴政策对缓解“打车难”问题的帮助。

5.4.1 补贴方案下出租车拒载模型求解

通过搜集数据，得到与出租车市场相关的数据列成下表：

表 2.1 北京市 2014 年出租车市场关键参数值

参数	参数值
出租车总数 N/veh	67046
出租车起步价里程 d_0/km	3
起步费 $p_s/(\text{元}/3\text{km})$	13
里程费率 $p_1/(\text{元}/\text{km})$	2.3
高峰期候时费 $p_m/(\text{元}/5\text{min})$	4.6
非高峰期候时费 $p_n/(\text{元}/5\text{min})$	2.3
平均每运次里程 L/km	15
平均每小时成本 $C/\text{元}$	36
出租车司机行为参数 μ	5
高峰期每单时速低于 12 公里时间 t_a/min	10~15
非高峰期每单时速低于 12 公里时间 t_a/min	<5

以滴滴打车、快的打车软件为例，在不同的阶段采用了不同的补贴政策（如下表所示），提取几种每单补贴的方案来分析是否对“缓解打车难”有帮助。

表 2.2 各打车软件公司在 2014 年 1 月~8 月间补贴政策明细表

时间	滴滴打车	时间	快的打车
1 月 10 日	顾客车费立减 10 元、 司机立奖 10 元	1 月 20 日	顾客车费返现 10 元、 司机奖励 10 元
2 月 17 日	顾客返 10~15 元、 新司机首单奖 50 元	2 月 17 日	顾客返现 11 元、 司机返 5~11 元
2 月 18 日	顾客返现 12~20 元	2 月 18 日	顾客返现 13 元
3 月 7 日	顾客每单减免随机 6~15 元	3 月 4 日	顾客返现 10 元/单 司机端补贴不变
3 月 23 日	车顾客返现 3~5 元	3 月 5 日	顾客补贴金额变为 5 元
5 月 17 日	顾客补贴“归零”	3 月 22 日	顾客返现 3~5 元
7 月 9 日	司机端补贴降为 2 元/单	5 月 17 日	顾客补贴“归零”
8 月 12 日	取消对司机接单的补贴	7 月 9 日	将司机端补贴降为 2 元

结合上述出租车拒载模型，根据相关数据统计，出租车司机每运次平均期望利润的参数 s 约为 15 元，对滴滴打车和快的打车公司分别提取四种补贴方案： $M_1 = 0, M_2 = 2, M_3 = 10, M_4 = 5 \sim 11$ ，将表 2.1 中相关量数据带入补贴方案下出租车拒载模型进行求解，结果如下：

表 2.3 不同补贴方案对拒载率的影响情况

每单补贴方案	高峰期		非高峰期	
	拒载率	帮助程度 衡量系数 φ	拒载率	帮助程度 衡量系数 φ
0 元	0.35		0.27	
2 元	0.30	0.14	0.22	0.26
10 元	0.14	0.60	0.51	0.78
5~11 元随机	0.18	0.49	0.80	0.73

从上述求解结果可以看出两家公司对司机的补贴力度带来的实际收益明显高于司机的期望收益，所以司机愿意接单，使高峰期和非高峰期司机的拒载率明显下降，因此无论是滴滴还是快的公司给司机的补贴方案都可以改善由于司机的收益不高造成的拒载情况，供给量有很大的提高，“打车难”问题可以缓解。

5.4.2 补贴方案下乘客等车时间曲线模型

根据北京市在 2014 年 2 月 18 日公司补贴方案实施前后需求量的数据，横轴表示乘客等车时间，纵轴表示需求量（或供给量），用 Matlab 画出图像如下：

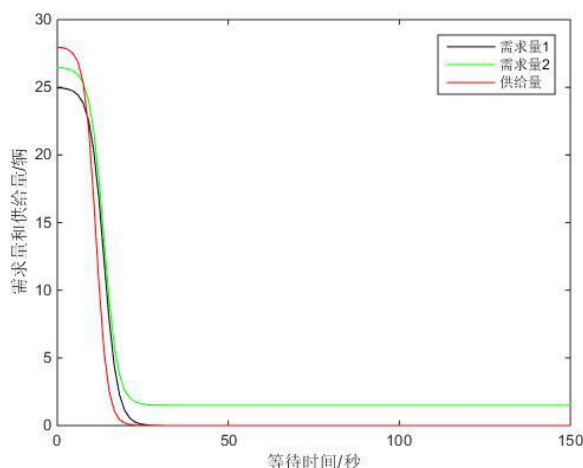


图 2.2 补贴前后需求量（供给量）和等待时间关系图像

从图像中可以看出，打车软件公司出台的对乘客补贴方案使得对出租车的需求量增加，需求曲线 1 会向上移动至曲线 2，因为此时仅考虑对乘客的补贴，可以认为短时间内供给量不变，则供需平衡交点向左上方移动，供需平衡下乘客所接受的最长等车时间会减小，供给量大于需求量的时间区间长度缩短，因此，我们认为滴滴打车和快的打车软件公司公司对乘客出台的补贴方案都不会缓解“打车难”。

5.4.3 方案改进

根据前面的补贴方案下出租车拒载模型求解结果，取补贴额度 $M_3 = 10$ 元，进一步计算，以出租车行驶里程为横坐标，拒载率为纵坐标，作出出租车载客行驶里程与拒载率的曲线，如下图所示：

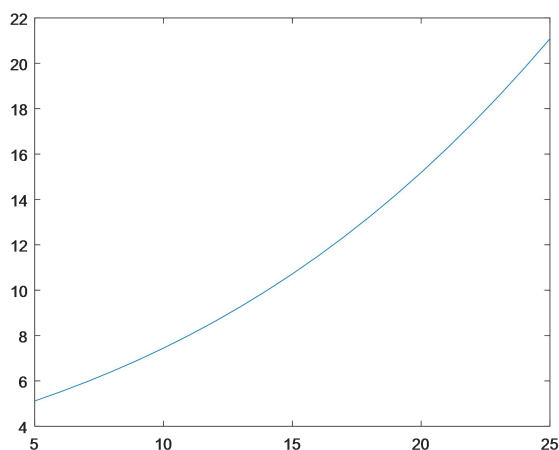


图 2.3 对司机补贴额度为 10 元时拒载率与行驶里程关系图像

从曲线可以看出，随着载客行驶里程的增加，出租车的拒载率不断上涨，经过分析，由于滴滴打车和快的打车公司出台的对司机的补贴政策均为等额补贴，会提高司机的收益，具有很大的诱惑性，极大地提高了司机接单的积极性，但为了得到补贴，会有很多“挑单”现象，出租车司机更愿意接载行驶里程短的乘客，造成另外一部分乘客很难打到车，仍然无法缓解“打车难”的现象。因此，为了克服这一缺点，在第三问中提出改进方案。

5.5 问题三模型

5.5.1 优化补贴方案模型

补贴政策的制定原则为在保证软件公司不提高资金投入的增长率的前提下，通过改变补贴方案，使其与原来的补贴方案相比，能更大程度缓解“打车难”问题，分别考虑到出租车载客里程和高峰时段的影响，提高司机接单的积极性，增加出租车的供给量，因此本题从以下两个角度制定补贴方案：

角度一：基于减少“挑单”现象的分里程阶梯式层次补贴机制

在等额补贴政策下，司机为了获得更多的补贴，尽可能提高接单量，因而选择接载里程短的乘客。针对这种情况，我们可以建立分里程阶梯式层次补贴机制，当出租车载客里程越远，以分级补贴的形式增加补贴额度，刺激司机接单积极性，尽量减少“挑单”现象，缓解“打车难”问题。

设出租车行驶公里在 3 公里以内基本补贴额度为 M_1 元，行驶公里在 3 公里至 15 公里范围内，超过 3 公里部分的补贴额为 M_2 元/km，行驶公里大于 15 公里时，超过 15 公里部分的补贴额为 M_3 元/km，设置总补贴额上限为 M 元。

根据问题二中的模型，出租车每运次总费用 P 的表达式为

$$P = p_s + p_1 L + p_t t_j + M_i$$

$$t_j = \frac{\sigma L}{u_j}$$

其中： p_s 为起步费； p_1 为里程费率； p_t 为候时费； L 为平均每运次里程； t_j 为车速低于 u_0 的时长， u_0 为候时费计费上限时速，速度低于此时开始计候时费

出租车的运营成本分为固定成本和变动成本两部分，其中固定成本 C_0 主要为司机每天上交出租车公司的成本，变动成本为出租车的燃油成本 $C_{\text{油}}$ ，出租车的运营成本为：

$$C = C_0 + C_{\text{油}} = C_0 + \lambda v x$$

其中： C_0 为单位时间固定成本， λ 为出租车平均单位里程油耗， x 为燃油价格， v 为单位里程的油钱转化为单位时间油钱的系数。

出租车实际收益为：

$$R = P - C$$

为了保证补贴额度达到司机的期望，

$$R \geq s$$

s 为每运次司机的期望收益值，在调查后发现，每单司机的平均收益值约为 15 元，接下来对行驶里程各区间分别求解，可以求出 M_i 最小值。

角度二：基于高峰期的分时段差额动态补贴机制

考虑交通高峰对司机接单积极性的影响，交通高峰出现后，乘客出行需求增大，而此时司机接单积极性大幅度下降，供给量减少。针对这种情况，可以在交通高峰期加大公司补贴力度，促进司机接单的积极性，提高供给量，方便乘客打车，缓解“打车难”问题。

5.5.2 仿真模拟模型

5.5.2.1 仿真网络与基本假设

考虑仿真交通网络为 $G(N, A)$ ，其中 N 表示网络中的节点集合，这里节点看作对实际交通路网中各个出租车载客区域的抽象； A 表示路网中路段集合，是对实际路网中各个载客区域之间行驶路线的抽象。 I 和 J 分别表示乘客搭乘出租车的出发和到达节点集合； h_{ij} 表示出租车从节点 i 到节点 j 的最短路径行驶时间，本模型不考虑交通拥挤情况，将 h_{ij} 看作常数。在目前存在即时派遣服务模式下，网络中所有出租车均安装打车软件服务端，空驶巡游出租车司机可择机选择乘客搭载。乘客在使用打车软件时可召唤所在区域及相邻区域的空驶出租车。记出租车在第 i 个小区平均巡游搜索乘客时间为 tw_i ，乘客在第 i 个小区的平均等车时间为 cw_i

5.5.2.2 仿真模型

在出租车运营仿真模型中，包含出租车与乘客两类实体对象，每辆出租车运营时都在不断执行搜索乘客，载客上车，运送乘客到达目的地节点，重新搜索新乘客等行为。网络各个节点又在不断出现新的搭乘出租车需求，下图给出了具有打车软件服务的出租车运营系统实体活动循环过程。根据系统运行特征，确定仿真模型中的事件包括：乘客到达事件，出租车载客到达事件，空驶出租车召唤到达事件，空驶出租车巡游事件。

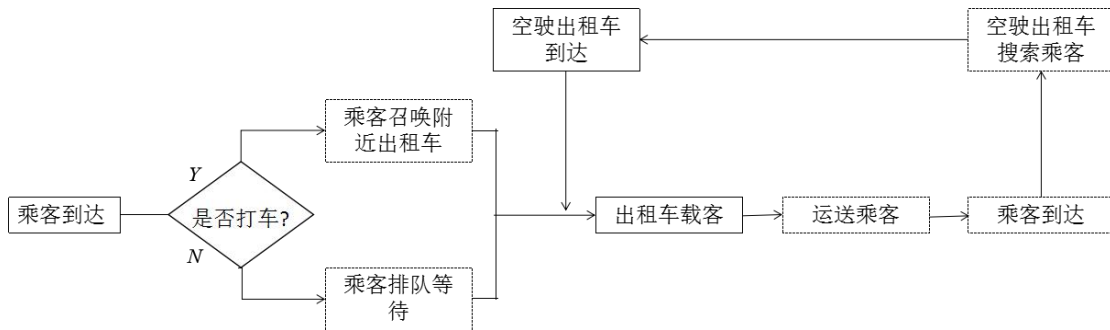


图 3.1 出租车运营系统实体活动循环图

仿真程序步骤：

Step1: 初始化仿真网络状态。包括初始化各个节点的起始时刻出租车和乘客状态，仿真程序各种参数。

Step2: 初始化出租车运营网络各种事件。对各个节点乘客与出租车进行配对，生成出租车载客事件；对未上车的乘客进行召唤附近空驶出租车行为，生成召唤空驶出租车到达事件，对未载客的出租车生成巡游搜索乘客事件，由随机事件发生器生成未来乘客到达事件，将各种事件存入仿真事件表，设置仿真时刻为 0

Step3: 扫描仿真事件表，确定下一个最早发生的事件，推进仿真时钟到相应事件发生时刻，更新仿真网络状态，包括各个出租车在相应时刻位置和运行状态，各个出租车收益，生成相应时刻新的事件，更新仿真事件表

Step4: 判断仿真时间是否到达设置时刻，若到达转 Step5, 否则转 Step3

Step5:仿真结束，统计各种出租车运营指标

5.5.2.3 出租车运营系统评价指标

在出租车运营服务过程中，出租车的供需通过 2 个指标得以关联：乘客等车时间和出租车空驶率。而拒载行为同时影响这 2 个变量，它不仅降低了出租车可得性，也就是使乘客等车时间增长，同时使得出租车利用率下降，也就是出租车空驶率增大。因而在分析补贴方案是否能有效缓解“打车难”问题时，必须考虑出租车拒载率。本模型综合以上指标，在仿真过程中，通过分析运用系统中补贴方案的改变对拒载率 $r(p)$ 的影响，从而论证补贴方案的合理性。

5.6 问题三求解

5.6.1 优化的补贴方案

基于前面建立的模型，通过 matlab 求解过程，可得到下面的结果：

表 3.1 优化的补贴方案

载客里程	非高峰期补贴额	高峰期补贴额
3 公里以内	1.6 元	2 元
3 公里至 15 公里	超出部分 0.7 元/公里	超出部分 0.8 元/公里
大于 15 公里	超出部分 1 元/公里	超出部分 0.2 元/公里
补贴额上限	20 元	25 元

5.6.2 补贴方案的合理性论证

5.6.2.1 基于各补贴方案下拒载率变化的论证

下面分别作出优化后的非高峰期补贴方案和原来的等额补贴方案下，出租车拒载率与载客行驶里程的关系图，横坐标为载客行驶里程，纵坐标为拒载率，其中蓝色曲线为等额补贴方案，黑色曲线为优化后的非高峰期补贴方案，如下图所示：

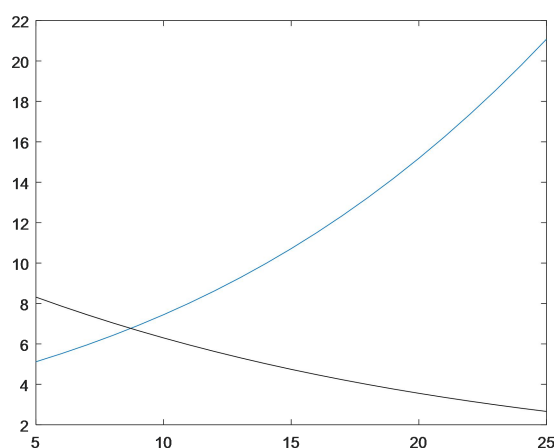


图 3.2 等额补贴方案和非高峰期补贴方案下拒载率与行驶里程变化图

从曲线可以看出等额补贴方案下，出租车拒载率随着乘客行驶里程的增加而急剧提高，有明显的“挑单”现象；而优化后的非高峰期补贴方案出租车平均拒载率明显下降，且拒载率的变化趋势更加平缓，基本上在 6%左右，明显看出

在这种情况下司机没有根据乘客行驶里程的长短而出现“挑单”现象，大大缓解了“打车难”问题。

同样地，运用 Matlab，分别作出优化后的高峰期补贴方案和原来的等额补贴方案下，出租车拒载率与载客行驶里程的关系图，横坐标为载客行驶里程，纵坐标为拒载率，其中蓝色曲线为等额补贴方案，黑色曲线为优化后的高峰期补贴方案，如下图所示：

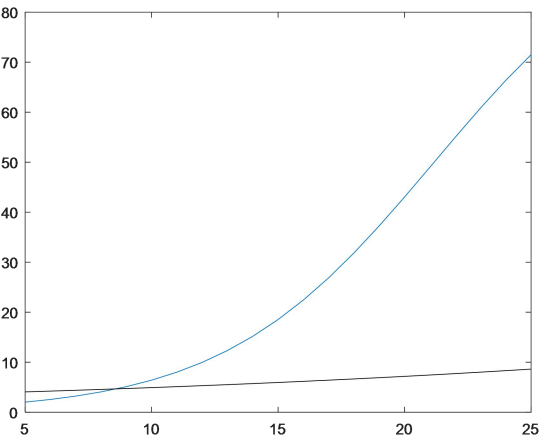


图 3.3 等额补贴方案和高峰期补贴方案下拒载率与行驶里程变化图

从曲线可以看出优化后的高峰期补贴方案出租车平均拒载率明显下降，基本低于等额补贴方案下的拒载率，且拒载率的变化趋势更加平缓，基本上在 5% 左右，可以分析出在这种情况下司机没有根据乘客行驶里程的长短而出现“挑单”现象，对缓解了“打车难”问题有很大的帮助。

5.6.2.2 对优化补贴方案的综合论证

对于角度一来说，建立分里程阶梯式层次补贴机制，即非等额补贴方案，当出租车载客里程越远，以分级补贴的形式增加补贴额度，刺激司机接单积极性，尽量减少“挑单”现象，降低空驶率，减少用户的等待时间，提高服务质量，从而达到吸引用户使用的目的，可以实现公司、用户和司机的三方共赢。

对于角度二来说，建立分时段差额动态补贴机制可以更大程度上提高司机接单的积极性，使得出租车司机不再担心高峰时期的拥堵所带来的时间和经济损失，同时也提高供给量，为乘客打车带来方便，缓解“打车难”问题。

另外设立补贴上限可以防止出租车司机在补贴额高的时段内接单后不接客，而是一直利用空驶状态来增加基础补贴金额，来赚取高额补贴。同时也避免了一些极端情况下补贴额度过大的问题，为出租公司节约了资金。

因此，综合以上分析，我们建立的优化补贴方案是合理的。

5.6.3 对优化补贴方案的仿真

本例中的城市规模如图所示，有四个出行需求集中的节点，任意两节点之间都有直达路段。出租车服务限于城市内部，出行需求分布在节点和路段两侧，所有路段均为双向。仿真时钟单位为 0.1min，路段数据见表格数据。全部路段按每一小节 0.25km，总计划分为 102 个小节。从路段一段出发去往另一端的其他车辆数服从泊松分布。

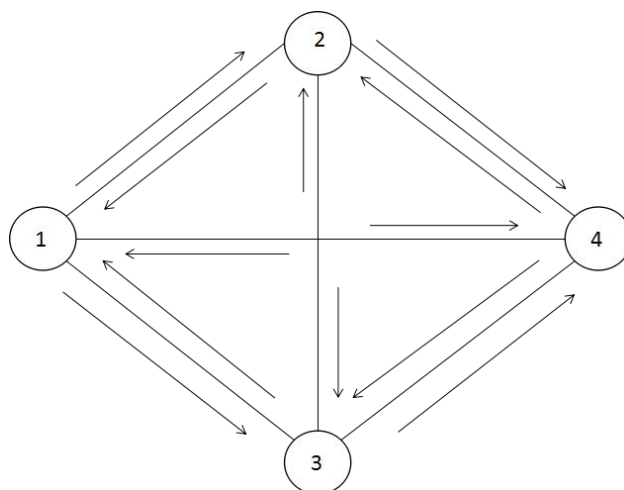


图 3.4 仿真实例路网结构图

设出租车的起步价位 12 元，载客费用为 3 元/min，召唤出租车的叫车费用为 5 元，初始时刻网络中乘客数设为 100 个，各个节点到达乘客平均时间设置为 5min，参数 θ_1 设为 0.1，原地等待空驶出租车等待时间上线设为 5min，出租车数始终保持为 80 辆，仿真长度取为 200，最终得到不同补贴方案下司机拒载率的变化情况。

表 3.2 各个节点的最短行驶路径

起 始 节点	2	1	4	2	3	4	1	3	1	4	2	3
到 达 节点	1	2	2	4	4	3	3	1	4	1	3	2
行 驶 时间	18. 03	18. 03	22. 36	22. 36	22. 36	22. 36	18. 03	18. 03	35	35	20	20

提取问题二中滴滴打车和快的打车公司的补贴方案，与问题三提出的优化补贴方案进行数据仿真模拟，得到结果如下。

表 3.3 不同补贴方案

	高峰期	非高峰期
原先每单补贴方案	每单补贴 10 元	每单补贴 10 元
优化每单补贴方案	3 公里以内：2 元 3 公里--15 公里：0.8 元/公里 大于 15 公里：1.2 元/公里 上限：25 元	3 公里以内：1.6 元 3 公里--15 公里：0.7 元/公里 大于 15 公里：1 元/公里 上限：20 元

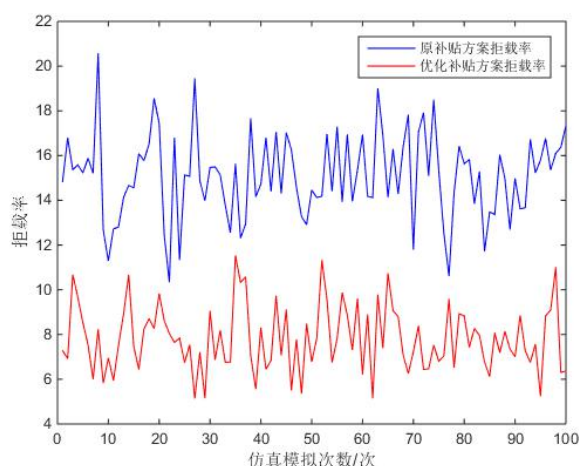


图 3.5 非高峰时期原补贴方案和优化方案拒载率

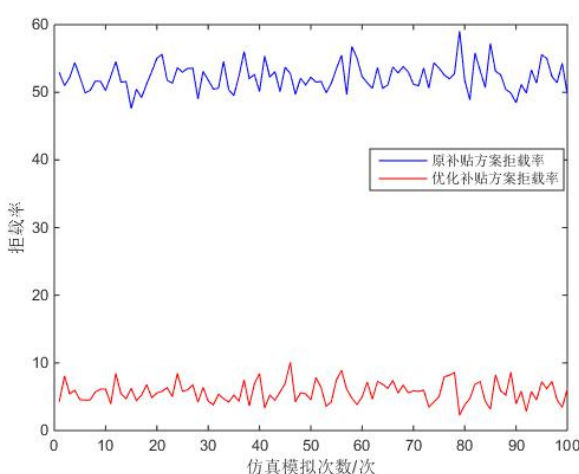


图 3.6 高峰时期原补贴方案和优化方案拒载率

从图 3.5 和图 3.6 可以看出：

- (i) 无论是非高峰时期还是高峰时期，新提出的优化补贴方案相比原补贴方案都能极大程度上有效降低出租车的拒载率，都能在一定程度上缓解“打车难”。
- (ii) 将高峰和非高峰时间段进行比较，可以发现新提出的优化补贴方案在高峰时期使拒载率下降的百分点远远大于非高峰时期拒载率下降的百分点，说明优化补贴方案在高峰时期对打车难现象的缓解效果要好于非高峰时期。
- (iii) 结合问题一不同时间段的供求匹配程度问题求解结果我们可以发现，高峰时期的供求匹配程度相较于非高峰时期较差，所以高峰时期的“打车难”问题更加严重。而我们提出的优化补贴方案恰恰对高峰时期的“打车难”问题缓解更加有效，可见此优化补贴方案的合理和正确性。

六、模型评价

1. 优点

(1) 问题一建立的出租车资源“供求匹配”程度模型，利用阻滞增长函数将乘客需求量和出租车供给量与乘客等待时间结合在一起，对不同时空出租车资源供求匹配程度进行分类讨论，与实际数据能较好的吻合。

(2) 问题二从出租车拒载角度出发分析“打车难”问题，有效的联系了问题一模型中的两个评价指标，从补贴对司机、乘客的影响两方面建立模型，并进行检

验,提出了合理的补贴建议。

(3) 问题二针对滴滴打车软件服务平台推出的补贴方案,综合考虑多个市场参数,运用神经元 S 特性 Sigmoid 函数形式的出租车拒载函数模型,较好的模拟分析了拒载率与每单补贴金额的函数关系。

(4) 问题三构建了基于离散事件的出租车运营市场仿真模型,模拟了乘客在交通路网中使用打车软件召唤空驶出租车行为,有效论证了新提出的优化补贴方案的合理性。

2. 缺点

(1) 问题一的求解过程中由于受到搜集数据的限制,用打车软件司机响应时间来代替乘客等待时间,考虑到司机与乘客之间距离的不确定性,会存在一定的误差。

(2) 问题三提出补贴方案建议的时候没有分析打车软件公司,出租车和乘客三者的利益分配问题,在实现多方共赢的层面上存在一定的缺陷。

七、模型改进和推广

实际上,出租车驾驶员在搜索乘客时不仅受导出行时间影响,同时还会考虑到需求的分布特征,驾驶员总是希望在最短时间内到达最有可能存在需求的区域。因此,出行时间和需求分布特征共同决定了出租车的搜索行为,本文还可以引入空驶搜索半径的概念,考虑出租车空驶搜索行为由到目标区域的出现时间和出行需求分布特征共同决定,对出租车运行行为特征进行研究,在此基础上建立城市出租车网络运营平衡模型,确定出租车合理的补贴方案,有效缓解“打车难”问题。

在问题二和问题三模型的建立中,可以从多加公司之间公平竞争,合作共赢的层面上,用多方合作博弈论的方法来研究各公司补贴方案的设计问题。

八、参考文献

- [1] 冯晓梅. 供需平衡状态下的出租车发展规模研究[D]. 西南交通大学, 2010.
- [2] 孙辉泰, 贺亦军, 邹普尚,等. 基于供求关系的缓解“打车难”策略研究[J]. 交通企业管理, 2014, 29(10):1-3.
- [3] 罗端高, 史峰. 考虑需求分布影响的城市出租车运营平衡模型[J]. 铁道科学与工程学报, 2009, 6(1):87-91.
- [4] 杨艳萍, 金彦宏. 基于滴滴打车软件的出租车资源配置研究[J]. 丝路视野, 2016(33):59-61.
- [5] 袁长伟, 吴群琪, 韦达利,等. 考虑拒载的出租车市场平衡机制与优化模型[J]. 中国公路学报, 2014, 27(6):91-97.
- [6] 度巍, 干宏程, 刘炳全. 存在打车软件服务的出租车运营市场仿真模型[J]. 交通运输系统工程与信息, 2016, 16(5):90-96.
- [7] 慕晨, 宣慧玉, 张发. 出租车运营中空车行为的仿真研究[J]. 系统工程学报, 2008, 23(5):554-562.
- [8] 马俊来, 边扬, 王伟. 基于驾驶行为分析的城市出租车运营网络平衡模型[C]// 中国城市交通规划 2006 年年会暨第二十二次学术研讨会. 2006.

