

# 相对运动方程 以追踪法和平行接近法为例

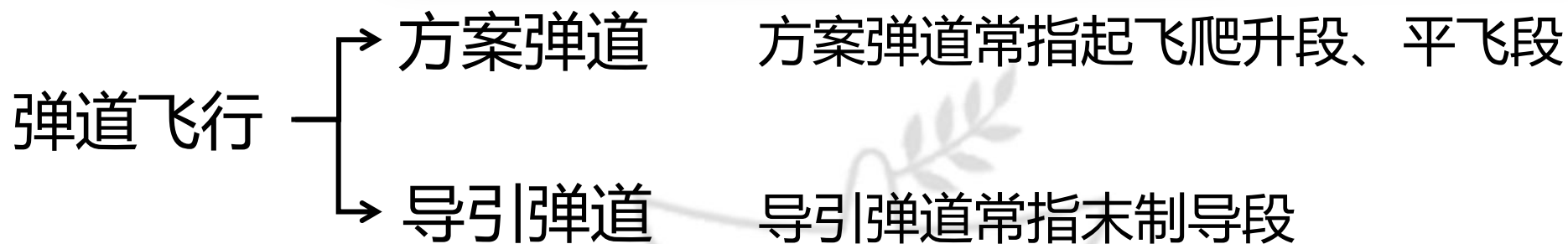
主讲人：王祎婧

北京理工大学





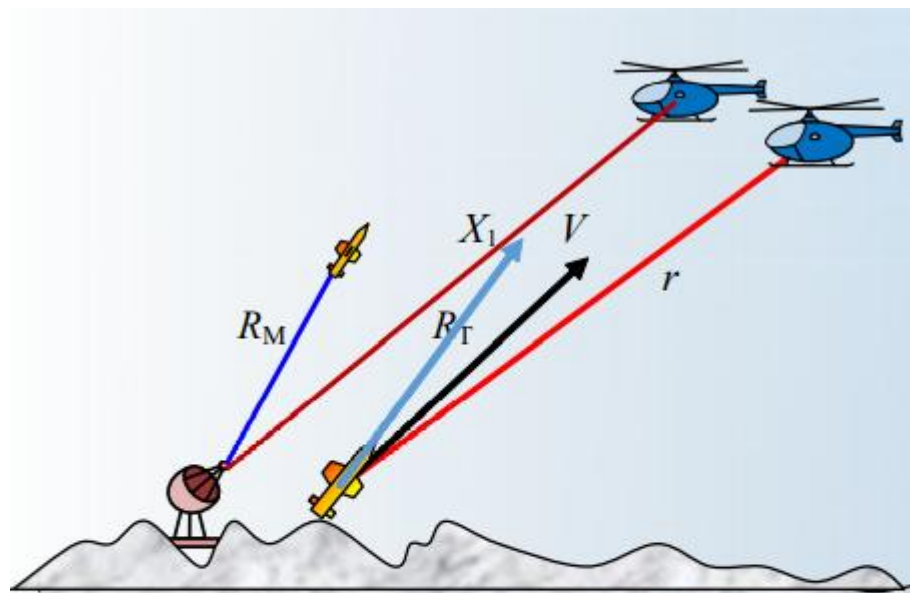
1. 导引方法
2. 相对运动方程
3. 追踪法和平行接近法
4. Matlab仿真计算



导引弹道：根据**目标运动特性**按某种导引关系将飞行器导向目标时，导弹**质心**在空间的**运动轨迹**

如何实现？

导引方法：描述飞行器攻击目标时，在整个飞行过程中所遵循的**相对运动规律**，规定了**飞行器运动参数**与**目标参数**间的关系，并**决定**飞行器**飞行轨迹**特性及相应的参数



经典制导规律

按照飞行器与目标之间的相对关系分类

(1) 导弹**速度矢量**和**弹目连线**的相对位置

追踪法、常值前置角法

(2) **弹目连线**在空间的变化规律

平行接近法、比例导引法

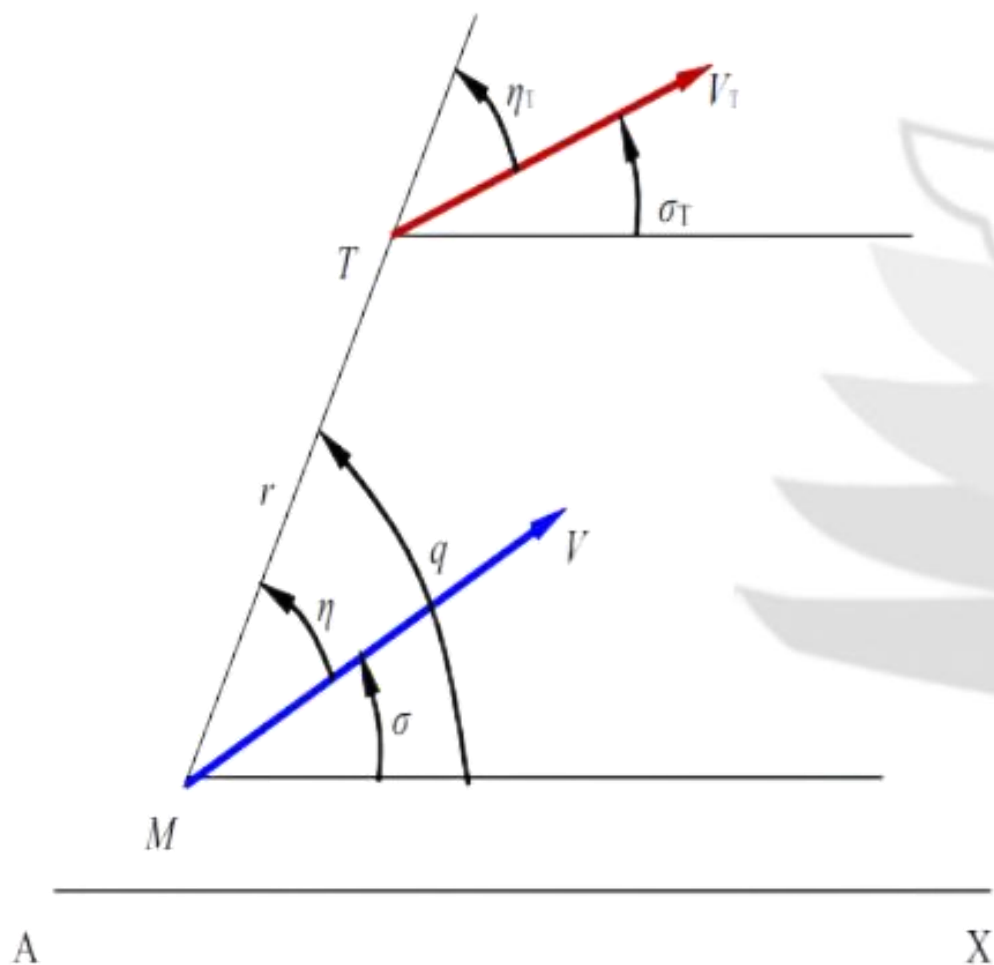
(3) "**制导站-飞行器**"连线与"**制导站-目标**"连线的相对位置

三点法、前置量法、半前置量法



前提假设：

- (1) 目标、飞行器的运动为质点运动
- (2) 制导系统的工作是理想的
- (3) 飞行器速度大小是已知的
- (4) 目标的运动规律是已知的
- (5) 分析二维制导律问题时，飞行器和目标始终在同一固定平面内运动

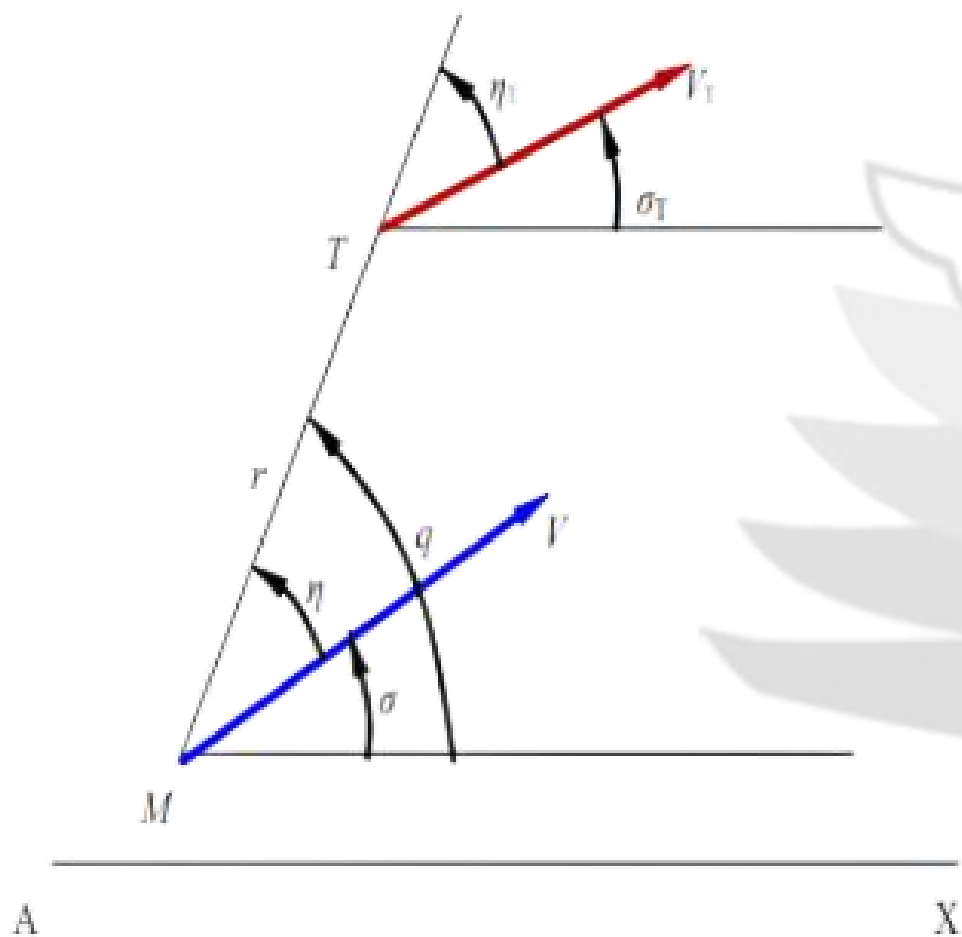


$r$  飞行器相对目标的距离

$q$  飞行器与目标的连线与基准线之间的夹角，称为视线角

$\sigma, \sigma_T$  飞行器和目标的速度矢量与基准线之间的夹角，称为飞行器弹道角和目标航向角

$\eta, \eta_T$  飞行器、目标的速度矢量与弹目连线之间的夹角，称为飞行器、目标的速度矢量前置角



距离方程  $\frac{dr}{dt} = V_T \cos \eta_T - V \cos \eta$

视线角方程  $r \frac{dq}{dt} = V \sin \eta - V_T \sin \eta_T$

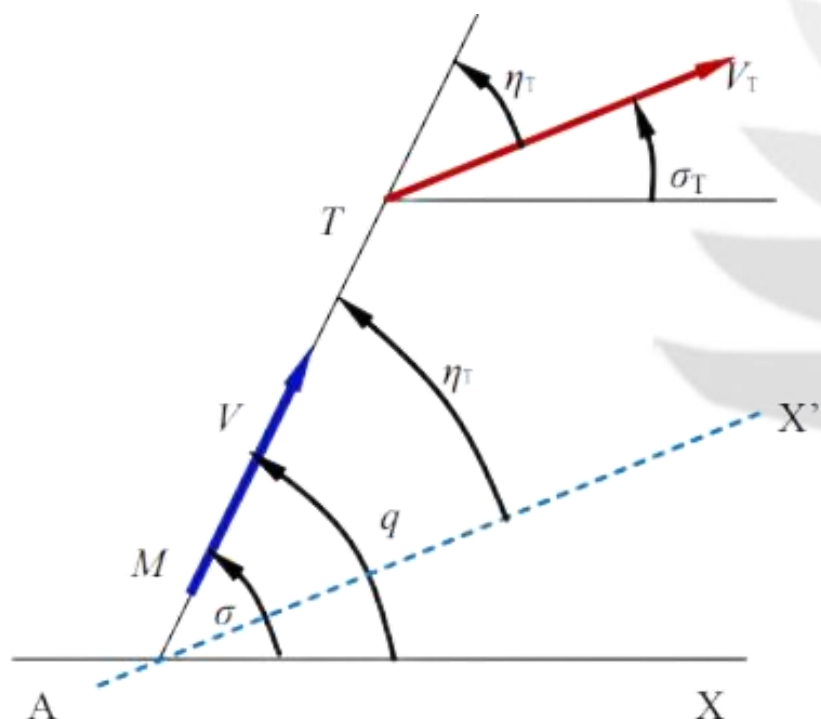
几何关系方程  $q = \sigma + \eta = \sigma_T + \eta_T$

导引方程 根据导引方法会有所不同



追踪法定义：飞行器在攻击目标时，**飞行器的速度矢量始终指向目标**，也就是飞行器的**速度前置角为0**

当目标为等速直线运动，  
导弹为等速运动时，  
取AX' 为基准线平行于VT



距离方程  $\frac{dr}{dt} = V_T \cos \eta_T - V$

视线角方程  $r \frac{dq}{dt} = -V_T \sin \eta_T$

几何关系方程  $q = \sigma + \eta = \sigma_T + \eta_T$

导引方程  $\eta = 0$





$\eta = 0$  假设目标做匀速直线运动，飞行器速度大小不变

$$\left. \begin{aligned} \frac{dr}{dt} &= V_T \cos q - V \\ r \frac{dq}{dt} &= -V_T \sin q \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{解析解}} r = c \frac{\sin^{(P-1)} \frac{q}{2}}{2x \cos^{(P+1)} \frac{q}{2}}, c = r_0 \frac{\sin q_0}{\tan^P \frac{q_0}{2}}, p = \frac{V}{V_T}$$

• 若  $P > 1$ , 当  $q \rightarrow 0$ , 有  $r \rightarrow 0$

命中目标的必要条件

• 若  $P = 1$ , 当  $q \rightarrow 0$ , 有  $r \rightarrow r_0 \frac{\sin q_0}{2 \tan^P \frac{q_0}{2}}$

$p > 1$ , 即  $V > V_T$

• 若  $P < 1$ , 当  $q \rightarrow 0$ , 有  $r \rightarrow \infty$



第一过载定义：作用在飞行器上**除了重力以外的所有外力的合力**对导弹重量的倍数

$$\text{相对加速度 } \frac{\vec{a}}{g} = \frac{\vec{N}}{G} + \frac{\vec{g}}{g} \quad \Rightarrow \quad \text{过载 } \vec{n} = \frac{\vec{N}}{G}$$

过载的方向与控制力N方向一致，模值表示控制力为飞行器重量的倍数

第二过载定义：作用在飞行器上**所有外力的（包括重力）**对导弹重量的倍数

$$\text{过载 } \vec{n} = \frac{\vec{N} + \vec{G}}{G} = \frac{\vec{a}}{g}$$

过载的方向与合外力方向一致，模值表示合外力为飞行器重量的倍数



导弹的法向加速度  $a_n = V \frac{d\sigma}{dt} = V \frac{dq}{dt} = -\frac{VV_T \sin q}{r}$

弹道的**弯曲程度**反映了弹道上各点处的**过载大小**，即在速度一定的情况下，弹道**越弯曲**，该处的**法向过载**也就**越大**

根据第二过载定义，经由数学推导 
$$n = \frac{4VV_T}{gr_0} \left| \frac{\tan^P \frac{q_0}{2}}{\sin q_0} \cos^{(P+2)} \frac{q}{2} \sin^{(2-p)} \frac{q}{2} \right|$$

• 若  $P > 2$ , 当  $q \rightarrow 0$ , 有  $n \rightarrow \infty$

• 若  $P = 2$ , 当  $q \rightarrow 0$ , 有  $n \rightarrow \frac{4VV_T}{gr_0} \left| \frac{\tan^P \frac{q_0}{2}}{\sin q_0} \right|$

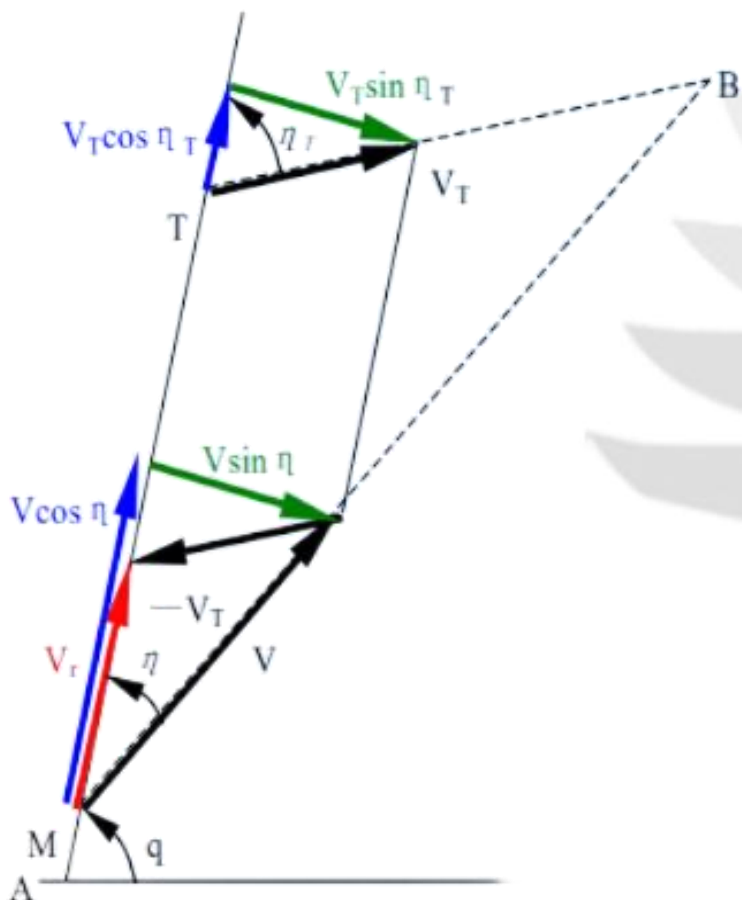
• 若  $P < 2$ , 当  $q \rightarrow 0$ , 有  $n \rightarrow 0$

命中目标的必要条件

$$1 < p \leq 2$$



平行接近法定义：飞行器在攻击目标时，**飞行器与目标的连线**在空间保持**平行移动**



距离方程  $\frac{dr}{dt} = V_T \cos \eta_T - V \cos \eta$

视线角方程  $r \frac{dq}{dt} = V \sin \eta - V_T \sin \eta_T$

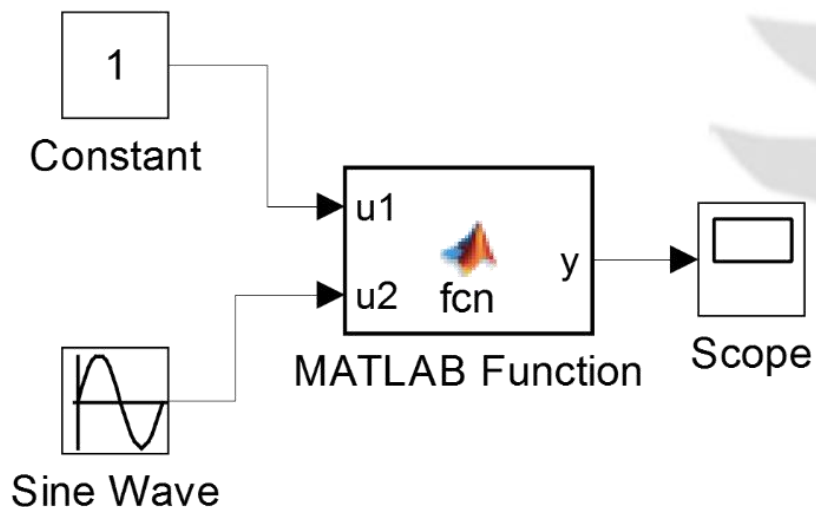
几何关系方程  $q = \sigma + \eta = \sigma_T + \eta_T$

导引方程  $\frac{dq}{dt} = 0$



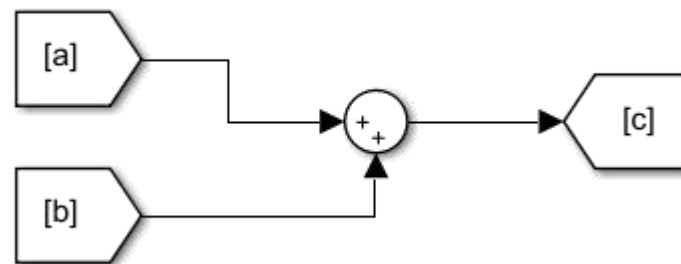
Simulink是美国Mathworks公司推出的MATLAB中的一种**可视化仿真工具**。

Simulink是一个**模块图环境**，用于多域仿真以及基于**模型的设计**。它支持系统设计、仿真、自动代码生成以及嵌入式系统的连续测试和验证。Simulink提供**图形编辑器、可自定义的模块库以及求解器**，能够进行**动态系统建模和仿真**



·编程语言：  $c=a+b$

·模块化语言：





以追踪法为例：

距离方程  $\frac{dr}{dt} = V_T \cos \eta_T - V$

视线角方程  $r \frac{dq}{dt} = -V_T \sin \eta_T$

几何关系方程  $q = \sigma + \eta = \sigma_T + \eta_T$

导引方程  $\eta = 0$

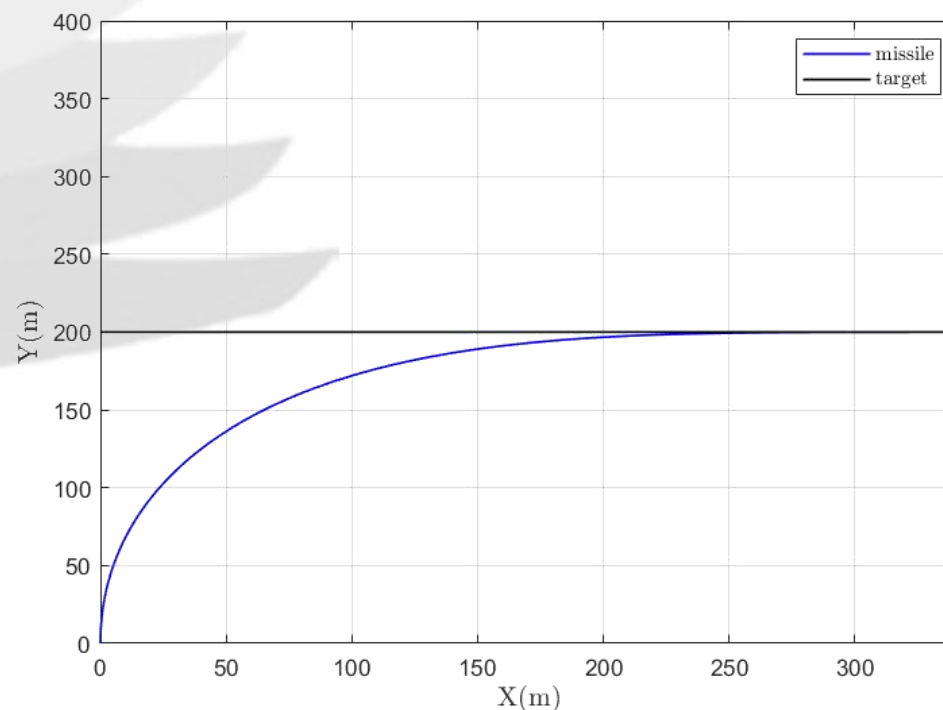
画图线型、符号、颜色：

<https://blog.csdn.net/Anne033/article/details/121115694>

仿真条件：

- 飞行器速度：20m/s，初始位置 (0,0) m
- 目标速度：15m/s，初始位置 (0,200) m，

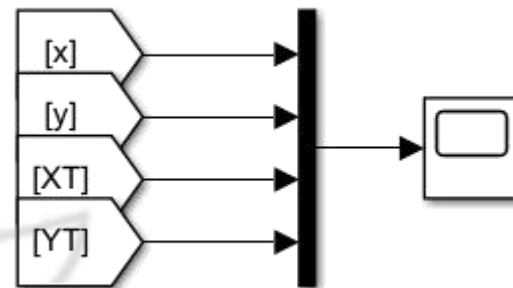
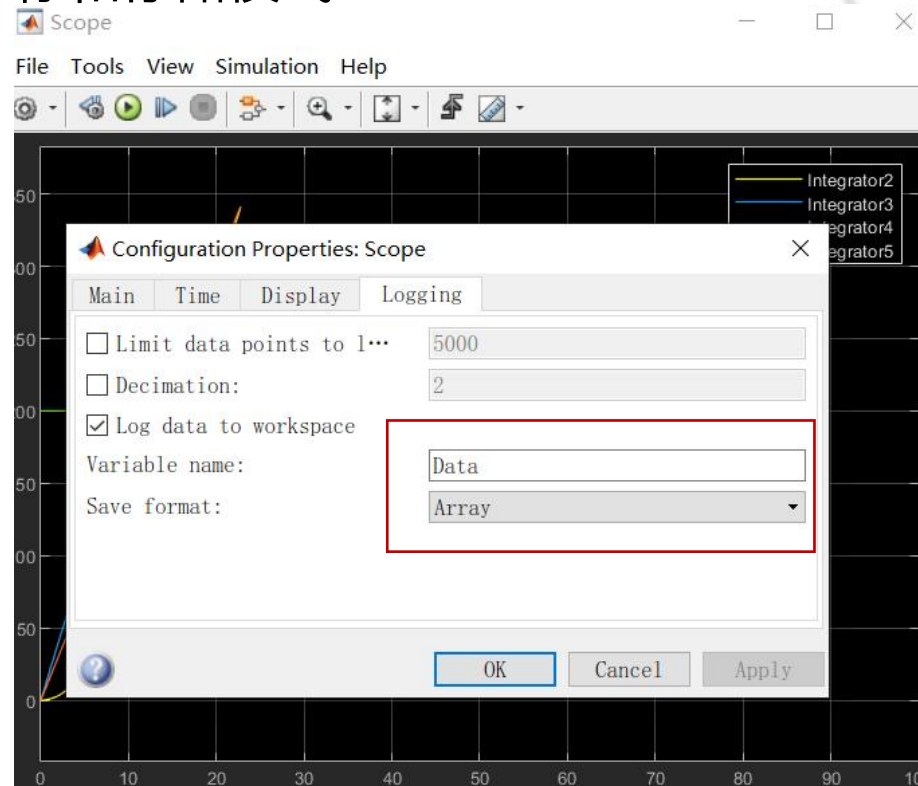
目标作水平匀速直线运动





如何将simulink仿真得到的数据存储在到工作区

双击scope模块-设置-logging, 修改变量名称和存储模式



返回matlab界面, 在保存simulink仿真的相同目录下, 新建.m文件

注意: scope输出的第一列为时间

```
1 — plot(out.Data(:, 2), out.Data(:, 3), 'b', 'LineWidth', 1);
2 — hold on
3 — plot(out.Data(:, 4), out.Data(:, 5), 'k', 'LineWidth', 1);
4 — xlabel('X(m)', 'Interpreter', 'LaTeX', 'FontSize', 12);
5 — ylabel('Y(m)', 'Interpreter', 'LaTeX', 'FontSize', 12);
6 — h=legend('missile', 'target');
7 — set(h, 'Interpreter', 'latex');
8 — axis([-inf inf, 0, 400])%调整横纵坐标范围
```



- 仿真作业：平行接近法simulink仿真
- 仿真条件：注意积分模块修改初值

飞行器速度：20m/s，初始位置 (0,0) m

目标速度：5m/s，初始位置 (300,300) m，目标作水平向右匀速直线运动

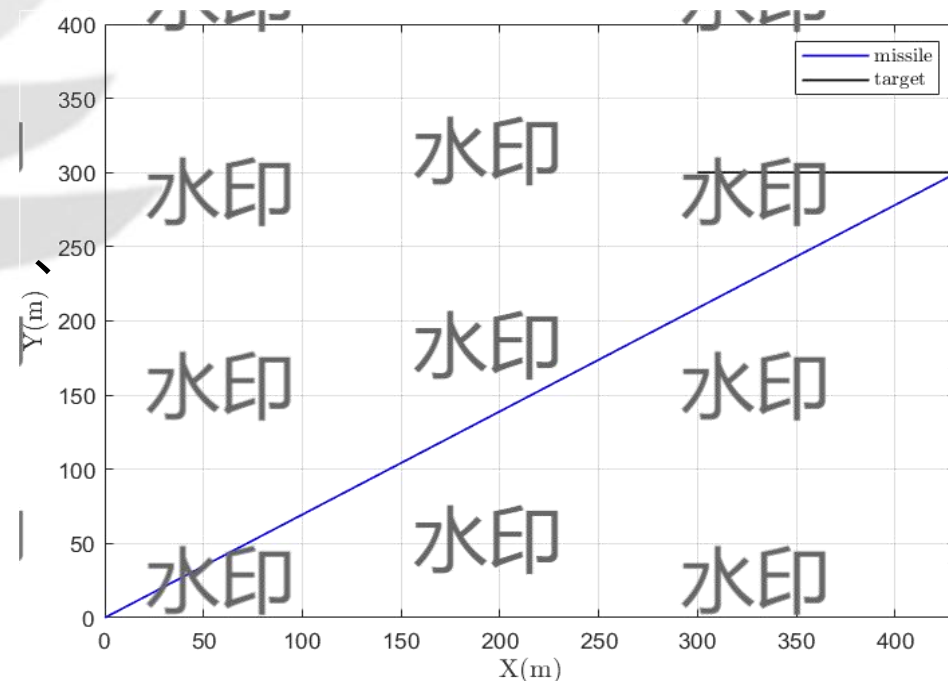
- 提交形式：word文件，命名：学号-姓名

- 包括：

相对运动方程组、仿真条件、界面截图（模块组成）

结果（目标和飞行器的轨迹，不是XYgraph）

- 截止日期：4月26日24:00
- 提交邮箱：wangyijing927@126.com







# 谢谢观看

北京理工大学

