

第八章 捕获信号参数估计

8.1 引言

正弦信号的参数（频率、幅度、相位等）估计问题不仅深入与我们生活的方方面面，而且在雷达、声呐以及电子对抗等领域有着及其广泛的作用。本章实验以正弦信号为例，使用相位差分参数估计算法和最小二乘法拟合算法，通过 CCS 软件，在 DM6437EVM 开发板进行对正弦信号进行捕获并进行参数估计。

通过该实验，可进一步加深对信号时域和频域关系的理解，同时深入了解 CCS 集成开发环境，掌握 DSP/BIOS 配置文件的创建，对 HWI 和 SWI 线程调度管理有初步的认识和了解。

8.2 相位差分法

相位差分法是在 FFT 粗测结果上的进一步校正，这种算法无需在频谱的最大和次大谱线间进行频率的搜索，只需对采样点分组后进行两次 FFT 就可以在不高的信噪比下获得精度相当高的频率和初相估值，而且初相和频率的估计精度是彼此独立的，十分有利于工程的实现。

假设信号模型 $S(t) = a \cdot e^{j(2\pi f_0 t + \varphi_0)}$ ，其中主要参数包含：频率 f_0 ，幅度 a 和初相位 φ_0 。对该信号进行采样，采样时间为 T ，采样点数为 N ，采样频率为 f_s 。将采样得到的序列分为前后两段等长的子序列 $S_1[n]$ 和 $S_2[n]$ ，每个序列的长度为 $N/2$ ，那么，对 $S_1[n]$ 就有：

$$S_1[n] = a \cdot e^{j(\frac{2\pi f_0 T n}{N} + \varphi_0)} \quad n = 0, 1, 2, \dots, \frac{N}{2} - 1 \quad (8-1)$$

对 $S_1[n]$ 和 $S_2[n]$ 进行 DFT 有：

$$S_1[k] = \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} [a \cdot e^{j(\frac{2\pi f_0 T n}{N} + \varphi_0)} \cdot e^{-j\frac{4\pi k n}{N}}] \quad (8-2)$$

$$S_1[k] = A_k e^{j\varphi_k} \quad (8-3)$$

$$S_2[k] = S_1[k] e^{j\pi f_0 T} \quad (8-4)$$

$$S_2[k] = A_k e^{j(\pi f_0 T + \varphi_k)} \quad (8-5)$$

其中：

$$A_k = \frac{a \sin[\pi(k - \frac{f_0 T}{2})]}{2\pi(k - \frac{f_0 T}{2}) \sin[\frac{\pi}{N}]} \quad (8-6)$$

由式可知，当 $k = [\frac{f_0 T}{2}]$ 时， A_k 得最大值，在最大谱线处， $k_0 = [\frac{f_0 T}{2}]$ ，此时可以得到频率的粗测值 $\hat{f}_k = k_0 \Delta f$ ，其中 $\Delta f = \frac{2}{T}$ 为频率分辨率。

在 $S_1[k]$ 最大谱线处，由式 (8-6) 得到幅度估计值 \hat{a} ，

$$\varphi_{k_0} = \varphi_0 + \pi(\frac{f_0 T}{2} - k_0)(1 - \frac{2}{N}) = \varphi_1 \quad (8-7)$$

由于 $S_2[k]$ 和 $S_1[k]$ 的幅度项完全相同，因而 $S_2[k]$ 同样在 $k = k_0$ 处有最大值。对于 $S_2[k]$ 有：

$$\varphi_{k_0} = \varphi_0 + \pi(\frac{f_0 T}{2} - k_0)(1 - \frac{2}{N}) + \pi f_0 T = \varphi_2 \quad \text{式 (8-8)}$$

由式 (8-7) 和 (8-8) 可得：

$$\text{相位差： } \Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \pi f_0 T - 2\pi k_0 \quad (8-9)$$

$$\text{频率偏差： } \hat{f}_\delta = \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \cdot \Delta f \quad (8-10)$$

$$\text{频率估计值： } \hat{f}_0 = \hat{f}_k + \hat{f}_\delta = (k_0 + \frac{\Delta\varphi}{2\pi}) \Delta f \quad (8-11)$$

将式 (8-9) 代入式 (8-7) 得

$$\varphi_{k_0} = \varphi_0 + \frac{N-2}{2N} \Delta\varphi \quad (8-12)$$

于是初相位的估计为：

$$\hat{\varphi}_0 = \varphi_1 - \frac{N-2}{2N} \Delta\varphi = \frac{3N-2}{2N} \varphi_1 - \frac{N-2}{2N} \varphi \quad (8-13)$$

8.3 正弦信号最小二乘法拟合

8.3.1 三参数正弦曲线拟合法

1. 基本原理过程

理想正弦信号为：

$$y(t) = E_1 \cos(2\pi ft) + E_2 \sin(2\pi ft) + Q = E \cos(2\pi ft + \varphi) + Q \quad (8-14)$$

数据记录序列为已知时刻 t_1, t_2, \dots, t_n 的采集样本 y_1, y_2, \dots, y_n ，3 参数正弦曲线拟合过程为输入信号的频率 f 已知，选取或寻找 A_1, B_1, C ，使式 (8-2) 所述方差平方和 \mathcal{E} 最小：

$$\mathcal{E} = \sum_{i=1}^n [y_i - A_1 \cos(2\pi f t_i) - B_1 \sin(2\pi f t_i) - C]^2 \quad (8-15)$$

则由 8-2 式可得 $\frac{\partial \varepsilon}{\partial A_1} = 0$, $\frac{\partial \varepsilon}{\partial B_1} = 0$, $\frac{\partial \varepsilon}{\partial C} = 0$ 。则可求出 A_1 , B_1 , C 的表达式。

$$A_N = \frac{\sum_{i=1}^n y_i \alpha_i - \bar{y} \sum_{i=1}^n \alpha_i}{\sum_{i=1}^n \alpha_i \beta_i - \bar{\beta} \sum_{i=1}^n \alpha_i} - \frac{\sum_{i=1}^n y_i \beta_i - \bar{y} \sum_{i=1}^n \beta_i}{\sum_{i=1}^n \beta_i^2 - \bar{\beta} \sum_{i=1}^n \beta_i} \quad (8-16)$$

$$A_D = \frac{\sum_{i=1}^n \alpha_i^2 - \bar{\alpha} \sum_{i=1}^n \alpha_i}{\sum_{i=1}^n \alpha_i \beta_i - \bar{\beta} \sum_{i=1}^n \alpha_i} - \frac{\sum_{i=1}^n \alpha_i \beta_i - \bar{\alpha} \sum_{i=1}^n \beta_i}{\sum_{i=1}^n \beta_i^2 - \bar{\beta} \sum_{i=1}^n \beta_i} \quad (8-17)$$

$$B_N = \frac{\sum_{i=1}^n y_i \alpha_i - \bar{y} \sum_{i=1}^n \alpha_i}{\sum_{i=1}^n \alpha_i^2 - \bar{\alpha} \sum_{i=1}^n \alpha_i} - \frac{\sum_{i=1}^n y_i \beta_i - \bar{y} \sum_{i=1}^n \beta_i}{\sum_{i=1}^n \alpha_i \beta_i - \bar{\alpha} \sum_{i=1}^n \beta_i} \quad (8-18)$$

$$B_D = \frac{\sum_{i=1}^n \alpha_i \beta_i - \bar{\beta} \sum_{i=1}^n \alpha_i}{\sum_{i=1}^n \alpha_i^2 - \bar{\alpha} \sum_{i=1}^n \alpha_i} - \frac{\sum_{i=1}^n \beta_i^2 - \bar{\beta} \sum_{i=1}^n \beta_i}{\sum_{i=1}^n \alpha_i \beta_i - \bar{\alpha} \sum_{i=1}^n \beta_i} \quad (8-19)$$

其中：

$$\alpha_i = \cos 2\pi f t_i, \quad \beta_i = \sin 2\pi f t_i$$

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \alpha_i, \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i, \quad \bar{\beta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \beta_i$$

那么 $A_1 = A_N / A_D$; $B_1 = B_N / B_D$; $C = \bar{y} - A_1 \bar{\alpha} - B_1 \bar{\beta}$ 。参数 A_1 、 B_1 、 C 即为 E_1 、 E_2 、 Q 的最小二乘拟合。

另外一种表达式 $\hat{y}_i = A \cos(2\pi f t_i + \theta) + C$ 。

其中： $A = \sqrt{A_1^2 + B_1^2}$

$$\theta = \begin{cases} \arctan \frac{-B_1}{A_1}, & A_1 \geq 0 \\ \arctan \frac{-B_1}{A_1} + \pi, & A_1 < 0 \end{cases}$$

拟合的有效方差为： $\rho = \sqrt{\frac{\varepsilon}{n}}$

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^n (y_i - A_1 \alpha_i - B_1 \beta_i - C)^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}(i))^2$$

8.3.2 四参数正弦曲线拟合法

上述三参数正弦曲线拟合过程，是在已知信号频率 f 的假设下进行的，实际

上，信号频率 f 可能是未知的。对上述 3 参数正弦曲线拟合方法的改造，可获得一种绝对收敛的 4 参数正弦曲线拟合方法。

假设平均采集速率为 f_s ，待估计的正弦波频率目标值为 f_0 ，待估计的正弦波采样序列所含信号周期个数为 p ；则有 $\Delta f_{\max} = f_0 / p$ ，在区 $[f_0 - \Delta f_{\max}, f_0 + \Delta f_{\max}]$ 内的任意频率 f 下，方差平方和 $\varepsilon(f)$ 的极值存在且唯一。这样，可在 4 参数的正弦信号曲线拟合中，对幅度、频率、相位、直流分量进行线性搜索，可保证 $[f_0 - \Delta f_{\max}, f_0 + \Delta f_{\max}]$ ，用 3 参数拟合的方法实现的 4 参数正弦信号曲线拟合过程绝对收敛。过程如下：

(1) 设定拟合迭代停止条件 h_e ，这里我们可取为 0.1；

(2) 知时刻 t_1, t_2, \dots, t_n 的采集样本 y_1, y_2, \dots, y_n ，用周期计点法获得每个信号周期内的采样点数 m ，并获得序列所含的周期个数 $p = n/m$ ；那么频率 f_0 的估计值 $\hat{f}_0 = f_s / m$ ，其收敛区间界为 $\Delta f_{\max} = \hat{f}_0 / p = f_s / n$ ；

(3) 确定频率 f 的收敛区间 $[f_0 - \Delta f_{\max}, f_0 + \Delta f_{\max}] = [\hat{f}_0 - f_s / n, \hat{f}_0 + f_s / n]$ ，

迭代左边界： $f_L = \hat{f}_0 - f_s / n$

迭代右边界： $f_R = \hat{f}_0 + f_s / n$

中值频率： $f_M = f_L + 0.618 \times (f_R - f_L)$ ； $f_T = f_R - 0.618 \times (f_R - f_L)$ ；

(4) 在 f_L 上执行 3 参数的正弦曲线拟合算法，获得 $A_L, \theta_L, C_L, \rho_L$ ；在 f_R 上执行 3 参数的正弦曲线拟合算法，获得 $A_R, \theta_R, C_R, \rho_R$ ； f_M 上执行 3 参数的正弦曲线拟合算法，获得 $A_M, \theta_M, C_M, \rho_M$ ； f_T 上执行 3 参数的正弦曲线拟合算法，获得 $A_T, \theta_T, C_T, \rho_T$ ；

(5) 若 $\rho_M < \rho_T$ ，则 $\rho = \rho_M$ ，有 $f_0 \in [f_T, f_R]$ ， $f_L = f_T, f_T = f_M$ ； $f_M = f_L + 0.618 \times (f_R - f_L)$ ；

若 $\rho_M > \rho_T$ ，则 $\rho = \rho_T$ ，有 $f_0 \in [f_L, f_M]$ ， $f_R = f_M, f_M = f_T$ ； $f_T = f_R - 0.618 \times (f_R - f_L)$ ；

(6) 每次迭代判定是否 $|(\rho_M - \rho_T) / \rho_T| < h_e$ ，是则停止迭代，若此时 ρ 取 ρ_T ，获得 4 参数拟合正弦曲线参数为 $A = A_T, f = f_T, C = C_T, \rho$ ，拟合过程停止；若此时 ρ 取 ρ_M ，获得 4 参数拟合正弦曲线参数为 $A = A_M, f = f_M, C = C_M, \rho$ ，拟合过程停止，否则，重复 (4) ~ (6) 步。

8.4 DM6437EVM 上正弦信号参数估计的实现

1. 硬件电路连接

信号发生器输出接 DM6437EVM 的线路输入 P1 口，电源上电。调节不同的

2.新建配置文件

每个使用 DSP/BIOS 的程序，都需要一个 DSP/BIOS 的配置文件 (*.tcf)，并将其添加到项目文件中。根据该配置文件，系统自动生成连接工具使用的.cmd 文件和相关的汇编代码。在菜单栏，点击 File->New->DSP/BIOS configuration file 即可创建 DSP/BIOS 配置文件。

Configuration Tool - [D:\workspace\metadata\plugins\org.eclipse.rtc.xcdtools.buildDefinitions.DSPBIOS\gconf\Signal_estimation\Sign...

File Edit View Object Help

Estimated Data Size: 2976 Est Min Stack

HWL_INT4 properties

Property	Value
comment	defines the INT4 Interrupt
interrupt selection number	51
function	_isrSignal
monitor	Nothing
addr	0x00000000
type	signed
operation	STS_add(*addr)
Use Dispatcher	True
Arg	0x00000000
Interrupt Mask	self
Interrupt Bit Mask	0x0010

Textual Configuration Script - Line: 1

```
utils.loadPlatform("ti.platforms.evmDM6437")

/* the following DSP/BIOS Features are enabled */
bioe.enableRealTimeAnalysis(prog);
bioe.enableRtdx(prog);
bioe.enableTaskManager(prog);

bioe.HWI.instance("HWI_INT4").interruptSel =
bioe.HWI.instance("HWI_INT4").fn = prog.execute;
bioe.HWI.instance("HWI_INT4").useDispatcher =
bioe.HWI.instance("HWI_INT4").fn = prog.execute;
// GRAPHICAL_CONFIG_TOOL_SCRIPT_INSERT_POINT

prog.gen();
```

Estimated Data Size: 2 Est. Min. Stack Size (MAUS)

图 8-1 HWI 线程配置

SWI 线程中调用估计算法函数 `estimate()`，该函数包含相位差分算法和最小二乘法拟合算法两种计算。在信号数据点采样点到达 1024 个后，进行一次计算。首先添加一个名为 `estimate_SWI` 的 SWI 线程，设置其属性调用函数 `estimate()` 配置如下图所示。

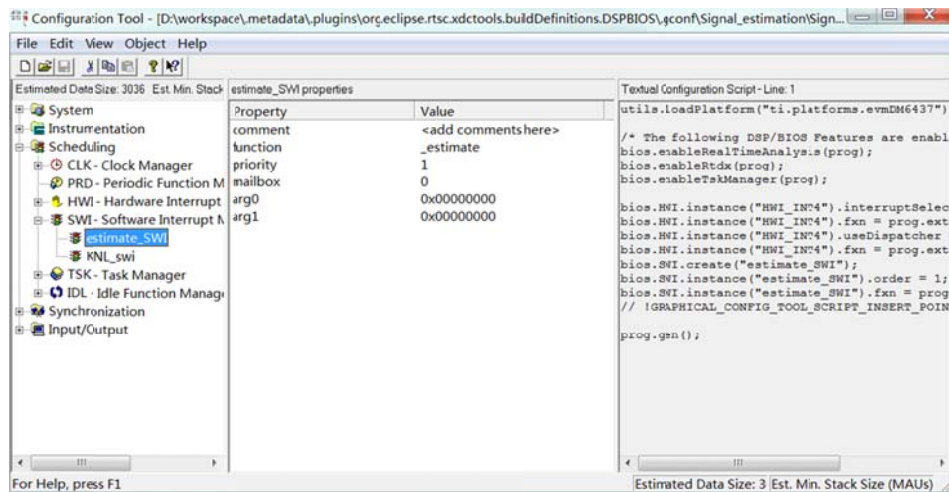


图 8-2 SWI 线程配置

3.相关程序实现

(1) 由于采用 DSP/BIOS 编程，因此主函数只进行板子初始化以及开启中断，其程序实现如下所示。

```

void main () {

    short i;                // loop counter
    for(i=0;i<N;i++){
        buffer[i]=0;
    }
    EVMDM6437_init();       // init EVM6437 HW
    initCodec();            // init McBSP1; s/u AIC via I2C
    ICR = 0x10;            // clear INT4 (precaution)
    IER |= 0x10;           // enable INT4 as CPU interrupt
    MCBSP1_SPCR = 0x00010001; // start McBSP
}
  
```

(2) 硬件中断服务程序 isrSignal(): 每次硬件中断实现正弦信号采样，在采样点累计到 1024 个后，执行一次软件中断线程。

```

void isrSignal(void){      // get, process, send data: IPO

    static short dataIn;   // i/f to McBSP read/write
    dataIn = (short)(MCBSP1_DRR_32BIT & 0x0ffff);
    //get one signal sample

    if(mark<N){           //mark 为全局变量，当满足条件时 buffer 存储数据
        buffer[mark]=dataIn;
        mark++;
    }
}
  
```

```
}  
if(mark==N){ //满足条件调用 SWI 中断，并修改 mark 值使其跳出判断  
    SWI_post(&estimate_SWI);  
    //SWI 线程运行结束后，内置 mark 变量初始化为 0，重新计数  
}  
}
```

(3) estimate()函数调用两种算法函数，对采集的信号样本 buffer 进行计算，在这里 buffer 定义为全局变量，用于存储采样得到的 1024 个点。

在差分相位算法里，计算信号的 fft 用到了 DSPlibC64+库函数，DSP_fft_16x16 库函数中分别有通过 c 自然语言”DSP_fft16x16_cn.c”，带有精简指令的 c 语言”DSP_fft16x16_i.c”以及汇编语言” DSP_fft16x16_sa.SA”三种源文件来实现 fft 算法。通过库函数计算的 fft 为定点 fft 无法得到精确的傅里叶变换值 $X[k]$ ，但最大值 k 处可以确定。随后利用 Goertzel 算法计算出 $X[k]$ 的精确值，进行下一步频率、相位的估计计算。

在最小二乘法拟合算法里，分别定义了 curvefit()和 curvefit_4para()两种函数，curvefit()用于确知频率的信号参数的拟合，curvefit_4para()则调用 curvefit()来进行迭代，对精确频率进行搜索，并拟合其他信号参数。

8.5 实验结果分析

在 estimate()函数末尾加上断点，将差分相位法估计的频率值 f，相位值 p，幅度值 a，以及最小二乘法拟合频率值 freq，相位值 phase，幅度值 A，添加到 CCS 观察窗口进行观察。每运行一次，会得到不同的结果，同样，在调整信号发生器输出信号的频率时也会得到不同的计算结果。下图显示了信号发生器输出正弦信号频率为 2KHz，幅度为 1V，初始相位为 0 时，两种算法的结果。

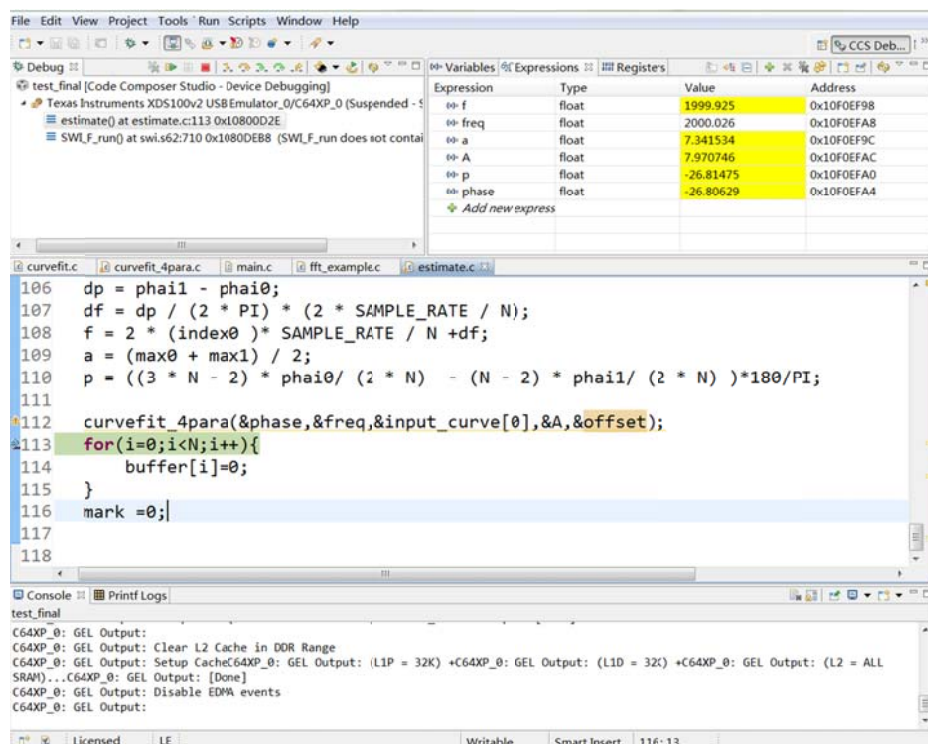


图 8-3 测试结果

调整信号发生器的输出频率、幅度测试多组数据，可以发现频率估计的精确度可以达到要求。由于信号经板子采集后，有放大器，量化的影响，最终的结果并不能代表信号发生器所输出信号的幅度，并且在差分相位算法中， A_k 并不能代表真实幅度 a 的值，在这里未在这种算法中对 A_k 和 a 作相应的变化。但拟合算法时域上的幅度值可以作为参考。由于在进入计算拟合参数之前对 `buffer` 的数据除了 1024 以防止溢出，故最后可以通过 A 的值来计算采样后信号的增益。通过多组数据的拟合结果可以计算出采样后信号的增益在 8100~8200 之间。

关于相位的问题。由于硬件中断到来对信号进行采样无法保证第一个采样点恰好在 0 时刻，所以无法与信号发生器设定的初相位进行比较。但由于有两种算法的保证，两个相位结果的误差在 1 度 ($\frac{1}{180}\pi$) 以内。所以两种相位结果可以正确的估计信号的初始相位。

8.6 参考资料

- 1、齐国清, 贾欣乐. 基于 DFT 相位的正弦波频率和初相的高精度估计方法[J]. 电子学报, 2001, 29(9):1164-1167.
- 2、梁志国, 朱济杰, 孟晓风. 四参数正弦曲线拟合的一种收敛算法[J]. 仪器

仪表学报, 2006, 27(11):1513-1519.

3、DSPlib3_4_0_0 库