

月球软着陆控制系统综合仿真实验

姓名：XXX

学号：XXX

2025 年 6 月 15 日

摘要

本次实验旨在建立月球软着陆动力学模型，并设计基于多项式显式制导的燃料次优控制方案。通过 MATLAB 对主制动段进行仿真，模拟并分析推力偏差 ($\pm 10\%$)、比冲偏差 ($\pm 10\%$)、初始速度方向偏差以及初始质量偏差 ($\pm 10\%$) 对软着陆过程的影响。实验结果表明，推力增大会缩短制动时间但增加燃料消耗，比冲降低会导致燃料效率下降，初始速度方向偏差会影响终端位置，而初始质量的变化则显著影响软着陆时间及燃料消耗。实验代码已开源于 <https://github.com/LiuZiyue1016/Lunar-soft-landing-control>

关键词：月球软着陆、动力学模型、多项式显式制导、燃料次优控制

1 引言

在月球探测带来巨大利益的驱使下，世界各国纷纷出台了自己的探月计划，再一次掀起了新一轮探月高潮。在月球上着陆分为两种，一种称为硬着陆，顾名思义，就是探测器在接近月球时不利用制动发动机减速而直接撞击月球。另一种称为软着陆，这种着陆方式要求探测器在距月面一定高度时开启制动系统，把探测器的速度抵消至零，然后利用小推力发动机把探测器对月速度控制在很小的范围内，从而使其在着陆时的速度具有几米每秒的数量级。

显然，对于科学研究，对探测器实施月球软着陆的科学价值要大于硬着陆。本实验基于绕月停泊轨道方案，重点研究主制动段的制导控制策略。通过建立轨道坐标系下的非线性动力学模型，采用多项式显式制导方法，实现燃料次优控制。

2 理论模型

2.1 动力学方程

在轨道坐标系下，探测器动力学方程描述了探测器在月球引力作用下，受发动机推力影响的运动特性，具体形式如下：

$$\begin{cases} \dot{r} = u \\ \dot{\beta} = \frac{v}{r} \\ \dot{\alpha} = \frac{w}{r \sin \beta} \\ \dot{u} = \frac{F \cos \psi}{m} - \frac{\mu}{r^2} + \frac{v^2 + w^2}{r} \\ \dot{v} = \frac{F \sin \psi \cos \phi}{m} - \frac{uv}{r} + \frac{w^2}{r \tan \beta} \\ \dot{m} = -\frac{F}{I_{sp} g_E} \end{cases} \quad (1)$$

其中：

- r 、 α 、 β 分别表示探测器的月心距、月球经度和纬度，定义了探测器在轨道坐标系中的位置。
- u 、 v 、 w 分别为探测器在径向、切向和垂直方向的速度分量，描述了探测器的运动状态。
- F 表示发动机的推力大小， ψ 和 ϕ 分别为推力在轨道坐标系中的径向和切向方向角，决定了推力的方向。
- m 为探测器的质量，随燃料消耗而变化。
- μ 为月球的引力常数， I_{sp} 为发动机的比冲， g_E 为地球表面的重力加速度。

2.2 制导律设计

月球软着陆主制动段的制导律设计旨在高效抵消探测器初始速度，实现燃料最优消耗，并确保终端状态满足软着陆要求。本设计基于简化动力学模型，采用多项式显式制导方法，具体步骤如下：

2.2.1 动力学模型简化

1. 径向动力学方程：假设月球引力场均匀，引力加速度为常量 μ/R_L^2 ，径向动力学方程简化为：

$$\ddot{r} = \frac{Fu \cos \psi}{m} - \frac{\mu}{R_L^2} \quad (2)$$

其中, r 为月心距, u 为径向速度, ψ 为推力方向角, F 为发动机推力, m 为探测器质量。

2. **推力加速度展开:** 考虑探测器质量变化, 推力加速度作一阶泰勒展开:

$$\frac{F}{m} \approx \frac{F}{m_0} \left(1 + \frac{Ft}{m_0 C} \right) \quad (3)$$

其中 $C = I_{sp}g_E$, m_0 为初始质量。

2.2.2 多项式轨迹建模

1. **最优控制角分解:** 推力方向角 ψ 分解为目标速度控制角 ψ_0 与位置修正角 p_1, p_2 :

$$\psi = \psi_0 + p_1 + p_2 t \quad (4)$$

对应 $\cos \psi$ 近似展开为:

$$\cos \psi \approx \cos \psi_0 - p_1 \sin \psi_0 - p_2 t \sin \psi_0 \quad (5)$$

2. **四次多项式轨迹:** 径向最优轨迹由四次多项式表示:

$$r(t) = k_0 + k_1 t + k_2 t^2 + k_3 t^3 + k_4 t^4 \quad (6)$$

结合假设 $p_1 \rightarrow 0$ 且 $\psi_0 \approx 90^\circ$, 简化为三次多项式:

$$r(t) = k_0 + k_1 t + k_2 t^2 + k_3 t^3 \quad (7)$$

对应径向速度 $u(t) = k_1 + 2k_2 t + 3k_3 t^2$ 。

3. **系数确定:** 通过初始与终端条件 $r(0) = r_0, u(0) = u_0, r(t_{go}) = r_f, u(t_{go}) = u_f$, 求解系数:

$$k_2 = \frac{3(r_f - r_0 - u_0 t_{go}) - (u_f - u_0) t_{go}}{t_{go}^2} \quad (8)$$

当前径向加速度为:

$$a = 2k_2 = \frac{6(r_f - r_0 - u_0 t_{go}) - 2(u_f - u_0) t_{go}}{t_{go}^2} \quad (9)$$

2.2.3 控制角与剩余时间计算

1. **推力方向角计算:** 根据加速度矢量几何关系, 推力方向角 ψ 和 φ 由下式确定:

$$\psi = \arccos \left(\frac{a + \mu/r^2 - (v^2 + w^2)/r}{a_F} \right) \quad (10)$$

$$\varphi = \arccos \left(\frac{v_f - v}{\sqrt{(w_f - w)^2 + (v_f - v)^2}} \right) \quad (11)$$

其中 a_F 为推力加速度, a_H 为水平加速度。

2. **剩余时间估计:** 剩余时间 t_{go} 近似为水平速度增量与加速度的比值:

$$t_{go} = \frac{\sqrt{(w_f - w)^2 + (v_f - v)^2}}{a_H} \quad (12)$$

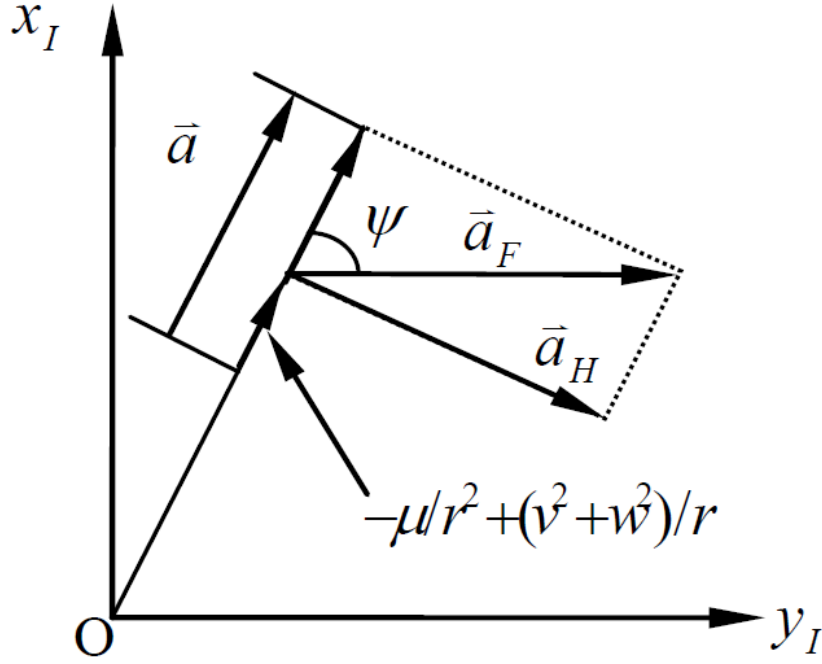


图 1: 加速度矢量几何关系图

2.2.4 制导律特点

- 燃料优化：基于最优控制理论，通过多项式近似实现燃耗次优。
- 终端约束：仅约束径向距离与速度，终端位置依赖初始速度精度。
- 鲁棒性：剩余时间动态更新，适应实时状态变化，但对推力参数偏差敏感。

2.2.5 潜在限制

- 假设误差：均匀引力场与一阶近似引入的误差需通过闭环控制补偿。
- 终端突变：剩余时间趋零时推力角可能突变，需设计末端平滑策略。
- 初始精度要求：初始速度测量偏差直接影响着陆位置，需高精度导航支持。

3 仿真设计

3.1 参数设置

- 初始条件： $h_0 = 15 \text{ km}$, $v_0 = 1692 \text{ m/s}$, $m_0 = 600 \text{ kg}$, $\beta_0 = 1 \times 10^{-6} \text{ rad}$, $\alpha_0 = 5^\circ$, $u_0 = 0 \text{ m/s}$, $w_0 = 0 \text{ m/s}$
- 终端约束： $h_f = 2 \text{ km}$, $u_f = v_f = w_f = 0 \text{ m/s}$

- 参数偏差: $\Delta F = \pm 10\%$, $\Delta I_{sp} = \pm 10\%$, $\Delta \theta_v = \pm 5^\circ$
- 其他参数: $F_{nom} = 1500 \text{ N}$, $I_{sp,nom} = 300 \text{ s}$, $g_E = 9.8 \text{ m/s}^2$, $\mu = 4.88775 \times 10^{12} \text{ m}^3/\text{s}^2$, $R_L = 1738 \text{ km}$

3.2 仿真流程

仿真流程围绕动力学方程展开，重难点在于制导律的迭代计算，核心步骤如下：

1. **初始化**: 载入初始状态与终端约束，设定时间步长 $\Delta t = 0.1 \text{ s}$ 与收敛容差 $\epsilon = 10^{-4}$ 。
2. **制导律迭代**: 基于当前状态计算剩余时间 t_{go} 、推力方向角 ψ ，并更新控制指令。
3. **动力学传播**: 通过四阶龙格-库塔法积分动力学方程，更新探测器状态。
4. **终止判断**: 若高度 $h \leq h_f$ 且速度满足终端约束，则终止仿真；否则重复步骤 2-3。

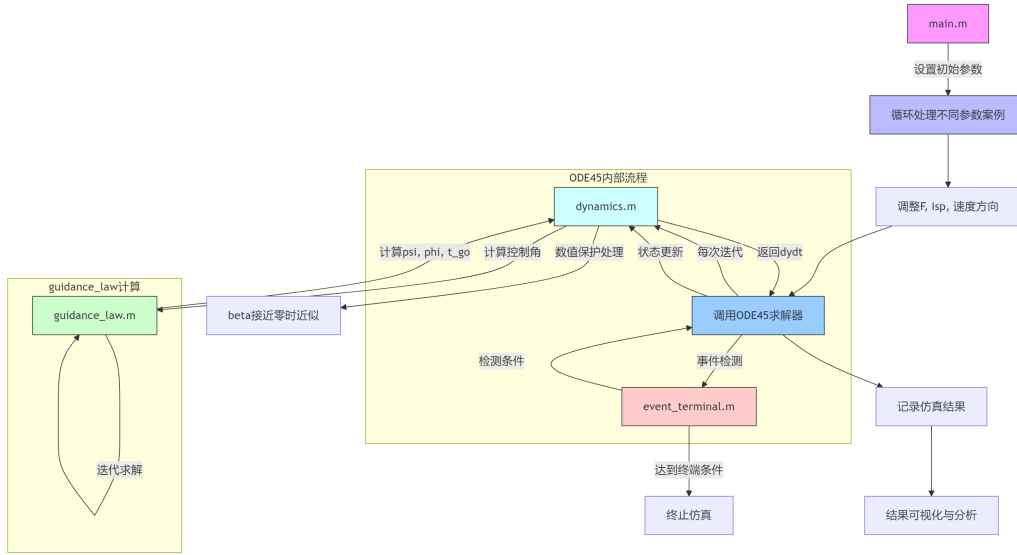


图 2: 月球软着陆制导控制仿真流程图

3.3 制导律迭代流程

制导律的核心是通过多项式近似求解径向加速度与推力方向角，具体迭代步骤如下：

```
while iter < max_iter
    a = (6Δr - 2Δu*t_go) / t_go^2      // 计算径向加速度
    ψ = acos((a + μ/r^2 - (v^2+w^2)/r)/a_F)
```

```

a_H = a_F * sin( $\psi$ ) // 更新水平加速度
t_go = sqrt( $\Delta v^2 + \Delta w^2$ ) / a_H // 更新剩余时间
if |t_go_new - t_go| < tolerance
    break
end
end
end

```

4 结果与分析

4.1 探测器轨道

通过系统仿真,可得到速度、位置、推力方位角等参数随时间的变化曲线。如图3所示为着陆器到月心距离随时间变化曲线。着陆器下降到距月球表面 2km 高度用时 538.62s,下面将分别针对发动机推力、比冲和初始速度方向的偏差,分析其对着陆器飞行过程的影响。

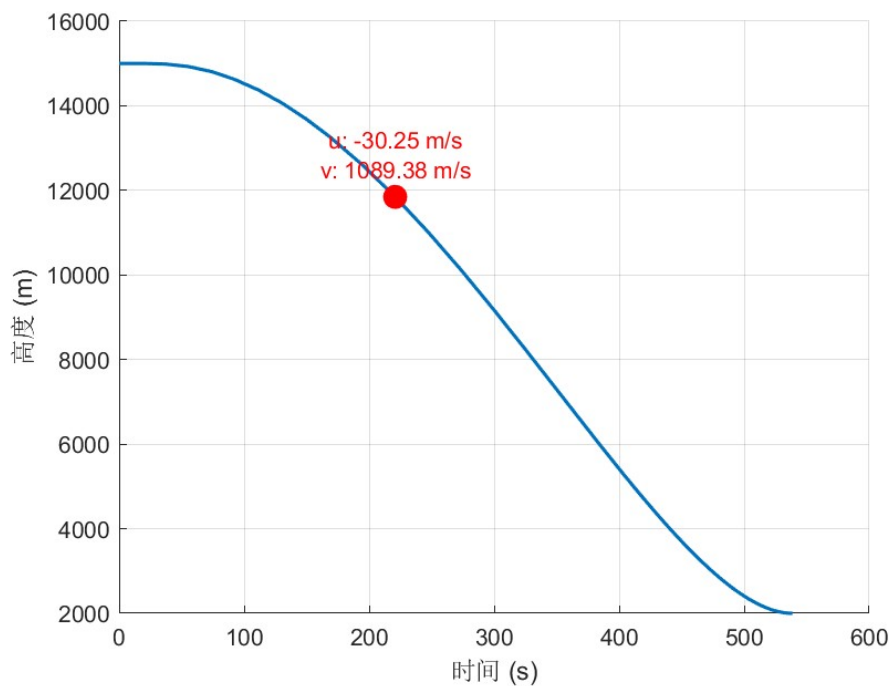


图 3: 探测器轨道

4.2 发动机推力偏差对软着陆过程的影响

发动机推力偏差为 $\pm 10\%$, 标准推力为 1500N, 最小推力为 1350N, 最大推力为 1500N。发动机推力主要影响的是探测器的加速度大小, 由于制导控制律不变, 着陆器

仍然能下降到具月球表面 2km 的高度，但时间会变化。由图4可见推力的增大可以缩短探测器下降的时间，推力减小则会增大探测器下降时间。

由于比冲不变，推力变化会引起燃料消耗速度的变化，如图5所示。然而，由于飞行时间的减小，大推力下总的燃料消耗量会减小。可见采用大推力发动机可以减小燃料的使用量。但实际情况下还要考虑大推力发动机会不会增加额外的重量，因为推力增大对燃料的节约很有效。如这个系统中，增大 10% 的推力只节约了 0.56% 的燃料。

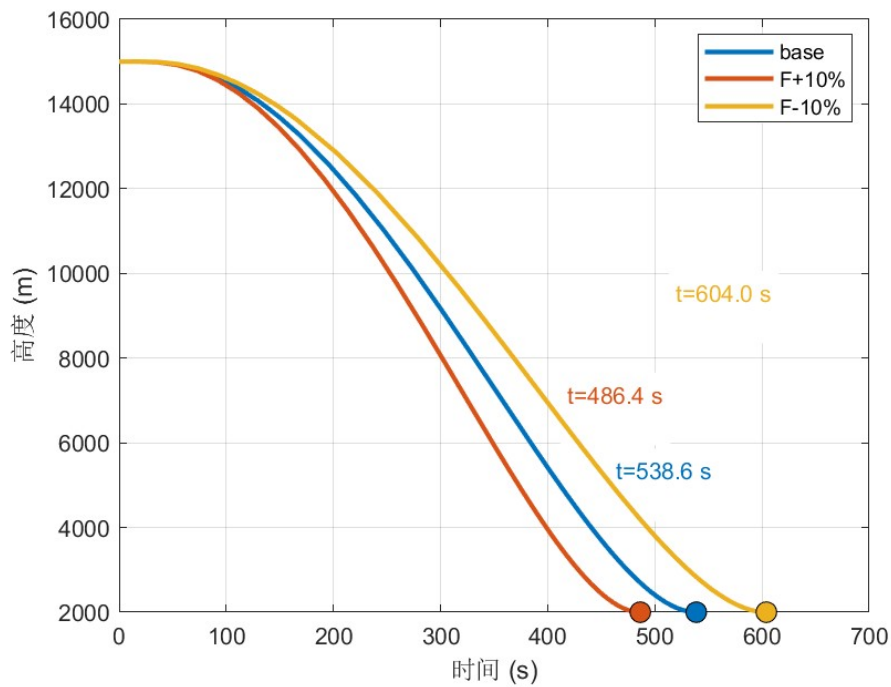


图 4: 高度在发动机推力偏差下的变化曲线

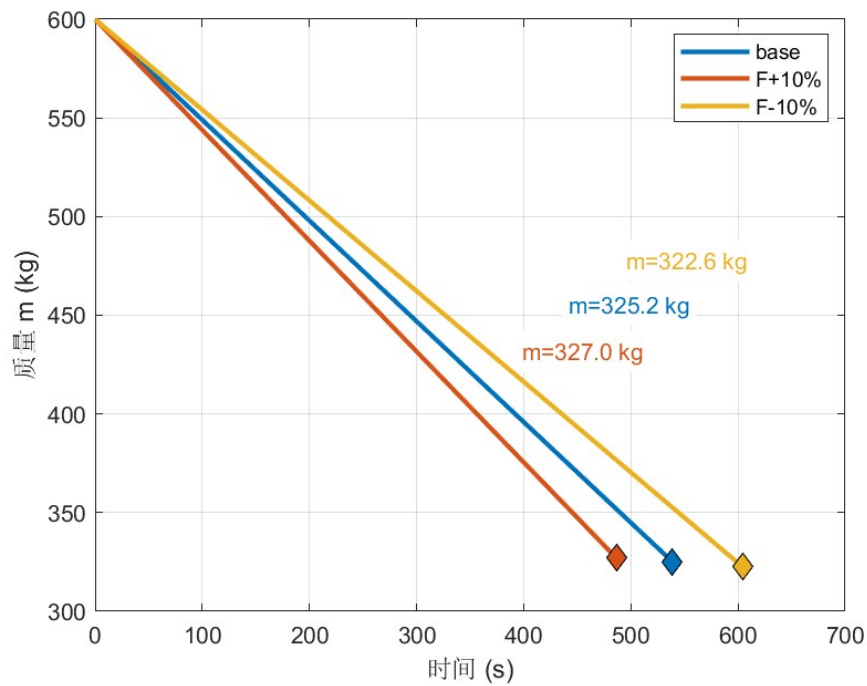


图 5: 燃料质量在发动机推力偏差下的变化曲线

飞行时间的不同最终会导致终点位置的不同，如图6和7所示，但这只会导致纬度的不同，经度不会受到影响，且整个过程经度都不发生改变。

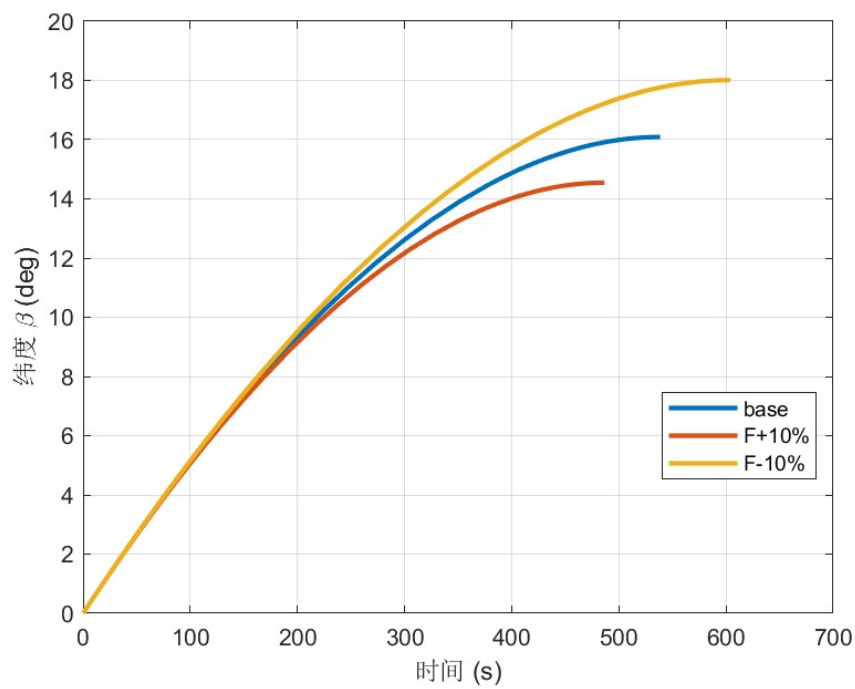


图 6: 纬度在发动机推力偏差下的变化曲线

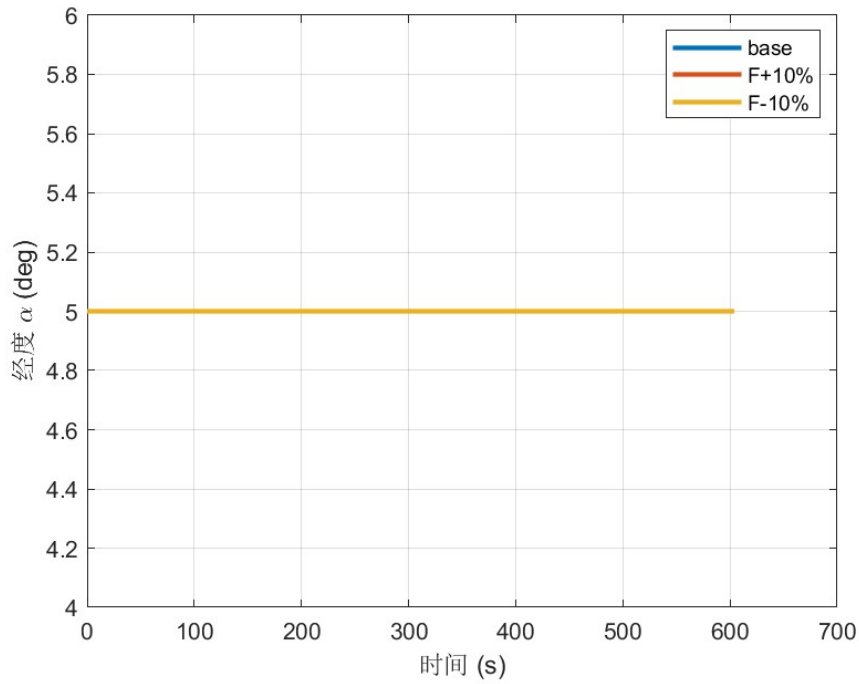


图 7: 经度在发动机推力偏差下的变化曲线

推力的变化会影响速度变化的快慢，由图8和图9可知，大推力会使速度减小得更快，但缺点是会增大下降时的过载。

从图9可以明显看出下降过程中垂直方向分速度的变化趋势。在减速初期，着陆器会加速下降，末期下降速度会逐渐减小。但无论哪个过程，大推力下加速度都会更大，这也说明了大推力工作时下降过程时间更短的原因。

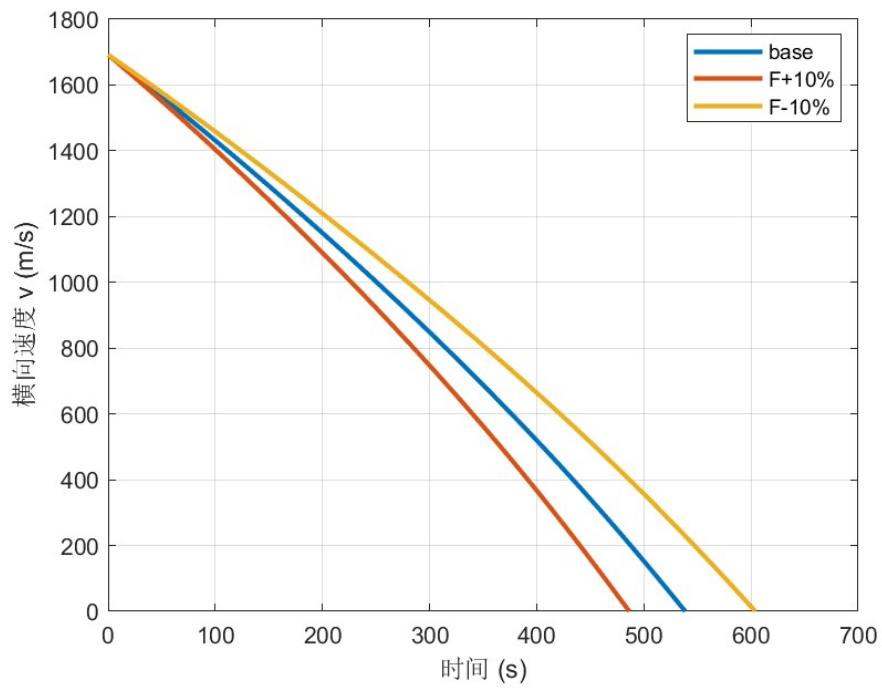


图 8: 横向速度在发动机推力偏差下的变化曲线

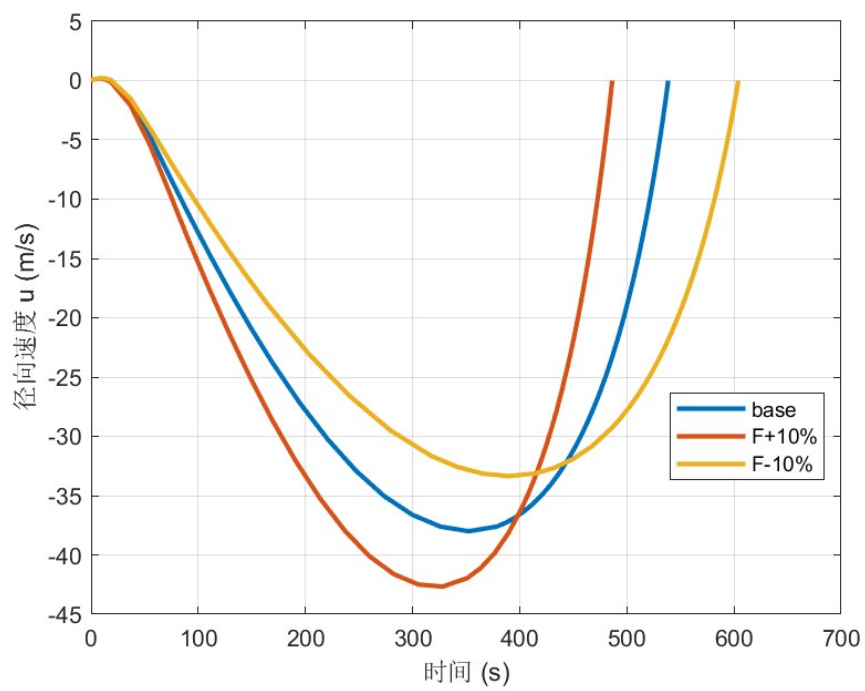


图 9: 径向速度在发动机推力偏差下的变化曲线

4.3 比冲偏差对软着陆过程的影响

发动机比冲是衡量火箭发动机效率的关键参数，当发动机比冲偏差为 $\pm 10\%$ ，标准比冲为 300，最小比冲为 270，最大比冲为 330。比冲偏差对着陆过程的影响要小于推力偏差的影响。在相同的推力下，推进剂的比冲越大会延长下降段的时间。这会需要发动机工作更长时间。

但由于当推力一定时，大比冲的推进剂单位时间的消耗量更少，所以综合考虑大比冲推进剂在下降段消耗的推进剂质量更少，如图10和11所示。

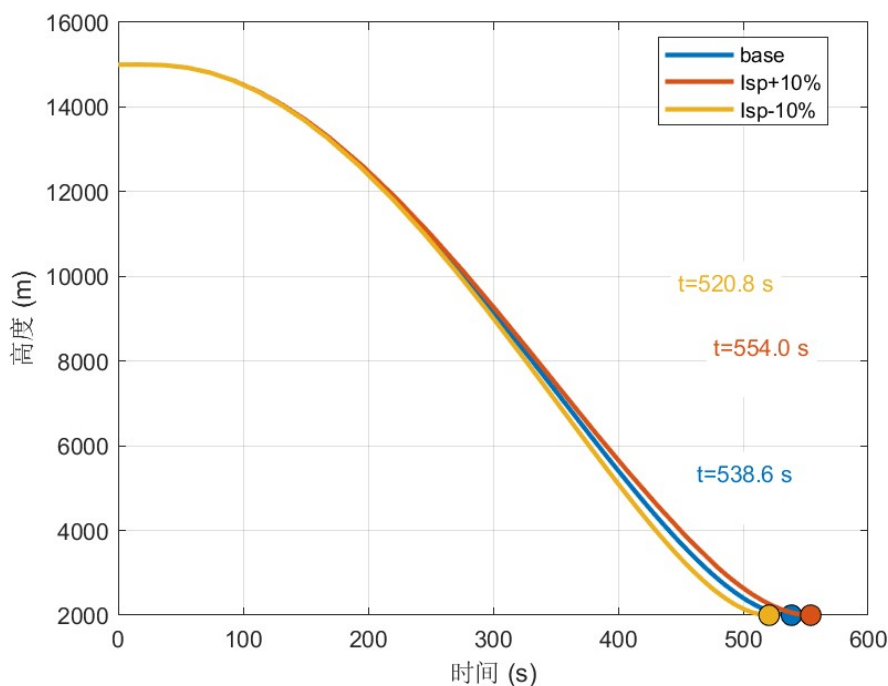


图 10: 高度在比冲偏差下的变化曲线

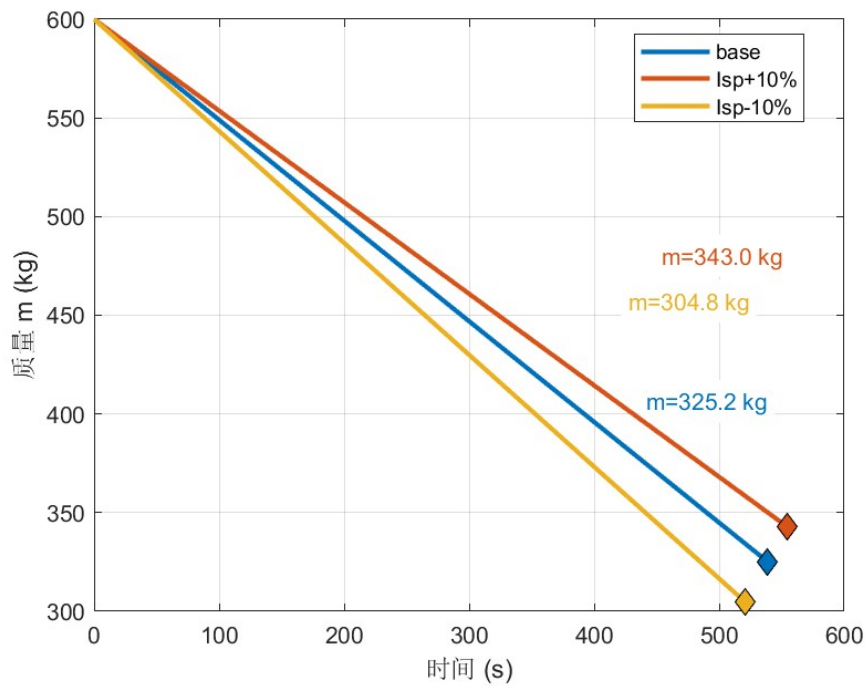


图 11: 燃料质量在比冲偏差下的变化曲线

如图12和13所示，与推力偏差对飞行轨迹的影响类似，飞行时间的不同会导致最终下降的目的地不同。同样这种偏差只会导致纬度的不同，而经度不受影响。而且飞行时间越短，完成下降段时的纬度越小。

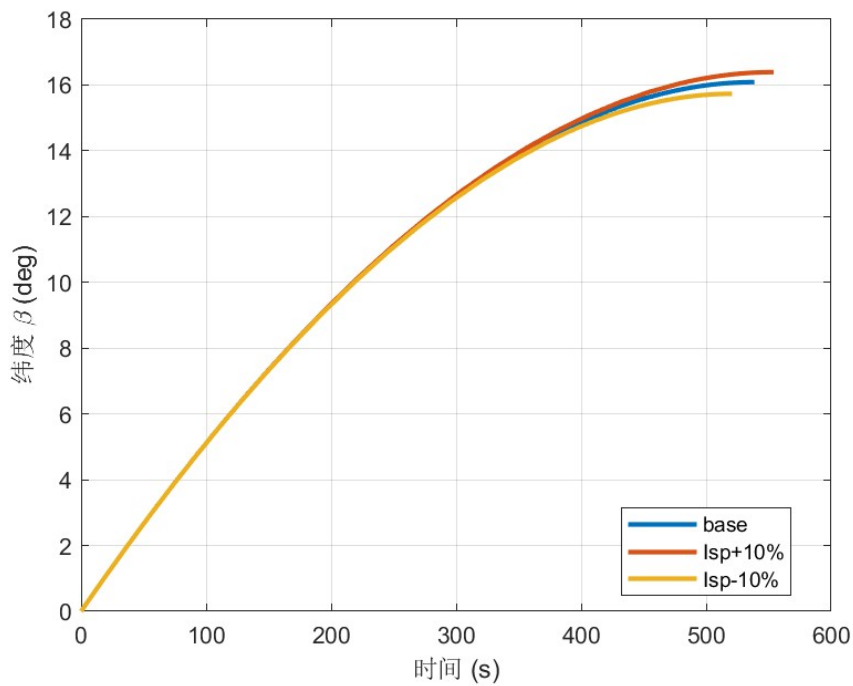


图 12: 纬度在比冲偏差下的变化曲线

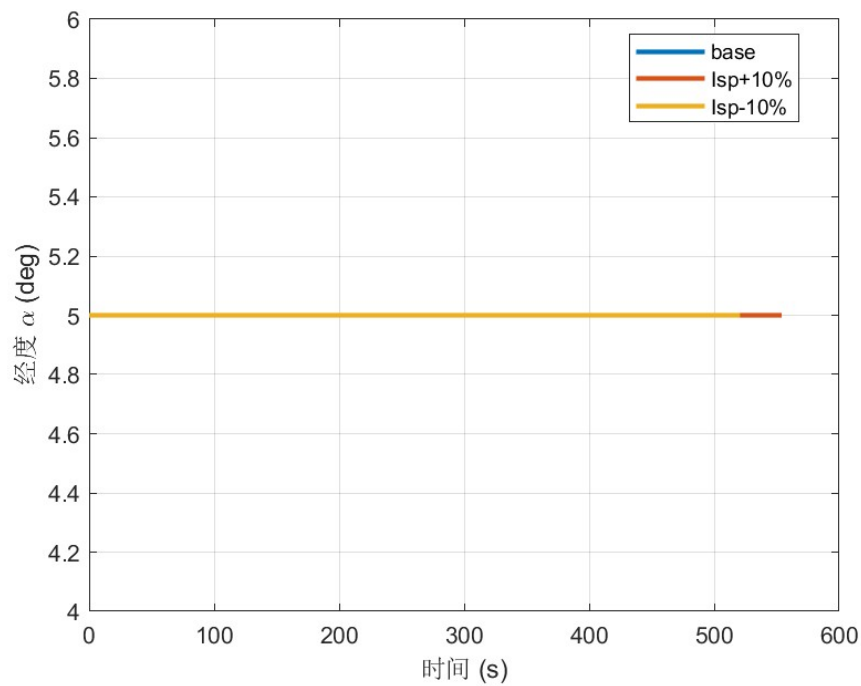


图 13: 经度在比冲偏差下的变化曲线

由图14和图15可见，比冲偏差引起的速度变化与推力偏差类似，更短的下落时间会产生更多的过载，而当比冲偏大 10% 时变化时间最长，所产生负载也就最小。

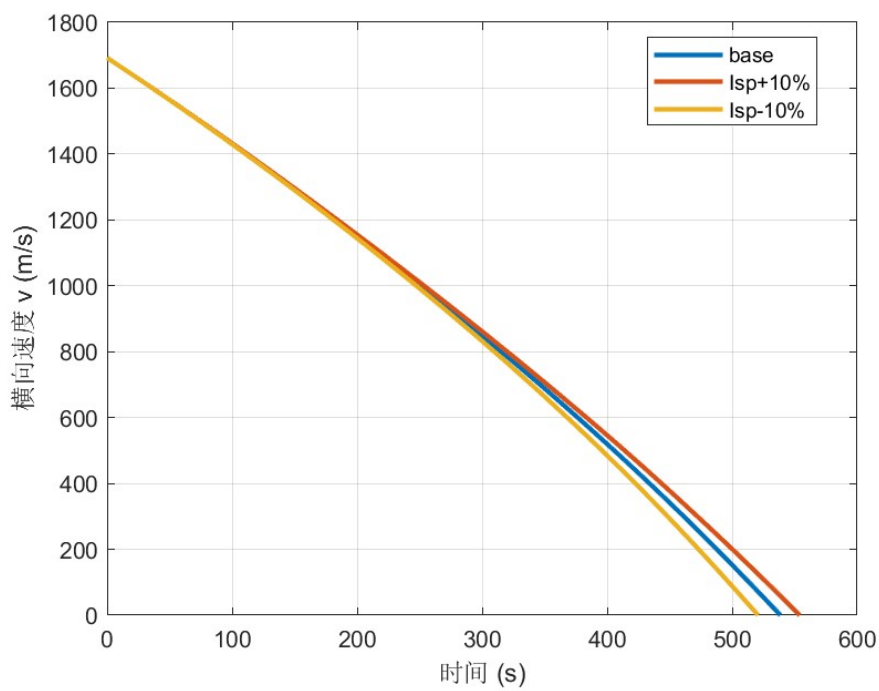


图 14: 横向速度在比冲偏差下的变化曲线

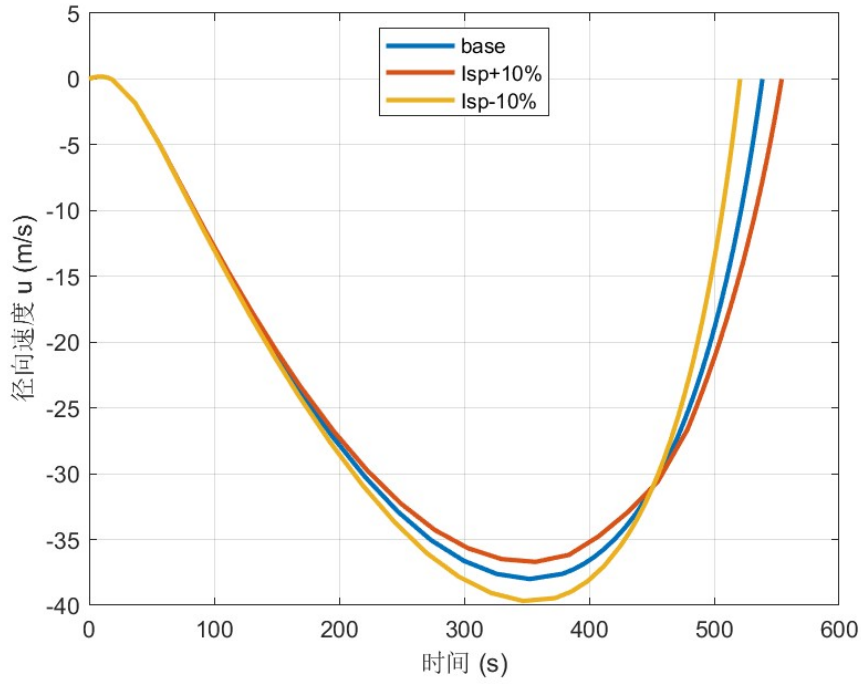


图 15: 径向速度在比冲偏差下的变化曲线

4.4 初始速度方向偏差的影响

初速度的方向决定了初始阶段的方向角，为了研究初始速度方向偏差对着陆过程的影响，定义另外两个情况。分别将初始速度向 x 轴方向偏转 5° ，和将初始速度方向朝 y 轴偏转 5° 。根据初速度 $u_0 = 0$ ， $v_0 = 1692 \text{ m/s}$ ， $w_0 = 0$ 计算出另外两组初始速度为：

$$\begin{aligned} u_0 &= 0, & v_0 &= 1686 \text{ m/s}, & w_0 &= 147.47 \text{ m/s}; \\ u_0 &= 147.47 \text{ m/s}, & v_0 &= 1686 \text{ m/s}, & w_0 &= 0. \end{aligned}$$

由图16可以看出，着陆器高度的变化曲线不受横向偏航的影响。着陆器的飞行轨迹与初始的俯仰方向有关。

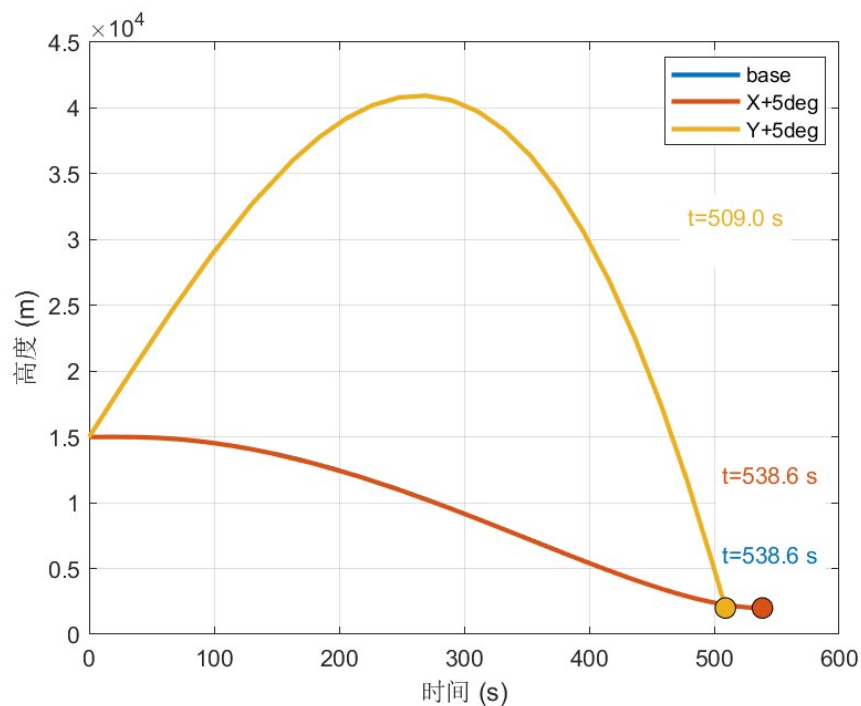


图 16: 高度在初始速度方向偏差下的变化曲线

通过观察图16，我们发现当径向含有初始速度时，会令探测器先上升再下降，通过观察图17，一方面我们发现径向速度极大，且变化剧烈，不易控制，另一方面这种飞行方案也会造成燃料的无端浪费。

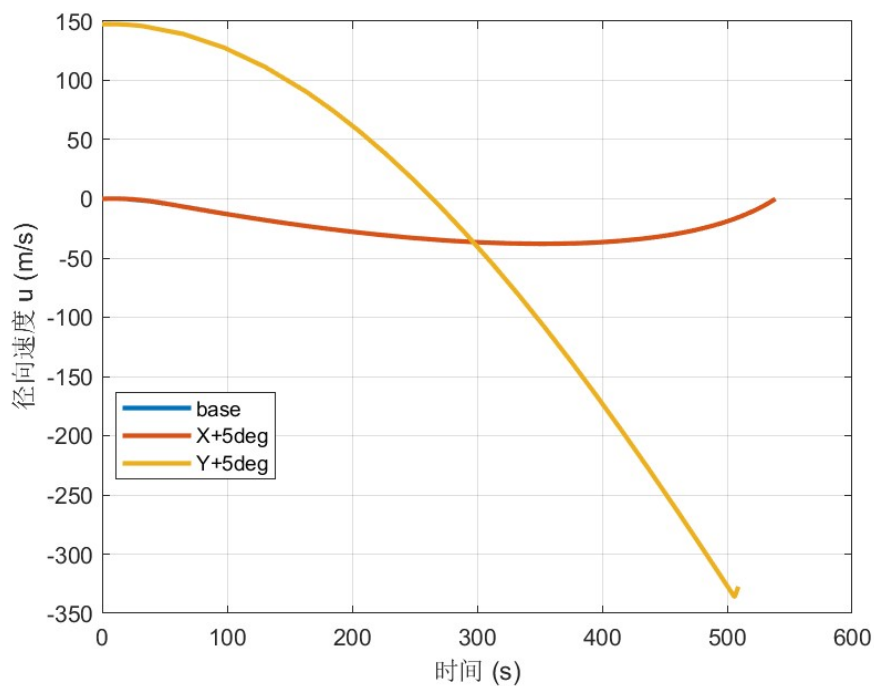


图 17: 径向速度在初始速度方向偏差下的变化曲线

由于发动机的比冲和推力不变，所以速度方向偏差不影响着陆器的质量变化曲线，图18也验证了这一点，但若初始时刻存在径向速度，尽管造成了燃料的浪费，但由于径向速度极大，剩余燃料反而更多。

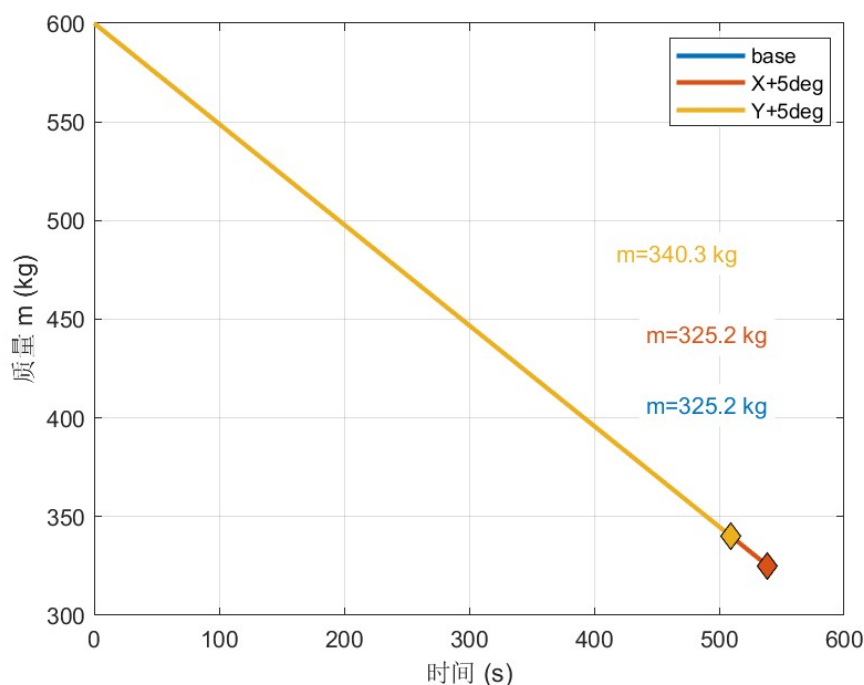


图 18: 燃料质量在初始速度方向偏差下的变化曲线

以下是对初始质量影响的分析，并添加到报告中：

4.5 初始质量偏差的影响

初始探测器质量对软着陆过程有着显著的影响。假设初始质量偏差为 $\pm 10\%$ ，即从 600kg 分别变化为 540kg 和 660kg。

当初始质量增大时，相同的推力产生的加速度会减小，会影响软着陆的快慢，由图19可以看出，初始质量的增加会导致探测器的下降速度变慢，整个软着陆过程时间延长。相反，初始质量减少时，探测器下降速度更快，软着陆时间缩短。

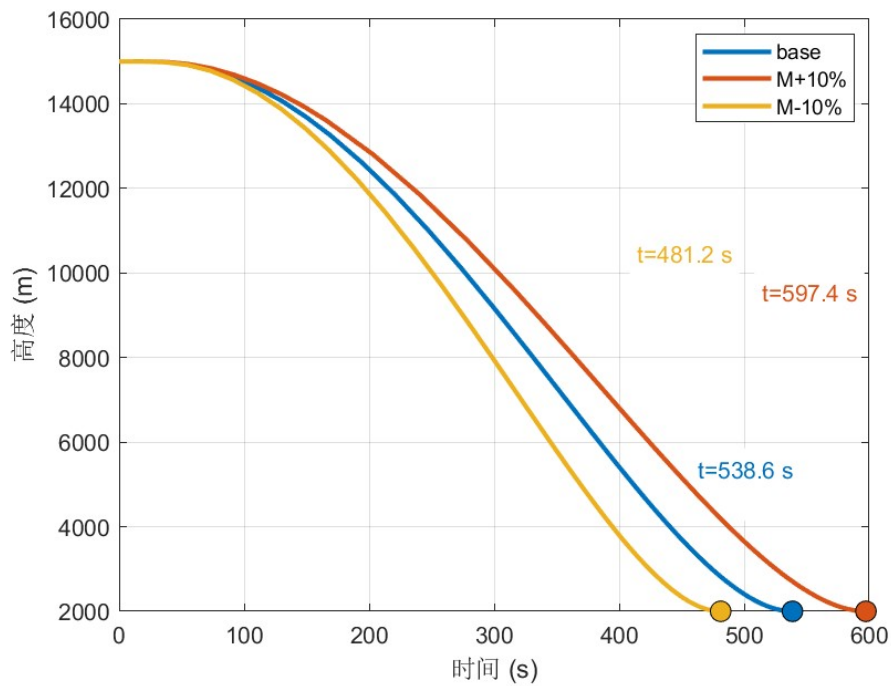


图 19: 高度在初始质量偏差下的变化曲线

初始质量越大，发动机需要更多的燃料来产生足够的推力以克服月球引力进行减速。因此，初始质量增大时，燃料消耗量会增加，反之亦然。由图20发现，初始质量越大，最后剩余燃料质量也更多，但由于时间长，且制动负载更大，所以消耗的燃料也更多，但消耗速率只由比冲决定，初始质量的大小不影响。

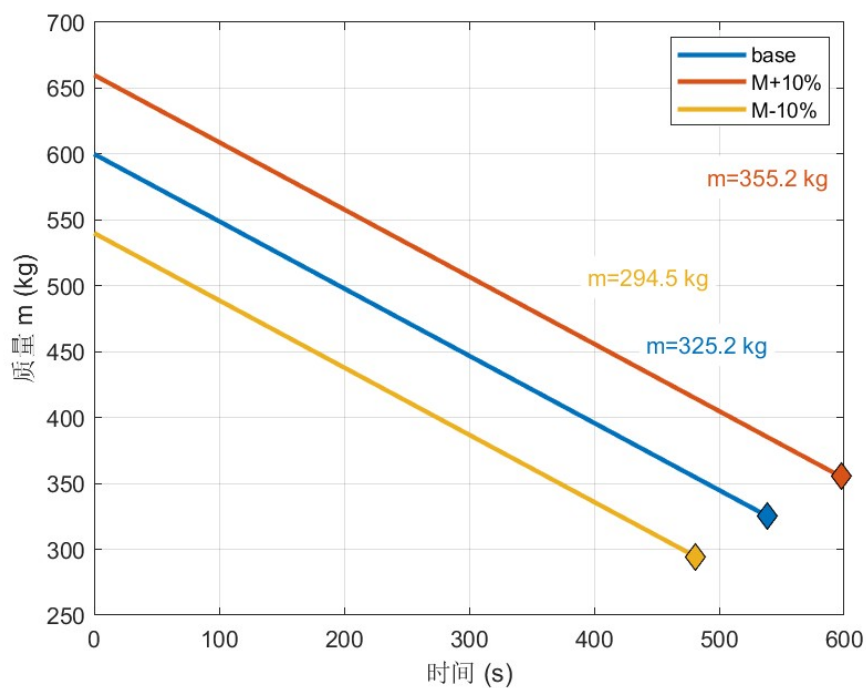


图 20: 燃料质量在初始质量偏差下的变化曲线

在制导控制过程中，初始质量的变化会影响控制律的计算和执行。较大的初始质量可能需要调整推力方向角和剩余时间的估计，以确保满足终端约束条件。21和22也表现了初始质量对制导控制的影响

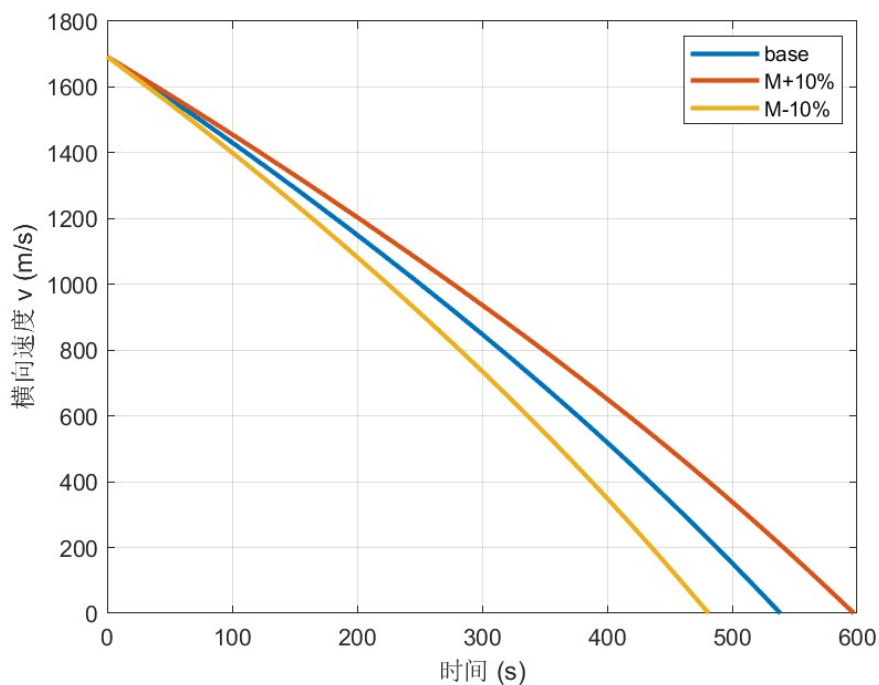


图 21: 横向速度在初始质量偏差下的变化曲线

横向速度变化曲线表明，初始质量增大时，速度减小得更慢，探测器需要更长时间才能将横向速度降至零。质量减小时，速度减小更快，有利于快速调整姿态，但也不易控制。

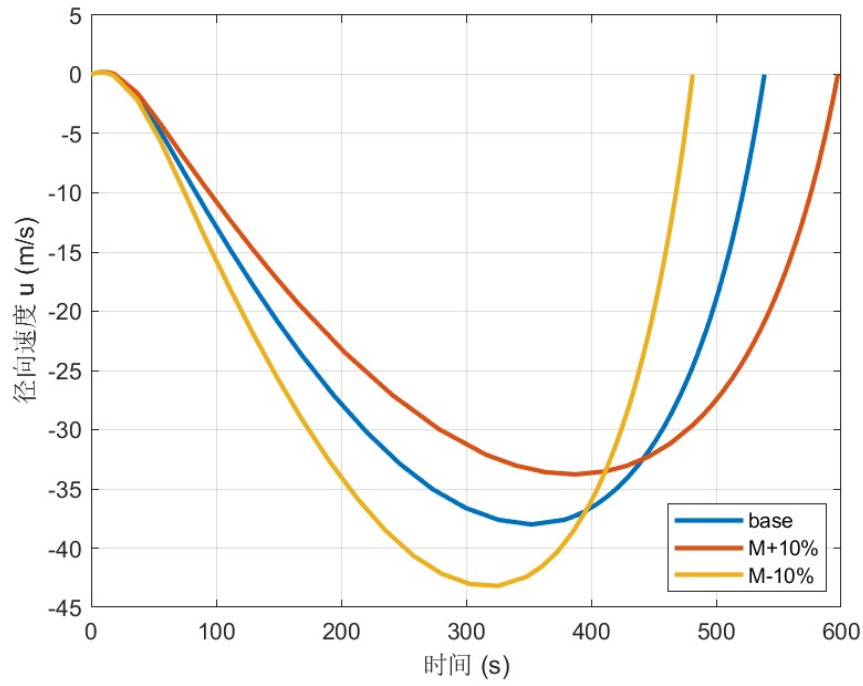


图 22: 径向速度在初始质量偏差下的变化曲线

径向速度变化曲线显示，初始质量增大时，探测器的径向速度变化更加平缓，下降过程更缓慢。质量减小时，径向速度变化更剧烈，探测器快速接近月面。

4.6 终端位置误差

表 1: 终端位置变化与燃料消耗

Case	F(%)	Isp(%)	$X_{angle}(^{\circ})$	$Y_{angle}(^{\circ})$	Mass(%)	$\Delta\alpha(^{\circ})$	$\Delta\beta(^{\circ})$	燃料 (kg)
1	0	0	0	0	0	0	16.0882	274.80
2	+10	0	0	0	0	0	14.5458	273.97
3	-10	0	0	0	0	0	18.0108	277.36
4	0	+10	0	0	0	0	16.3912	256.97
5	0	-10	0	0	0	0	15.7326	295.21
6	0	0	5	0	0	5	16.0881	274.80
7	0	0	0	5	0	0	15.0821	259.68
8	0	0	0	0	+10	0	17.8166	304.80
9	0	0	0	0	-10	0	14.3929	245.52

5 结论

5.1 推力偏差的影响

当推力增大 10% 时，时间缩短约 9.7%（从 538.61 s 降至 486.37 s），消耗燃料减少 0.56%（274.80 kg \rightarrow 273.97 kg）；而当推力降低 10%，时间则会延长约 12.1%（至 604.03 s），消耗燃料增加 0.93%（274.80 kg \rightarrow 277.36 kg）。

通过实验我们发现大推力虽然能缩短时间，但对燃料的节省有限，因此意义不大，有综合评估发动机重量与性能的必要。

5.2 比冲偏差的影响

相比发动机推力，比冲对时间的影响很小，对消耗燃料的影响很大，当比冲减小 10%，消耗燃料增加 7.4%（274.80 kg \rightarrow 295.21 kg）。当比冲增大 10%，消耗燃料减少 6.5%（274.80 kg \rightarrow 256.97 kg）。对于行星际任务来说，推进剂性能的优化对任务经济性具有显著的影响。

5.3 初始速度方向偏差的影响

当初始速度方向沿 x 轴偏差 5° ，会导致终端经度偏差约 5.0° ，需结合高精度导航系统抑制误差。

而当初始速度方向沿 y 轴偏差 5° ，虽然终端经纬度均不会产生偏差，但在飞行的过程中，高度会先上升下降到终端位置，其径向加速度极大，不易控制。

5.4 初始质量偏差的影响

初始探测器质量对软着陆过程有着显著的影响。当初始质量增大时，相同的推力产生的加速度减小，燃料消耗量增加，速度变化更加平缓，探测器的下降速度变慢，软着陆过程时间延长。相反，初始质量减少时，探测器燃料消耗量减小，软着陆时间缩短，但速度变化更剧烈，进而影响探测器的控制难度。

5.5 终端位置误差机制

- 纬度误差：主要由横向速度收敛特性决定，偏差范围约 $\pm 16^\circ$ 。
- 经度误差：受动力学模型简化假设影响较小（ $\Delta\alpha < 0.1^\circ$ ）。
- 时间控制：飞行时间精度达秒级，满足设计要求。

附录

主代码

% 月球软着陆主制动段仿真

`clear; close all;`

% 仿真参数

`F_nom = 1500; % 标称推力 (N)`

`Isp_nom = 300; % 标称比冲 (s)`

`gE = 9.8;`

`mu = 4.88775e12; % 月球引力常数`

`RL = 1738e3; % 月球半径 (m)`

% 终端约束

`r_f = 1740e3; % 终端高度 (离月面2km)`

`u_f = 0;`

`v_f = 0;`

`w_f = 0;`

% 初始条件

`r0 = 1753e3; % 初始高度 (m)`

`beta0 = deg2rad(1e-6);`

`alpha0 = deg2rad(5);`

`u0 = 0; % 初始径向速度`

`v0 = 1692; % 初始横向速度`

`w0 = 0;`

`m0 = 600; % 初始质量 (kg)`

% 仿真时间设置

`tspan = [0 10000]; % 初始时间范围`

% 定义参数组合 (添加质量变化案例)

`param_cases = struct(...`

 '`F_ratio`', [1, 1.1, 0.9, 1, 1, 1, 1, 1], ... %
 推力变化比例

 '`Isp_ratio`', [1, 1, 1, 1.1, 0.9, 1, 1, 1, 1], ... %
 比冲变化比例

```

    'v_angle',    [0, 0,  0,  0,  0,  5,  0,  0,    0], ... %
    速度偏转角度 (deg)
    'w_angle',    [0, 0,  0,  0,  0,  0,  5,  0,    0], ... %
    速度偏转角度 (deg)
    'm_ratio',    [1, 1,  1,  1,  1,  1,  1,  1.1,  0.9] ... %
    质量变化比例
);

% 事件函数：检测高度是否达到终端
options = odeset('Events', @(t,y) event_terminal(t, y, r_f));

% 预存储结果
results = struct();

% 修改主循环
for case_id = 1:length(param_cases.F_ratio)
    % 参数设置
    F = F_nom * param_cases.F_ratio(case_id);
    Isp = Isp_nom * param_cases.Isp_ratio(case_id);
    C_perturbed = Isp * gE;

    % 计算速度方向分量
    theta_v = deg2rad(param_cases.v_angle(case_id));
    theta_w = deg2rad(param_cases.w_angle(case_id));

    % 原始速度分量
    v0_base = 1692; % 初始横向速度
    u0_new = v0_base * sin(theta_w);
    v0_new = v0_base * cos(theta_v) * cos(theta_w);
    w0_new = v0_base * sin(theta_v) * cos(theta_w);

    % 更新初始条件（添加质量变化）
    m0_perturbed = m0 * param_cases.m_ratio(case_id);
    y0 = [r0, beta0, alpha0, u0_new, v0_new, w0_new, m0_perturbed];

    % 运行仿真

```

```

[t, y] = ode45(@(t, y) dynamics(t, y, mu, C_perturbed, F), tspan,
y0, options);

% 记录结果
results(case_id).t = t;
results(case_id).y = y;
results(case_id).F = F;
results(case_id).Isp = Isp;
results(case_id).m0 = m0_perturbed;

% 计算终端误差
final_alpha = rad2deg(y(end,3));
final_beta = rad2deg(y(end,2));
results(case_id).alpha_error = final_alpha - rad2deg(alpha0);
results(case_id).beta_error = final_beta - rad2deg(beta0);
results(case_id).fuel_consumed = m0_perturbed - y(end,7);
end

%% 结果可视化与分析
% 终端位置误差表格
fprintf('\n终端位置误差分析:\n');
fprintf('Case\tF(%%)\tIsp(%%)\tX_\u2211Angle(deg)\tY_\u2211
Angle(deg)\tMass(%%)\tAlpha_\u2211Error(deg)\tBeta_\u2211Error(deg)\tFuel_\u2211
Used(kg)\n');
for case_id = 1:length(results)

    fprintf('%d\t%.1f\t%.1f\t%d\t\t%d\t\t%.1f\t%.4f\t\t%.4f\t\t%.2f\n',
        ...
        case_id, ...
        (param_cases.F_ratio(case_id)-1)*100, ...
        (param_cases.Isp_ratio(case_id)-1)*100, ...
        param_cases.v_angle(case_id), ...
        param_cases.w_angle(case_id), ...
        (param_cases.m_ratio(case_id)-1)*100, ...
        results(case_id).alpha_error, ...
        results(case_id).beta_error, ...
        results(case_id).fuel_consumed);

```

end

% 定义案例ID

case_ids_F = [1, 2, 3]; % F 变化

case_ids_Isp = [1, 4, 5]; % I_{sp} 变化

case_ids_V = [1, 6, 7]; % 速度方向变化

case_ids_M = [1, 8, 9]; % 质量变化

% 定义图例标签

legend_labels = {'base', 'F+10%', 'F-10%', 'Isp+10%', 'Isp-10%',
'X+5deg', 'Y+5deg', 'M+10%', 'M-10%'};

% 生成各组图片

plot_and_save(results, case_ids_F, 'F', legend_labels, RL);

plot_and_save(results, case_ids_Isp, 'Isp', legend_labels, RL);

plot_and_save(results, case_ids_V, 'VelDir', legend_labels, RL);

plot_and_save(results, case_ids_M, 'Mass', legend_labels, RL);

动力学方程

function dydt = dynamics(t, y, mu, C, F)

% 状态变量: $y = [r, \beta, \alpha, u, v, w, m]$

$r = y(1)$; $u = y(4)$; $v = y(5)$;

$w = y(6)$; $m = y(7)$; $\beta = y(2)$;

% 调用制导律计算控制角

$[\psi, \phi, \sim] = \text{guidance_law}(y, F, \mu)$;

% 数值保护: 当 β 接近0时, 用泰勒展开近似

$\beta_{\text{safe}} = \beta$;

$\epsilon = 1e-8$; % 阈值

if $\text{abs}(\beta) < \epsilon$

$\beta_{\text{safe}} = \epsilon * \text{sign}(\beta)$; % 避免严格为零

end

% 对 $\tan(\beta)$ 进行保护


```

if abs(beta) < epsilon
    tan_beta = beta_safe; % 泰勒展开近似
else
    tan_beta = tan(beta);
end

% 动力学方程 (式17-2)
drdt = u;
dbetadt = v / r;
dalphadt = w / (r * sin(beta_safe));
dudt = F/m * cos(psi) - mu/r^2 + (v^2 + w^2)/r;

dvdt = F/m * sin(psi)*cos(phi) - u*v/r + (w^2)/(r*tan_beta);
dwdt = F/m * sin(psi)*sin(phi) - u*w/r - v*w/(r*tan_beta);

dmdt = -F / C;

dydt = [drdt; dbetadt; dalphadt; dudt; dvdt; dwdt; dmdt];
end

```

制导律核心算法

```

function [psi, phi, t_go] = guidance_law(y, F, mu)
% 解包当前状态
r = y(1);
u = y(4);
v = y(5);
w = y(6);
m = y(7);

% 终端约束
r_f = 1740e3; % 终端高度 (离月面2km)
u_f = 0;
v_f = 0;
w_f = 0;

delta_v = v_f - v;

```

```

delta_w = w_f - w;
speed_error = sqrt(delta_v^2 + delta_w^2);

% 初始猜测: 假设  $a_H = F/m$  (即  $=90^\circ$ )
a_F = F / m;
a_H_initial = a_F;
t_go_guess = speed_error / a_H_initial;

max_iter = 10;          % 最大迭代次数
tolerance = 1e-3;      % 收敛容差

for iter = 1:max_iter
    % 计算径向加速度  $a$  (式17-14)
    numerator_a = 6*(r_f - r - u*t_go_guess) - 2*(u_f -
u)*t_go_guess;
    a = numerator_a / (t_go_guess^2);

    % 计算角 (式17-15)
    term_gravity = mu / r^2;
    term_centrifugal = (v^2 + w^2) / r;
    numerator_psi = a + term_gravity - term_centrifugal;
    cos_psi = numerator_psi / a_F;
    cos_psi = max(min(cos_psi, 1), -1); % 限制在有效范围
    psi = acos(cos_psi);

    % 更新水平加速度和剩余时间
    a_H = a_F * sin(psi);
    t_go_new = speed_error / a_H;

    % 检查收敛
    if abs(t_go_new - t_go_guess) < tolerance
        disp([iter, "收敛"])
        break;
    end
    t_go_guess = t_go_new;
end
t_go = t_go_guess;

```

```
% 计算 角 (式17-15)
phi = atan2(delta_w, delta_v);
end
```