



学校代码: 10286
分 类 号: TP393
密 级: 公开
U D C: 004.7
学 号: 236192

心於至善

东南大学 LaTeX 论文模板使用手册

东南大学

电子信息硕士学位论文

微型无人机集群协同定位与自主导航飞行技术的研究与实现

(学位论文形式：应用研究)

刘江鹏

研究生姓名： 刘江鹏

导师姓名: 单冯

李建

申请学位类别 电子信息硕士 学位授予单位 东南大学

工程领域名称 软件工程 论文答辩日期 2026 年 5 月 27 日

研究方向 无人机集群协同 学位授予日期

答辩委员会主席_____ 评 阅 人_____



SOUTHEAST UNIVERSITY

2026 年 1 月 26 日

学校代码: 10286
分 类 号: TP393
密 级: 公开
U D C: 004.7
学 号: 236192



东南大学

电子信息硕士学位论文

微型无人机集群协同定位与自主导航飞行技术的研究与实现

(学位论文形式: 应用研究)

研究生姓名: 刘江鹏

导师姓名: 单冯

李建

申请学位类别 电子信息硕士 学位授予单位 东南大学

工程领域名称 软件工程 论文答辩日期 2026年5月27日

研究方向 无人机集群协同 学位授予日期

答辩委员会主席 评阅人

2026年1月26日

東南大學

电子信息硕士学位论文

微型无人机集群协同定位与自主导航飞行技术的研究与实现

专业名称: 软件工程

研究生姓名: 刘江鹏

导师姓名: 单冯

李建

SOUTHEAST UNIVERSITY L^AT_EX THESIS
TEMPLATE USER MANUAL
HOW TO WRITE A MASTER THESIS IN
AN ELEGANT WAY

A Thesis Submitted to
Southeast University
For the Professional Degree of Master of Engineering

BY
Jiangpeng Liu

Supervised by
Feng Shan
and
A.P. TONG Fei

College of Software Engineering
Southeast University
January 2026

东南大学学位论文独创性声明

本人声明所呈交的学位论文是我个人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。尽我所知，除了文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果，也不包含为获得东南大学或其它教育机构的学位或证书而使用过的材料。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示了谢意。

研究生签名: _____ 日期: _____

东南大学学位论文使用授权声明

东南大学、中国科学技术信息研究所、国家图书馆、《中国学术期刊（光盘版）》电子杂志社有限公司、万方数据电子出版社、北京万方数据股份有限公司有权保留本人所送交学位论文的复印件和电子文档，可以采用影印、缩印或其他复制手段保存论文。本人电子文档的内容和纸质论文的内容相一致。除在保密期内的保密论文外，允许论文被查阅和借阅，可以公布（包括以电子信息形式刊登）论文的全部内容或中、英文摘要等部分内容。论文的公布（包括以电子信息形式刊登）授权东南大学研究生院办理。

研究生签名: _____ 导师签名: _____ 日期: _____

摘要

本文提出了一个新的东南大学 L^AT_EX 硕士研究生毕业论文模板，并说明了如何更优雅地写出一篇漂亮而无用的文章。

关键词： T_EX, L^AT_EX, 学位论文

Abstract

This article proposes a new Southeast University master degree thesis L^AT_EX template and explains how to elegantly write an article which is beautiful but full of shit.

Keywords: T_EX, L^AT_EX, Thesis

目 录

摘要	I
Abstract	III
插图目录	VII
表格目录	IX
算法目录	XI
术语与符号列表	1
第一章 绪论	1
1.1 研究背景及意义	1
1.1.1 微型无人机	1
1.1.2 微型无人机集群协作飞行	2
1.2 研究思路与挑战	4
1.3 研究目标与内容	5
1.4 论文组织结构	6
第二章 研究现状	9
2.1 无人机集群协同定位	9
2.1.1 基于超宽带的测距技术	9
2.1.2 基于距离的相对定位算法	11
2.2 无人机自主导航	12
2.2.1 基于强化学习的自主导航	13
2.2.2 分布式强化学习	14
2.3 研究现状小结	15
第三章 撰写正文	17
3.1 研究生学位论文的一般格式与顺序	17
3.2 独创性与授权声明	18
3.3 中英文摘要	18
3.4 论文章节及图表目录	19

3.5 正文	19
3.6 致谢	20
3.7 参考文献	20
3.8 附录	21
3.9 作者简介	21
第四章 特殊环境与浮动体	23
4.1 图片	23
4.1.1 插入图片	23
4.1.2 浮动体环境与位置标识符	24
4.1.3 图片的大小与路径	24
4.1.4 图片的标题与标签	25
4.1.5 图片的并排	25
4.1.6 子图	26
4.2 表格	26
4.2.1 插入表格	26
4.3 算法	29
4.4 公式环境	30
4.5 引用浮动体	32
4.6 代码环境	32
4.7 术语与符号	33
第五章 参考文献	35
5.1 导入参考文献	35
5.2 引用参考文献	35
5.3 参考文献样式	36
第六章 版权信息与更新记录	37
6.1 版权信息	37
致 谢	39
参考文献	41
附录 A 欧几里得第二定理的证明	47
附录 B $\sqrt{2}$ 是无理数的证明	49
作者简介	51

插图目录

1-1	无人机应用场景	1
1-2	微型无人机	2
1-3	微型无人机集群协作飞行	2
1-4	微型无人机集群应用场景	3
1-5	研究内容	6
4-1	插入图片示例	23
4-2	GitHub	26
4-3	npm	26
4-4	东南大学校徽的视觉设计	27

表格目录

4.1 东南大学院系列表	28
------------------------	----

算法目录

4.1 辗转相除法	30
---------------------	----

第一章 绪论

1.1 研究背景及意义

1.1.1 微型无人机

近些年来，无人机技术发展迅速，其应用场景不断拓展，逐渐在社会生产与公共管理等领域中发挥重要作用。相比传统有人作业方式，无人机具备部署迅速、机动性强、任务适应能力高等特点，尤其适合在复杂、危险或人员难以进入的环境中开展作业。在自然资源调查领域，无人机搭载激光雷达、航测相机等设备，可完成高精度三维建模。如 2025 年，生态环境部相关团队在锡林郭勒草原保护区，通过无人机多光谱、可见光技术结合地面监测，实现了草原植物多样性的高效监测。在公共安全与基础设施运维领域，无人机凭借智能感知与识别技术，实现输电线路等设施常态化巡查。2025 年湖北大冶电网巡检中，无人机大幅提升巡检效率，缩短故障响应时间，实现多个重点台区“零停电消缺”。此外，在应急与灾害响应场景中，无人机搭载红外探测、实时通信模块，能够快速的获取现场信息。2025 年湖南祁东县山林火情处置中，无人机快速定位火情、传输影像，仅用 18 分钟完成信息报送，为快速扑灭火情提供关键支撑。



图 1-1 无人机应用场景

随着电子制造技术、嵌入式系统以及微机电系统的飞速发展，无人机系统在感知、计算和控制能力不断提升的同时，正朝着小型化、轻量化和智能化方向不断演进。在此背景下，微型无人机 (Micro Unmanned Aerial Vehicles, MUAVs) 凭借体积小、重量轻、机动性强等特点，逐渐从科研实验室走向工业应用与日常生活，在工业自动化^[1]、农业^[2]、军事行动^[3]以及灾害响应^[4]等领域展现出广阔的应用前景。

Bitcraze 公司于 2019 年 2 月发布的 Crazyflie 2.1 是当前微型无人机领域中具有代表性的开源平台之一。该无人机尺寸仅为 $65 \text{ mm} \times 65 \text{ mm}$ ，重量约 27 g，集成了多种传感器模块，并支持多种无线通信方式，广泛应用于无人机控制算法验证、编队飞行研究以及教育科研实验。以 Crazyflie 2.1 为代表的微型无人机在实际应用中展现出诸多优势：首先，其体积小、质量轻，在室内环境中飞行安全性高，对人员和设备的潜在威胁较小；



图 1-2 微型无人机

其次，系统成本低、维护简单，便于实现多机协同与大规模部署；此外，其开源特性和模块化设计为算法开发、系统扩展和功能定制提供了良好的实验基础。然而，微型无人机同样存在一定的局限性，例如受限于机载硬件规模，微型无人机的计算与存储资源相对有限，单机可执行任务的复杂度较低；此外，其电池容量较小，飞行续航时间较短，从而限制了单次任务的执行时间和活动范围，这些不足对系统的稳定性与任务复杂度提出了更高要求。

1.1.2 微型无人机集群协作飞行

受限于单架微型无人机在计算能力、存储能力、续航时间及任务执行效率方面的不足，通过多机协同提升系统整体性能的无人机集群技术逐渐兴起，并成为当前研究的热点方向。通过多架微型无人机之间的协同配合，集群系统能够在保证单机低成本与高安全性的前提下，实现复杂任务的分布式执行，从而显著提升系统整体的可靠性与任务完成能力。

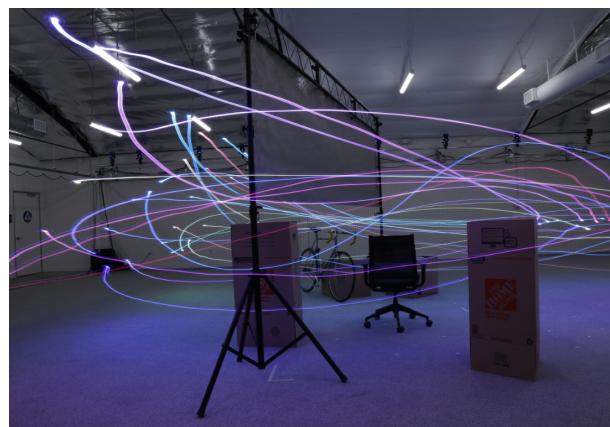


图 1-3 微型无人机集群协作飞行

微型无人机集群本质上属于一种典型的分布式系统，其协同飞行与任务执行高度依赖于集群内部的信息交互机制。在协作过程中，首先需要解决的是微型无人机之间的通

信与距离感知问题。在高密度集群环境中，多机同时通信与测距会导致信道竞争和干扰加剧，使得通信资源更加紧张。因此，如何在受限的信道环境下实现稳定、低延迟且具有鲁棒性的集群测距，是微型无人机协同飞行面临的关键挑战之一。

在实现集群通信与测距的基础上，精确的相对定位能力是微型无人机集群协作的另一项核心需求。与依赖外部定位基础设施的传统无人机不同，微型无人机集群通常工作于室内或复杂环境中，难以依赖卫星导航系统获取全局位置信息。在此情况下，微型无人机之间需要通过无线信号、传感器信息或视觉等方式获取彼此的相对位置关系，为编队保持、队形调整以及协同决策提供必要的空间约束。

此外，由于微型无人机集群在执行任务过程中通常缺乏统一的中心控制节点或领导者，各无人机主要依赖分布式决策进行运动控制，其飞行轨迹具有较强的动态性和不确定性。这种无领导结构在一定程度上降低了系统的复杂度，但也显著增加了集群在自主导航与安全保障方面的难度。因此，引入具备全局或半全局信息的领导者无人机，用于对集群整体运动方向和任务目标进行引导，对于提升集群协同飞行的有序性与安全性具有重要意义。在引入领导者的集群协同飞行模式下，领导者无人机负责进行全局路径规划或目标引导，其余跟随无人机依据与领导者及邻近无人机之间的相对信息实现协同运动。同时，各无人机仍需实时感知外部环境和集群内部状态，以避免与障碍物或其他无人机发生碰撞，从而在保证集群整体安全性与稳定性的前提下，实现高效、可靠的协同导航与任务执行。



图 1-4 微型无人机集群应用场景

无人机集群内部的鲁棒集群测距、高效定位与自主导航避障技术是集群协作的基础，是实现并保障集群协作高效进行的关键技术，可以应用于众多实际场景中。如图1-4所示，有研究人员利用多架搭载高清摄像头的微型无人机组成集群，在复杂的室内环境中搜寻伤者并实时上报伤者位置^[5]；微型无人机集群也可用于军事场景中，利用微型无人机体积小、易伪装隐藏的优势，可用于在房屋、小巷、森林等复杂场景中实时侦测敌方目标动态，以辅助制定攻击战术；微纳型无人机通过搭载信号感应装置，在机场等关键基础设施附近分散协同搜寻恶意干扰信号发射源，并在发现恶意人员后协作跟踪恶意人员的动向并实时上报给安保人员；有研究人员在微型无人机上搭载激光雷达与通信模块并组成集群在复杂动态的场景中实现了集群的自主导航^[6]。因此，研究微型无人机集群协同飞行具有很强的现实意义。

1.2 研究思路与挑战

本研究围绕微型无人机集群的自适应协同定位与自主导航问题展开系统性研究，旨在构建支撑微型无人机集群协同飞行的基础技术体系。在此基础上，本文将微型无人机集群协同飞行问题进一步划分为鲁棒集群测距、自适应相对定位算法和自主导航三个关键模块。

首先，在通信与测距的基础层面，针对无人机集群中测距冲突频繁、测距失败率较高问题，本文以超宽带通信技术为基础，研究并设计了一种鲁棒的集群测距协议。通过对集群测距中超宽带芯片的时钟偏移、报文冲突等关键因素进行理论分析，引入扰动机制并对测距策略进行权衡与优化，从而在复杂动态环境下为集群协同提供稳定可靠的通信与距离观测信息。

其次，在相对定位层面，基于鲁棒集群测距所获得的距离观测与可靠通信，本文进一步研究自适应相对定位算法。针对相对定位过程中误差协方差矩阵未知或随时间变化的问题，通过构建系统模型并引入期望最大化算法，实现对无人机位置状态与噪声误差协方差矩阵的联合估计，从而提升无人机集群在复杂环境下的定位精度与估计稳定性。

最后，在自主导航飞行层面，本文首先面向单架无人机的自主飞行任务，研究基于分布式强化学习的自主导航方法。通过合理设计奖励函数与风险感知机制，构建兼顾实时性与安全性的导航决策模型，并进一步研究模型的轻量化与部署方法，实现自主导航算法在真实无人机平台上的高效运行与实验验证。在此基础上，本文将所提出的自主导航方法扩展至无人机集群协同飞行场景：由领导者无人机执行自主导航与路径规划任务，其余跟随无人机基于相对定位结果获取与领导者之间的相对位姿信息，实现对领导者的稳定跟随与队形保持，从而完成集群层面的协同飞行任务。

上述研究思路表明，实现微型无人机集群的协同定位与自主导航飞行在技术上是可行的，但在实际应用中仍面临三个主要挑战。

第一个挑战在于如何设计一种具备自适应性与抗冲突能力的通信测距调度机制，以在复杂动态场景中稳定支撑相对定位任务。已有研究提出的集群测距协议在理论上能

够实现高效的集群测距与通信，但其设计初衷并非面向相对定位应用，在实际部署中暴露出明显的鲁棒性不足。一方面，固定周期的测距报文传输方式容易受到节点间时钟偏差的影响，导致持续性的报文冲突，从而使得距离计算在较长时间内无法完成；另一方面，完全随机的报文传输方式又容易造成测距报文交换不匹配，因缺乏有效时间戳而导致测距失败。在高密度群体环境下，相邻节点数量的增加进一步加剧了通信冲突和报文丢失的发生概率，频繁的测距失败将直接削弱各个无人机的相对定位精度。因此，提升集群测距在高密度、动态场景下的稳定性与可靠性，是协同定位面临的首要挑战。

第二个关键挑战在于，在噪声误差协方差矩阵未知或具有时变特性的条件下，如何实现具备稳定性、精度以及自适应能力的相对定位估计。基于集群间测距信息的协同定位通常依赖非线性状态估计方法，其中扩展卡尔曼滤波及其改进算法因计算负担较轻而得到广泛应用。然而，此类方法的性能高度依赖于噪声协方差矩阵的先验设定。在实际无人机集群定位过程中，测距噪声与运动噪声的统计特性往往难以精确获取，并且会受到环境变化和传感器性能波动的影响而呈现时变特性。当噪声模型存在不准确或失配时，容易导致定位误差累积，甚至引发滤波不稳定或发散现象。因此，在噪声统计信息不确定的情况下实现可靠的相对定位估计，仍是相对定位算法设计中亟待解决的核心问题。

第三个挑战在于如何在计算资源受限的条件下，实现兼顾实时性与安全性的自主导航与避障决策机制。在完成协同定位的基础上，无人机仍需执行自主导航与避障任务。深度强化学习方法在路径规划问题中表现出较强的优化能力，但其以最大化长期累积回报为目标，往往难以充分关注低概率但高风险的灾难性事件，难以满足复杂动态环境中对飞行安全性的严格要求。同时，该类方法在面对环境突变时的实时响应能力仍存在一定局限。此外，虽然将推理任务卸载至边缘计算节点可以缓解机载计算压力，但通信延迟与带宽受限可能导致决策结果无法及时反馈，从而增加飞行过程中的安全风险。因此，在微型无人机平台计算资源有限的前提下，如何实现具备实时响应能力和安全保障的自主导航与避障策略，是无人机集群协同飞行中面临的重要挑战。

1.3 研究目标与内容

本硕士论文的总体目标是围绕微型无人机集群协同飞行问题，研究并设计一种无人机集群自适应协同定位算法，以提升无人机集群飞行的稳定性与可靠性。同时，针对无人机自主导航飞行需求，构建基于强化学习的网络模型，探索分布式强化学习在微型无人机自主导航系统中的应用，实现无人机的自主感知与决策控制。

本硕士论文的理论目标是针对纳米级无人机计算资源受限、电池容量有限等特点，重点研究轻量化、低计算复杂度的神经网络模型，在有效避免无人机发生碰撞的前提下，实现无人机向目标位置的自主导航任务。针对无人机集群飞行应用场景，提出一种鲁棒的集群通信与测距机制，并结合自适应扩展卡尔曼滤波方法，设计无人机集群相对定位算法，以保障集群在飞行过程中对各自邻居的相对位姿感知。

本硕士论文的系统目标是结合上述两个方面，设计并实现微型无人机集群飞行原型系统，用于验证所提出的无人机集群自适应协同定位方法及强化学习导航模型的可行性与有效性。

为了实现上述研究目标，本硕士论文针对微型无人机集群协同飞行系统设计与实现问题，拟从下面几个方面展开相关的研究工作：

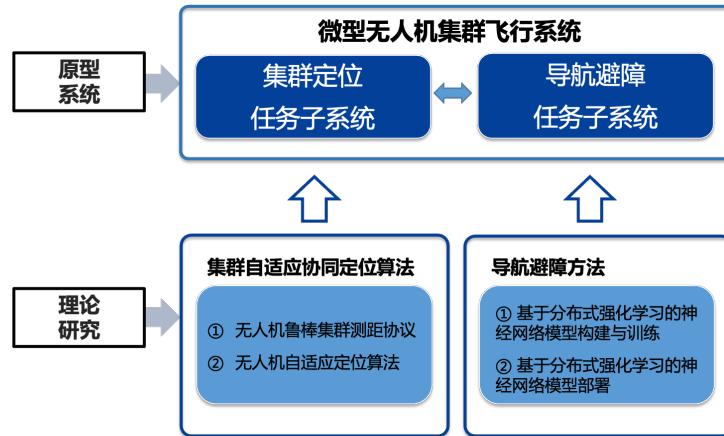


图 1-5 研究内容

首先，针对无人机集群定位任务部分，需要设计使用与微型无人机集群的通信与定位算法，分两个方面展开：1) 基于超宽带的鲁棒集群测距协议；2) 基于自适应扩展卡尔曼滤波的相对定位算法。其次，针对无人机自主导航部分，需要设计构建基于分布式强化学习的神经网络模型，并从以下两个方面展开：1) 基于强化学习的神经网络模型构建与训练；2) 基于强化学习的神经网络模型部署。

最后，以上述理论研究的基础上，设计开发微型无人机集群飞行系统来实现无人机集群的自主飞行，其中包含无人机集群飞行任务子系统和无人机自主导航飞行任务子系统，其研究内容关系图如图1-5所示。

1.4 论文组织结构

本硕士论文的整体结构安排如下：第一章首先介绍本文的研究背景与研究意义，并围绕微型无人机集群飞行技术分析该领域面临的关键挑战，进而结合相关挑战系统阐述本文的研究内容与研究目标。

第二章阐述本文的研究领域和现有的相关技术，整理并总结了自主避障技术和现有的集群编队控制技术的研究现状，通过分析现有技术的不足，来阐明本硕士论文的创新性。

第三章阐述如何实现视觉辅助单机自主避障飞行的研究。首先本文设计实现基于视觉的多任务网络模型 Multi-DroNet，调整各个任务的损失函数，使得网络能够辅助无人机进行转向和碰撞判断，同时输出一个交互信号量，用于控制集群编队形式。并阐述如

何实现量化压缩 Multi-DroNet 模型并成功将其部署到资源受限的微型无人机。同时通过模拟实验和真机实验来验证网络模型的效果，并最终实现单架微型无人机的室内自主避障飞行。

第四章阐述如何设计实现高效的集群交互编队飞行控制算法。首先，本文将面向多智能体设计的集群测距协议应用到无人机集群中，使用基于 EKF 的相对定位算法根据测距通信协议数据包中的参数进行无人机集群的相对定位。

最后设计基于 Leader-Follower 编队飞行算法，根据网络模型的交互信号量预测结果实现无人机集群的交互编队避障飞行，使用 PID 控制策略对 Follower 飞行控制参数进行误差消除。

第五章阐述原型系统的设计与开发，包括系统的硬件平台搭建、软件模块的架构和开发、系统部署和运行方案以及相应的测试结果分析等。

第六章总结本硕士论文的研究成果以及不足点，并探讨了未来可以改进的方向。

第二章 研究现状

本文围绕微型无人机集群协同飞行应用场景，重点研究其关键基础技术，主要包括无人机集群协同定位与自主导航两个方面。针对上述研究方向，本节将分别对国内外研究现状进行系统分析与总结。

2.1 无人机集群协同定位

相对定位使无人机集群中的每个个体都能够获取自身相对于他无人机的位置信息，从而为集群内的协调运动与协作任务执行提供基础支撑。该能力对于维持编队结构、避免无人机间碰撞以及实现集群行为的一致性与同步性具有重要意义，进而显著提升无人机集群在复杂环境中的整体运行效率与任务执行能力。

近年来，针对无人机集群的相对定位问题，研究人员提出并应用了多种定位方法。其中，基于视觉感知的相对定位方法因其信息量丰富、定位精度较高而受到广泛关注^[7,8]。然而，该类方法通常依赖视距条件，易受光照变化、遮挡和视场范围限制的影响，且在大规模或高密度无人机集群中难以实现稳定、全局的相对定位，计算与通信开销也随集群规模显著增加。

相比之下，基于无线通信的定位方法不依赖视距条件，具有覆盖范围广、对环境适应性强等优势，更适合用于无人机集群的相对定位任务。其中，超宽带（Ultra-Wideband, UWB）无线电技术因其纳秒级时间分辨率和抗多路径能力强，已成为当前定位领域的重要研究方向，并被广泛应用于室内定位系统^[9-15] 以及多机器人系统^[16-19]。UWB 能够在无人机之间的报文交换的过程中提供精确的发送与接收时间戳，从而支持基于飞行时间（Time of Flight, ToF）的距离测量，实现无人机间距离的连续估计与动态更新。

综上所述，基于超宽带的测距与协同定位方法已被广泛应用于微型无人机集群场景，并逐渐成为该领域的研究热点。近年来，围绕超宽带测距机制与协同定位算法的相关研究不断涌现，有效推动了无人机集群协同定位技术的发展。下文将分别从基于超宽带的测距技术和协同定位算法两个方面，对相关研究工作进行系统综述。

2.1.1 基于超宽带的测距技术

常见的双边双向测距（Double-Sided Two-Way Ranging, DS-TWR）协议最初是为一对一测距场景设计的。为支持多对多同时测距操作，一种基于 DS-TWR 的简单扩展方案^[20] 提出通过引入令牌环机制对测距过程进行协调。尽管该方案在一定程度上提升了多节点间的测距能力，但其整体效率仍受到明显限制。具体而言，在节点之间进行测距报文交互时，由于无线通信固有的广播特性，测距报文往往会被多个邻近节点接收。然

而，除目标节点外，其余邻居节点接收到的报文未被进一步利用，导致潜在可用报文被丢弃，从而造成通信资源浪费并降低系统整体测距效率。

针对多节点测距需求，新修订的 IEEE 802.15.4z-2020 标准^[21]提出了基于 DS-TWR 的多对多测距协议。该协议引入“测距轮”作为基本时间单位，并在每个测距轮内更新集群中节点的测距信息。在协议规范性和工程可实现性方面对 DS-TWR 进行了有益扩展。然而，该协议仍依赖基于时隙分配的测距机制，在高密度网络场景下其可扩展性受到显著限制。在高密度网络中，单个设备或无人机往往需要与大量邻居节点逐一进行测距，而每一对测距节点通常需要占用多个时隙才能完成一次完整的测距过程。随着网络密度的增加，完成一轮测距所需的时间显著增长，从而严重影响系统的实时性和可扩展性。

在无人机集群应用中，Guo 等人^[22]和 Li 等人^[23]分别在实际场景中验证了 UWB 技术在三架和五架无人机编队飞行中的可行性，其系统均采用双向测距(Two-Way Ranging, TWR)方法进行测距与通信。然而，随着集群规模的增大，测距与通信频率显著下降，系统难以维持高效的信息交互，从而限制了其向大规模无人机集群协同飞行的扩展能力。

针对上述问题，亟需一种能够在大规模、高密度无人机集群中同时实现高效通信与稳定测距的 UWB 测距协议。Shan 等人^[24,25]提出的集群测距协议在理论上具备实现高效测距与通信的潜力，但该协议最初并非面向相对定位任务设计，在实际应用中暴露出一定的鲁棒性问题。例如，当测距消息以固定周期发送时，节点间时钟偏差可能导致持续的消息冲突，从而长时间无法完成距离计算；而当测距消息以完全随机方式发送时，消息交换不匹配将不可避免，由于缺乏有效时间戳，距离计算难以进行。在定位任务中，连续且频繁的测距失败将直接降低集群中各个无人机的定位精度，且在高密度集群中，该问题会因相邻节点数量增多而进一步加剧。

除面向高密度集群测距场景的研究外，基于超宽带的相关工作还广泛分布于其他室内定位应用场景，主要集中在测距协议设计、非视距(Non-Line-of-Sight, NLOS)环境处理以及测距误差补偿等方面。

在测距协议设计方面，Chiasson 等人^[9]提出了一种新的基于到达时间差(Time Difference of Arrival, TDOA)的双曲定位方程。该方法利用能够相互观测数据包到达时间的锚节点，对传统 TDOA 方程进行重构，从而有效降低了时钟漂移误差的影响，并在无需严格时间同步的条件下实现了高精度定位。Yang 等人^[10]提出了虚拟双向测距方法，该方法支持大量目标的无同步定位，显著降低了系统对时间同步和校准的依赖。上述研究均在无需严格时间同步的前提下实现了高效测距，但通常依赖固定锚点部署。

在 NLOS 场景处理方面，Zhao 等人^[12]提出了一种新型算法，在存在障碍物的情况下，通过优化 UWB 锚点的部署位置来降低 NLOS 对定位精度的影响。Kim 等人^[11]则利用长短期记忆网络对接收到的 UWB 信号信道脉冲响应进行信道状态分类，从而识别 NLOS 状态并提升定位性能。

在测距误差补偿方面，Domuta 等人^[13]提出了两种额外的时间戳捕获机制以及一种

新的飞行时间计算公式，用于系统性补偿节点间的时钟偏差。Cano 等人^[14]在此基础上进一步提出了一种仅依赖板载测量值的补偿方法，能够消除视距 ToF 测量中大部分观测偏差，并可靠地实现厘米级测距精度。此外，Shalaby 等人^[19]对双向测距的校准问题进行了深入研究，提出了一种全新的测距协议，结合稳健且可扩展的天线延迟校准程序，实现了多个 UWB 标签天线延迟的高效与精确校准。

综上所述，目前尚不存在能够在资源受限的大规模集群中支持大量节点同时进行测距的理想测距协议。现有研究大多面向节点数量有限或依赖固定锚点的应用场景，其协议设计通常基于时隙分配或集中式调度机制，在高密度、动态变化的无人机集群环境中难以同时兼顾测距效率、通信开销与系统鲁棒性。

2.1.2 基于距离的相对定位算法

高效稳定的定位方法是实现无人机之间协同感知与协调控制的关键基础，因此长期以来受到研究人员的广泛关注。传统无人机的定位通常依赖于外部定位系统。例如，文献 [26] 中的无人机集群系统利用全球导航卫星系统（Global Navigation Satellite System, GNSS）实现对 30 架无人机的定位，从而成功展示了户外集群飞行行为。然而，微型无人机往往在室内或封闭环境中运行，此类环境中 GNSS 等外部定位信号难以获取甚至完全不可用。针对这一问题，已有研究提出了多种室内定位系统，通常依赖于预先部署的信标或锚点为空中集群提供定位信息^[27-29]。尽管这类方法在受限环境下能够实现较高精度的定位，但其对外部基础设施的依赖限制了在危险区域或未知环境中的应用，实际部署成本和灵活性均受到制约。

作为替代方案，基于无人机间无线通信的相对定位方法因其系统结构轻便、对机载资源需求较低而备受关注。该类方法通过无线信道交换无人机的状态信息（如速度、偏航角速度和高度），并结合无线测距获取的相对距离信息来实现相对定位^[17,30]。文献 [17] 提出了基于优化的协同定位框架，包括二次约束方法及其半正定规划松弛形式。尽管上述方法在机载无人机上能够获得较高的定位精度，但其单次定位计算时间约为 15 ms，对于计算资源和功耗受限的微型无人机而言仍然构成较大挑战。Cao 等人^[30]提出了一种利用多个超宽带测距节点估计无人机之间相对位姿的方法，但该方法通常依赖更大尺寸的平台和更强的计算能力，限制了其在微型无人机系统中的应用。与上述基于优化或多节点测距的方法不同，基于滤波的协同定位方法通过递推状态估计来实现实时定位，其中扩展卡尔曼滤波器（Extended Kalman Filter, EKF）基于一阶线性化，因其结构简单、计算复杂度低，成为协同定位中最常用的状态估计方法之一^[23]。

为进一步提升协同定位的精度与系统鲁棒性，研究者相继提出了多种改进型非线性滤波方法，包括无迹卡尔曼滤波^[31]、基于 Huber 损失的鲁棒滤波器^[32]、基于 Student's t 分布建模的鲁棒高斯近似滤波方法^[33]、粒子滤波算法^[34]以及移动视界估计方法^[35]。然而，上述协同定位算法的性能普遍对系统噪声和测量噪声协方差矩阵的先验设定高度敏感。当噪声统计特性建模存在偏差时，滤波器的估计精度将显著下降，严重情况下甚至

可能引发滤波发散问题。在微型无人机协同定位的复杂动态环境中，由于传感器误差、通信干扰及环境不确定性的共同影响，噪声协方差矩阵往往难以被准确刻画，这在一定程度上制约了现有方法在实际场景中的应用效果。

自适应卡尔曼滤波器（Adaptive Kalman Filter, AKF）被认为是解决无人机集群协同定位中噪声协方差矩阵未知问题的一种有效方法^[36]。针对噪声统计特性未知的情形，已有大量相关研究工作，现有方法总体上可分为两类。

第一类自适应卡尔曼滤波方法通常假设过程噪声协方差矩阵已知，主要致力于对测量噪声协方差矩阵的在线估计，例如基于变分贝叶斯框架的自适应卡尔曼滤波方法^[37]以及基于协方差匹配原理的自适应卡尔曼滤波方法^[38]。然而，此类方法对过程噪声协方差矩阵的先验信息依赖较强，当过程噪声的统计特性未知或存在建模偏差时，其滤波性能和适用范围将受到明显制约。

另一类自适应卡尔曼滤波方法针对过程噪声与测量噪声协方差矩阵均未知的情形展开研究。其中，多模型自适应卡尔曼滤波通过并行运行多组卡尔曼滤波器来应对系统模型的不确定性，但其计算复杂度较高，难以满足实时性要求^[39]；迭代扩展卡尔曼滤波则利用创新序列的白噪声特性对噪声协方差矩阵进行估计，然而在过程噪声和测量噪声同时未知的情况下，该方法易导致滤波发散，从而影响估计稳定性^[40]。

综上所述，现有自适应卡尔曼滤波方法在计算开销、滤波稳定性以及整体性能等方面仍存在一定局限，使其在微型无人机协同定位等对实时性和鲁棒性要求较高的应用场景中面临诸多挑战。

2.2 无人机自主导航

强化学习（Reinforcement Learning, RL）作为一种典型的序列决策方法，在无人机导航、路径规划与动态避障等问题中展现出显著优势。与传统基于规则或局部优化的方法不同，RL 通过与环境的持续交互，能够在长期回报最大化的目标下学习最优或近似最优策略，从而有效应对具有时序依赖性和不确定性的复杂决策任务^[41,42]。近年来，深度强化学习（Deep Reinforcement Learning, DRL）通过将深度神经网络与强化学习框架相结合，显著提升了传统 RL 在高维状态空间和连续动作空间下的表达与决策能力。得益于深度网络强大的特征提取能力，DRL 在复杂感知输入（如激光雷达、视觉信息）和高动态环境中表现出优异性能，并在多项基准任务中达到了甚至超越人类水平的控制效果^[43–45]。这使得 DRL 成为解决复杂自主导航问题的有力工具。

然而，现有多数 DRL 方法侧重于最大化未来累积收益的期望值，往往忽略罕见但后果严重的灾难性风险。在无人机等安全关键型机器人应用中，仅追求高期望回报难以满足实际需求，如何在不确定环境下进行风险感知与安全决策成为亟需解决的关键挑战。

风险敏感性强化学习的一种直观思路是基于最坏情况收益进行决策，但该策略往往导致过度保守的行为^[46]。为在性能与安全性之间取得平衡，近年来的研究开始对未来

收益的分布进行建模，并通过调节风险度量生成具有不同风险偏好的策略^[47]。尽管部分工作仅通过高斯分布的均值和方差来近似刻画收益不确定性，分布式强化学习能够进一步恢复累积收益的完整分布信息^[48]，从而更准确地刻画决策过程中的随机性。其重要优势在于能够自然支持不同风险倾向策略的生成，在风险感知控制与安全决策中展现出较大潜力^[49,50]。

基于上述研究进展，本小节首先综述基于强化学习的导航方法，随后介绍分布式强化学习在无人机导航与协同决策中的研究现状及典型应用。

2.2.1 基于强化学习的自主导航

近年来，基于强化学习的无人机自主导航方法取得了快速发展，其优势主要体现在对复杂环境的良好泛化能力以及在不确定条件下所具备的鲁棒决策性能。随着无人机应用逐步从仿真走向真实场景，如何在学习框架中合理刻画环境风险与感知不确定性，已成为提升自主导航系统安全性与可靠性的关键挑战。

围绕上述目标，研究者提出了多种基于强化学习的无人机导航与避障方法。文献[51]通过神经网络预测未来多个时间步内发生碰撞的概率，并将其作为避障决策的重要依据，同时结合 MC-dropout^[52] 与 bootstrap 方法^[53] 对模型预测不确定性进行量化评估。文献[54]引入长短期记忆网络^[55]对无人机历史运动信息进行建模，使系统能够在动态环境中刻画不确定性的时序演化特征。此外，Fan 等人^[56]采用无模型策略网络直接完成动作选择，以降低对环境建模的依赖。文献 Cho 等人^[57]则利用门控循环单元预测局部观测的不确定性，并依据预测方差自适应调节随机策略的探索强度，从而在导航安全性与探索效率之间实现折中。

除了导航性能之外，基于学习的无人机系统在安全性方面的问题同样引起了广泛关注。基于可达性分析的方法能够为系统安全性提供严格的理论保证，然而这类方法在面对视觉、激光雷达等高维且信息丰富的传感器输入时往往难以有效建模；同时，随着系统状态维度的增加，其计算复杂度迅速上升，从而限制了其在复杂无人机系统中的可扩展性^[58–60]。

针对上述问题，部分研究引入判别式学习模型来构建安全预测器^[61]，通过评估当前状态或预测轨迹是否存在触发不安全行为的风险，并在检测到潜在危险时切换至预先设计的安全控制策略。然而，这类基于判别式安全预测的方法仍然存在一定的局限性。首先，当系统在实际运行过程中遭遇训练阶段未覆盖的环境情形，或输入数据分布发生变化时，判别模型往往难以对全新输入作出可靠判断，甚至可能将潜在的不安全状态误判为安全状态。相比之下，基于统计建模的不确定性估计方法在面对未知环境时通常会表现出较高的不确定性，从而为系统提供更为保守且可信的风险度量。其次，此类方法通常依赖于一个预先设计的安全控制器，并假设该控制器能够将系统从任意不安全状态中恢复。然而，在复杂动态环境或计算资源受限的无人机平台上，这一假设往往难以成立，从而限制了方法的实际适用性。

基于上述分析，在本文关注的应用场景中，风险度量与不确定性估计亟需在有限计算资源条件下实现高效、可靠的推断。为此，本文提出的方法通过对不确定性进行直接建模并加以利用，以引导策略行为的调整，而不依赖于判别式安全预测器或额外引入安全控制模块。随着不确定性水平的增加，策略能够自然退化为更为谨慎的探索行为，从而在提升系统安全性与鲁棒性的同时，兼顾方法的自动化程度与计算效率，使其更适合部署于计算资源受限的无人机平台。

2.2.2 分布式强化学习

分布强化学习（Distributional Reinforcement Learning）近年来发展迅速，其核心思想是对价值函数的完整分布进行建模，而非仅关注期望值^[62,63]。由于收益分布蕴含的信息远超一阶统计量，利用分布信息能够支持更精细的决策，从而提升策略性能。近期研究还表明，类似的分布式价值表征机制可能与人类大脑中的决策过程相一致^[64]。

分布强化学习已被成功应用于多种安全关键型场景，例如遮挡路口的自动驾驶^[65]以及移动无人机的室内导航^[66]。这类方法通常能够在训练阶段学习具有不同风险偏好的策略，并在部署时通过调节风险指标进行选择。然而，对于给定的任务环境，其风险倾向通常仍然被设定为固定值。

在实际复杂环境中，理想的风险水平应随环境状态动态变化。例如，飞行器在良好天气条件下巡航时可采取相对激进的策略，而在恶劣天气下降落时则需要更加保守的行为。这表明，风险倾向不仅与任务目标相关，还应根据环境反馈进行自适应调整，而实现风险偏好的在线、自动调节是构建智能自主系统的重要一步。

在方法层面，分布强化学习的早期代表是分类 DQN^[47]，其具体原理是用一组事先选好的、固定的收益取值点，来近似真实但连续的收益概率分布。随后，分位数回归方法被提出以提高分布表示的灵活性^[67]。其中，分位数回归 DQN^[67] 通过在固定分位点上近似分位数函数来学习收益分布，而隐式分位数网络^[68] 则进一步通过从均匀分布中采样分位数分数，利用神经网络隐式建模分位数函数，从而提升近似精度与表达能力。隐式分位数网络通常以沃瑟斯坦距离作为训练损失，用于度量分布之间的差异。

在安全关键应用中，已有研究将分布强化学习与安全约束相结合。例如，文献 [69] 将隐式分位数网络引入自动驾驶场景，通过风险规避型策略与安全保证机制的结合，实现了复杂交叉路口的安全决策；在此基础上，Choi 等人^[70] 提出了一种支持多种风险敏感水平的移动机器人导航方法，使机器人能够在办公环境中执行安全导航任务。

尽管上述方法允许在不重新训练策略的情况下调整风险偏好，但其风险倾向在部署阶段通常仍保持固定，难以充分适应动态变化的环境不确定性。

2.3 研究现状小结

综上所述，在无人机协同定位方面，现有研究已从依赖外部基础设施的绝对定位方法，逐步发展到基于无线通信与测距的相对定位框架。基于优化的方法虽能获得较高精度，但其计算复杂度和资源消耗限制了在微型无人机平台上的实时应用；基于滤波的协同定位方法因计算高效而更具实用性，但其性能高度依赖于噪声统计特性的先验建模。尽管自适应卡尔曼滤波在一定程度上缓解了噪声协方差未知的问题，现有方法在计算开销、滤波稳定性以及复杂动态环境下的鲁棒性方面仍存在不足，难以同时满足微型无人机对实时性与可靠性的双重要求。

在无人机自主导航领域，强化学习尤其是深度强化学习凭借其在高维感知输入和复杂动态环境中的强大决策能力，已成为解决自主导航与避障问题的重要工具。然而，多数现有方法仍以期望收益最大化为目标，对罕见但高风险事件的刻画能力有限，在安全关键型应用中存在潜在隐患。分布强化学习通过对累积收益分布进行建模，为风险敏感决策提供了更丰富的信息表达，并已在自动驾驶和机器人导航等安全场景中展现出良好潜力。然而，当前方法通常假设风险偏好在部署阶段保持固定，难以根据环境不确定性和任务状态进行动态调整。

因此，如何在计算资源受限的无人机平台上，同时实现高效可靠的协同定位、不确定性感知以及风险自适应决策，仍然是无人机自主系统面临的关键挑战。这也为本文从不确定性建模与风险自适应角度出发，构建兼顾安全性、鲁棒性与实时性的无人机协同感知与自主导航方法提供了明确的研究动机。

第三章 撰写正文

3.1 研究生学位论文的一般格式与顺序

根据《东南大学研究生学位论文格式规定》^[?]第一条之要求，研究生学位论文一般应由如下部分组成：

1. 中文封面
2. 中文页面
3. 英文封面
4. 论文独创性声明和使用授权声明
5. 中文内容提要及关键词
6. 英文内容提要及关键词
7. 目录
8. 符号、变量、缩略词等本论文专用术语注释表
9. 正文
10. 致谢
11. 参考文献
12. 附录
13. 中英文索引
14. 作者简介（包括在学期间发表的论文和取得的学术成果清单）
15. 后记

上述各部分得按照此顺序排列，其中青色标注的部分为可选部分。我们已经在第??章中介绍了上述列表中第 1-3 项关于封面中各条目的填写与生成方法。在本章中，我们将介绍如何撰写论文的正文以及其他部分。

3.2 独创性与授权声明

紧接在中英文封面后的应该是论文的独创性声明和使用授权声明，具体的文本内容请参考《学位论文独创性和使用授权声明》^[?]。

本模板已经包含了对独创性声明和授权声明的自动生成，当编译引擎执行到

```
\makebigcover
\makecover
```

时会自动到目录下的 seumasterthesis.cfg 文件中寻找独创性与授权声明的预定义文本。

3.3 中英文摘要

《东南大学研究生学位论文格式规定》^[?]的第一条第二款中对论文摘要有如下要求：

论文摘要中文约 500 字左右，英文约 200-300 词左右，二者应基本对应。它是论文内容的高度概括，应说明研究目的、研究方法、成果和结论，要突出本论文的创造性成果或新的见解，用语简洁、准确。论文摘要后还应注明本文的关键词 3-5 个。关键词应为公知公用的词和学术术语，不可采用自造字词和略写、符号等，词组不宜过长。

英文摘要采用第三人称单数语气介绍该学位论文内容，目的是便于其他文摘摘录，因此在写作英文文摘时不宜用第一人称的语气陈述。叙述的基本时态为一般现在时，确实需要强调过去的事情或者已经完成的行为才使用过去时、完成时等其他时态。可以采用被动语态，但要避免出现用“This paper”作为主语代替作者完成某些研究行为。

打开工程目录下 chapters 文件夹中的 abstract.tex 文件，你就可以开始撰写论文的摘要。对于中文摘要，你会看到形如：

```
\begin{abstract}{生物学，钓鱼，铁憨憨}
我今天没吃饱。下面我将用70页的篇幅说明我今天为啥没吃饱，但是你看完后不一定能看懂。
\end{abstract}
```

这样的结构。在\begin{abstract} 之后的大括号里，你可以填写你的中文关键词。接下来直到\end{abstract} 之前的所有内容都将在编译时被视作你中文摘要的正文内容。英文摘要也与此类似，在 abstract.tex 文件中，你会看到形如：

```
\begin{englishabstract}{Biology, Phishing, Fucking Idiot}
I am not full today. I will use 70 pages to explain why I ain't full, but you may
not understand after reading this piece of shit.
\end{englishabstract}
```

这样的结构，你可以把你的英文关键词和摘要填写在相应的位置。`main.tex` 主文件通过：

```
\input{chapters/abstract}
```

将 `abstract.tex` 文件作为外部依赖引入到主文件中，编译引擎在执行到该语句时会自动到 `chapters` 目录下寻找相应文本。

3.4 论文章节及图表目录

本模板支持对所有章节和图表自动生成目录，在 `main.tex` 中：

```
\tableofcontents
\listoftothers
```

语句控制了所有目录的自动生成，你不需要进行任何多余的操作。

3.5 正文

我们在 `chapters` 目录下为你准备了若干名为 `chapterx.tex` 的文件，我们建议你将正文分章节书写在这些文件中。如果我们为你准备的 6 个章节文件尚且不能够满足你的章节数量需求，你可以继续在该目录下创建新的章节文件，并将其作为外部依赖添加到 `main.tex` 主文件中，就像这样：

```
...
\input{chapters/chapter6}
\input{chapters/chapter7}
\input{chapters/chapter8}
...
```

本模板对文章的章节结构支持到了小节级别。如果你想创建新的章，请使用：

```
\chapter{母猪的产后护理}
```

这样的命令，它将为你新建一个名为“母猪的产后护理”的章。节与小节的创建方法与此类似：

```
\section{母猪产后抑郁了怎么办}  
\subsection{母猪的心理疏导}
```

LATEX 相比于 Microsoft Word 等文本编辑器的优势在于，它对交叉引用和自动编号的支持极其自然和友好，以至于你完全不需要耗费精力管理相关的内容。比如说你在正文中需要引用前文的某个章节，你只需要在该章节处添加一个标签，就像这样：

```
\chapter{母猪的产后护理}  
\label{chp:postnatal_care}
```

随后如果你想要在其他部分引述该章节的内容。你只需要在相应位置插入该章节的标签，就像这样：

在第\ref{chp:postnatal_care}章，我们介绍了如何对母猪进行产后护理。那么萨达姆是如何根据该经验做好对美国的战斗准备的呢？

那么在论文编译时，上面的引用就会被自动替换为相应章节的名称，就像这样：

在第三章，我们介绍了如何对母猪进行产后护理。那么萨达姆是如何根据该经验做好对美国的战斗准备的呢？

在论文的撰写过程中请活用该功能，它能为你提供许多方便。

3.6 致谢

你可以在 chapters 目录下的 acknowledgement.tex 文件中写下你对任何人的任何感谢，这是学位论文中你唯一可以恣情释放的地方，请尽情享受吧。

3.7 参考文献

和目录与引用类似，本模板支持对参考文献列表的自动生成，在 main.tex 中：

```
\thesisbib{seumasterthesis}
```

命令实现了这一功能。关于如何引入参考文献以及如何在正文中引用特定的参考文献条目，我们还将在第五章进行详细地介绍。

3.8 附录

根据《东南大学研究生学位论文格式规定》^[?]的第一条第八款，你可以将正文有关的原始数据明细表、较多的图表、程序源代码、过长的公式推导等不宜置于正文部分的文本放在附录中。你可以在 `chapters` 目录下的 `appendix.tex` 文件中添加你的附录。如果你有多个附录的话，可以通过在该文件中新增：

```
\chapter{沙漠风暴行动D日攻击计划表}
```

来添加附录项。每个附录项都将被以大写英文字母编号和排序，并均会新起一页。除此之外，附录内容的撰写方法和正文基本一致。

如果你的论文不需要安排附录，请在 `main.tex` 主文件中删去或注释该行：

```
\input{chapters/appendix}
```

3.9 作者简介

你可以在作者简介部分简要介绍你的姓名、出生年月、籍贯等基本信息，并简要列举你在攻读学位阶段参与的科研课题、发表的学术论文、获取的发明专利或著作权，以及其他的一些科研成果。《东南大学研究生学位论文格式规定》^[?]的第一条第十款建议硕士研究生将该部分限制在 1000 字以内，博士研究生则在 2000 字以内。

我们在 `chapters` 目录下的 `resume.tex` 文件中为你准备了一份模板，你可以根据你的实际情况进行修改。

第四章 特殊环境与浮动体

事实上我们本该假设所有使用本 \LaTeX 论文模板的人都具备了相当的 \LaTeX 使用经验和知识，如果这样那么本章所介绍的内容是不言自明的。但是也存在很多初次接触 \LaTeX 的研究生朋友，因为各种不同的原因而尝试使用 \LaTeX 进行论文排版。因此我们认为还是有必要对这些 \LaTeX 中的基本元素进行反复地强调，以避免我们的个别开发者的邮箱和 GitHub Issues 被投诉和问询填满。如果你是一个 \LaTeX 老手，你可以直接跳过本章而不用担心漏过任何重要内容。

4.1 图片

4.1.1 插入图片

在 \LaTeX 文档中插入图片，你需要如下的代码：

```
\begin{figure}[htbp]
\centering
\includegraphics[width=.3\linewidth]{figures/content/4_1}
\caption{插入图片示例}
\label{fig:4_1}
\end{figure}
```

上面的代码会插入如下效果的图片：



图 4-1 插入图片示例

4.1.2 浮动体环境与位置标识符

```
\begin{figure}[htbp]
\end{figure}
```

声明了一个图片浮动体环境。浮动体是 L^AT_EX 中的一种特殊容器，用于容纳占据篇幅较大但不方便分页的内容，如图片或表格。方括号中的字母是浮动体位置标识符，用于向 L^AT_EX 编译引擎提出位置建议。常见的位置标识符有以下 4 种：

- **h**: 表示 *here*。L^AT_EX 编译引擎在面对用 **h** 标识的浮动体时会首先尝试在声明位置插入浮动体；
- **t**: 表示 *top*。L^AT_EX 编译引擎会尝试在当页顶部安置浮动体；
- **b**: 表示 *bottom*。L^AT_EX 编译引擎会尝试在当页底部安置浮动体；
- **p**: 表示 *float page*。L^AT_EX 编译引擎会尝试为该浮动体分页并使其占据全页。

你可以使用多个位置标识符并将其自由组合，你指定的顺序代表你向 L^AT_EX 编译引擎所推荐的优先级。需要说明的是，编译引擎并不保证会按照你所指定的位置优先级安置浮动体，而是会根据浮动体大小、其在页面中的位置、文字的相对分布等多种因素决定浮动体的位置。因此在论文写作过程中，我们不建议你使用如“下图”，“上表”等使用方位来指代特定图片或表格的表述，因为你所插入的图片或表格很有可能并不会被编译到你想要它出现的位置。当然，你也可以在标识符前加上! 号来表示强制位置，如!**h**。但是我们不推荐这样做，因为这可能会造成很多你意想不到的后果。

来自 Reanon 的建议：一般情况下使用「**htbp**」就够了。有时候图片表格过大，导致它们出现独占一页的情况，可以使用「**H**」来强制指定位置。

4.1.3 图片的大小与路径

```
\centering
\includegraphics[width=.5\linewidth]{figures/content/4_1}
```

centering 表示浮动体在控制范围内居中。**includegraphics** 语句向编译引擎指定你所想要引入的图片的大小与保存路径。在该命令之后跟随的方括号中，你可以指定图片的长或宽。默认情况下 L^AT_EX 会锁定图片的长宽比例，因此你只需要指定长宽中的一个即可。后面的大括号用于填写图片的路径，你可以使用主文件 **main.tex** 的相对路径来表示。我们在模板根目录下设置了一个名为 **figures** 的目录用于存放图片，我们建议你把论文需要的所有图片放置于该目录下的 **content** 文件夹中以便查找和管理。

4.1.4 图片的标题与标签

```
\caption{插入图片示例}
\label{fig:4_1}
```

`caption` 用于指定图片的标题。`label` 用于给图片添加标签，便于你在文本中引用该图片。对于上面的图片，如果我们想要在论文中引述其内容，可以采用如下方法：

图`\ref{fig:4_1}`是东南大学的校徽，它的设计中蕴含着多种寓意。

上述文本在编译后会呈现这样的效果：

图4-1是东南大学的校徽，它的设计中蕴含着多种寓意。

4.1.5 图片的并排

很多时候，你可能会想要将两张图片并排放置以节省排版空间。我们支持并鼓励你这样做。你只需要引入如下的代码：

```
\begin{figure}[htbp]
\centering
\begin{minipage}[t]{0.48\textwidth}
\centering
\includegraphics[width=6cm]{figures/content/4_2}
\caption{GitHub}
\label{fig:4_2}
\end{minipage}
\begin{minipage}[t]{0.48\textwidth}
\centering
\includegraphics[width=8cm]{figures/content/4_3}
\caption{NPM}
\label{fig:4_3}
\end{minipage}
\end{figure}
```

编译后的效果是这样的：

注意，在上述代码中，我们定义了一个 `figure` 浮动体环境，并在其中用两个：



图 4-2 GitHub



图 4-3 npm

```
\begin{minipage}[t]{0.48\textwidth}
\end{minipage}
```

包裹了两张图片的声明。和单个图片类似，你也可以指定 `minipage` 相对浮动体的位置和大小。编译引擎将根据你 `minipage` 的大小调整在一行显示的图片数量。需要注意的是，在两个 `minipage` 声明之间请勿空行，因为 L^AT_EX 编译引擎会将空行视作换行请求而错误地将你的两张图片上下放置。

4.1.6 子图

和图片并排类似，子图也用于提供在水平方向上组织浮动体的功能。和图片的简单并排不同的是，子图功能一般用于表达同一主题下内容相近或有对比意义的图片或其他浮动体。对于子图功能，你需要引入如下代码：

```
\begin{figure}[htbp]
\centering
\subfloat[彩色标志]{\includegraphics[width=.38\textwidth]{figures/content/4_4}}
\quad\quad
\subfloat[单色标志]{\includegraphics[width=.38\textwidth]{figures/content/4_5}}
\caption{东南大学校徽的视觉设计}
\label{fig:4_4}
\end{figure}
```

编译后呈现如下效果：

`subfloat` 命令指定了图片的子图单元，你可以在命令后的方括号中指定子图的名称，并在随后的大括号中声明子图的版式和索引路径。

4.2 表格

4.2.1 插入表格

在论文中插入表格的方法与图片类似，示例代码如下：

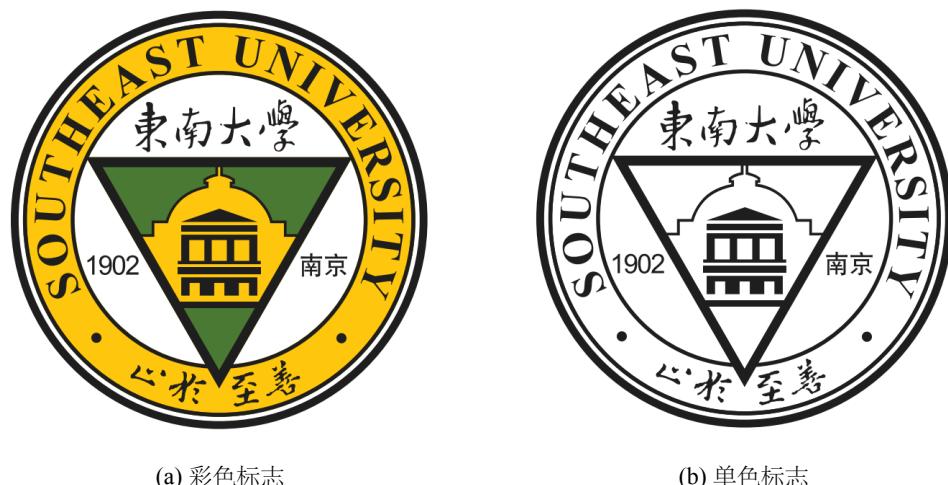


图 4-4 东南大学校徽的视觉设计

```
\begin{table}[htbp]
\centering
\caption{东南大学院系列表}
\label{tab:4_1}
\begin{tabular}{cl}
\toprule
院系编号 & \multicolumn{1}{c}{院系名称} & \multicolumn{1}{c}{院系英文译名} \\
\midrule
01 & 建筑学院 & School of Architecture \\
02 & 机械工程学院 & School of Mechanical Engineering \\
03 & 能源与环境学院 & School of Energy and Environment \\
04 & 信息科学与工程学院 & School of Information Science and Engineering \\
05 & 土木工程学院 & School of Civil Engineering \\
\bottomrule
\end{tabular}
\end{table}
```

编译后的效果如表 4.1 所示。

想要定义一个表格，首先需要声明浮动体环境：

表 4.1 东南大学院系列表

院系编号	院系名称	院系英文译名
01	建筑学院	School of Architecture
02	机械工程学院	School of Mechanical Engineering
03	能源与环境学院	School of Energy and Environment
04	信息科学与工程学院	School of Information Science and Engineering
05	土木工程学院	School of Civil Engineering

```
\begin{table}[htbp]
\centering
\caption{东南大学院系表}
\label{tab:4_1}
\end{table}
```

在声明表格浮动体时，你也可以指定该表格的标题和标签，这与图片的声明类似。需要提醒的是，根据《东南大学研究生学位论文格式规定》^[?]第一条第五款第六则的要求，表格的标题应该位于表格的上方，而图片的标题应该出现在图片的下方。

表格的具体内容在需要在浮动体中用 `tabular` 环境声明：

```
\begin{tabular}{cll}
\toprule
院系编号&\multicolumn{1}{c}{院系名称}&\multicolumn{1}{c}{院系英文译名}\\
\midrule
01 & 建筑学院 & School of Architecture \\
02 & 机械工程学院 & School of Mechanical Engineering \\
03 & 能源与环境学院 & School of Energy and Environment \\
04 & 信息科学与工程学院 & School of Information Science and Engineering \\
05 & 土木工程学院 & School of Civil Engineering \\
\bottomrule
\end{tabular}
```

`tabular` 声明后面紧跟着的是表格的纵向对其标准，比如我们的表格有 3 列，就需要使用 3 个字母分别指定这 3 列的对齐准则。你可以使用 `l` 表示左对齐，使用 `r` 表示右对齐，而使用 `c` 表示居中。下面你就可以以行为单位添加表格的内容，行与行间用两条反斜杠隔开，而行中的不同列间使用符号 `&` 隔开。

需要特别注意的是，学术论文一般要求所有表格采用三线表形式。对于三线表，其

列间不允许存在竖分割线，而行间仅在表顶、表头与表身、表尾处用三条横线确定表格的结构。因此在表格绘制时，你需要手动指定三线的位置，并在相应的行间添加下面三条指令，分别指代顶线、中间线和尾线：

```
\toprule
\midrule
\bottomrule
```

事实上，在`LATEX`文本中插入表格确实需要付出很大的精力对表格的内容和样式进行调整，这也是很多初学者诟病`LATEX`的原因之一。为了方便你设计表格，我们向你推荐一个网站，该网站能够使用图形化界面创建表格，然后自动生成对应的`LATEX`代码。你只需要把代码复制到你的文档中，并稍加调整与修正即可。

4.3 算法

一些理学和工学专业的研究可能需要在论文中插入为代码或算法，本模板同样支持这一功能。示例代码如下：

```
\begin{algorithm}
\caption{辗转相除法}
\label{alg:4_1}
\begin{algorithmic}[1]
\Require 一个整数$m$%
\Require 另一个整数$n$%
\Ensure $m$和$n$的最大公约数$r$%
\While {$n > 0$}
    \State $t \leftarrow m \sim mod \sim n$%
    \State $m \leftarrow n$%
    \State $n \leftarrow t$%
\EndWhile
\State $r \leftarrow t$%
\end{algorithmic}
\end{algorithm}
```

上述代码的编译结果如算法 4.1 所示。

和图片和表格类似，声明算法之前你首先要声明用于存放算法伪代码的浮动体：

算法 4.1 辗转相除法

输入: 一个整数 m

输入: 另一个整数 n

输出: m 和 n 的最大公约数 r

```

1: while  $n > 0$  do
2:    $t \leftarrow m \bmod n$ 
3:    $m \leftarrow n$ 
4:    $n \leftarrow t$ 
5: end while
6:  $r \leftarrow t$ 
```

```
\begin{algorithm}
\caption{辗转相除法}
\label{alg:4_1}
\end{algorithm}
```

随后使用 `algorithmic` 开始添加你的伪代码的具体内容。在这里由于篇幅所限，我们仅会提示一些 `algorithmic` 最简单的用法。对于算法的输入项，你需要使用`\Require` 命令指明，而输出项使用`\Ensure` 命令。对于声明和赋值语句，请你以`\State` 开头，而对于判断、循环语句，应该使用如下的形式表达：

```
\If \EndIf
\While \EndWhile
\For \EndFor
```

请注意，这些语句必须两两配对，否则编译时会出现错误。想要了解更多 `algorithmic` 的用法和范例，请自行百度或者参考其官方文档。

来自 Reanon 的建议：「`\beginalgorithmic[1]`」可以显示算法的行号

4.4 公式环境

很多时候，你的论文可能会涉及公式和逻辑推导，这时你可能需要插入数学公式环境。`LATEX` 中的数学公式分为两种，分别是行内公式和行间公式环境。当你想要在文本叙述中插入数学符号时，你需要的是行内公式。你只需要用两个 \$ 符号包裹你的数学符号即可，就像这样：

对于 $\forall \theta \in \Theta$, 如果有 θ 使得…

编译后的结果是这个样子的：

对于 $\forall \theta \in \Theta$, 如果有 α 使得…

但是当你想要表达数学逻辑的推导或者方程的计算时, 你可能需要整块行间的区域进行系统性地阐述, 这时你需要使用行间公式环境。就像这样:

```
\begin{equation}
\label{eq:4_1}
f(x) = \frac{f(x_0)}{0!} + \frac{f'(x_0)}{1!}(x - x_0) + \dots + \frac{f^{(0)}(x_0)}{n!}(x - x_0)^n + R_n(x)
\end{equation}
```

上述代码编译后将呈现这样的效果：

$$f(x) = \frac{f(x_0)}{0!} + \frac{f'(x_0)}{1!}(x - x_0) + \dots + \frac{f^{(0)}(x_0)}{n!}(x - x_0)^n + R_n(x) \quad (4.1)$$

公式 4.1 展示了单行行间公式的表达方式。有时候你还可能需要展示多行的公式, 并且这些公式还要按照某些方式对齐。这时候你需要在 `equation` 环境中再嵌套一个 `aligned` 环境。在每行需要对齐的部分, 你可以使用 `&` 符号显式地指明, 就像这样:

```
\begin{equation}
\label{eq:4_2}
\begin{aligned}
\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx &= \frac{1}{2\lambda} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{|x-\mu|}{\lambda}} dx \\
&= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-|t|} dt \\
&= 1
\end{aligned}
\end{equation}
```

上述代码编译后将呈现这样的效果：

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx &= \frac{1}{2\lambda} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{|x-\mu|}{\lambda}} dx \\ &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-|t|} dt \\ &= 1 \end{aligned} \quad (4.2)$$

我们只展示了一小部分数学公式的语法，如果你有更复杂的表达需求，请自行百度。

4.5 引用浮动体

我们已经在 3.5 节中介绍了正文章节的引用，并在本章展示了对图、表、算法和公式的引用。为了使你在面临大量标签时也能够快速找到你需要引用的内容，同时也为了提升你文档的结构与条理，我们建议你分别用不同的前缀表记不同类型的引用对象，就像这样：

```
\label{chp:chapter_name}
\label{sec:section_name}
\label{subsec:subsection_name}
\label{fig:figure_name}
\label{tab:table_name}
\label{alg:algorithm_name}
\label{eq:equation_name}
```

你也可以设计你自己的引用标签，上面的示例只是我们的一个建议。很多编辑器在你输入 `ref` 时会自动弹出代码提示，自定义标签配合代码提示能够帮助你更快索引到你想要的引用标签。

4.6 代码环境

一些计算机、软件、电子等专业的毕业论文可能需要展示少量代码，本模板同样也提供了代码环境。比如，下面我们展示了一个 Java 程序：

```
public static void main(String[] args) {
    System.out.println("你好世界");
}
```

想要实现这样的效果，你只需要将代码包裹在 `lstlisting` 环境中。你还可以指定代码所属的语言，这样 `lstlisting` 环境就可以为你实现一定程度上的代码高亮。想要查询你所使用的计算机语言是否被 `lstlisting` 支持，请直接参阅 `lstlisting` 的官方文档。

4.7 术语与符号

你的论文中可能涉及到了大量的符号、英文缩写或术语，你可以在文中对这些符号进行说明，就像这样：

```
\nomenclature{PDF}{Portable Document Format}
```

你应该在 `nomenclature` 命令后的第一对括号中填写术语或符号名称，下一对括号中填写对术语或符号的解释或定义。当论文编译时，这些术语与符号将会被自动列入目录页后的术语与符号表，并按照英文字母序排列。

第五章 参考文献

5.1 导入参考文献

你有多种方式导入参考文献，最常用的一种是直接从百度学术或谷歌学术中获取文献的 BibTeX 信息，就像这样：

```
@article{blum2013learning,
    title={A learning theory approach to noninteractive database privacy},
    author={Blum, Avrim and Ligett, Katrina and Roth, Aaron},
    journal={Journal of the ACM (JACM)},
    volume={60},
    number={2},
    pages={1--25},
    year={2013},
    publisher={ACM New York, NY, USA}
}
```

你只需要将其粘贴到模板根目录下的 `seumasterthesis.bib` 文件中，就能在你的论文中引用该文献。

5.2 引用参考文献

在你的正文中，你有两种方法引用参考文献，其中一种是这样的：

```
\cite{blum2013learning}
```

它用于实现上标样式的文献引用，就像这样^[?]。一般我们引用参考文献均采用这种方式。而在另一些情况下，你所引用的参考文献需要在文章或段落中充当语言成分，这时你应当这样引用参考文献：

```
\citen{blum2013learning}
```

比如在文献综述中，你可能需要这样列举文章所做的工作：

文章 [?] 提出了一种基于非交互式数据库隐私的机器学习理论...

5.3 参考文献样式

本模板的参考文献渲染样式基于 GB/T 7714-2015 国家标准，模板的 BST 文件来自南京大学的胡海星同学提供的CTeX-org，在此对他的工作表示感谢。

此外，工程根目录下的附录 3 是《中华人民共和国关于参考文献著录规则的国家标准 GB/T 7714-2015》的原文，有需要的同学可以参阅。

第六章 版权信息与更新记录

6.1 版权信息

本模板基于宋睿同学发布在SEU-master-thesis 并在上述工作的基础上进行了微调，解决了一些自己编写代码过程中 BUG。

致 谢

感谢许元和樊智猛等前人的工作，没有他们的工作也就不会有这个模板的诞生。也感谢使用该模板的每一个人，因为你们的开放与进取心使得 L^AT_EX 在东南大学的氛围越来越好。

参考文献

- [1] AWASTHI S, FERNANDEZ-CORTIZAS M, REINING C, et al. Micro uav swarm for industrial applications in indoor environment: a systematic literature review[J]. *Logistics Research*, 2023, 16(1):1-43.
- [2] SAKYA G, SHIVAM, RANI N, et al. Cloud-based swarm robotics for modern agriculture [C]. *International Conference on Data Analytics & Management*. Springer, 2023. 159-172.
- [3] KING A. Robot wars: Autonomous drone swarms and the battlefield of the future[J]. *Journal of Strategic Studies*, 2024, 47(2):185-213.
- [4] INGALE K, DESHMUKH A, DESHPANDE A, et al. Multi-agent swarm robotics for accurate position detection in disaster scenarios[C]. *2023 International Conference on Inventive Computation Technologies (ICICT)*. IEEE, 2023. 1454-1460.
- [5] PLIAKOS C, VLACHOS S, BLIAMIS C, et al. Preliminary design of a multirotor uav for indoor search and rescue applications[C]. *Journal of Physics: Conference Series*: volume 2716. IOP Publishing, 2024. 012067.
- [6] FEI W, XIAOPING Z, ZHOU Z, et al. Deep-reinforcement-learning-based uav autonomous navigation and collision avoidance in unknown environments[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2024, 37(3):237-257.
- [7] LUCA C, GIUSTI A, PALOSSI D. High-throughput visual nano-drone to nano-drone relative localization using onboard fully convolutional networks. 2024[Z].
- [8] YIN P, ZHAO S, WANG J, et al. iloc: An adaptive, efficient, and robust visual localization system[J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2025.
- [9] CHIASSON D, LIN Y, KOK M, et al. Asynchronous hyperbolic uwb source-localization and self-localization for indoor tracking and navigation[J]. *IEEE Internet of Things Journal*, 2023, 10(13):11655-11668.
- [10] YANG J, DONG B, WANG J. Vuloc: Accurate uwb localization for countless targets without synchronization[J]. *Proceedings of the ACM on Interactive, Mobile, Wearable and Ubiquitous Technologies*, 2022, 6(3):1-25.

- [11] KIM D H, FARHAD A, PYUN J Y. Uwb positioning system based on lstm classification with mitigated nlos effects[J]. IEEE Internet of Things Journal, 2022, 10(2):1822-1835.
- [12] ZHAO W, GOUDAR A, SCHOELLIG A P. Finding the right place: Sensor placement for uwb time difference of arrival localization in cluttered indoor environments[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2022, 7(3):6075-6082.
- [13] DOMUTA I, PALADE T P. Two-way ranging algorithms for clock error compensation [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2021, 70(8):8237-8250.
- [14] CANO J, PAGÈS G, CHAUMETTE É, et al. Clock and power-induced bias correction for uwb time-of-flight measurements. ieee robot autom lett 7 (2): 2431–2438[Z]. 2022.
- [15] AYMAN SHALABY M, CHAMPAGNE COSSETTE C, FORBES J R, et al. Calibration and uncertainty characterization for ultra-wideband two-way-ranging measurements[J]. arXiv e-prints, 2022:arXiv-2210.
- [16] CANO J, LE NY J. Ranging-based localizability optimization for mobile robotic networks [J]. IEEE Transactions on Robotics, 2023, 39(4):2842-2860.
- [17] NGUYEN T H, XIE L. Relative transformation estimation based on fusion of odometry and uwb ranging data[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2023, 39(4):2861-2877.
- [18] JIA S, XIONG R, WANG Y. Distributed initialization for visual-inertial-ranging odometry with position-unknown uwb network[C]. 2023 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). IEEE, 2023. 6246-6252.
- [19] LIU J, HU G. Relative localization estimation for multiple robots via the rotating ultra-wideband tag[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2023, 8(7):4187-4194.
- [20] BUX W, CLOSS F, KUEMMERLE K, et al. Chapter 2 the token ring[M]. Local Area Networks: An Advanced Course: Glasgow, July 11–22, 1983 Proceedings. Springer, 2005. 36-63.
- [21] Ieee standard for low-rate wireless networks—amendment 1: Enhanced ultra wideband (uwb) physical layers (phys) and associated ranging techniques[J/OL]. IEEE Std 802.15.4z-2020 (Amendment to IEEE Std 802.15.4-2020), 2020:1-174. DOI: 10.1109/IEEEESTD.2020.9179124.
- [22] GUO K, QIU Z, MENG W, et al. Ultra-wideband based cooperative relative localization algorithm and experiments for multiple unmanned aerial vehicles in gps denied environments[J]. International Journal of Micro Air Vehicles, 2017, 9(3):169-186.

- [23] LI S, COPPOLA M, DE WAGTER C, et al. An autonomous swarm of micro flying robots with range-based relative localization[J]. arXiv preprint arXiv:2003.05853, 2020.
- [24] SHAN F, HUO H, ZENG J, et al. Ultra-wideband swarm ranging protocol for dynamic and dense networks[J]. IEEE/ACM Transactions on Networking, 2022, 30(6):2834-2848.
- [25] SHAN F, ZENG J, LI Z, et al. Ultra-wideband swarm ranging[C]. IEEE INFOCOM 2021-IEEE Conference on Computer Communications. IEEE, 2021. 1-10.
- [26] VÁSÁRHELYI G, VIRÁGH C, SOMORJAI G, et al. Optimized flocking of autonomous drones in confined environments[J]. Science Robotics, 2018, 3(20):eaat3536.
- [27] JIA J, GUO K, LI W, et al. Composite filtering for uwb-based localization of quadrotor uav with skewed measurements and uncertain dynamics[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2022, 71:1-13.
- [28] OUMAR O A, TOKHI M O, SATTAR T P, et al. Indoor localisation of mobile robots with ultra wideband using experimental tdoa[C]. Climbing and Walking Robots Conference. Springer, 2023. 236-250.
- [29] BRANDSTÄTTER A, SMOLKA S A, STOLLER S D, et al. Multi-agent spatial predictive control with application to drone flocking (extended version)[J]. arXiv preprint arXiv:2203.16960, 2022.
- [30] CAO Z, LIU R, YUEN C, et al. Relative localization of mobile robots with multiple ultra-wideband ranging measurements[C]. 2021 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). IEEE, 2021. 5857-5863.
- [31] ALLOTTA B, CAITI A, COSTANZI R, et al. Development and online validation of an ukf-based navigation algorithm for auvs[J]. IFAC-PapersOnLine, 2016, 49(15):69-74.
- [32] BO X, RAZZAQI A A, YALONG L. Cooperative localisation of auvs based on huber-based robust algorithm and adaptive noise estimation[J]. The Journal of Navigation, 2019, 72(4):875-893.
- [33] HUANG Y, ZHANG Y, XU B, et al. A new outlier-robust student's t based gaussian approximate filter for cooperative localization[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2017, 22(5):2380-2386.
- [34] AKAI N. Reliable monte carlo localization for mobile robots[J]. Journal of Field Robotics, 2023, 40(3):595-613.

- [35] WANG B, MA Z, LAI S, et al. Neural moving horizon estimation for robust flight control [J]. IEEE Transactions on Robotics, 2023, 40:639-659.
- [36] KRUSE T, GRIEBEL T, GRAICHEN K. Adaptive kalman filtering: Measurement and process noise covariance estimation using kalman smoothing[J]. IEEE Access, 2025.
- [37] DAVARI N, GHOLAMI A. Variational bayesian adaptive kalman filter for asynchronous multirate multi-sensor integrated navigation system[J]. Ocean Engineering, 2019, 174: 108-116.
- [38] HAJIYEV C, HACIZADE U. A covariance matching-based adaptive measurement differencing kalman filter for ins's error compensation[J]. WSEAS Transactions on Systems and Control, 2023, 18:478-486.
- [39] YOUN W, KO N Y, GADSDEN S A, et al. A novel multiple-model adaptive kalman filter for an unknown measurement loss probability[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2020, 70:1-11.
- [40] LIN S H, CHANG CHIEN H H, WANG W W, et al. An efficient iakf approach for indoor positioning drift correction[J]. Sensors, 2022, 22(15):5697.
- [41] DING Z, HUANG Y, YUAN H, et al. Introduction to reinforcement learning[M]. Deep reinforcement learning: fundamentals, research and applications. Springer, 2020. 47-123.
- [42] CLIFTON J, LABER E. Q-learning: Theory and applications[J]. Annual Review of Statistics and Its Application, 2020, 7(1):279-301.
- [43] LI S E. Deep reinforcement learning[M]. Reinforcement learning for sequential decision and optimal control. Springer, 2023. 365-402.
- [44] MNIH V, KAVUKCUOGLU K, SILVER D, et al. Human-level control through deep reinforcement learning[J]. nature, 2015, 518(7540):529-533.
- [45] TANG C, ABBATEMATTEO B, HU J, et al. Deep reinforcement learning for robotics: A survey of real-world successes[J]. Annual Review of Control, Robotics, and Autonomous Systems, 2025, 8(1):153-188.
- [46] NOORANI E, MAVRIDIS C N, BARAS J S. Risk-sensitive reinforcement learning with exponential criteria[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2025.
- [47] BELLEMARE M G, DABNEY W, ROWLAND M. Distributional reinforcement learning [M]. MIT Press, 2023.

- [48] LUIS C E, BOTTERO A G, VINOGRADSKA J, et al. Value-distributional model-based reinforcement learning[J]. Journal of Machine Learning Research, 2024, 25(298):1-42.
- [49] URPI N A, CURI S, KRAUSE A. Risk-averse offline reinforcement learning[J]. arXiv preprint arXiv:2102.05371, 2021.
- [50] MA X, ZHANG Q, XIA L, et al. Distributional soft actor critic for risk sensitive learning [J]. arXiv preprint arXiv:2004.14547, 2020, 7.
- [51] KAHN G, VILLAFLOR A, PONG V, et al. Uncertainty-aware reinforcement learning for collision avoidance[J]. arXiv preprint arXiv:1702.01182, 2017.
- [52] FOLGOC L L, BALATZIS V, DESAI S, et al. Is mc dropout bayesian?[J]. arXiv preprint arXiv:2110.04286, 2021.
- [53] PEER O, TESSLER C, MERLIS N, et al. Ensemble bootstrapping for q-learning[C]. International conference on machine learning. PMLR, 2021. 8454-8463.
- [54] OYEWOLA D O, AKINWUNMI S A, OMOTEHINWA T O. Deep lstm and lstm-attention q-learning based reinforcement learning in oil and gas sector prediction[J]. Knowledge-Based Systems, 2024, 284:111290.
- [55] KRICHEN M, MIHOUB A. Long short-term memory networks: A comprehensive survey [J]. AI, 2025, 6(9):215.
- [56] FAN T, LONG P, LIU W, et al. Learning resilient behaviors for navigation under uncertainty[C]. 2020 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). IEEE, 2020. 5299-5305.
- [57] CHO K, VAN MERRIËNBOER B, BAHDANAU D, et al. On the properties of neural machine translation: Encoder-decoder approaches[J]. arXiv preprint arXiv:1409.1259, 2014.
- [58] GU S, YANG L, DU Y, et al. A review of safe reinforcement learning: Methods, theories and applications[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2024.
- [59] BRUNKE L, GREEFF M, HALL A W, et al. Safe learning in robotics: From learning-based control to safe reinforcement learning[J]. Annual Review of Control, Robotics, and Autonomous Systems, 2022, 5(1):411-444.
- [60] YU H, XU W, ZHANG H. Towards safe reinforcement learning with a safety editor policy [J]. Advances in Neural Information Processing Systems, 2022, 35:2608-2621.

- [61] MA X, KARKUS P, HSU D, et al. Discriminative particle filter reinforcement learning for complex partial observations[J]. arXiv preprint arXiv:2002.09884, 2020.
- [62] MA X, CHEN J, XIA L, et al. Dsac: Distributional soft actor-critic for risk-sensitive reinforcement learning[J]. Journal of Artificial Intelligence Research, 2025, 83.
- [63] LOWET A S, ZHENG Q, MENG M, et al. An opponent striatal circuit for distributional reinforcement learning[J]. Nature, 2025:1-10.
- [64] DABNEY W, KURTH-NELSON Z, UCHIDA N, et al. A distributional code for value in dopamine-based reinforcement learning[J]. Nature, 2020, 577(7792):671-675.
- [65] LIU J, YIN J, JIANG Z, et al. Attention-based distributional reinforcement learning for safe and efficient autonomous driving[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2024, 9(9):7477-7484.
- [66] WANG Z, LI W, GAN J, et al. Adaptive-risk-aware end-to-end control system for mapless navigation of drones[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2025.
- [67] ZHOU F, WANG J, FENG X. Non-crossing quantile regression for distributional reinforcement learning[J]. Advances in neural information processing systems, 2020, 33: 15909-15919.
- [68] DABNEY W, OSTROVSKI G, SILVER D, et al. Implicit quantile networks for distributional reinforcement learning[C]. International conference on machine learning. PMLR, 2018. 1096-1105.
- [69] KAMRAN D, ENGELGEH T, BUSCH M, et al. Minimizing safety interference for safe and comfortable automated driving with distributional reinforcement learning[C]. 2021 IEEE/RSJ international conference on intelligent robots and systems (IROS). IEEE, 2021. 1236-1243.
- [70] CHOI J, DANCE C, KIM J E, et al. Risk-conditioned distributional soft actor-critic for risk-sensitive navigation[C]. 2021 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). IEEE, 2021. 8337-8344.

附录 A 欧几里得第二定理的证明

定理 1. 欧几里得第二定理 (素数有无穷多个)

证明：用反证法。假设素数有有限个 (N 个)，记为 p_1, p_2, \dots, p_N 。则我们构造一个新的数，

$$n = p_1 p_2 \dots p_N + 1.$$

由于 $p_i, i = 1, 2, \dots, N$ 为素数，则一定不为 1。于是对于任意的 $p_i, i = 1, 2, \dots, N$ ，有

$$p_i \nmid n$$

这表明，要么 n 本身为素数，要么 n 为合数，但是存在 p_1, p_2, \dots, p_N 之外的其他素数能够将 n 进行素因子分解。不管哪种情况，都表明存在更多的素数。定理得证。□

附录 B $\sqrt{2}$ 是无理数的证明

定理 2. $\sqrt{2}$ 是无理数。

证明：用反证法。假设 $\sqrt{2}$ 是有理数，则可表示为两个整数的商，即 $\exists p, q, q \neq 0$

$$\sqrt{2} = \frac{p}{q}$$

不失一般性，我们假设 p, q 是既约的，即 $\gcd(p, q) = 1$ 。对上式两边平方可得

$$2 = \frac{p^2}{q^2}$$
$$p^2 = 2q^2.$$

表明 p^2 为偶数，因此 p 为偶数，记 $p = 2m$ 。则

$$p^2 = 4m^2 = 2q^2$$
$$q^2 = 2m^2.$$

表明 q 也为偶数，因此它们有公共因子 2。这与它们既约的假设矛盾。定理得证。□

作者简介

知心哥哥（1996.3.3 -），男，台湾南昌人，现居台湾重庆，为网易 CC 丢人主播，主要研究方向有《黑旗》、《黑楼》和《黑暗剑》。

作者攻读硕士学位期间发表的论文

- [1]. **ZHi X**, WEI T, CHEN R, et al. Sea of Thieves: Fucking Animal[C]. 2017 810th International Conference on Disgraced (ICD). Chongqing, 2017. 1-6. (EI Indexed)
- [2]. **ZHi X**, WEI T, JI H, et al. Animal Crossing: Playing Together[J]. Nintendo Daily Journal, 2020, 13(3): 114-514. (SCI Indexed)
- [3]. 韦天, 知心哥哥. 你怪猎来我大圣：3D 游戏之耻 [C]. 第 19 届口吐芬芳游戏评测国际会议 (SFGR). 台湾南昌, 2019. 1-14. (EI Indexed)

作者攻读硕士学位期间参与的研究课题

- [1]. **2018.5-2019.2**: 底特律便乘人暨强人工智能的实现
- [2]. **2020.1-2020.3**: 大老爹拿球的概率模型研究

心於至善

