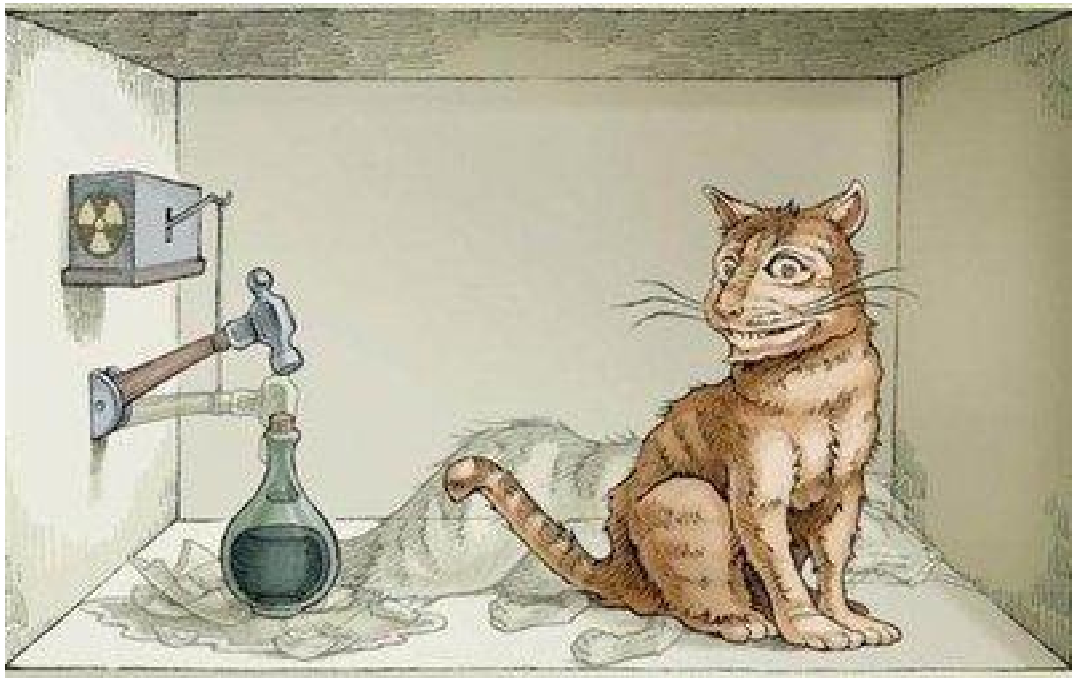
量子计算

中國石油大學（华东）
CHINA UNIVERSITY OF PETROLEUM

计算2003刘禹铄　计算2003雷显涛

量子波动速读



薛定谔的猫

中國石油大學(华东)
CHINA UNIVERSITY OF PETROLEUM

目录

CONTENTS

CONTENTS

第一部分

PART ONE

中國石油大學（华东）
CHINA UNIVERSITY OF PETROLEUM

量子计算原理

量子计算基础——qubit

经典物理bit	量子qubit
0或1	0和1
分立的	叠加态 $\vert v\rangle = a\vert 0\rangle + b\vert 1\rangle$
一次只能完成一个运算	一次可以完成多个运算
Result：f(0) or f(1)	Result：af(0)+bf(1)

基本概念

量子态

$$|0\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, |1\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

（二维列向量的基底）

$$|v\rangle = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = a|0\rangle + b|1\rangle$$

$a, b \in \mathbb{C}$

$|a|^2 + |b|^2 = 1$

运算：向量点乘

$$\langle \boldsymbol{\varphi} | \boldsymbol{\psi} \rangle = \boldsymbol{\varphi}^{\dagger} \boldsymbol{\psi} = \overline{\boldsymbol{\varphi}}^{T} \boldsymbol{\psi}$$

$$\langle 0|0\rangle = 1, \langle 1|1\rangle = 1$$

$$\langle 0|1\rangle = 0, \langle 1|0\rangle = 0$$

物理意义：

Suppose $|\psi\rangle$ is the initial state of a particle, then the probability of finding it in $|\varphi\rangle$ state is given by

$$|\langle\varphi|\psi\rangle|^2$$

量子测量

基本概念

构造多量子比特（张量积）

$$|0\rangle \otimes |0\rangle = \begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1\\0\\0\\0\end{bmatrix}$$

可简写为 $|0\rangle|0\rangle$ 或 $|00\rangle$

$$|0\rangle \otimes |1\rangle = \begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0\\1\\0\\0\end{bmatrix}$$

可简写为 $|0\rangle|1\rangle$ 或 $|01\rangle$

$$|1\rangle \otimes |0\rangle = \begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0\\0\\1\\0\end{bmatrix}$$

可简写为 $|1\rangle|0\rangle$ 或 $|10\rangle$

$$|1\rangle \otimes |1\rangle = \begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0\\0\\0\\1\end{bmatrix}$$

可简写为 $|1\rangle|1\rangle$ 或 $|11\rangle$

（四维列向量的基底）

$$|u\rangle \otimes |v\rangle = \begin{bmatrix}u_0\\u_1\end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix}v_0\\v_1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}u_0v_0\\u_0v_1\\u_1v_0\\u_1v_1\end{bmatrix}$$

$$= u_0v_0|00\rangle + u_0v_1|01\rangle + u_1v_0|10\rangle + u_1v_1|11\rangle$$

基本概念

多量子比特表示

$$|v\rangle = \begin{bmatrix} v_{00} \\ v_{01} \\ v_{10} \\ v_{11} \end{bmatrix} = v_{00}|00\rangle + v_{01}|01\rangle + v_{10}|10\rangle + v_{11}|11\rangle$$

$$v_{00}, v_{01}, v_{10}, v_{11} \in \mathbb{C}$$

$$|v_{00}|^2 + |v_{01}|^2 + |v_{10}|^2 + |v_{11}|^2 = 1$$

$$|v\rangle = \begin{bmatrix} v_{0\ldots0} \\ \vdots \\ v_{1\ldots1} \end{bmatrix} = v_{0\ldots0}|0\ldots0\rangle + \ldots + v_{1\ldots1}|1\ldots1\rangle$$

$$v_{0\ldots0}, \ldots, v_{1\ldots1} \in \mathbb{C}$$

$$|v_{0\ldots0}|^2 + \ldots + |v_{1\ldots1}|^2 = 1$$

基本概念

量子比特门（以单量子为例）

$$U = \begin{bmatrix} u_{00} & u_{01} \\ u_{10} & u_{11} \end{bmatrix}$$

$$u_{ij} \in \mathbb{C}$$

$$U^\dagger U = I$$

酉矩阵

$$\| U|\psi\rangle \|^2 = \langle\psi|U^\dagger U|\psi\rangle = \langle\psi|\psi\rangle = \| |\psi\rangle \|^2$$

运算:矩阵乘法

$$|v'\rangle = U|v\rangle$$

eg: $H = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

$$H|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

第二部分

PART ONE

中國石油大學（华东）
CHINA UNIVERSITY OF PETROLEUM

量子计算的缺陷与发展

量子计算的矛盾：计算过程是并行的，但测量不是

量子算法的关键：通过尽可能少的测量次数获得尽可能多的所需信息

通过量子操作，改变态矢量的组合以及基矢前的系数，使我们想要的信息尽可能集中于一个态，即这个态前的系数尽可能大

量子算法的缺陷：

- NISQ（Noisy Intermediate-Scale Quantum）：长时间运算会有很高的错误率
- 局限性太大

第三部分

PART ONE

中國石油大學（华东）
CHINA UNIVERSITY OF PETROLEUM

Deutsch-Jozsa算法

Deutsch-Jozsa 算法

function

- A function $f: \{0,1\} \rightarrow \{0,1\}$ is called constant if all inputs have the same output, i.e. $f(0) = f(1)$; It is called balanced if the outputs of half inputs are different from the other half, i.e. $f(0) \neq f(1)$.
- Given an unknown function $f: \{0,1\} \rightarrow \{0,1\}$, determine if f is constant or balanced.

Deutsch-Jozsa 算法

- f is constant $\Leftrightarrow$ measurement IS $|0\rangle$.
- f is balanced $\Leftrightarrow$ measurement IS NOT $|0\rangle$.

If f is constant

$$|\psi_3\rangle = (-1)^{f(0)}|0\rangle\left(\frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}\right)$$

$$P(1st\ bit\ 0) = \left|(-1)^{f(0)}\right|^2 = 1$$

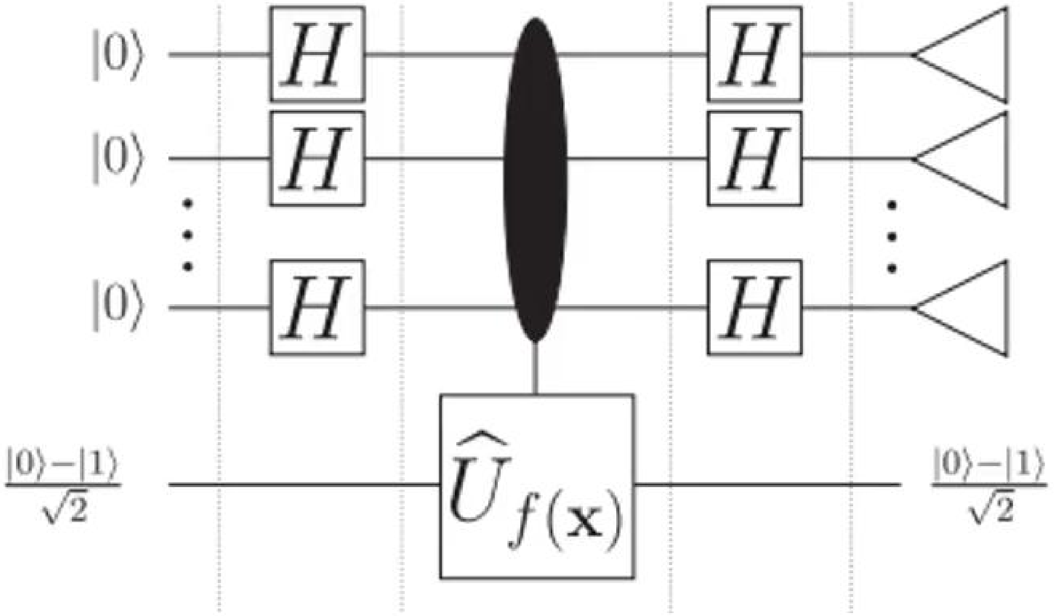
If f is balanced

$$|\psi_3\rangle = (-1)^{f(0)}|1\rangle\left(\frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}\right)$$

$P(1st\ bit\ 1) = \left|(-1)^{f(0)}\right|^2 = 1.$

Thus, $P(1st\ bit\ 0) = 0$

推广到N比特



$$U_f: |\boldsymbol{x}\rangle|y\rangle \mapsto |\boldsymbol{x}\rangle|y \oplus f(\boldsymbol{x})\rangle$$

- In classical algorithm, we need to evaluate f at most $\frac{2^n}{2} + 1$ times.
- In Deutsch-Jozsa, we only need to evaluate f once.

- f is constant $\Leftrightarrow$ measurement IS $|\mathbf{0}\rangle$.
- f is balanced $\Leftrightarrow$ measurement IS NOT $|\mathbf{0}\rangle$.

THANKS

谢谢大家

中國石油大學（华东）
CHINA UNIVERSITY OF PETROLEUM

汇报人 / 计算2003刘禹铄