月球软着陆控制系统综合仿真实验

姓名：XXX

学号：XXX

2025 年 5 月 25 日

摘要

本实验通过建立月球软着陆动力学模型，设计了基于多项式显式制导的燃耗次优控制方案，通过 MATLAB 对主制动段进行仿真，分析了推力偏差（±10%）和比冲偏差（±10%），以及初始速度方向对软着陆过程的影响。实验结果表明，推力增大会缩短制动时间但增加燃料消耗，比冲降低会导致燃料效率下降，初始速度方向当向 x 轴偏转只会影响终端经度，当向 y 轴偏转则会影响径向速度导致飞行轨迹难以控制，终端位置误差主要来源于横向速度的收敛特性。该实验代码已开源于https://github.com/LiuZiyue1016/Lunar-soft-landing-control

关键词：月球软着陆、动力学模型、多项式显式制导、燃耗次优控制

1 引言

在月球探测带来巨大利益的驱使下，世界各国纷纷出台了自己的探月计划，再一次掀起了新一轮探月高潮。在月球上着陆分为两种，一种称为硬着陆，顾名思义，就是探测器在接近月球时不利用制动发动机减速而直接撞击月球。另一种称为软着陆，这种着陆方式要求探测器在距月面一定高度时开启制动系统，把探测器的速度抵消至零，然后利用小推力发动机把探测器对月速度控制在很小的范围内，从而使其在着陆时的速度具有几米每秒的数量级。

显然，对于科学研究，对探测器实施月球软着陆的科学价值要大于硬着陆。本实验基于绕月停泊轨道方案，重点研究主制动段的制导控制策略。通过建立轨道坐标系下的非线性动力学模型，采用多项式显式制导方法，实现燃料次优控制。

2 理论模型

2.1 动力学方程

在轨道坐标系下，探测器动力学方程描述了探测器在月球引力作用下，受发动机推力影响的运动特性，具体形式如下：

$$\begin{cases} \dot{r} = u \\ \beta = \frac{v}{r} \\ \dot{\alpha} = \frac{w}{r\sin\beta} \\ \dot{u} = \frac{F\cos\psi}{m} - \frac{\mu}{r^2} + \frac{v^2+w^2}{r} \\ \dot{v} = \frac{F\sin\psi\cos\phi}{m} - \frac{uv}{r} + \frac{w^2}{r\tan\beta} \\ \dot{m} = -\frac{F}{I_{sp}g_E} \end{cases} \tag{1}$$

其中：

- r、α、β 分别表示探测器的月心距、月球经度和纬度，定义了探测器在轨道坐标系中的位置。
- u、v、w 分别为探测器在径向、切向和垂直方向的速度分量，描述了探测器的运动状态。
- F 表示发动机的推力大小，ψ 和 ϕ 分别为推力在轨道坐标系中的径向和切向方向角，决定了推力的方向。
- m 为探测器的质量，随燃料消耗而变化。
- μ 为月球的引力常数，I_{sp} 为发动机的比冲，g_E 为地球表面的重力加速度。

2.2 制导律设计

月球软着陆主制动段的制导律设计旨在高效抵消探测器初始速度，实现燃料最优消耗，并确保终端状态满足软着陆要求。本设计基于简化动力学模型，采用多项式显式制导方法，具体步骤如下：

2.2.1 动力学模型简化

1. **径向动力学方程**：假设月球引力场均匀，引力加速度为常量 μ/R_L^2，径向动力学方程简化为：

$$\ddot{r} = \frac{Fu\cos\psi}{m} - \frac{\mu}{R_L^2} \tag{2}$$

其中，r 为月心距，u 为径向速度，ψ 为推力方向角，F 为发动机推力，m 为探测器质量。

2. **推力加速度展开**：考虑探测器质量变化，推力加速度作一阶泰勒展开：

$$\frac{F}{m} \approx \frac{F}{m_0}\left(1+\frac{Ft}{m_0 C}\right) \tag{3}$$

其中 $C = I_{sp}g_E$，m_0 为初始质量。

2.2.2 多项式轨迹建模

1. **最优控制角分解**：推力方向角 ψ 分解为目标速度控制角 ψ_0 与位置修正角 p_1, p_2：

$$\psi = \psi_0 + p_1 + p_2 t \tag{4}$$

对应 $\cos\psi$ 近似展开为：

$$\cos\psi \approx \cos\psi_0 - p_1 \sin\psi_0 - p_2 t \sin\psi_0 \tag{5}$$

2. **四次多项式轨迹**：径向最优轨迹由四次多项式表示：

$$r(t) = k_0 + k_1 t + k_2 t^2 + k_3 t^3 + k_4 t^4 \tag{6}$$

结合假设 $p_1 \to 0$ 且 $\psi_0 \approx 90°$，简化为三次多项式：

$$r(t) = k_0 + k_1 t + k_2 t^2 + k_3 t^3 \tag{7}$$

对应径向速度 $u(t) = k_1 + 2k_2 t + 3k_3 t^2$。

3. **系数确定**：通过初始与终端条件 $r(0) = r_0, u(0) = u_0, r(t_{go}) = r_f, u(t_{go}) = u_f$，求解系数：

$$k_2 = \frac{3(r_f - r_0 - u_0 t_{go}) - (u_f - u_0)t_{go}}{t_{go}^2} \tag{8}$$

当前径向加速度为：

$$a = 2k_2 = \frac{6(r_f - r_0 - u_0 t_{go}) - 2(u_f - u_0)t_{go}}{t_{go}^2} \tag{9}$$

2.2.3 控制角与剩余时间计算

1. **推力方向角计算**：根据加速度矢量几何关系，推力方向角 ψ 和 φ 由下式确定：

$$\psi = \arccos\left(\frac{a + \mu/r^2 - (v^2 + w^2)/r}{a_F}\right) \tag{10}$$

$$\varphi = \arccos\left(\frac{v_f - v}{\sqrt{(w_f - w)^2 + (v_f - v)^2}}\right) \tag{11}$$

其中 a_F 为推力加速度，a_H 为水平加速度。

2. **剩余时间估计**：剩余时间 t_{go} 近似为水平速度增量与加速度的比值：

$$t_{go} = \frac{\sqrt{(w_f - w)^2 + (v_f - v)^2}}{a_H} \tag{12}$$

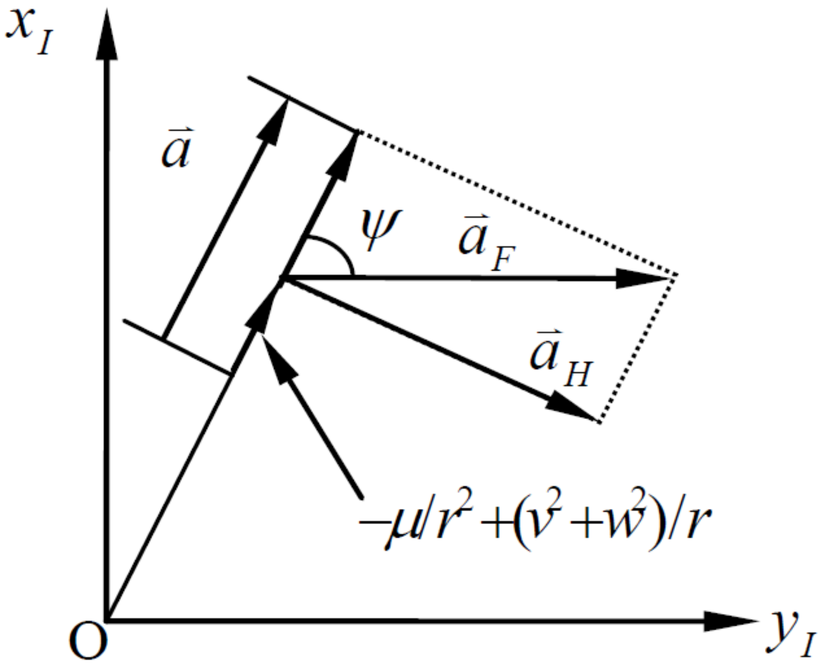

图 1: 加速度矢量几何关系图

2.2.4 制导律特点

- **燃料优化**：基于最优控制理论，通过多项式近似实现燃耗次优。
- **终端约束**：仅约束径向距离与速度，终端位置依赖初始速度精度。
- **鲁棒性**：剩余时间动态更新，适应实时状态变化，但对推力参数偏差敏感。

2.2.5 潜在限制

- **假设误差**：均匀引力场与一阶近似引入的误差需通过闭环控制补偿。
- **终端突变**：剩余时间趋零时推力角可能突变，需设计末端平滑策略。
- **初始精度要求**：初始速度测量偏差直接影响着陆位置，需高精度导航支持。

3 仿真设计

3.1 参数设置

- 初始条件：$h_0 = 15\,\mathrm{km}$, $v_0 = 1692\,\mathrm{m/s}$, $m_0 = 600\,\mathrm{kg}$, $\beta_0 = 1 \times 10^{-6}\,\mathrm{rad}$, $\alpha_0 = 5°$, $u_0 = 0\,\mathrm{m/s}$, $w_0 = 0\,\mathrm{m/s}$
- 终端约束：$h_f = 2\,\mathrm{km}$, $u_f = v_f = w_f = 0\,\mathrm{m/s}$

- 参数偏差：$\Delta F = \pm 10\%$, $\Delta I_{sp} = \pm 10\%$, $\Delta\theta_v = \pm 5°$
- 其他参数：$F_{\text{nom}} = 1500\,\text{N}$, $I_{sp,\text{nom}} = 300\,\text{s}$, $g_E = 9.8\,\text{m/s}^2$, $\mu = 4.88775 \times 10^{12}\,\text{m}^3/\text{s}^2$, $R_L = 1738\,\text{km}$

3.2 仿真流程

仿真流程围绕动力学方程展开，重难点在于制导律的迭代计算，核心步骤如下：

1. **初始化**：载入初始状态与终端约束，设定时间步长 $\Delta t = 0.1\,\text{s}$ 与收敛容差 $\epsilon = 10^{-4}$。
2. **制导律迭代**：基于当前状态计算剩余时间 t_{go}、推力方向角 ψ，并更新控制指令。
3. **动力学传播**：通过四阶龙格-库塔法积分动力学方程，更新探测器状态。
4. **终止判断**：若高度 $h \le h_f$ 且速度满足终端约束，则终止仿真；否则重复步骤 2-3。

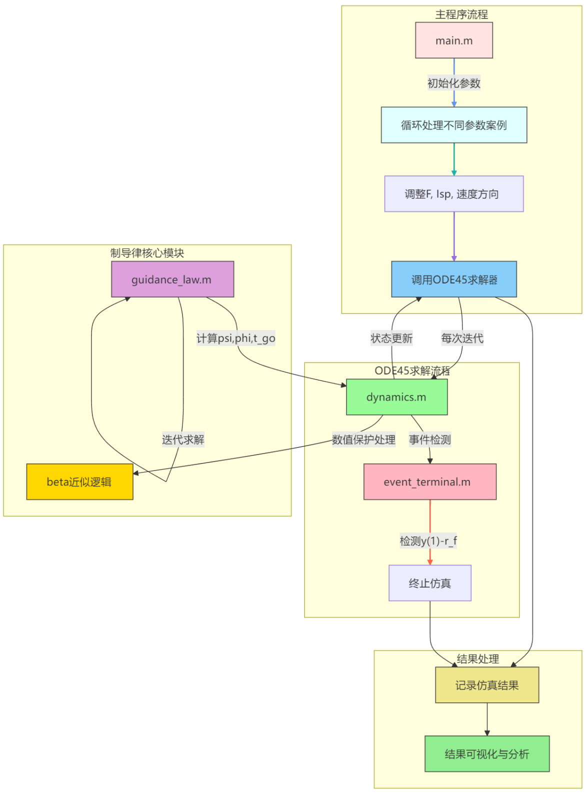

图 2: 月球软着陆制导控制仿真流程图

3.3 制导律迭代流程

制导律的核心是通过多项式近似求解径向加速度与推力方向角，具体迭代步骤如下：

```
while iter < max_iter
    a = (6Δr - 2Δu*t_go) / t_go²       // 计算径向加速度
     = acos((a +  /r² - (v²+w²)/r)/a_F)
    a_H = a_F * sin( )                 // 更新水平加速度
    t_go = sqrt(Δv² + Δw²) / a_H       // 更新剩余时间
    if |t_go_new - t_go| < tolerance
        break
    end
end
```

4 结果与分析

4.1 探测器轨道

通过系统仿真,可得到速度、位置、推力方位角等参数随时间的变化曲线。如图??所示为着陆器到月心距离随时间变化曲线。着陆器下降到具月球表面 2km 高度用时 538.62s,下面将分别针对发动机推力、比冲和初始速度方向的偏差,分析其对着陆器飞行过程的影响。

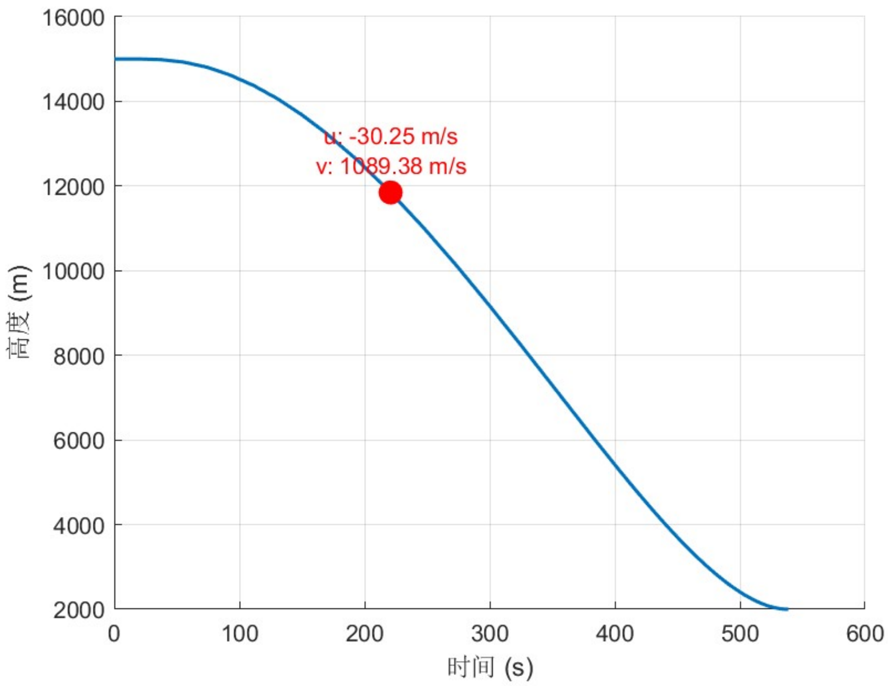

图 3: 探测器轨道

4.2 发动机推力偏差对软着陆过程的影响

发动机推力偏差为 ±10%，标准推力为 1500N，最小推力为 1350N，最大推力为 1500N。由于制导控制律不变，着陆器仍然能下降到具月球表面 2km 的高度，但时间会变化。由图??可见推力的增大可以缩短探测器下降的时间，推力减小则会增大探测器下降时间。

由于比冲不变，推力变化会引起燃料消耗速度的变化，如图??所示。然而，由于飞行时间的减小，大推力下总的燃料消耗量会减小。可见采用大推力发动机可以减小燃料的使用量。但实际情况下还要考虑大推力发动机会不会增加额外的重量，因为推力增大对燃料的节约很有效。如这个系统中，增大 10% 的推力只节约了 0.56% 的燃料。

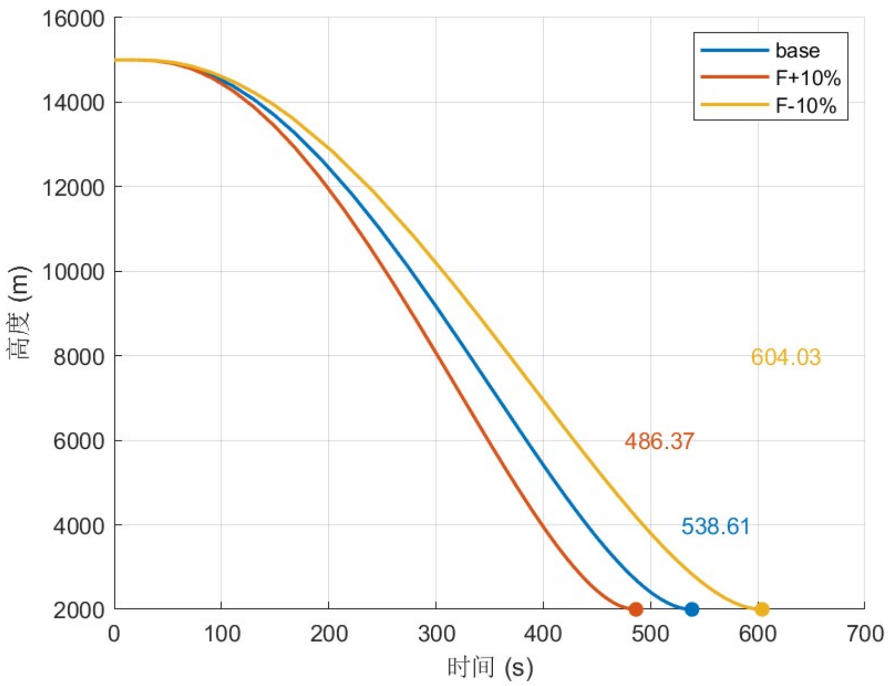

图 4: 高度在发动机推力偏差下的变化曲线

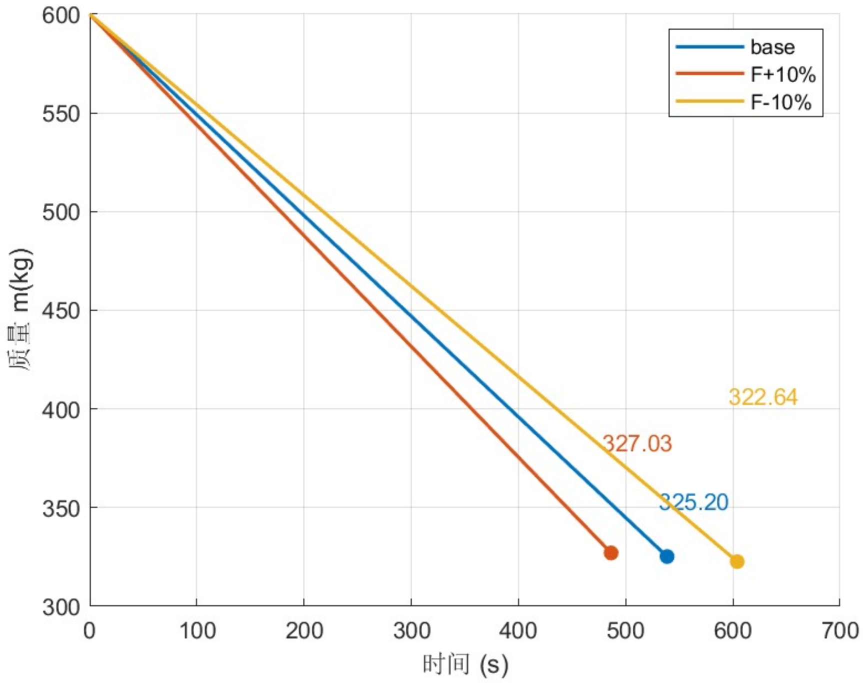

图 5: 燃料质量在发动机推力偏差下的变化曲线

飞行时间的不同最终会导致终点位置的不同，如图??和??所示，但这只会导致纬度的不同，经度不会受到影响，且整个过程经度都不发生改变。

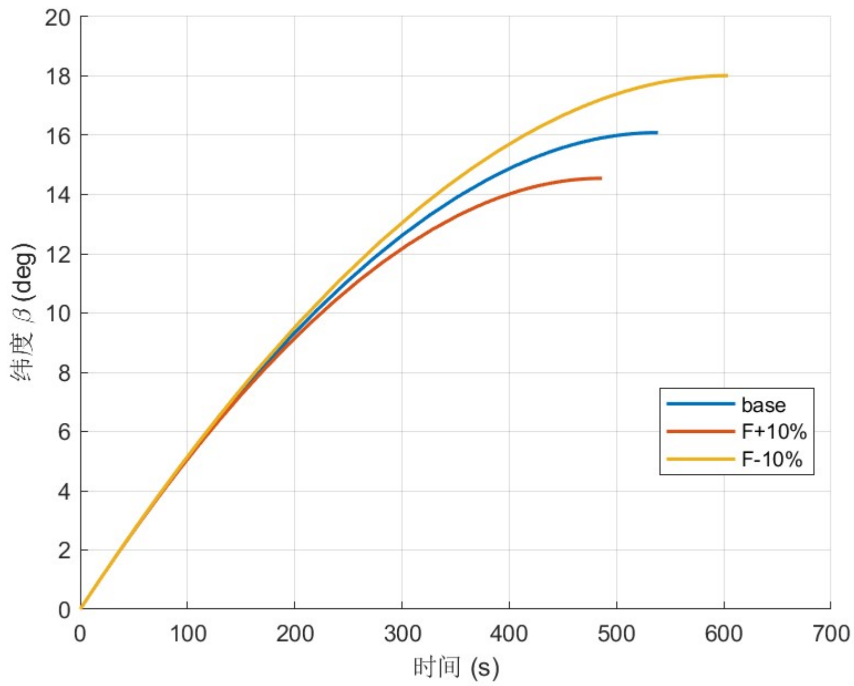

图 6: 纬度在发动机推力偏差下的变化曲线

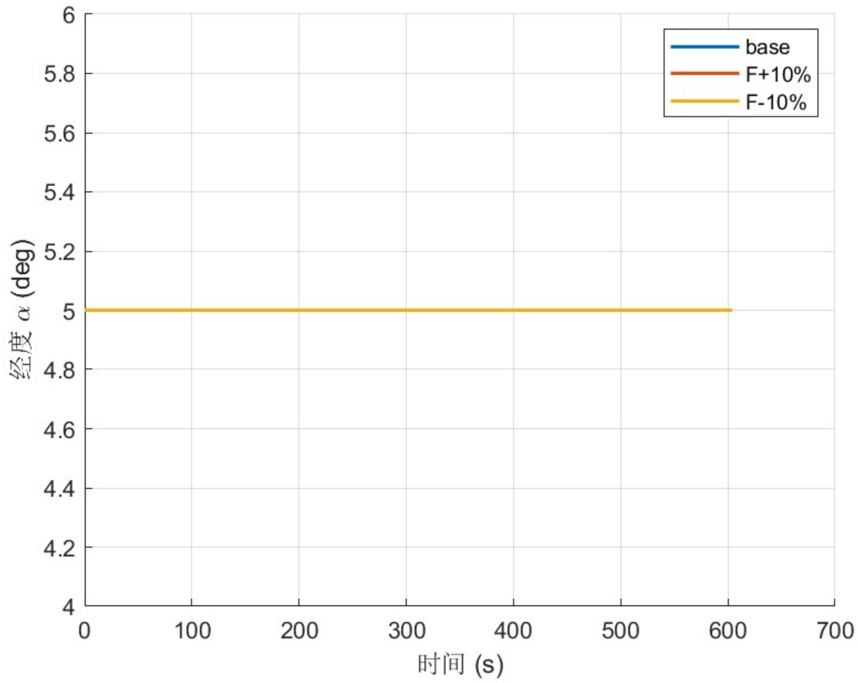

图 7: 经度在发动机推力偏差下的变化曲线

推力的变化会影响速度变化的快慢，由图??和图??可知，大推力会使速度减小得更快，但缺点是会增大下降时的过载。

从图??可以明显看出下降过程中垂直方向分速度的变化趋势。在减速初期，着陆器会加速下降，末期下降速度会逐渐减小。但无论哪个过程，大推力下加速度都会更大，这也说明了大推力工作时下降过程时间更短的原因。

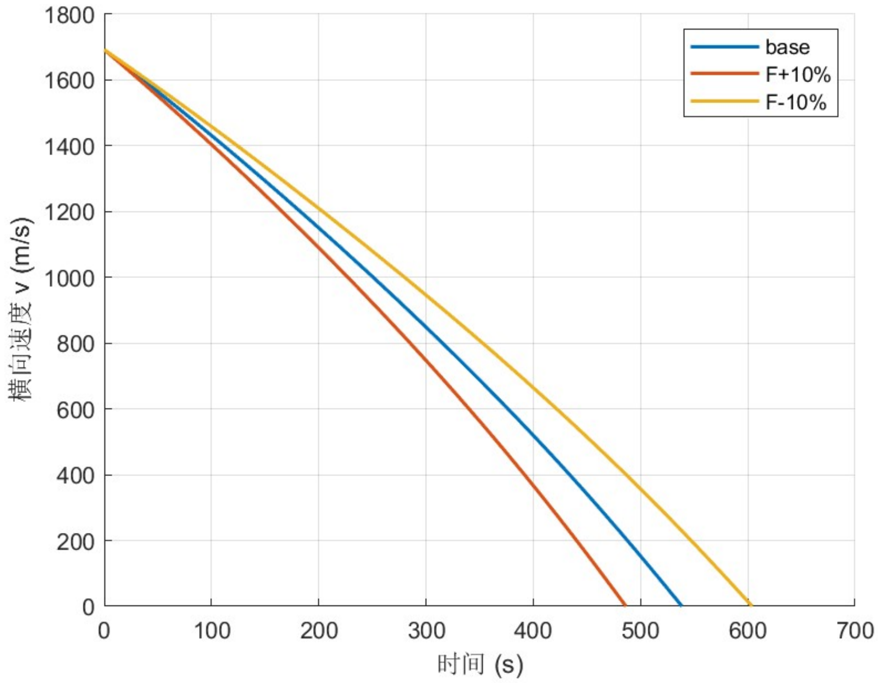

图 8: 横向速度在发动机推力偏差下的变化曲线

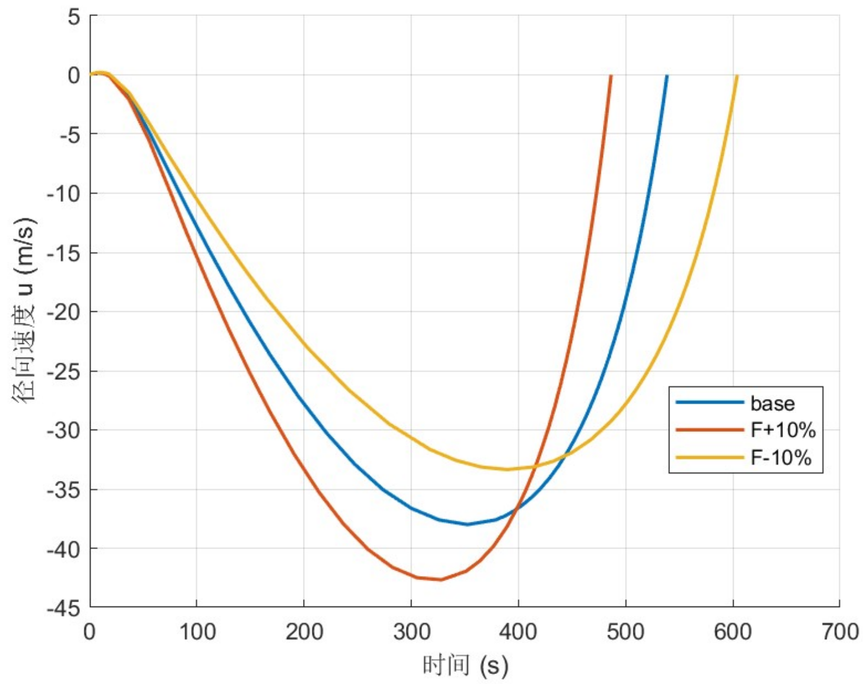

图 9: 径向速度在发动机推力偏差下的变化曲线

4.3 比冲偏差对软着陆过程的影响

发动机比冲偏差为 ±10%，标准比冲为 300，最小比冲为 270，最大比冲为 330。比冲偏差对着陆过程的影响要小于推力偏差的影响。在相同的推力下，推进剂的比冲越大会延长下降段的时间。这会需要发动机工作更长时间。

但由于当推力一定时，大比冲的推进剂单位时间的消耗量更少，所以综合考虑大比冲推进剂在下降段消耗的推进剂质量更少，如图??和??所示。

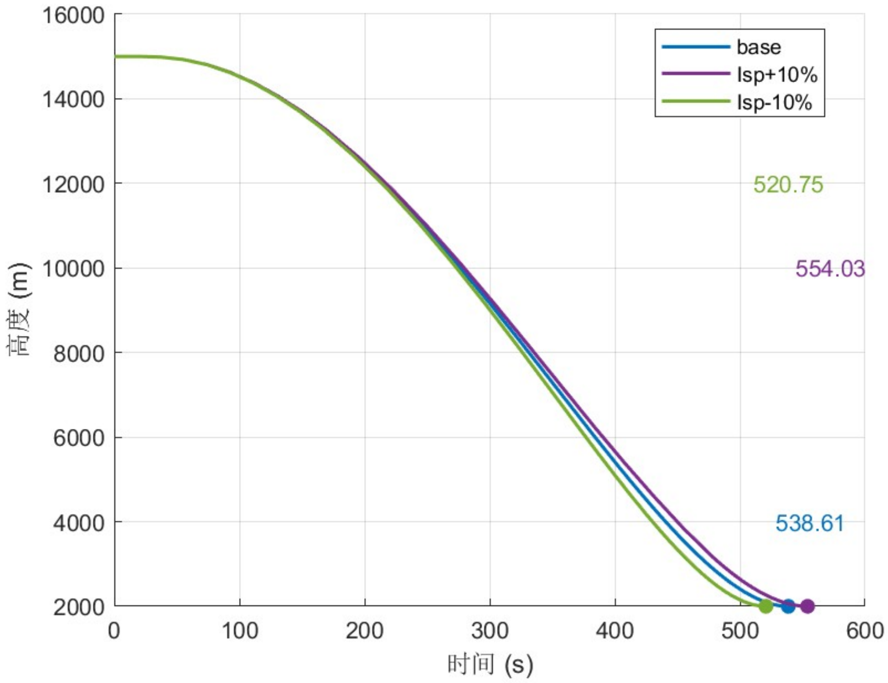

图 10: 高度在比冲偏差下的变化曲线

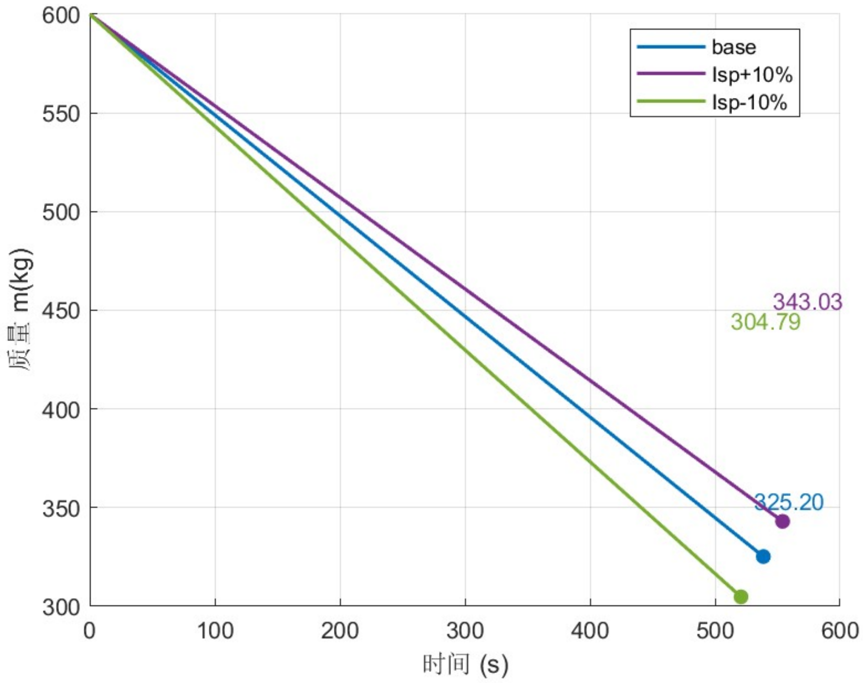

图 11: 燃料质量在比冲偏差下的变化曲线

如图??和??所示，与推力偏差对飞行轨迹的影响类似，飞行时间的不同会导致最终下降的目的地不同。同样这种偏差只会导致纬度的不同，而经度不受影响。而且飞行时间越短，完成下降段时的纬度越小。

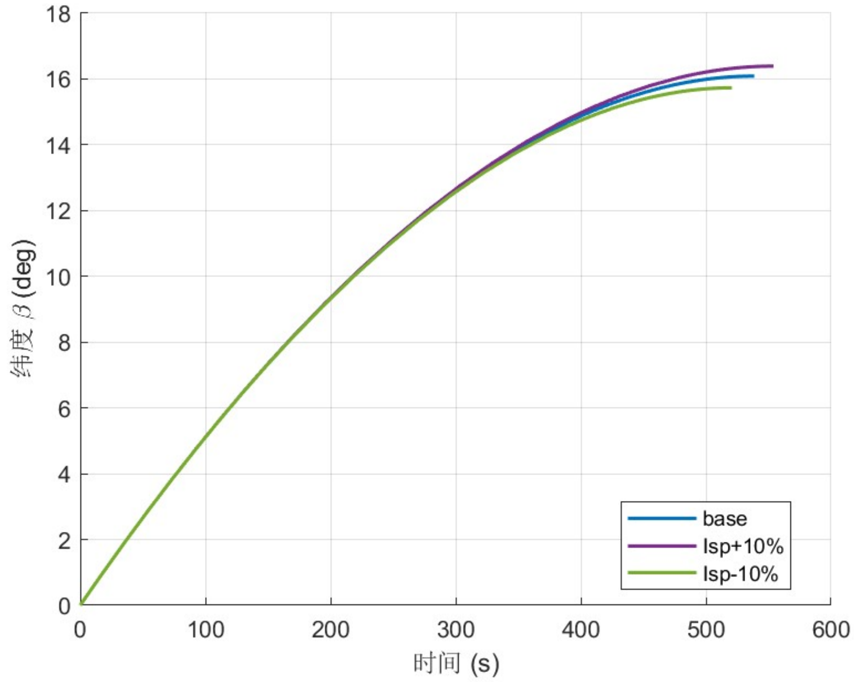

图 12: 纬度在比冲偏差下的变化曲线

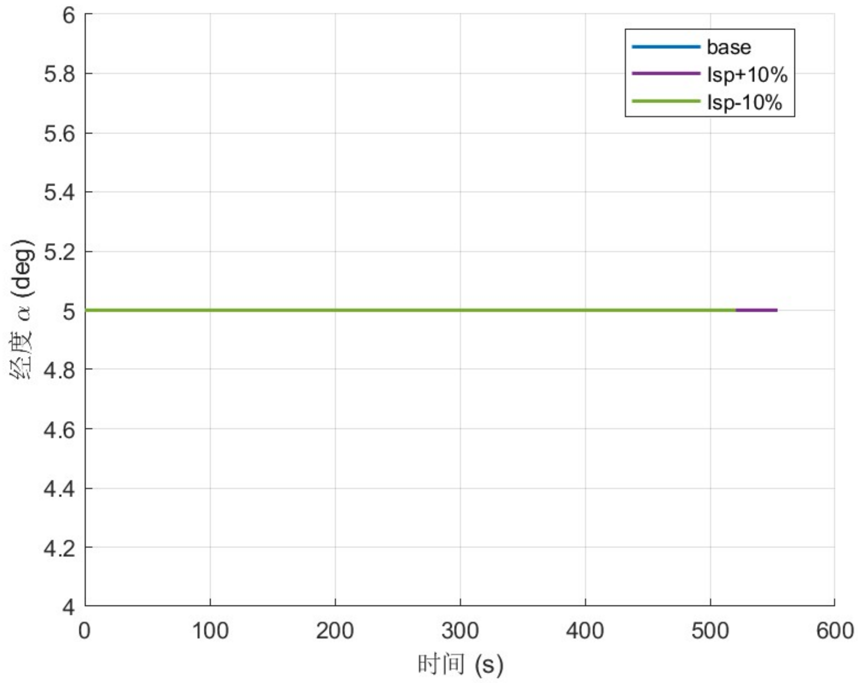

图 13: 经度在比冲偏差下的变化曲线

由图??和图??可见，比冲偏差引起的速度变化与推力偏差类似，更短的下降时间会产生更多的过载，而当比冲偏大 10% 时变化时间最长，所产生负载也就最小。

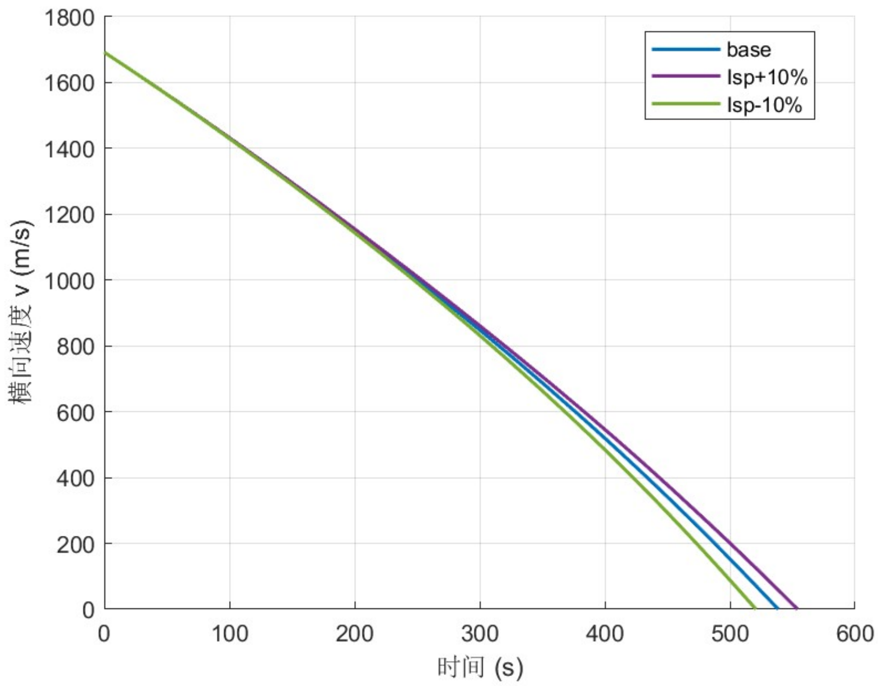

图 14: 横向速度在比冲偏差下的变化曲线

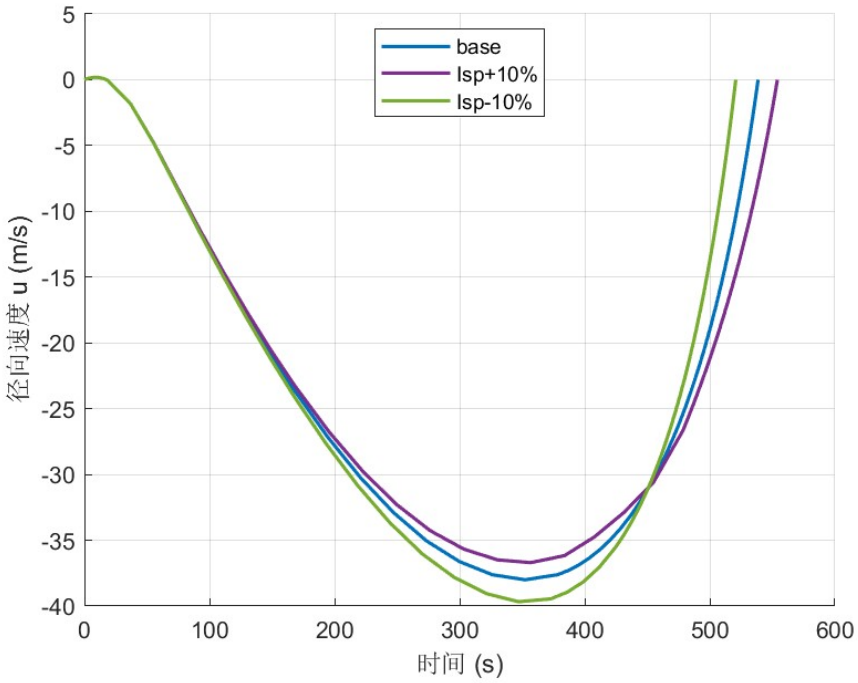

图 15: 径向速度在比冲偏差下的变化曲线

4.4 初始速度方向偏差的影响

为了研究初始速度方向偏差对着陆过程的影响,定义另外两个情况。分别将初始速度向 x 轴方向偏转 5°,和将初始速度方向朝 y 轴偏转 5°。根据初速度 $u_0 = 0$,$v_0 = 1692\,\mathrm{m/s}$,$w_0 = 0$ 计算出另外两组初始速度为:

$$
\begin{aligned}
&u_0 = 0, && v_0 = 1686\,\mathrm{m/s}, && w_0 = 147.47\,\mathrm{m/s};\\
&u_0 = 147.47\,\mathrm{m/s}, && v_0 = 1686\,\mathrm{m/s}, && w_0 = 0.
\end{aligned}
$$

由图??可以看出，着陆器高度的变化曲线不受横向偏航的影响。着陆器的飞行轨迹与初始的俯仰方向有关。

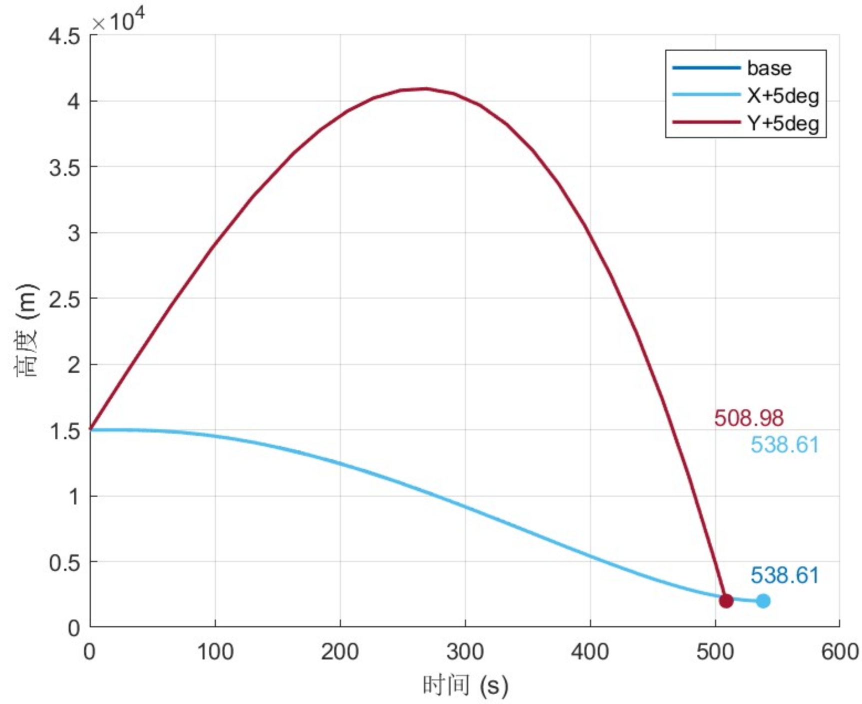

图 16: 高度在初始速度方向偏差下的变化曲线

通过观察图??，我们发现当径向含有初始速度时，会令探测器先上升再下降，通过观察图??，一方面我们发现径向速度极大，且变化剧烈，不易控制，另一方面这种飞行方案也会造成燃料的无端浪费。

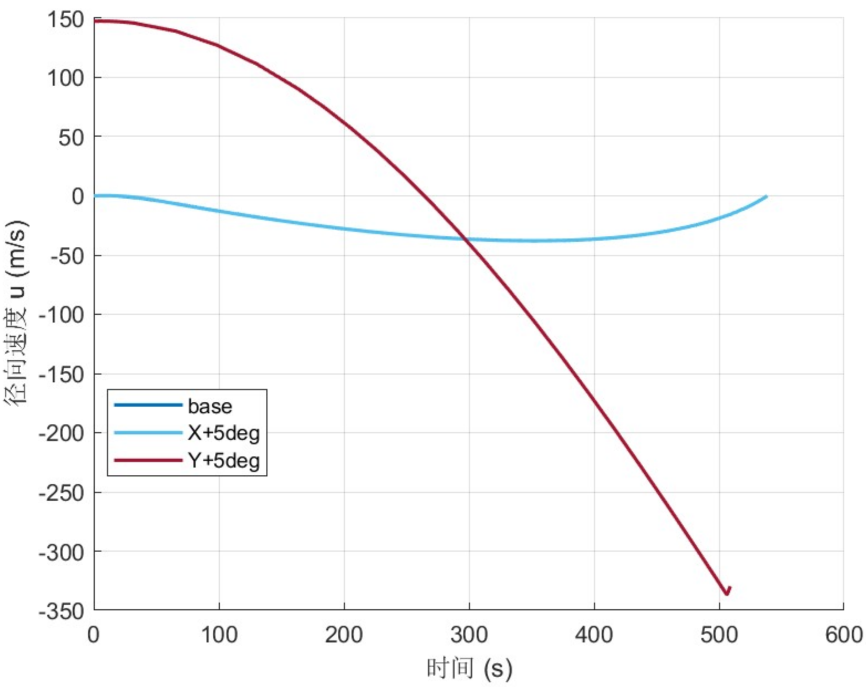

图 17: 径向速度在初始速度方向偏差下的变化曲线

由于发动机的比冲和推力不变，所以速度方向偏差不影响着陆器的质量变化曲线，图??也验证了这一点，但若初始时刻存在径向速度，尽管造成了燃料的浪费，但由于径向速度极大，剩余燃料反而更多。

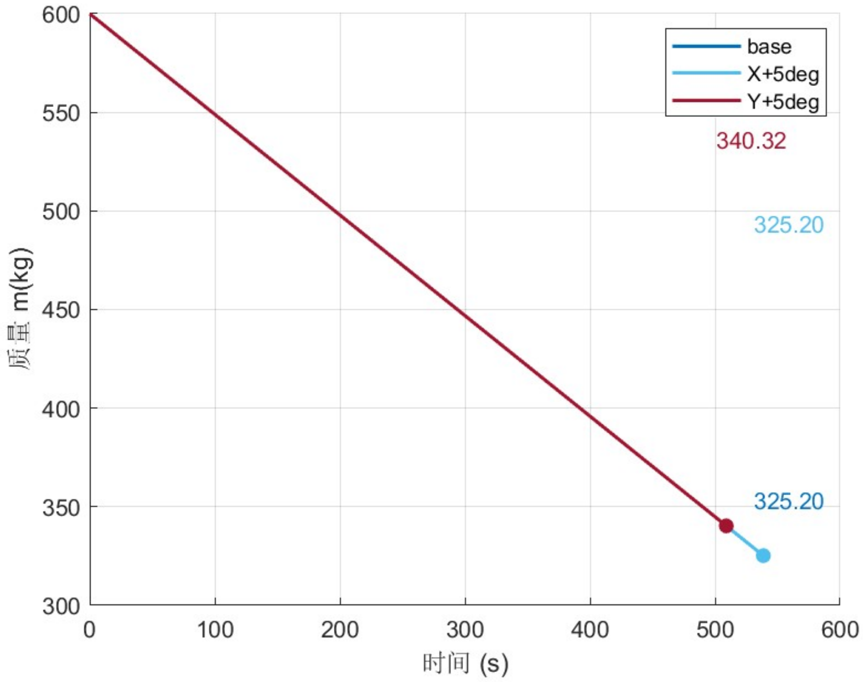

图 18: 燃料质量在初始速度方向偏差下的变化曲线

4.5 终端位置误差

表 1: 终端位置变化与燃料消耗

Case	F(%)	Isp(%)	$X_{angle}(°)$	$Y_{angle}(°)$	$\Delta\alpha(°)$	$\Delta\beta(°)$	燃料 (kg)
1	0	0	0	0	0	16.0882	274.80
2	+10	0	0	0	0	14.5458	273.97
3	-10	0	0	0	0	18.0108	277.36
4	0	+10	0	0	0	16.3912	256.97
5	0	-10	0	0	0	15.7326	295.21
6	0	0	5	0	5	16.0881	274.80
7	0	0	0	5	0	15.0821	259.68

5 结论

5.1 推力偏差的影响

当推力增大 10% 时，时间缩短约 9.7%（从 538.61 s 降至 486.37 s），消耗燃料减少 0.56%（274.80 kg → 273.97 kg）；而当推力降低 10%，时间则会延长约 12.1%（至 604.03 s），消耗燃料增加 0.93%（274.80 kg → 277.36 kg）。

通过实验我们发现大推力虽然能缩短时间，但对燃料的节省有限，因此意义不大，有综合评估发动机重量与性能的必要。

5.2 比冲偏差的影响

相比发动机推力，比冲对时间的影响很小，对消耗燃料的影响很大，当比冲减小 10%，消耗燃料增加 7.4%（274.80 kg → 295.21 kg）。当比冲增大 10%，消耗燃料减少 6.5%（274.80 kg → 256.97 kg）。对于行星际任务来说，推进剂性能的优化对任务经济性具有显著的影响。

5.3 初始速度方向偏差的敏感性

当初始速度方向沿 x 轴偏差 5°，会导致终端经度偏差约 5.0° ，需结合高精度导航系统抑制误差。

而当初始速度方向沿 y 轴偏差 5°，虽然终端经纬度均不会产生偏差，但在飞行的过程中，高度会先上升下降到终端位置，其径向加速度极大，不易控制。

5.4 终端位置误差机制

- **纬度误差**：主要由横向速度收敛特性决定，偏差范围约 ±16°。
- **经度误差**：受动力学模型简化假设影响较小（$\Delta\alpha < 0.1°$）。
- **时间控制**：飞行时间精度达秒级，满足设计要求。

5.5 系统鲁棒性与局限性

- **敏感参数**：
  - 推力偏差需闭环控制补偿引力场假设误差。
  - 剩余时间趋零时推力角可能突变，需末端平滑策略。
- **适用范围**：燃料次优控制在偏差 ±10% 内仍能保证任务完成，验证工程实用性。

优化建议

1. **控制算法改进**：引入自适应控制动态修正推力方向。
2. **多约束优化**：结合终端位置、燃料消耗与时间约束设计综合优化模型。
3. **末端策略增强**：添加推力角平滑过渡逻辑以提升稳定性。

附录

主代码

```
% 月球软着陆主制动段仿真
clear; clc; close all;

% 仿真参数
F_nom = 1500;        % 标称推力 (N)
Isp_nom = 300;       % 标称比冲 (s)
gE = 9.8;
mu = 4.88775e12; % 月球引力常数
RL = 1738e3;         % 月球半径 (m)

% 终端约束
r_f = 1740e3;        % 终端高度 (离月面2km)
u_f = 0;
v_f = 0;
w_f = 0;

% 初始条件
r0 = 1753e3;         % 初始高度 (m)
beta0 = deg2rad(1e-6);
alpha0 = deg2rad(5);
u0 = 0;              % 初始径向速度
v0 = 1692;           % 初始横向速度
w0 = 0;
m0 = 600;            % 初始质量 (kg)
y0 = [r0, beta0, alpha0, u0, v0, w0, m0];

% 仿真时间设置
```

```
tspan = [0 10000]; % 初始时间范围

% 定义参数组合
param_cases = struct(...
    'F_ratio', [1, 1.1, 0.9, 1, 1], ... % 推力变化：标称、+10%、-10%
    'Isp_ratio',[1, 1, 1, 1.1, 0.9] ... % 比冲变化：标称、+10%、-10%
);

% 事件函数：检测高度是否达到终端
options = odeset('Events', @(t,y) event_terminal(t, y, r_f));

% 预存储结果
results = struct();
for case_id = 1:length(param_cases.F_ratio)
    % 参数设置
    F = F_nom * param_cases.F_ratio(case_id);
    Isp = Isp_nom * param_cases.Isp_ratio(case_id);
    C_perturbed = Isp * gE;

    % 运行仿真
    [t, y] = ode45(@(t,y) dynamics(t, y, mu, C_perturbed, F), tspan, y0,

    % 记录结果
    results(case_id).t = t;
    results(case_id).y = y;
    results(case_id).F = F;
    results(case_id).Isp = Isp;

    % 计算终端误差
    final_alpha = rad2deg(y(end,3));
    final_beta = rad2deg(y(end,2));
    results(case_id).alpha_error = final_alpha - rad2deg(alpha0);
    results(case_id).beta_error = final_beta - rad2deg(beta0);
    results(case_id).fuel_consumed = m0 - y(end,7);
end
```

动力学方程

```
function dydt = dynamics(t, y, mu, C, F)
    % 状态变量: y = [r, beta, alpha, u, v, w, m]

    r = y(1); u = y(4); v = y(5); w = y(6); m = y(7); beta = y(2);

    % 调用制导律计算控制角
    [psi, phi, ~] = guidance_law(y, F, mu);

    % 数值保护：当beta接近0时，用泰勒展开近似
    beta_safe = beta;
    epsilon = 1e-8;  % 阈值
    if abs(beta) < epsilon
        beta_safe = epsilon * sign(beta);  % 避免严格为零
    end

    % 对tan(beta)进行保护
    if abs(beta) < epsilon
        tan_beta = beta_safe;  % 泰勒展开近似：tan(beta)    beta (当beta→0
    else
        tan_beta = tan(beta);
    end

    % 动力学方程（式17-2）
    drdt = u;
    dbetadt = v / r;
    dalphadt = w / (r * sin(beta_safe));
    dudt = F/m * cos(psi) - mu/r^2 + (v^2 + w^2)/r;

    dvdt = F/m * sin(psi)*cos(phi) - u*v/r + (w^2)/(r*tan_beta);
    dwdt = F/m * sin(psi)*sin(phi) - u*w/r - v*w/(r*tan_beta);

    dmdt = -F / C;

    dydt = [drdt; dbetadt; dalphadt; dudt; dvdt; dwdt; dmdt];
end
```

制导律核心算法

```
function [psi, phi, t_go] = guidance_law(y, F, mu)
    % 解包当前状态
    r = y(1);
    u = y(4);
    v = y(5);
    w = y(6);
    m = y(7);

    % 终端约束
    r_f = 1740e3;      % 终端高度 (离月面2km)
    u_f = 0;
    v_f = 0;
    w_f = 0;

    delta_v = v_f - v;
    delta_w = w_f - w;
    speed_error = sqrt(delta_v^2 + delta_w^2);

    % 初始猜测：假设a_H = F/m（即  =90度）
    a_F = F / m;
    a_H_initial = a_F;
    t_go_guess = speed_error / a_H_initial;

    max_iter = 10;          % 最大迭代次数
    tolerance = 1e-3;    % 收敛容差

    for iter = 1:max_iter
        % 计算径向加速度a（式17-14）
        numerator_a = 6*(r_f - r - u*t_go_guess) - 2*(u_f - u)*t_go_guess
        a = numerator_a / (t_go_guess^2);

        % 计算  角（式17-15）
        term_gravity = mu / r^2;
        term_centrifugal = (v^2 + w^2) / r;
        numerator_psi = a + term_gravity - term_centrifugal;
        cos_psi = numerator_psi / a_F;
```

```
        cos_psi = max(min(cos_psi, 1), -1); % 限制在有效范围
        psi = acos(cos_psi);

        % 更新水平加速度和剩余时间
        a_H = a_F * sin(psi);
        t_go_new = speed_error / a_H;

        % 检查收敛
        if abs(t_go_new - t_go_guess) < tolerance
            disp([iter, "收敛"])
            break;
        end
        t_go_guess = t_go_new;
    end
    t_go = t_go_guess;

    % 计算  角（式17-15）
    phi = atan2(delta_w, delta_v);
end
```

其他材料

本文的完整代码和相关图像文件已托管于 https://github.com/LiuZiyue1016/Lunar-soft-landing-control，