May. 2005

文章编号: 1002-0268 (2005) 05-0147-05

多车型车辆路径问题的算法

叶志坚,叶怀珍,周道平,易海燕

(西南交通大学交通运输学院,四川 成都 610031)

摘要:总结目前求解多车型车辆路径问题的 5 种基于知识的算法,提出采用大旅程法和禁忌搜索法相结合的混合启发式算法,在搜索过程中通过增加惩罚因子的方法允许不可行解的存在,减少求解陷于局部优化的可能性。采用 CENIUS 算法处理其中的 TSP 问题,不仅能产生较好的解,而且通过对解的周期性的扰动,进一步减少求解陷于局部优化的可能性。

关键词:多车型车辆路径问题;算法;混合启发式算法中图分类号:U491.1⁺12 文献标识码:A

Heuristics for the Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem

YE Zhi-jian, YE Huai-zhen, ZHOU Dao-ping, Yi Hai-yan (School of Traffic and Transp., Southwest Jiaotong University, Shichuan Chengdu 610031, China)

Abstract: In this paper, up to date knowledge based, five algorithms are introduced. A meta-heuristic algorithm is constructed by merging gaint-tour algorithm and tabu-search algorithm. In the searching process of this algorithm, infeasible solution is allowed by adding a penalizing factor, to reduce the probability of local optimal. GENIUS algorithm is used to solve TSP problem in this algorithm. Through this processing, not only better solution can be got, but also the likelihood of local optimal be reduced by perturbing solution periodically.

Key words: Multi-types vehicle routine problem; Solutions; Meta-heuristic solution

多车型车辆路径问题是单车型车辆路径问题的扩展,,这类问题假定组成车队车辆的容量和固定成本都不相同。在租赁车辆的情况下,固定成本即租赁成本;在购买的情况下,固定成本即车辆折旧费用。可变成本包括燃油、维修保养费用、人力资源成本,一般都假定可变成本和旅行距离成正比。本文总结了目前求解多车型车辆路径问题的 5 种基于知识的算法,提出了采用大旅程法和禁忌搜索法相结合的混合启发式算法。在搜索过程中通过惩罚函数的方法允许不可行解的存在,减少解陷于局部优化的可能性。采用GENIUS 算法处理其中的 TSP 问题,不仅能产生较好的解,而且通过对解的周期性的扰动,进一步减少解

陷于局部优化的可能性。

1 基于知识的算法回顾

1.1 节约算法

Clarke-Wright^[1]的节约算法,简称 CW 节约算法,最初每一个客户由一辆车单独对其进行配送,当客户 *i* 和 *j* 的配送需求之和小于车辆载运容量时,则可以考虑对客户 *i* 和 *j* 进行共同配送,共同配送产生的旅行路线节约为

路线合并时同时考虑车辆固定成本、称为联合合

收稿日期: 2002-11-09

作者简介:叶志坚(1972-),男,贵州晴隆人,博士,主要从事供应链管理、动态联盟、车辆优化调度等研究. (jixiangyzj @hotmail.com)

并节约算法,简称为 CS 算法 $^{[2]}$ 。以 $F(Z_r)$ 表示可以服务一个需求为 Z_r 的最小车辆成本, Z_r 表示路线 r 上的总需求。 CS 算法的节约算式可表达为

$$s_{ij}^{1} = s_{ij} + F(Z_{i}) + F(Z_{j}) - F(Z_{i} + Z_{j})$$

CS 算法的一个缺陷在于,当两条线合并时,可能需要较大的车辆,而较大车辆的固定成本远高于较小车辆的固定成本,即固定成本上升,因此 CS 算法在搜索过程中认为这种合并是不可行的。然而,在很多情况下,这种合并如果能充分利用合并后的富余能力的话,则能找到成本更小的可行解。

乐观机会节约算法 (Optimistic Opportunity Saving Algorithm),简称 OOS 算法^[2],解决了 CS 算法的不足。OOS 算法的节约算式可表达为

$$s_{ij}^2 = s_{ij}^1 + F[P(Z_i + Z_j) - (Z_i + Z_j)]$$

现实机会节约算法(Realistic Opportunity Saving Algorithm),简称 ROS 算法^[2]。ROS 算法的节约算式可表达为

$$s_{ij}^{3} =$$

$$\begin{cases}
 s_{ij}^{1} + F \left[P(Z_{i} + Z_{j}) - (Z_{i} + Z_{j}) \right] & \text{if } P(Z_{i} + Z_{j}) > \\
 & \text{max} \left[P(Z_{i}), P(Z_{j}) \right] \\
 s_{ij}^{1} & {其它}
 \end{cases}$$

节约算法的一个缺陷在于,一旦一个节点被指派给一条路径后,就再也不能只派到其他路径中去,所有节约算法的最初两条合并的路线总是相同,然而初始路线的合并对最终解有很大的影响。采用形状参数,变化范围为[0,0.1,0.2,...,2.9,3.0],这样 s_{ii} =

 $c_{0i} + c_{0j} - c_{ij}$,将这种手段与 ROS 算法结合,能产生较好的效果,ROS- 算法的算式表达式为

$$s_{ij}^4 = s_{ij}^3 + (1 -) c_{ij}$$

1.2 匹配为基础的节约算法

匹配为基础的节约算法,简称 MBSA 算法^[3],和 CW 节约算法相似,MBSA 算法最初每个客户由一辆车访问,用 N_k 表示路线 k 上的客户集合,TSP(k) 表示访问客户集合 N_k 的最优路线,TSP(k) 表示访问客户集合 N_k 的最优路线。在每一个循环,需要定义并求解一个最大权匹配问题。对应最大权匹配值的不同的两条路线合并在一起,并节约一辆车;如果该合并路线满足能力和其它约束,则是可行路线。MBSA 算法的具体步骤参见文献[3]。

表 1 为匹配为基础的节约算法及其相应的算式,MRC、CM、OOM、ROM、ROM - 算法和前述 CW、CS、OOS、ROS、ROS- 原理相同。ROM- 算法^[3]更关注每条路线上服务的客户数目。

表 1 匹配为基础的节约算法及其相应的算式

算法	算式
MRC	$S_{ij} = TSP(i) + TSP(j) - TSP(i j)$
CM	$s_{ij}^{1} = s_{ij} + F(Z_{i}) + F(Z_{j}) - F(Z_{i} + Z_{j})$
OOM	$s_{ij}^2 = s_{ij}^1 + F[P(Z_i + Z_j) - (Z_i + Z_j)]$
ROM	$s_{ij}^{2} = s_{ij} + F(Z_{i}) + F(Z_{j}) - F(Z_{i} + Z_{j})$ $s_{ij}^{2} = s_{ij}^{1} + F[P(Z_{i} + Z_{j}) - (Z_{i} + Z_{j})]$ $s_{ij}^{3} = \begin{cases} s_{ij}^{1} + F[P(Z_{i} + Z_{j}) - (Z_{i} + Z_{j})] & \text{if } P(Z_{i} + Z_{j}) > \\ max[P(Z_{i}), P(Z_{j})] \end{cases}$ 其它
ROM-	$s_{ij}^4 = s_{ij}^3 + (1 -) TSP(i j)$
ROM-	$s_{ii}^5 = s_{ii}^3 + (N_i + N_i)$

1.3 集合分区为基础的启发式解法

对于确定性的需求,即 d_i 已知,可以将这些需求先分派到车辆,分派方案可能有很多,根据每个分派方案中每辆车被指派的客户求解 TSP 问题,然后选择固定成本加可变成本最小的方案。该算法最大的优点在于其每一个方案都是可行方案。该两阶段启发式解法简称 LB5 + VRP 算法,LB5 + VRP 算法属于先集类,后定 线 的 方 法。该 算 法 首 先 由 $Fisher^{[4]}$ 提 出,Gheysens [5] 用该算法理论开发了一个两阶段启发式解法,并与 $Golden^{[2]}$ 提出的 3 个方法作了对比,Gheysens 只采用了 Golden 给出的 20 个问题 [2] 的前 15 个进行了对比。

1.4 大旅程分段算法

大旅程分段算法属于先定线后聚类的方法,简称GT算法。这类方法的文章见 Netwon and Thomas^[6]。

GT算法是一个两阶段的算法,第 1 阶段构建一条 访问所有客户的大旅程;第 2 阶段根据问题的约束条件将该大旅程进行分区,并将各分区与配送中心相连接。Golden^[2]将 GT算法分为 SGT(单旅程分区)算法、MGT(多旅程分区)算法,并采用 2-opt^[7]和 Oropt^[6]方法对 GT 算法的初始解进行提高,简称(MGT + OROPT)^[5]。

1.5 禁忌搜索启发式解法

Gendreau ,Laporte & Christophe 在文献 [8] 中研究了用禁忌搜索算法求解多车型车辆路线问题,作者在这篇文章中采用 Geni (Generalized Insertion) 算法和 US 算法 (Unstringing and Stringing) 相结合 (简称 GENIUS [9]) 求解其中的 TSP 问题,采用罚函数法、禁忌搜索、遗传搜索多种搜索策略对车辆组成和客户指派的优化方案进行求解,并对 Golden 给出的 20 个问题 [2] 和 Taillard 给出的 3 个问题 [10] 进行了测试。

2 混合启发式算法

为提高算法寻优速度和减少解陷于局部优化的可

能,采用大旅程分段算法与禁忌路线算法相结合的混 合算法是一条有效的途径(MGT + TABU)。目标函数 定义如下

$$\min F(S) = \int_{m=1}^{k} f_m y^m + \int_{m=1}^{k} \int_{i=0}^{n} c_{ij} x_{ij}^m$$

式中,S 是多车型车辆路径问题的一个解,S 由 y 条路 线组成; k 为使用的车辆类型数目; y'' 为 m 类型的车 辆使用数目,使用的车辆总数为 y= 点只能属于一条路线,这些路线可以是可行解也可以 是非可行解。如果顶点 v_i 在路线 R_v 上则 $v_i = R_v$,如 果 $v_i \setminus v_i$ 是 R_v 上的连续两个顶点 ,则弧 (v_i, v_i) R_v 。 对于任何可行解 S,目标函数为

$$F_{1}(S) = \int_{m=1}^{k} f_{m} y^{m} + \int_{R=1(v_{i}, v_{i})}^{\overline{y}} c_{ij}$$

对于任何非可行解 S,目标函数为

$$F_{2}(S) = F_{1}(S) + \sum_{R=1}^{7} \left[\left(q_{i} \right) - Q_{m} \right]^{+} + \sum_{R=1}^{7} \left[\left(c_{ij} + c_{ij} + L_{m} \right) - L_{m} \right]^{+}$$

其中 $[x]^+ = \max(0,x); Q_m$ 为 m 类型车辆的载运 容量;i为在顶点 v_i 的服务时间乘车辆行驶速度; L_m 为m类型的车辆允许行驶的最长距离;为路线R上 客户需求超过车辆载运容量的惩罚参数: 为路线 R 的距离超过允许行驶距离的惩罚参数。

2.1 禁忌搜索过程定义

搜索参数如下:

式中, W 为允许从当前路线移动到其他路线的顶点集 $callet V \setminus \{v_0\}$; 为 W 中的候选移动顶点数目; p_1 为与 p₁ 为顶点 v 最近邻域,顶点 v 插入其它路线必须至少 包含 p_1 个最近邻域中的一个; p_2 为 GENI 插入法使用 的邻域大小; 1, 2 为踏步搜索循环次数的下限和上 限; g 为人工目标函数中的缩放参数; h 为更新 和 的频率: и,,,,,,为当目标函数无任何提高的情况下,允许 循环的最大次数。

定义搜索过程 Search(P)如下:

- (1) 初始化 设置循环计数变量 t=1 ,没有任何 顶点的移动被禁忌。
- (2) 顶点选择 考虑解 S 并从 W 中随机选择 个 顶点。
- (3) 候选移动顶点的评估 对所有第(2) 步选择的 顶点,重复以下计算过程:

使用参数为 p_2 的 GENI 算法,计算将顶点 ν 从 路线 R_c 移动到 R_c 的插入成本 .并确定对应的新解 S 。

如果该移动被禁忌,则不考虑该移动,除非S可行且 $F_1(S) < F_1^*$,或者 S 不可行且 $F_2(S) < F_2^*$ 。

如果该移动不被禁忌,且当 $F_2(S) < F_2(S)$ 时,将对应 S 的目标函数值 F(S) 置为 $F_2(S)$,其它 情况下将 F(S) 置为 $F_2(S) + \max_{max} \sqrt{y_{g}}$, \max_{max} 为所有 连续两次循环人工目标函数 $F_2(S)$ 的最大差值, v 为 路线数量, g 是人工目标函数中的缩放参数, , 是顶 点ν被移动过的次数。

- (4) 比较候选移动顶点移动后目标函数 F(S),并 识别移动后目标函数 F(S) 值最小的顶点和移动后相 应的解 S。
- (5)用 US 算法对原顶点组合进行进一步优化,得 到新的解 S,如果以下 3 个条件都成立:

$$F_2(S) > F_2(S)$$
;

S 是可行解;

US 算法在第 t-1 次循环没有被运用。

则,不移动顶点 ν ,否则移动顶点 ν ,将S置为S。

- (6) 如果 US 算法在第(5) 步没有被使用,且顶点 v 已经从路线 R_r 移动到 R_s (r-s) ,在循环 t+ (是 [1,2]间的一个随机整数) 次后,定义将顶点 ν 再次 插入路线 R_t 为禁忌插入。置 t = t + 1 ,更新 F_1^* , F_2^* , S^*, \overline{S}^* , max, y, vo
- (7) 如果 t 是 h 的倍数 .按以下方法调整 和 :检 查是否所有前 h 个解对于车辆载运能力约束为可行 \mathbf{m} .检查结果为真.则 = /2:如果为假.且所有前 h 个解对于车辆载运能力约束都为非可行解, = 2 ,其 它、保持不变。类似于、检查是否所有前 h 个解对 于车辆行驶距离约束为可行解,检查结果为真,则 = /2;如果为假,且所有前 h 个解对于车辆载运能力都 为非可行解,=2,其它,保持不变。
- (8) 搜索过程 Search (P) 终止条件判定。如果 F_1^* , F_2^* 在 u_{max} 次循环后仍然没有任何改进,终止搜索。 其它,返回第(1)步。

2.2 混合启发式算法步骤

- (1) 初始化 设 = = $1, F_1^*$ = 。给所有客户 位置标号按它们以配送中心为极点,与0°角射线间的 夹角从小到大,从近到远地标号。
- (2) 最初解 重复以下运算 次, 是输入参数, 表示尝试性初始解的数目。

求解对所有客户的 TSP 问题,得到一个包含所

有客户的大旅程。

计算 $\min f_m \times \left[\begin{pmatrix} n \\ i=1 \end{pmatrix} / Q_m \right], m=1,2,...,k$,确定固定成本最小的车辆类型 m^* 。对第(2) 步 计算出的大旅程进行分割,从配送中心出发,直到违反车辆载运能力和运输距离约束其中之一,重复该过程,直到所有的客户都被指派给车辆。设 S 为分割完大旅程

调用 $Search(P_1)$ 。如果 $F_1^* < ,则 S = S^*;$ 其它, $S = \overline{S}^*$ 。

后的解。更新 F_1^* , F_2^* , S^* , S^* 。

- (3) 解提高 调用 Search (P_2) ,如果 $F_1^* < ,则$ $S = S^*$;其它, $S = \overline{S}^*$ 。
- (4) 解强化提高 调用 Search(P_3),如果 $F_1^* <$ 则 $S = S^*$;其它,解不变。

循环终止。

2.3 参数选择

尝试性初始解的数目 建议取 $\sqrt{n}/2$,也可以取大于 $\sqrt{n}/2$ 的数,值越大,计算准确率越高,但计算时间越长。搜索过程 Search (P)第(3)步 中采用了变化策略,对频繁移动的顶点,给予侯选解的目标函数一个和当前被移动顶点移动次数成正比的惩罚项,采用 \sqrt{yg} 作惩罚项,其中 g 的取值通过试验测试在[0.005,0.02]之间较合适。在 Search (P)第(6)步用到的禁忌列表长度 ,在[1, 2] = [5,10]之间随机选取,以起到变化禁忌移动的效果。 和 g 的取值过大减少获得良好解的可能性,过小则影响所期望的变化效果。通过试验分析发现,禁忌搜索算法对 h 取值不敏感,h

取值在[5,10]之间较合适。在实验分析过程中发现, 这3个参数取中值能较快地得出优化解。

W 为在 search 搜索过程中允许从当前路线移动到 其它路线的客户集合,除了在 2.2 节(4)调用 Search (P_3) 中 W 由 ,按从大到小的顺序排列前 |V|/2 个顶 点组成,在其它地方都是 $V \setminus \{v_0\}$ 。 在 Search (P_3) 中 为 W ,即所有允许移动的顶点都是候选移动顶点,而 在 Search(P1)和 Search(P2)中,如果将所有允许移动的 顶点作候选移动顶点将占用大量的系统资源, 的选 取只要保证每一条路线至少有一个顶点被作为候选移 动顶点有足够高的概率即可,y=30时,取 = 5y即 可保证,该概率 0.9。求解 TSP 问题用到的参数 p_2 , GENI 算法对该参数十分敏感, p2 4 时得出低质量的 解,当 p_2 6时,计算时间延长过多, p_2 = 5时在相对 短的时间得到近似优化解,建议在[5,7]之间取值。 ₽1 $= \max[V_r, p_2], V_r$ 表示包含当前被移动顶点 ν 的路线 r上的客户数目,这样保证了顶点 v 至少能被移动到 一条其它线路。在 Search (P_1) 和 Search (P_3) 中 $u_{max} =$ n,而在 Search (P₂)中 $u_{\text{max}} = 50 n$,这是因为该步是最重 要的一步, итах 过低, 可能遗漏一些较好的解, итах 过高 有可能算法运算时间加长而解无任何提高。

3 试验结果及比较分析

算法 (MGT + TABU) 采用 delphi7.0 开发的程序,在P 733MHZ 微处理器,128MB 内存,操作系统为 WinXP的试验环境下对 Colden^[2] 收集的前 15 个标准多车型车辆路径问题进行了测试,测试结果见表 2。

问题	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
n	12	12	20	20	20	20	30	30	30	20	30	30	50	50	50
车辆类型	3	3	5	3	5	3	5	4	5	4	4	6	6	3	3
最优成本/元	602	722	965	6446	1013	6517	7298	2349	2220	2368	4763	4112	2437	9132	2621
CM. OOM. ROM	0.0	2.2	0.2	7.2	4.2	0.0	4.9	1.7	0.2	2.4	3.1	2.4	6.2	0.7	3.3
ROM-	0.7	1.1	2.6	1.7	2.7	0.0	1.7	1.5	0.5	1.1	2.1	3.5	3.6	0.3	0.0
ROM-	0.0	0.0	1.5	6.9	1.9	0.0	2.0	1.7	0.5	0.8	3.1	3.3	2.9	0.7	0.8
LB5 + VRP	2.7	0.0	0.3	0.1	1.7	0.0	0.8	0.6	1.8	0.8	0.1	0.5	11	0.3	0.0
$(MGT + OROPT)^5$	3.3	0.0	0.1	7.5	0.0	7.1	1.3	0.8	0.0	0.1	0.0	0.6	0.0	0.0	0.7
MBSA	5.3	0.0	0.1	0.4	1.0	6.3	1.0	0.9	0.3	0.1	0.9	2.6	0.0	0.0	0.7

MGT + TABU 0.5 0.0 0.1 0.7 0.0 0.8 0.0 0.1 0.0 0.5 0.5 0.0 0.0 0.3 0.3

表 2 不同方法的测试结果比较/%

从试验结果可以观察到,MGT + TABU 算法的结果基本接近已知最好解,在求解质量上比其它算法更稳定,具有不容易陷于局部优化的特点。

4 小结

多车型车辆路径问题由于其计算的复杂性而使其

求解困难,相关文章也比较少,禁忌搜索算法是一种基于知识的求解方法,相比节约算法而言,有不容易陷于局部优化的特点。本文采用大旅程法和禁忌搜索法相结合的混合启发式算法,在搜索过程中通过增加惩罚因子的方法允许不可行解的存在,减少解陷于局部优化的可能性。采用 GENIUS 算法处理其中的 TSP

问题,不仅能产生较好的解,而且通过对解的周期性的扰动,进一步减少解陷于局部优化的可能性。该混合启发式算法经过适当的修改(目标函数、可行限制条件、参数),可以很容易扩展运用到多周期多车辆路线和多车场多车辆路线问题。

参考文献:

- [1] Clarke , G , J W Wright. Scheduling of Vehicles from a Central Depot to a Number of Delivery Points [J] . Operations Research , 1964 , 12: 568-581.
- [2] Golden, B, Assad A, Levy L, Gheysens F. The Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem [J]. Computers and Operations Research, 1984, 11: 49 - 66.
- [3] Desrochers, M, Verhoog, T W. A New Heuristic for the Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem [J]. Computers and Operations Research, 1991, 18: 263 - 274.

- [4] Fisher, M, Jaikumar M. A Generaliz-ed Assignment Heuristic for Vehicle Routing [J] . Networks, 1981, 11: 109 - 124.
- [5] Gheysens, F, Golden B, Assad A. A Comparison of Techniques for Solving The Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem [J] . Operations research Spektrum, 1984, 6: 207 - 216.
- [6] R Netwon, W Thomas. Bus Routing in A Multi-school System [J]. Computers and Operations Research, 1974, 1: 213 222.
- [7] B Goldon , L Bodin , T Doyle , W Stewart Approximate Traveling Salesman Algorithms [J] . Operations Research , 1980 , 28: 694 - 711.
- [8] Gendreau, M, Laporte G, Musaraganyi Ch, Taillard E. A Tabu Search Heuristic for The Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem [J] . Computers and Operations Research, 1999, 26: 1153 - 1173.
- [9] M Gendreau, A Hertz, G Laporte. New Insertion and Postoptimization Procedures for The Traveling Salesman Problem [J]. Operations Research, 1992, 40: 1086 - 1094.
- [10] Taillard E D. A heuristic Column Generation Method for Heterogeneous Fleet [J] . Recherche-Operationnelle, 1999, 33: 1-14.

(上接第113页)

特征值屈曲分析来分析结构的稳定性,控制弯连续刚构的稳定性其实已经转化为考虑材料屈服强度的极限 承载力的问题。

- (2) 进行高墩大跨弯连续刚构桥稳定分析时,对于长细比较大的高墩,几何非线性对计算的影响比较大,实际工程中应同时考虑几何非线性的影响。
- (3) 加系梁可以改善高墩直连续刚构的稳定性,但对弯桥而言,要将其特征值分析结果与结构的极限 承载力比较取小者来确定结构的稳定系数。
- (4) 风荷载对高墩弯连续刚构的稳定性影响不大。
- (5) 本文只针对某一特定的结构进行了其非线性稳定分析,至于弯连续刚构中结构参数对稳定性的影

响、空间弯曲与扭转的效应,箱梁的扭转和畸变效应 以及施工和运营阶段的局部稳定等尚需做相应分析。

参考文献:

- [1] 项海帆.高等桥梁结构理论 [M].北京:人民交通出版社, 2000.
- [2] 周志祥.高等钢筋混凝土结构 [M].北京:人民交通出版社, 2002.
- [3] 马保林.高墩大跨径连续刚构桥 [M].北京:人民交通出版 社,2001.
- [4] 杨昀.高墩大跨径弯连续刚构设计及施工技术研究报告 [R]. 交通部公路科学研究所,2003.
- [5] 崔军.大跨度钢管混凝土拱桥受力性能 [D].杭州:浙江大学博士学位论文,2003.
- [6] 王振阳,赵煜,徐兴.高墩大跨径桥梁稳定性 [J].西安:长 安大学学报,2003.

(上接第 127 页)

模型能更好的反映实际跟驰车流的状况,同时验证了该模型的参数值范围是合理的,即 0 < a < 0.105, 0 < < 0.61, 0 < < 0.44。

5 结语

本文运用数学方法建立了4种期望车头间距理想模型,在定性分析跟驰车队中混沌现象的基础上,将Rossler 混沌吸引子的改进模型引入各个理想模型,在改进后的模型中选择了最为合理的基于混沌的期望车头间距理论模型,并利用实测跟车数据验证了该模型的合理性。

参考文献:

- John E Disbro, Michael Frame. Traffic Flow Theory and Chaotic Behavior [C]. TRR1225, 1990, 66-76.
- [2] P G Gpps. A Behavioral Car–Following Model for Computer Simulation
 [J] Transportation Research B 32B, 1998, 72 78.
- [3] Herman ,Montroll ,Potts ,Rothery. Traffic dynamics :analysis of stability in car following [J]. Operation Research ,1959 ,(7) :86 106.
- [4] Hogema J H. Modeling Motorway Driving Behavior [C]. Washington, D. C.: Transportation Research Board 77th Annual Meeting, 1998.
- [5] 卢侃,孙建华. 混沌动力学[M]. 上海:上海翻译出版公司,1990.
- [6] 丹尼尔 L 鸠洛夫,马休 J 休伯. 交通流理论[M]. 北京:人民交通 出版社,1983.
- [7] 黄润生.混沌及其应用[M].武汉:武汉大学出版社,1997.