飞行器制导过程中涉及到的坐标系变换

主讲人：王祎婧

北京理工大学

无人自主控制研究所 | 2023年 4月1日

目录

1. 坐标系的定义
2. 常用坐标系
3. 角度定义和坐标系转换
4. Matlab仿真计算

1 什么是坐标系

坐标系由来：“点”和“数”
如何几何图形表示代数方程

坐标系定义：

·坐标系是一种**参照系**

·为确定空间一点的**位置、运动快慢、方向**等，按照规定方法选取**有次序**的一组**数据**，称为“**坐标**”

·在某一问题中**规定坐标的方法**，就是该问题所用的**坐标系**

2 常用坐标系

- 右手定则
- 坐标系

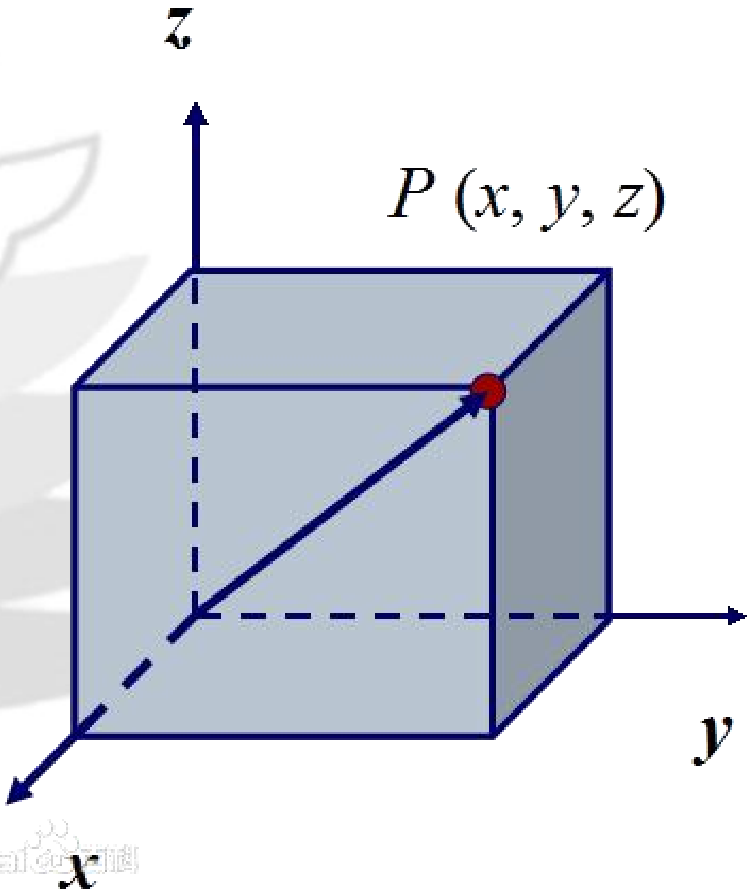
（1）地面坐标系

（2）视线坐标系

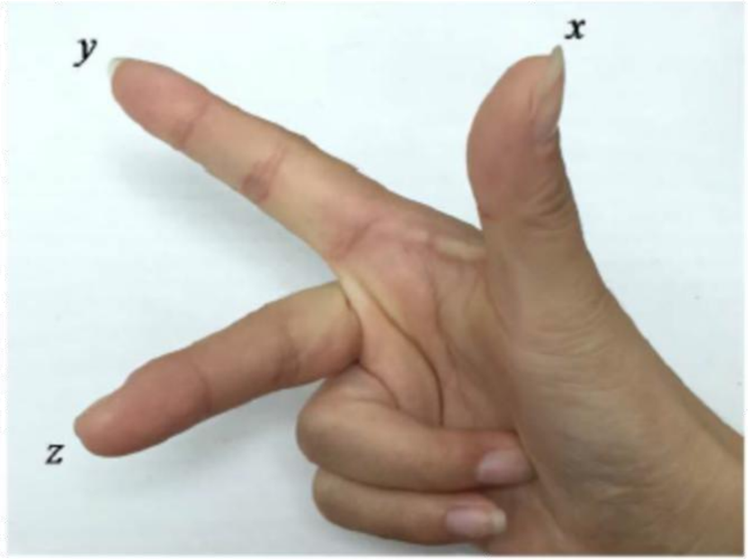
（3）速度坐标系

看作质点

（4）机体坐标系 → 考虑姿态



右手定则（右手系）



确定坐标轴正方向

确定旋转角正方向

- 左图

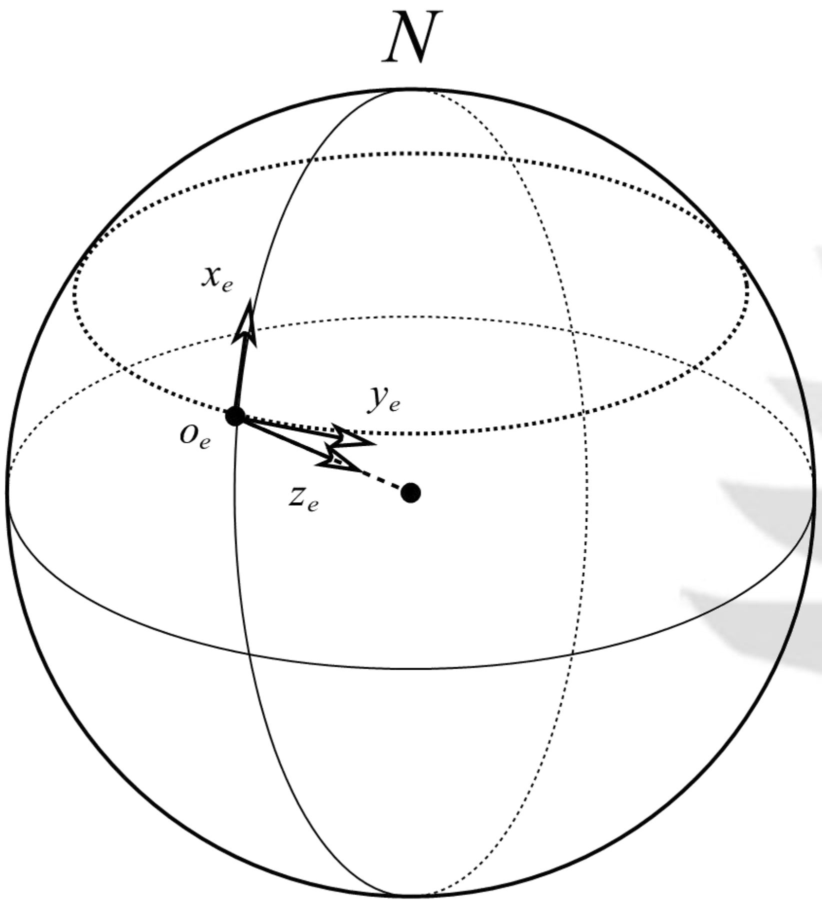
拇指：x轴
食指：y轴
中指：z轴

- 右图

四指所指方向：
旋转正方向

以下要介绍的坐标系
均为右手系

地面坐标系 E系



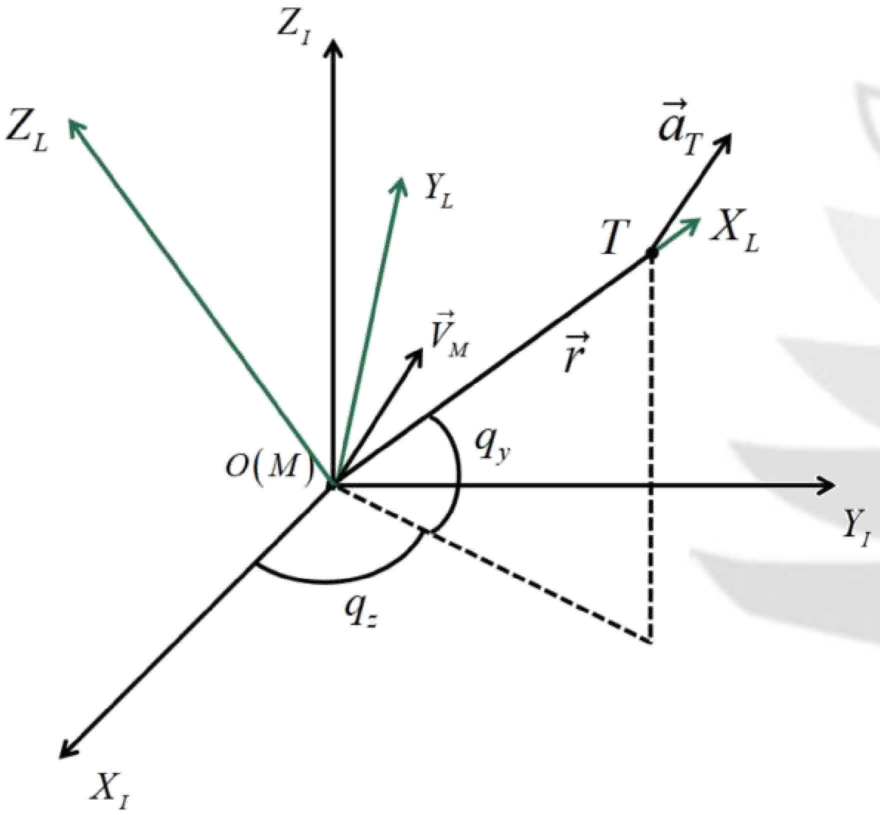
定义：（北东地NED）

- 原点：通常为起飞点（起飞瞬间飞行器质心）
- X轴：指向正北方向（或目标方向）为正
- Z轴：垂直于X轴，指向地心为正
- Y轴：右手定则确定

与地球固连，认为是惯性系

2 地面坐标系

视线坐标系 L系

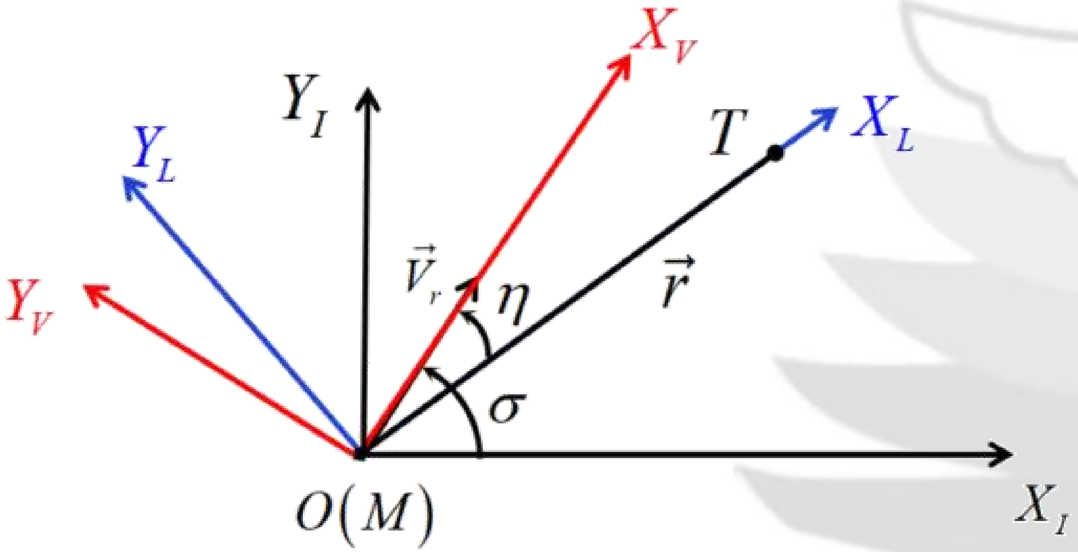


定义：LOS（Line-of-sight）

- 原点：飞行器质心
- X轴：指向目标方向为正
- Z轴：垂直于X轴指向上为正
- Y轴：右手定则确定

比例导引法中最重要的坐标系

速度坐标系 V系

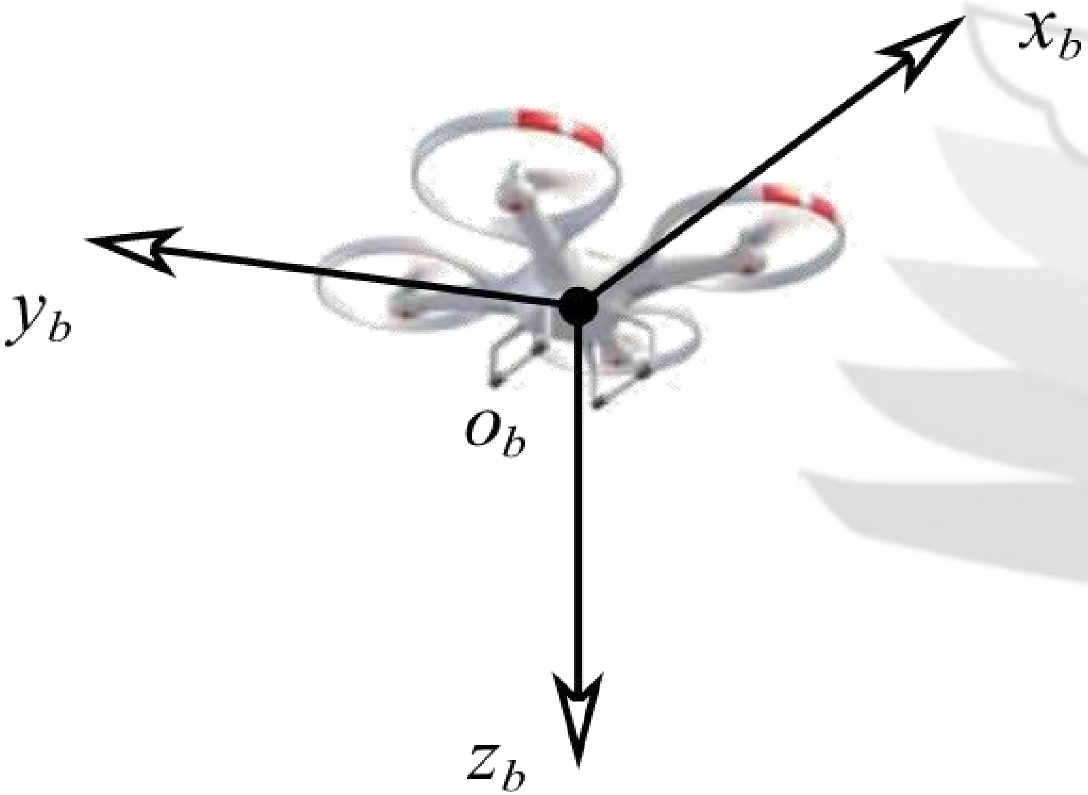


定义：速度坐标系

- 原点：飞行器质心
- X轴：飞行器速度方向为正
- Z轴：垂直于X轴指向上为正
- Y轴：右手定则确定

常与视线系互相转换

机体坐标系 B系



定义：机体坐标系

- 原点：取在飞行器质心处
- X轴：在飞行器对称面内，指向机头方向为正
- Z轴：在飞行器对称面内，垂直于X轴向下为正
- Y轴：按右手定则来确定

与飞行器固连，为非惯性系

3 角度定义和坐标系转换

需要提前掌握的知识：**矩阵运算（矩阵表示、矩阵乘法、矩阵的逆）**

https://blog.csdn.net/chehec2010/article/details/116242992

两个矩阵A和B相乘，需要满足A的列数等于B的行数。

a矩阵的行元素乘以每一列然后相加作为新矩阵的行元素

$$a = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$a * b = \begin{bmatrix} a * a1 + b * b1 & a * a2 + b * b2 \\ c * a1 + d * b1 & c * a2 + d * b2 \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} a1 & a2 \\ b1 & b2 \end{bmatrix}$$

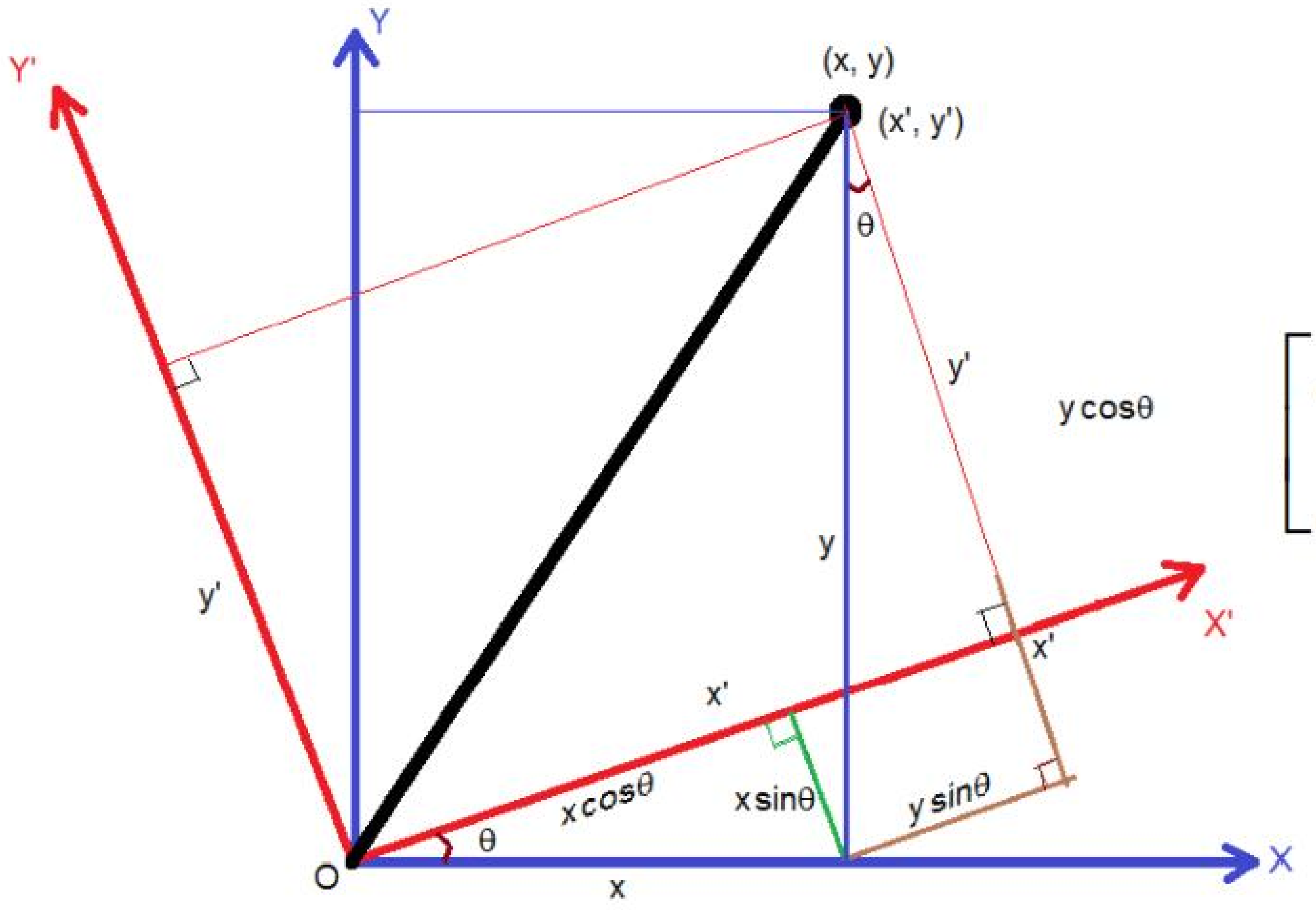
矩阵乘法不满足交换律，但是满足分配率和结合律,也就是说*AB不等于BA*

(AB)C=A(BC)

(A+B)C=AC+BC

C(A+B)=CA+CB

二维旋转矩阵（逆时针转动为正）



由图可知：

$$x' = x\cos\theta + y\sin\theta$$

$$y' = -x\sin\theta + y\cos\theta$$

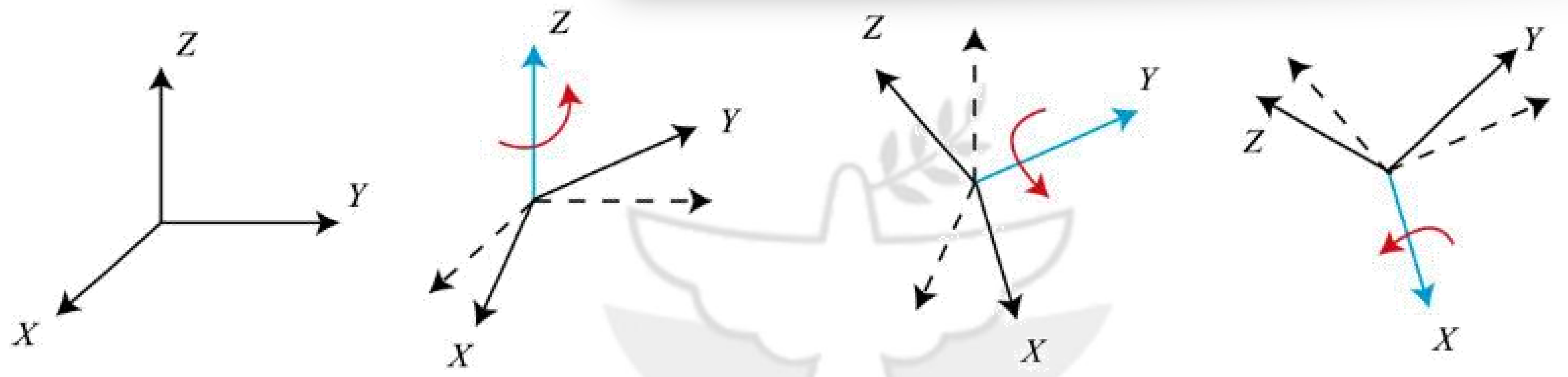
即：

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

二维旋转矩阵：

$$C_{S'S} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

3 角度定义和坐标系转换



原始坐标系　　第一次旋转　　第二次旋转　　第三次旋转

- 两坐标系坐标轴各不重合→需旋转3次
- 旋转过程按照z→y→x的顺序

$$R_1(\varepsilon_X)=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & \cos\varepsilon_X & \sin\varepsilon_X\\ 0 & -\sin\varepsilon_X & \cos\varepsilon_X\end{bmatrix}$$

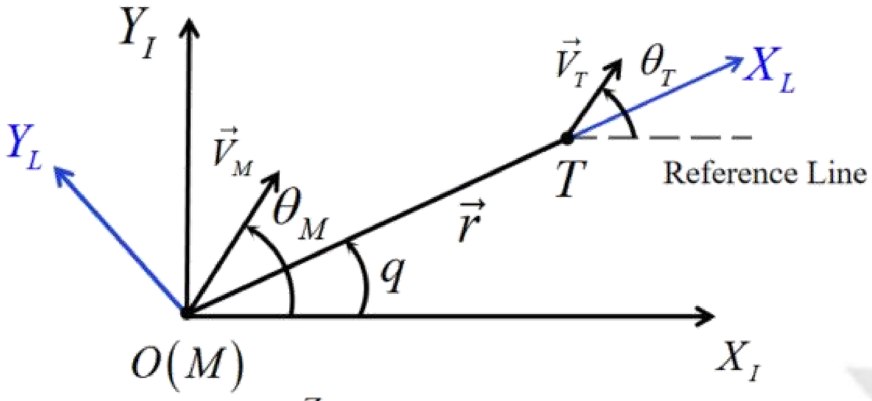
$$R_2(\varepsilon_Y)=\begin{bmatrix}\cos\varepsilon_Y & 0 & -\sin\varepsilon_Y\\ 0 & 1 & 0\\ \sin\varepsilon_Y & 0 & \cos\varepsilon_Y\end{bmatrix}$$

$$R_3(\varepsilon_Z)=\begin{bmatrix}\cos\varepsilon_Z & \sin\varepsilon_Z & 0\\ -\sin\varepsilon_Z & \cos\varepsilon_Z & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

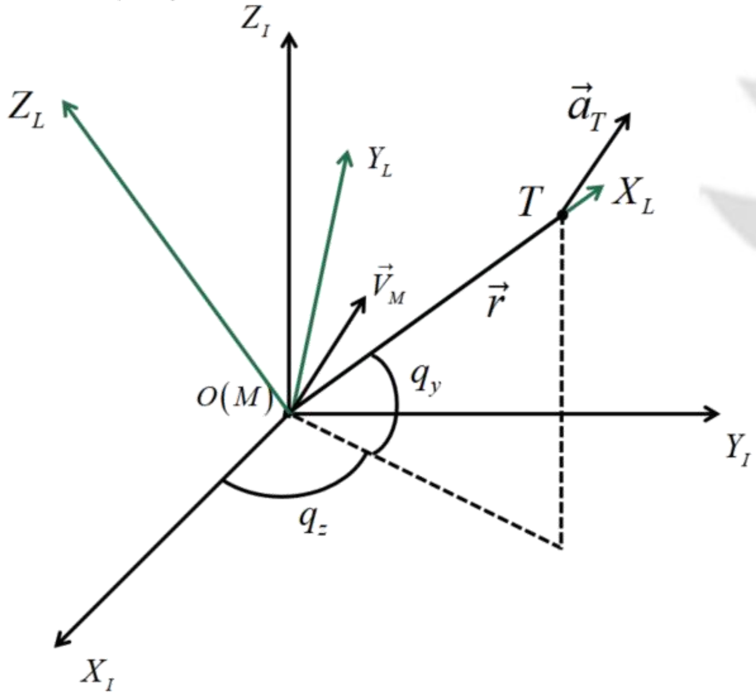
按照旋转顺序
依次**左乘**旋转矩阵

$$R_0=R_1(\varepsilon_X)R_2(\varepsilon_Y)R_3(\varepsilon_Z)$$

地面坐标系→视线坐标系



旋转角度： $q = \arctan \dfrac{YR}{XR}$



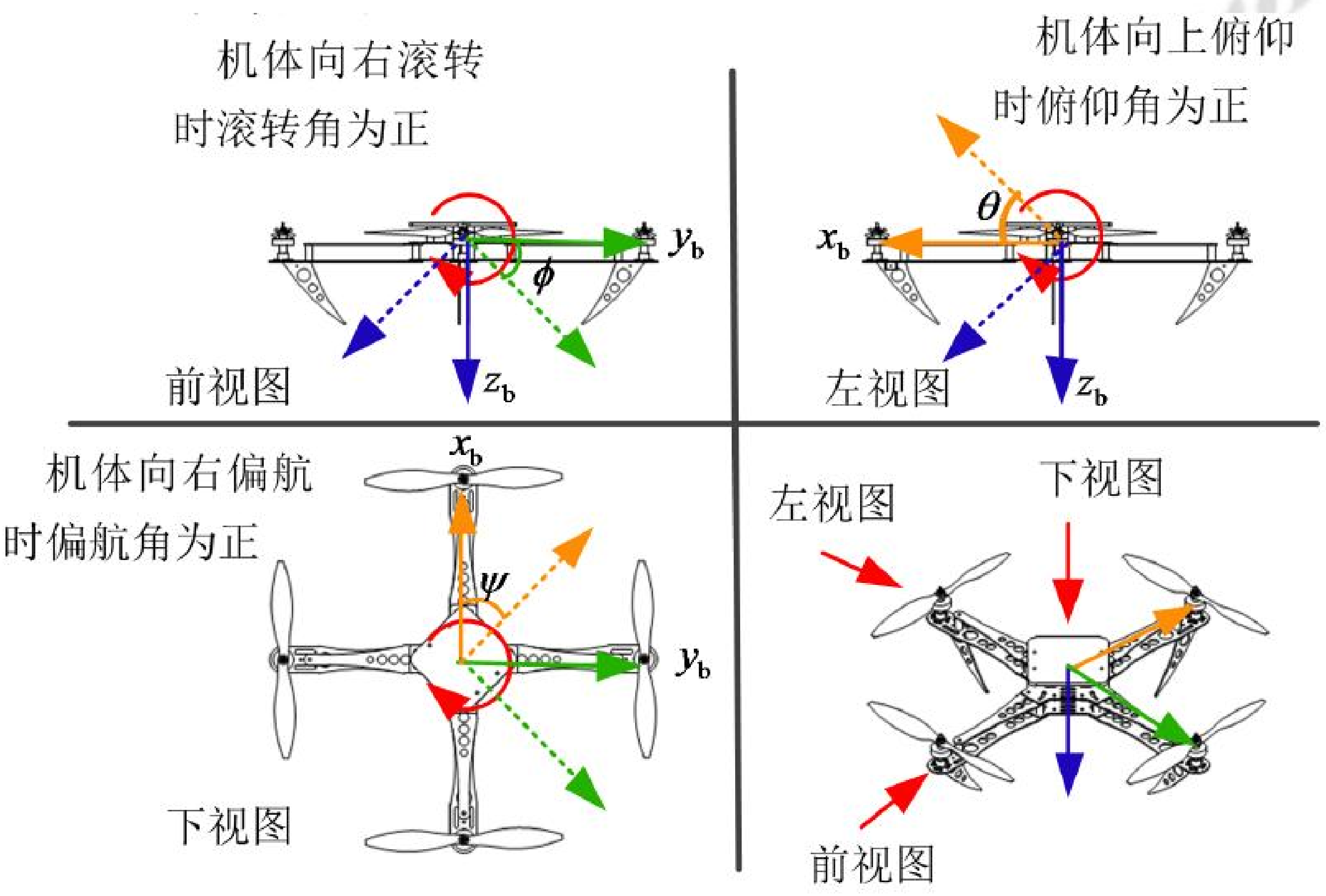
旋转角度：

$$q_y = -\arctan \frac{ZR}{\sqrt{XR^2 + YR^2}}$$

$$q_z = \arctan \frac{YR}{XR}$$

$$C_I^L = \begin{bmatrix} \cos q_y \cos q_z & \cos q_y \sin q_z & -\sin q_y \\ -\sin q_z & \cos q_z & 0 \\ \sin q_y \cos q_z & \sin q_y \sin q_z & \cos q_y \end{bmatrix}$$

欧拉角定义：



黄色代表x轴、绿色代表y轴、蓝色代表z轴

结合右手定则中旋转时的正方向来理解欧拉角正负

- **俯仰角θ：** 机体轴与地平面（水平面）之间的夹角，飞机抬头为正。
- **偏航角ψ：** 机体轴在水平面上的投影与OX_e轴之间的夹角，以机头右偏为正。
- **滚转角ϕ：** 飞机对称面绕机体轴转过的角度，右滚为正。

3 角度定义和坐标系转换

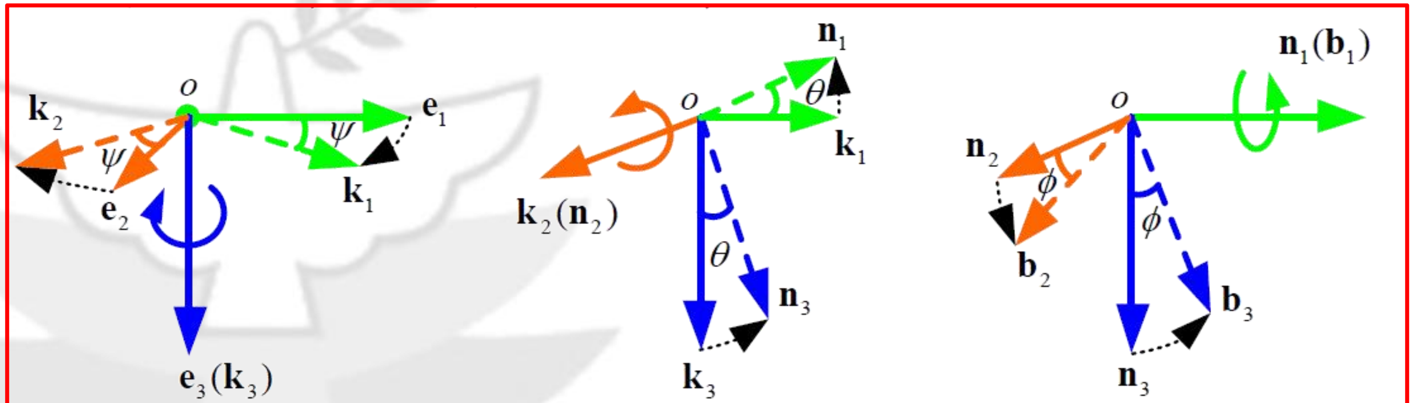
前面已提到地面坐标系到机体坐标系的转换由**三次旋转**完成

其中：

$$\mathbf{R}_z(\psi) \triangleq \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{R}_y(\theta) \triangleq \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix},$$

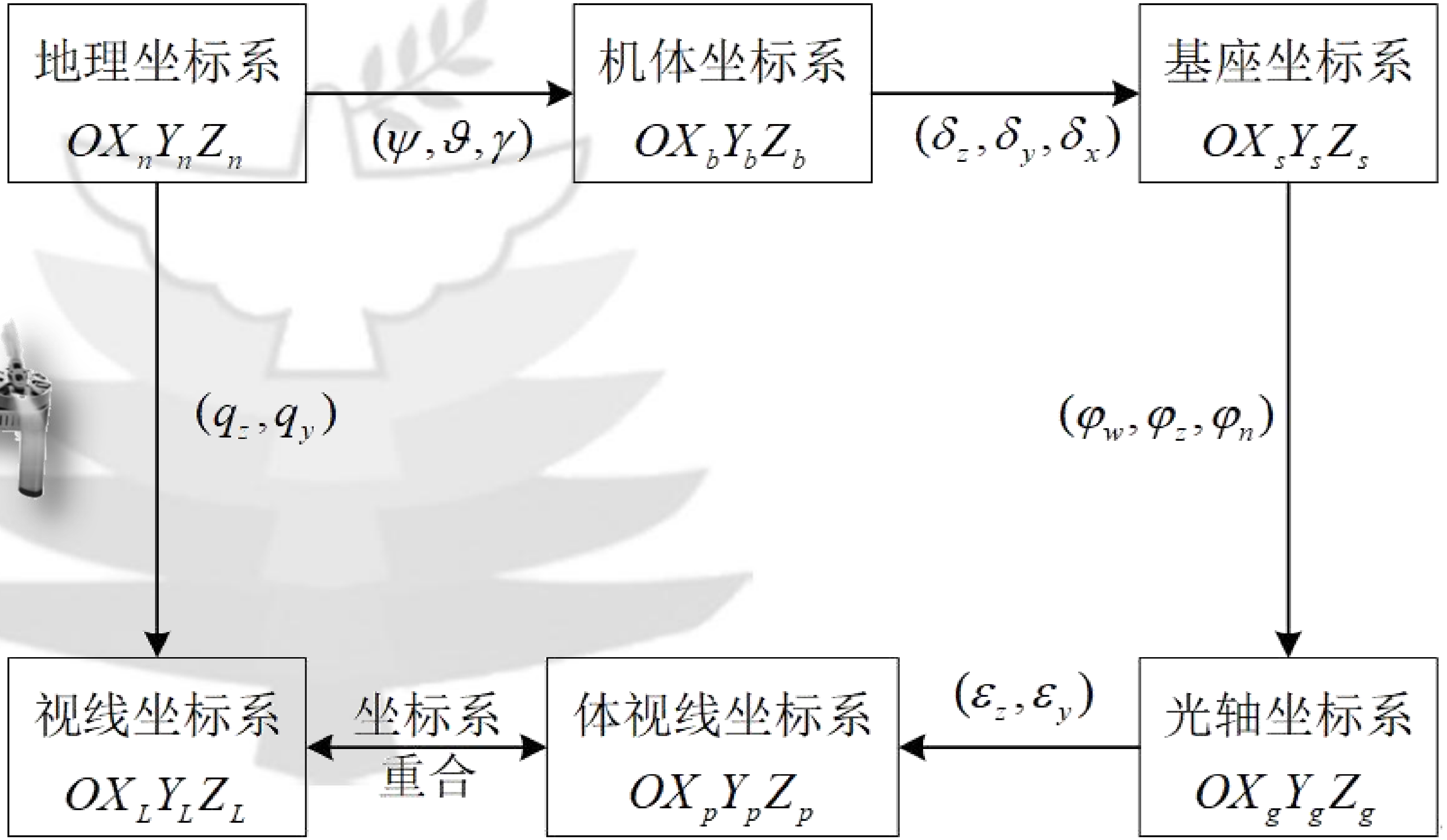
$$\mathbf{R}_x(\phi) \triangleq \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix}$$

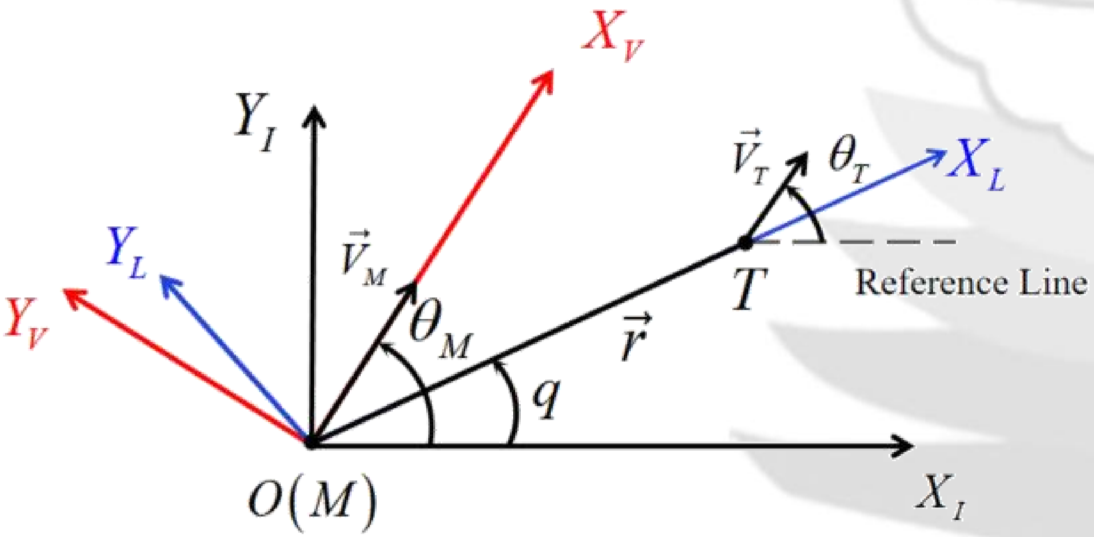


(a) 偏航角　(b) 俯仰角　(c) 滚转角

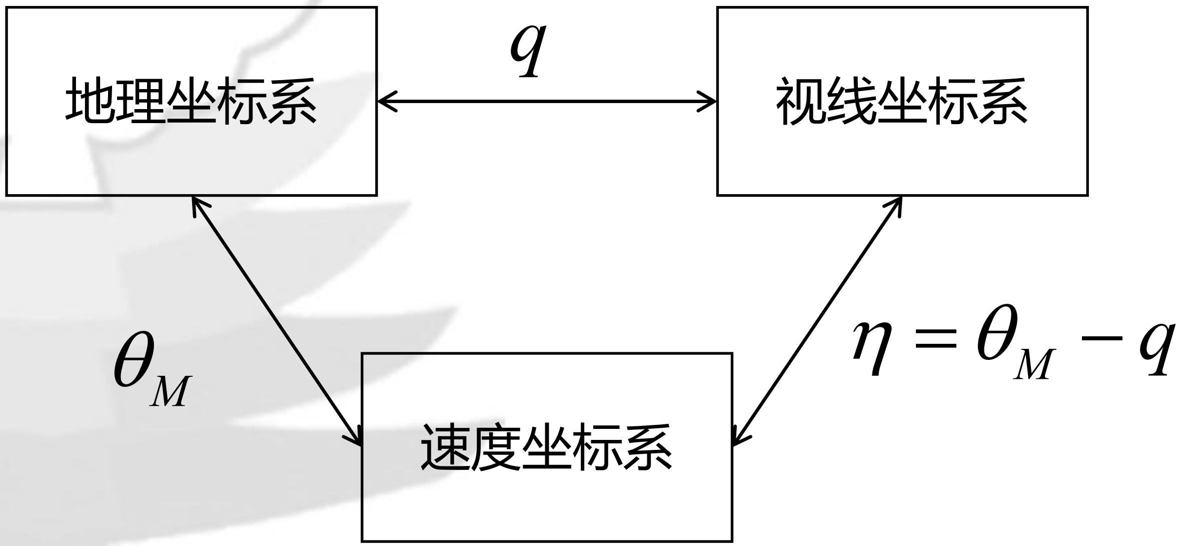
$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{e}_2 \\ \mathbf{e}_3 \end{bmatrix} \xrightarrow{\mathbf{R}_z(\psi)} \begin{bmatrix} \mathbf{k}_1 \\ \mathbf{k}_2 \\ \mathbf{k}_3 = \mathbf{e}_3 \end{bmatrix} \xrightarrow{\mathbf{R}_y(\theta)} \begin{bmatrix} \mathbf{n}_1 \\ \mathbf{n}_2 = \mathbf{k}_2 \\ \mathbf{n}_3 \end{bmatrix} \xrightarrow{\mathbf{R}_x(\phi)} \begin{bmatrix} \mathbf{b}_1 = \mathbf{n}_1 \\ \mathbf{b}_2 \\ \mathbf{b}_3 \end{bmatrix}$$

4 Matlab仿真计算



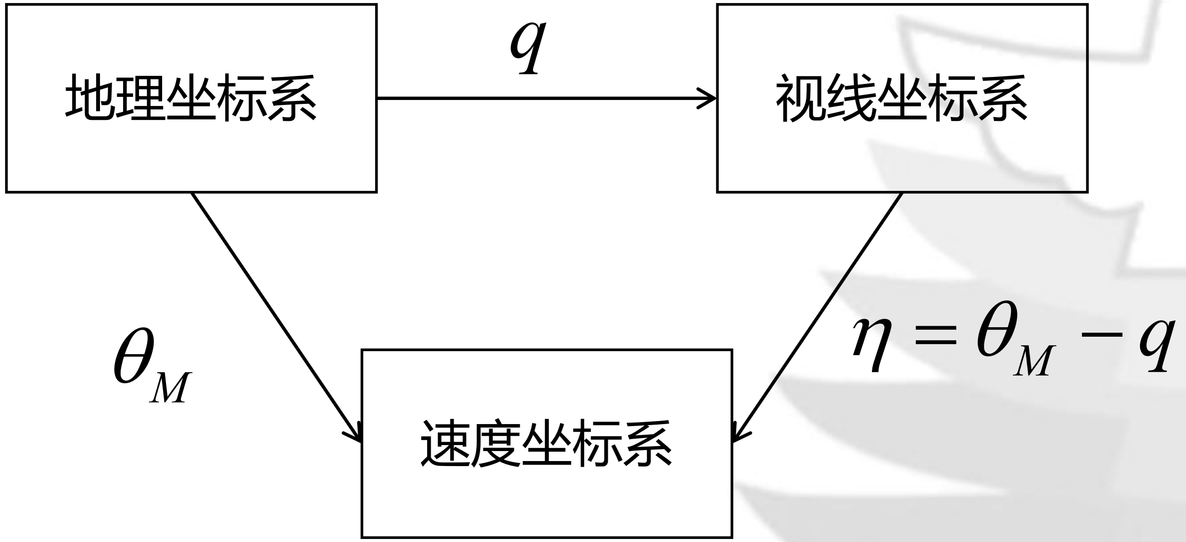


X_V
Y_I
Y_L
Y_V
$\vec{V}_M$
θ_M
$\vec{V}_T$
θ_T
X_L
T
Reference Line
$\vec{r}$
q
$O(M)$
X_I



地理坐标系
q
视线坐标系
θ_M
速度坐标系
$\eta = \theta_M - q$

4 Matlab仿真计算



地理坐标系飞行器指向目标的向量（300,200）

视线角 $q = 30^{\circ}$

速度角 $\theta_M = 45^{\circ}$

证明坐标系旋转闭环

谢谢观看

北京理工大学