文章编号:1673-3819(2015)05-0034-04

导弹发射时间快速规划算法研究

李亚雄[1],潘乐飞[1],刘新学[1],吴绍敏[2]
(1. 第二炮兵工程大学,陕西 西安 710025;2. 解放军96165部队,江西 上饶 334000)

摘 要:针对未来作战中导弹发射时间快速规划问题,建立了数学模型,给出了启发式迭代等4种求解方法,分析比较了各方法的优缺点。仿真结果表明,研究成果能为战场精确时空协同条件下的导弹发射时间规划提供有效的工程应用指导。

关键词:导弹;发射时间;发射次序;快速规划;最小元素;启发式
中图分类号:TJ760;E927 **文献标志码**:A **DOI**:10.3969/j.issn.1673-3819.2015.05.008

Research on Fast Algorithm of Planned Missile Launch Time

LI Ya-xiong[1], PAN Le-fei[1], LIU Xin-xue[1], WU Shao-min[2]
(1. the Second Artillery Engineering University, Xi′an 710025;
2. the Unit 96165 of PLA, Shangrao 334000, China)

Abstract: Aimming at the problem of rapid missile launching time planning in the future, a mathematical model is established, four kinds of methods for solving the heuristic iteration are given, the advantages and disadvantages of each method are analyzed and compared. The simulation results show that the research results can provide effective engineering application method for the missile launching time planning in the field of precise time and space cooperation.

Key words: missile; launch time; launch sequence; fast planning; minimal element; heuristic

导弹发射次序与发射时间间隔研究是导弹作战火力控制与配置的重要研究课题[1-6]。文献[7-9]针对反舰导弹对海目标攻击的目标分配问题提出了导弹发射顺序和发射间隔优化模型;文献[10]建立了飞航导弹初段航迹交叉点及交叉时间的计算方法,并以此为基础建立了一种飞航导弹齐射发射时间快速规划算法。

对于地地弹道导弹,基于打击目标协同、发射地域协同、飞行空域协同等考虑,在某作战时间段内,导弹在各自发射点的发射时刻需要满足一定的约束。同时,未来作战指挥控制的实时性对导弹发射时间规划的快速性提出了更高的要求。本文基于战场时空协同精确控制约束,对地地导弹发射时间快速规划问题进行研究。

1 导弹发射时间规划问题的数学模型

1.1 导弹发射时间规划问题的约束条件分析

在地地导弹发射时间规划中,需要考虑多方面的约束。

1) 目标饱和攻击约束

出于突防和提高目标毁伤效果的需要,要求多枚导弹同时抵达目标。假定发射 n_0 枚导弹,要求同时到达目标的时刻为 t_0,由于发射点地理位置和导弹类型的差异,各枚导弹飞行时间分别为 $T_i(i=1,\cdots,n_0)$,为了满足饱和攻击约束,各枚导弹发射时刻应为 $(t_0-T_i)(i=1,\cdots,n_0)$。

2) 导弹齐射攻击约束

出于提高生存能力等战术需要,要求多枚导弹同时在不同的发射点发射,即 n_0 枚导弹的发射时刻同为 $t_i(i=1,\cdots,n_0)$。

3) 其他战场时空协同约束

考虑弹道空间交叉、飞行空域使用协同、发射地域使用协同等因素,要求各枚导弹发射时刻必须满足一定的时间间隔,间隔时间通常表述为最小间隔时间。

上述约束条件均可归结为发射时间间隔约束,从而建立统一的导弹发射时间规划模型。

1.2 导弹发射时间规划问题建模

假设在某作战阶段,有 n_0 枚待发射的导弹,由于战场时空协同约束,该 n_0 枚导弹的发射时间间隔需要满足一定的条件,用约束矩阵 M_C 表示,如式(1)。

$$M_C=\begin{bmatrix} dT_{11} & dT_{11} & \cdots & dT_{1n_0} \\ dT_{21} & dT_{22} & \cdots & dT_{2n_0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ dT_{n_01} & dT_{n_02} & \cdots & dT_{n_0n_0} \end{bmatrix} \quad (1)$$

当 $i\neq j$ 时,$dT_{ij}\geq 0$,要求导弹 j 必须在导弹 i 发射

收稿日期:2015-05-26 修回日期:2015-07-11
作者简介:李亚雄(1979-),男,云南钊川人,博士,副教授,研究方向为军事运筹。
潘乐飞(1979-),男,讲师。
刘新学(1964-),男,博士,教授。
吴绍敏(1978-),男,硕士,工程师。

后至少间隔 dT_{ij}时间发射; $dT_{ji} \geqslant 0$,要求导弹 i 必须在导弹 j 发射后至少间隔 dT_{ji}时间发射; $dT_{ji} = 0$,表示导弹 i 可以与导弹 j 间隔任意时间发射。

当 $i = j$ 时,约定 dT_{ii}为无穷大。

对给定的 n_0 枚导弹,如果某一发射时间分配方案既能满足发射时间约束矩阵 M_C,又能使得总发射时间最短,则称该方案为最优发射时间分配方案。

发射时间规划问题本质上是求解满足上述条件的 n_0 枚导弹的最优发射次序,在数学上属于著名的 NPC 问题,目前尚无解析计算方法,如果采用遍历寻优的方法,把每种可能的发射次序都进行求解计算,然后比较每种方案的总发射时间,得出最优方案,则要花费大量的计算时间,不能满足战时对规划时间的快速性要求。例如,当导弹数量为 $n_0 = 24$ 时,存在 24! (约 1×10^{19}) 种不同次序的发射方案。对如此庞大数目的方案依次比较其总发射时间间隔,其计算量是难以忍受的。因此,必须寻找一种快速计算方法,能在较短的时间内找到最优或近优发射时间分配方案。

2　基于最小元素法的发射次序分配算法

2.1　算法基本思想

依据运筹学中运输问题的求解理论,依次选择约束矩阵中每行每列的最小元素(最小允许发射时间间隔),优先安排发射。但每步最优,不能保证全局最优。为达到全局最优的目标,循环令每 1 行作为第 1 次选择的行,然后再按最小元素的方法依次选择后续行的最佳元素。

2.2　算法步骤

设发射时间约束矩阵为 n 阶矩阵,算法具体步骤如下:

Step1: 令 $m = 1$,即由第 1 行开始计算。

Step2: 选择第 m 行的最小元素,假设为第 m 行的第 j 个元素,记为 $X_{mj}^{(1)}$。

Step3: 根据 Step2 的结果,选择第 j 行的最小元素,假设为第 j 行的第 k 个元素,记为 $X_{jk}^{(2)}$。

Step4: 根据 Step3 结果,选择第 k 行的最小元素,记为 $X_{kl}^{(3)}$。若仅剩下 1 行元素未选择,则转入 Step5; 否则,转入 Step3。

Step5: 计算本方案的最短发射时间。若 $m < n$, $m = m + 1$,转入 Step2。

Step6: 比较 n 个方案的发射时间,得到最短发射时间的分配方案。

由于最小元素法是针对运输问题提出的,针对本课题的研究对象,在进行选择分配的过程中还要遵循以下原则。

原则 1: 对角线元素不能作为备选元素,即对于 X_{ii} 不能作为备选元素。

原则 2: 当对某元素 X_{ij}进行分配或选上后,在后续选择过程中不允许出现元素下标的列号为前述已选择元素的行号(即在选择过程中不允许出现类似 $X_{ij} - X_{jk} - \cdots - X_{kl} - X_{li}$的小回路)。

原则 3: 在算法过程中,若某行含有两个以上相同大小的最小元素时,按下标大小进行选择。

3　基于逐次最短时间的发射次序分配算法

3.1　算法基本思想

假设需要分配发射次序的导弹总数为 n,且已分配了 k 枚导弹的发射次序及各自的发射时间,那么在选择第 $k + 1$ 个次序的发射导弹时,不仅要考虑该导弹与第 k 枚导弹的时间间隔,而且要靠虑其与所有已分配发射次序的 k 枚导弹间的时间间隔。即在剩余的 $n - k$ 枚导弹中选择 1 枚导弹安排在这 k 枚导弹的后面发射,能使得这 $k + 1$ 枚导弹的总发射时间最短。

用此方法计算得到的发射次序仍然不能保证是全局最优解,为使计算结果更加接近最优解,循环令每 1 枚导弹作为发射次序为 1 的导弹,按逐次最短时间原则的方法依次选择后续的发射序列,通过综合比较 n 种情况的计算结果,得到基于逐次最短时间的最优发射次序。

3.2　算法步骤

假设发射时间约束矩阵为 n 阶矩阵,算法具体步骤如下:

Step1: 令 $m = 1$。

Step2: 令第 m 枚导弹的发射次序为 $k = 1$,记作 $X^{(1)} = m$,其发射时刻为 $t_1^{(1)}(1) = 0$,其中右上角的 1 表示为第 1 个发射,右下角的 1 表示的是导弹的编号。

Step3: 向后扩展 1 枚导弹。即依次令剩余的 $n - k$ 枚导弹作为第 $k + 1$ 个发射次序的导弹,并计算该 $k + 1$ 枚导弹的最短发射时间,直到第 n 枚导弹扩展完毕。

Step4: 向前扩展 1 枚导弹。即依次令剩余的 $n - k$ 枚导弹作为第 1 个发射的导弹,原已确定发射次序的 k 枚导弹按原发射顺序放在该枚导弹之后发射,并计算相应的最短发射时间。

Step5: 从以上所有计算结果中选择 1 个总发射时间最小的方案,并记录该方案的发射次序及发射时间。(注意: 若最小时间的结果不止 1 个,则选择导弹编号最小的; 若最小时间的结果既有向后扩展的,也有向前扩展的,则优先向后扩展)。

Step6: 若 $k < n$, $k = k + 1$,转至 Step3。

Step7: 计算第 m 个方案的最短发射时间。若 $m <$

$n, m = m + 1$; 转至 Step2。

Step8 从 n 个方案中选择总发射时间最短的方案,并将该方案作为最优发射方案。

4 基于启发式迭代算法的发射次序分配方法

4.1 算法基本思想

对于任意两枚导弹 i、j 来说,若先发射 i 再发射 j,则其必须的间隔时间为 dT_{ij}; 若先发射 j 再发射 i,则其必须的间隔时间为 dT_{ji}。可见若只考虑导弹 i、j 谁先谁后,仅比较元素 dT_{ij} 与 dT_{ji} 的大小即可,若 $dT_{ij} < dT_{ji}$,则先发射 i 再发射 j; 反之,若 $dT_{ji} < dT_{ij}$,则先发射 j 再发射 i。启发式迭代算法的基本思想为按照一定的规则,根据约束矩阵对称位置的两个元素 dT_{ij} 与 dT_{ji} 的大小,调整导弹 i、j 的发射次序,进而优化发射时间的方法。

4.2 算法步骤

首先,根据给定的发射顺序,形成新的发射时间约束矩阵 $M_c^{(1)}$,并在新矩阵中搜索,找到主对角线右上方元素与其对应左下方元素差值最大的元素 $X_{pq}^{Max}(1)$ ($p < q$)。优先考虑调整该元素对应的两枚导弹的发射顺序。设调整前的发射次序分别为 $k_i^{(p)}$、k_j^{q}。

调整步骤如下:

Step1: 交换导弹 i、j 的发射次序。交换后,导弹 i、j 的发射次序为 q、p,发射时刻分别为 $t_i^{(p)}$、$t_j^{(q)}$。计算该发射顺序的最短发射时间。

Step2: 固定导弹 j 的发射次序为 p,逐次把导弹 i 的发射次序由 q 提前,至导弹 i 紧邻导弹 j 后发射为止(即当导弹 i 的发射次序为 $p+1$ 时为止)。计算并存储每次移动后的最短发射时间。

Step3: 若 $p \geqslant 2$,固定导弹 i 的发射次序为第 p 个,把导弹 j 的发射次序由第 $p-1$ 个依次提前,至导弹 j 为第 1 个发射为止。计算并存储每次移动后的最短发射时间。

Step4: 发射次序恢复至步骤意的结果。

Step5: 固定导弹 i 的发射次序为第 q 个,逐次把导弹 j 的发射次序由第 p 个推后,直至导弹 j 的发射次序为第 $q-1$ 个为止。计算并存储每次移动后的最短发射时间。

Step6: 若 $q \leqslant n-1$ 固定导弹 j 的发射次序为第 q 个,逐次把导弹 i 的发射次序由第 $q+1$ 个推后,直到导弹 i 的发射次序为第 n 个为止。计算并存储每次移动后的最短发射时间。

Step7: 比较以上所有发射方案的发射时间,得到最短发射时间的分配方案。

Step8: 根据 Step6 的发射次序分配方案更新发射时间约束矩阵 $M_c^{(1)}$。

Step9: 重新搜索 $M_c^{(1)}$ 中主对角线右上方元素大于对应左下方元者,若存在未参与调整的新的 $X_{pq}^{Max} < X_{pq}^{Max}(1)$,返回 Step1; 否则,跳至 Step10.

Step10: 根据上述所有方案,最终确定发射时间最短的最佳发射方案。

5 复合式方法

复合式方法是综合运用最近原则法与启发式迭代算法。因为逐次最短时间法能在有限的时间内找到近优解,但不能保证找到最优解; 而启发式迭代方法的计算速度比较快,因此可再对逐次最短时间法的计算结果进一步优化。

复合式方法的具体步骤为

Step1: 采用逐次最短时间方法求解 1 组问题的近优解。

Step2 对 Step1 的近优解采用启发式迭代的方法进一步迭代求解。

大量的仿真分析证明,复合式方法能对逐次最短时间法的结果进行一定程度的优化。

6 发射时间快速规划算法的仿真计算及分析

6.1 仿真计算条件

为了分析比较上述 4 种发射时间规划方法的效能,建立仿真计算条件如下:

1) 总发射弹数为 50,即发射时间约束矩阵为 50×50 的方阵;

2) 发射时间矩阵中,非对角线元素的值在 0 至 100 间,随机产生。

6.2 仿真计算结果及分析

为便于比较,把 4 种方法的结果放在同一幅图中,结果如图 1 所示。

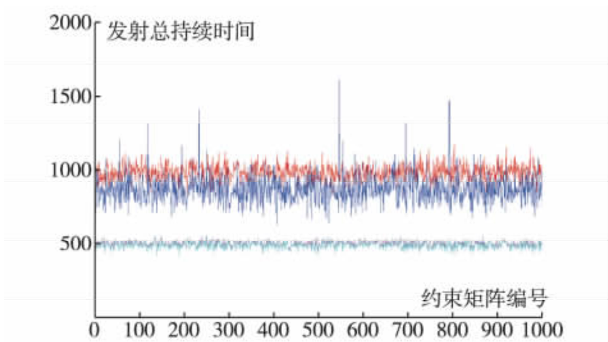

图 1 4 种算法的计算结果比较

其中,蓝色线为启发式迭代法的结果,红色线为最小元素快速分配法的结果,淡蓝色线为复合法的结果,紫色线为逐次最短时间分配法。其数据统计结果如表 1。

表 1　四种算法的计算效率分析

规划方法	平均值	平均计算时间	最大值	最小值	均方差
最小元素法	985.4	0.06s	1161	775	58.9
逐次最短时间	520.2	0.092s	580	445	20.6
启发式	911.5	0.42s	1509	685	92.5
复合式	510.1	0.11s	579	424	22.6

分析上述数据可以得出以下结论:

1) 若不考虑计算时间,仅从算法与最优解的逼近程度,在 4 种方法中逐次最短时间法是最好的,其次是启发式,最差是最小元素法。

2) 考虑算法的时效性时,最小元素法计算速度是最快的,其次是逐次最短时间法,最差的是启发式方法。

3) 采用逐次最短时间法与启发式相结合的复合方法后,计算结果会有所优化,但两者结果比较相近。

4) 综合考虑,采用复合式的方法规划结果最优,算法的时效性也能满足工程实践需要。对于随机产生的 1000 组 50 个发射弹数的发射时间规划问题,其平均计算时间 0.11s,计算时间小于 0.5min 的置信度大于 95%。

需要说明的是,本文建立的模型仅仅以总体发射时间间隔最短为目标函数,没有考虑发射次序的其他优劣判别准则,在发射时间间隔相同或相近的条件下,不同发射次序发射方案的优劣判别将在后续进行深入研究。

参考文献:

[1] 王辉,等.基于飞行时间的弹道导弹火力控制[J].火力与指挥控制,2005,30(2):85-88.

[2] 李军良.现代大规模火力突击中火力配置方法研究[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学,2007.

[3] 江光德,等.导弹群时间分配算法[J].战术导弹技术,2009(1):34-38.

[4] 崔乃刚,韦常柱,等.导弹协同作战飞行时间裕度[J].航空学报,2010,31(7):1351-1359.

[5] 张胜三.多联装发射车射击顺序和射击间隔的研究[J].导弹与航天运载技术,2008,295(3):19-22.

[6] 荆武兴,等.反导拦截飞行方案及时间窗口快速搜索算法[J].系统工程与电子技术,2013,35(6):1256-1261.

[7] 张金春,等.反舰导弹对海目标饱和攻击辅助决策系统研究[J].战术导弹技术,2014(2):21-27.

[8] 曾家有,等.基于航路规划的反舰导弹发射顺序和间隔研究[J].航天控制,2009,27(2):22-25.

[9] 杨飞,等.实施饱和攻击的反舰导弹武器目标分配[J].系统仿真学报,2011,33(2):316-320.

[10] 孟海东等.飞航导弹齐射发射时间的一种快速规划算法[J].火力与指挥控制,2009,34(9):106-110.

[11] 刑文训,谢金星.现代优化计算方法[M].北京:清华大学出版社,2007.