

李 骄, 许彦红, 吉灵波. 基于 Matlab 的秃杉种群竞争数学模型仿真分析[J]. 江苏农业科学, 2014, 42(7): 175-178.

# 基于 Matlab 的秃杉种群竞争数学模型仿真分析

李 骄, 许彦红, 吉灵波

(西南林业大学林学院, 云南昆明 650224)

**摘要:**利用 Matlab 建模平台, 建立基于 Lotka-Voltterra 生态学种群竞争的秃杉数学模型, 并对其进行 Simulink 仿真模拟。以云南省腾冲县秃杉林为研究对象, 分析林分内秃杉种群与其他树种种群竞争的关系, 并进行数值模拟与 Logistic 回归诊断分析, 得出 3 种不同的平衡点竞争模式。分析结果表明: 最理想竞争平衡模式下, 林分内秃杉种群在树龄 17 年之后占据优势地位, 达到了营林的预期目标; 激烈竞争平衡模式下, 幼龄林处于第一组平衡的均势模式; 最差竞争平衡模式下, 秃杉林在树龄 20 年之后处于劣势地位。本研究改进了传统竞争指数的计算方法, 从宏观上对秃杉林种群竞争进行建模仿真分析, 并根据研究结果对秃杉林后期经营提出了应对策略及建议, 为计算机建模仿真技术在林学领域提供了广阔的应用空间。

**关键词:**秃杉; Matlab; 种群竞争模型; Simulink 仿真

**中图分类号:** S718.54<sup>+</sup>1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1002-1302(2014)07-0175-04

秃杉(*Taiwania flousiana*) 属裸子植物杉科台湾杉属, 是中国特有的世界珍稀植物, 现为我国一级保护植物, 天然分布于我国湖北省西南部、贵州省东南部及云南省西部等地, 垂直分布海拔高度 800~2 500 m<sup>[1]</sup>。目前国内对于秃杉林竞争研究只是简单地通过 Hegyi 单木竞争方程计算其竞争指数, 并未从宏观上对秃杉林与不同伴生树种间的种群竞争进行数学建模与分析, 无法直观得出相应的竞争干扰程度结果, 从而不能准确地对秃杉林进行经营策略指导。本研究引入 Lotka-Volterra 生态学数学竞争模型对秃杉林种群建模并进行 Simulink 仿真分析, 采用系统、科学、客观的分析方法, 利用 Matlab 平台对实地调查所得的原始数据进行因子指标分类, 然后回归诊断分析得出秃杉与其竞争种群间在不同竞争平衡模式下的内在联系, 为进一步确定合理的秃杉林经营密度, 制定合理的经营管理措施, 提高秃杉林经营管理水平提供科学的理论依据, 对秃杉人工林的可持续经营具有十分重要的意义。同时, 本研究是计算机建模仿真技术在林学领域应用的重要发展方向。

## 1 Matlab 建模平台与 Simulink 仿真

Matlab 是 matrix 与 laboratory 2 个词的组合, 意为矩阵工厂(矩阵实验室), 是主要面对科学计算、可视化以及交互式程序设计的高科技计算环境。借助于 Matlab 强大的数据处理、图形处理能力, 可以方便快捷高效地解决数学建模中的各种问题<sup>[2]</sup>。Simulink 是 Matlab 中的一种可视化仿真工具, 是一种基于 Matlab 的框图设计环境, 被广泛应用于线性系统、

非线性系统、数字控制及数字信号处理的建模和仿真中<sup>[3]</sup>。Simulink 可以用连续采样时间、离散采样时间或 2 种混合的采样时间进行建模。Simulink 与 Matlab 紧密集成, 可以直接访问 Matlab 大量的工具来进行算法的研发、仿真的分析和可视化、批处理脚本的创建、建模环境的定制以及信号参数和测试数据的定义<sup>[4]</sup>。

## 2 种群竞争数学模型与仿真结构图构建

### 2.1 种群竞争模型建立原理

针对某主要树种与其竞争树种种群进行数学建模, 将主要树种、竞争树种设为  $x_1(t)$ 、 $x_2(t)$ , 在单一种群的情况下, 主要树种服从 Logistic 方程<sup>[5]</sup>:

$$\frac{dx_1}{dt} = r_1 x_1 \left( 1 - \frac{x_1}{N_1} \right).$$

式中:  $r_1$  表示主要树种的固有增长率;  $N_1$  表示主要树种的最大容量;  $\left( 1 - \frac{x_1}{N_1} \right)$  为主要树种的环境阻力, 反映了对其增长的资源限制。当主要树种与竞争木竞争同一环境资源时, 主要树种的环境阻力则改变为  $\left( 1 - \frac{x_1 + \alpha x_2}{N_1} \right)$ , 这说明在考虑主要树种的环境阻力时, 1 个竞争木的存在相当于  $\alpha$  个主要树种, 则公式变更为:

$$\frac{dx_1}{dt} = r_1 x_1 \left( 1 - \frac{x_1}{N_1} - \frac{\alpha x_2}{N_1} \right).$$

同理, 竞争木也做类似讨论, 得出 Lotka-Volterra 种群竞争模型<sup>[6]</sup>,

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = r_1 x_1 \left( 1 - \frac{x_1}{N_1} - \frac{\alpha x_2}{N_1} \right) \\ \frac{dx_2}{dt} = r_2 x_2 \left( 1 - \frac{x_2}{N_2} - \frac{\beta x_1}{N_2} \right) \end{cases}.$$

### 2.2 模型平衡点稳定性分析

根据上式求出方程组平衡点为  $P_0(0, 0)$ ,  $P_1(N_1, 0)$ ,  $P_2(0, N_2)$ ,  $P_3 = \left( \frac{N_1 - \alpha N_2}{1 - \alpha\beta}, \frac{N_2 - \beta N_1}{1 - \alpha\beta} \right)$  (当  $\alpha\beta \neq 1$  时存在)<sup>[7]</sup>,

收稿日期: 2014-03-25

基金项目: 国家公益性行业科研专项(编号: 201104053)。

作者简介: 李 骄(1982—), 男, 重庆合川人, 硕士研究生, 主要从事森林资源管理与评价研究。E-mail: 48965058@qq.com。

通信作者: 许彦红, 男, 云南易门人, 硕士, 副教授, 主要从事森林测计学、森林资源经营管理与评价方面的研究。E-mail: xyhong64@163.com。

在此引入线性方程平衡点稳定性定理讨论各平衡点的稳定性。

(1) 对于平衡点  $P_0(0,0)$ 。由于

$$A = \begin{bmatrix} r_1 - \frac{2r_1}{N_1}x_1 - \frac{\alpha r_1}{N_1}x_2 & -\frac{\alpha r_1}{N_1}x_1 \\ -\frac{\beta r_2}{N_2}x_2 & r_2 - \frac{\beta r_2}{N_2}x_1 - \frac{2r_2}{N_2}x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 & 0 \\ 0 & r_2 \end{bmatrix},$$

则有  $p = -(r_1 + r_2) < 0$ , 所以  $P_0(0,0)$  点不稳定, 不将其纳入讨论范围。

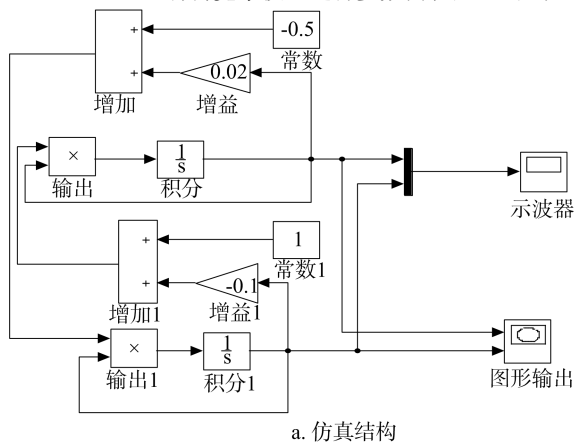
(2) 对于其他 3 个平衡点计算出其稳定条件如表 1 所示。

表 1 平衡点稳定条件

| 平衡点  | 稳定条件   |
|--|--|
| $P_1(N_1, 0)$  | $N_1 > \frac{N_2}{\beta}$                              |
| $P_2(0, N_2)$  | $N_2 > \frac{N_1}{\alpha}$                             |
| $P_3(\frac{N_1 - \alpha N_2}{1 - \alpha\beta}, \frac{N_2 - \beta N_1}{1 - \alpha\beta})$ | $N_2 < \frac{N_1}{\alpha}$ 且 $N_1 < \frac{N_2}{\beta}$ |

### 2.3 数学模型优化处理

对 Lotka - Volterra 种群竞争模型进行参数简化处理得到



主要树种种群竞争方程组:

$$\begin{cases} \dot{u} = u_1(1 - u_1 - \varepsilon_1 u_2) \\ \dot{u}_2 = \gamma u_2(1 - u_2 - \varepsilon_2 u_1) \end{cases}$$

其中  $u_1$  和  $u_2$  为适合于生态位容纳量的标准化种群密度<sup>[8]</sup>, 这对于后期确立主要树种与其竞争树种的种植密度, 为后期进行抚育间伐强度的选择提供了重要的参考意义。 $\varepsilon_1$  与  $\varepsilon_2$  为标准化变量对应的种间竞争系数。

### 2.4 仿真模型的建立

在 Matlab 的 S 函数命令窗口中使用 C、Matlab 与 Fortran 语言<sup>[9]</sup> 混合进行程序编译, 确定模型的连续状态个数, 对状态进行初始化, 确定采样时间等, 然后在对 mdUpdate 和 mdlOutputs 函数<sup>[10]</sup> 进行修改, 输入要表示的种群竞争系统连续状态方程和输出方程。

在仿真框图里对其进行主要树种种群竞争仿真结构模拟。这是一个连续的非线性模型方程组, 需要用到离散模块<sup>[11]</sup>、逻辑与位算子模块、数学算子模块、接收器模块等模块, 再根据优化过的主要树种种群竞争模型方程组打开 Simulink 模块库建立仿真结构图 (图 1); 并在 Simulink 里完成数据分析、过程自动化、优化参数等工作<sup>[12]</sup>。

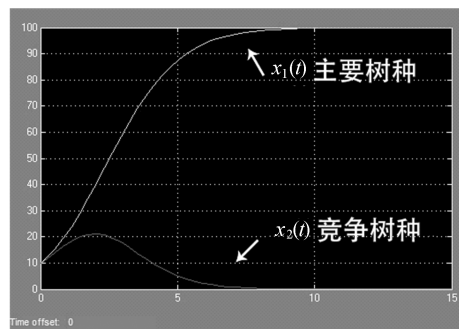


图1 主要树种种群竞争模型仿真图

## 3 基于 Matlab 的秃杉种群竞争分析

### 3.1 样地选择与数据收集预处理

在云南省腾冲县秃杉人工林中, 充分考虑不同龄级、不同立地条件, 选取秃杉林典型地段设置标准地。标准地为矩形, 面积为 600 m<sup>2</sup> (30 m × 20 m), 对标准地内胸径 ≥ 3.0 cm 的所有乔木树种进行每木检尺。记录树种名, 测量其胸径、树高、枝下高、冠幅。同时以每株秃杉为对象木, 确定其竞争木。测定林分郁闭度, 调查林下灌木和草本层的主要种类、平均高度、盖度; 记载标准地的生境因子, 如土壤种类、土层厚度、海拔、坡向、坡度、坡位等<sup>[13]</sup>。样地主要林分调查因子特征见表 2。

### 3.2 分析程序编译

根据种群竞争方程组运行 MatlabR2012b 编写种群竞争分析程序, 然后将收集得到的原始数据输入后运行, 其具体的编译步骤有以下几点。

(1) 首先根据表 2 调查所得的样地树种组成确立秃杉与

其竞争树种种群数量  $x_1(t)$ 、 $x_2(t)$ , 再根据年龄段、秃杉种群与竞争树种种群平均胸径确定 2 种种群固有增长率  $r_1$ 、 $r_2$ , 最后根据秃杉种群与竞争树种种群样地株数与其立地条件确定样地种群容量  $N_1$ 、 $N_2$  等因子指标。

(2) 进入 Matlab 对上述指标参数变量进行定义, 初始化时间点间隔为 0.4、时间区间为  $[0 : h : 30]$  (其中  $h$  为时间变量)、初始点为  $[10, 10]$ 、相对误差限定义为  $e^{-6}$ 、绝对误差限定义为  $e^{-9}$  ( $e$  为误差) 等条件<sup>[14-15]</sup>, 然后使用五级四阶龙格 - 库塔公式计算, 并将计算后的结果传递给前面的指标参数变量<sup>[16]</sup>。

(3) 图形的输出与相轨线的绘制。

### 3.3 平衡点竞争模式的 Logistic 回归诊断结果及分析

(1) 最理想竞争模式 ( $P_1$  平衡点)。在  $P_1$  竞争模式下, 当  $N_1 > \frac{N_2}{\beta}$  时,  $P_1$  点稳定, 即当  $t \rightarrow \infty$  时,  $[x_1(t), x_2(t)] \rightarrow (N_1, 0)$ , 它表示在种群竞争过程中, 秃杉种群强于其他竞争

表 2 样地主要调查因子数据分类表

| 样地编号 | 树种组成        | 年龄<br>(年) | 秃杉        |        | 竞争树种      |        |
|------|-------------|-----------|-----------|--------|-----------|--------|
|      |             |           | 平均胸径 (cm) | 数量 (株) | 平均胸径 (cm) | 数量 (株) |
| 1    | 10 秃 + 华    | 25        | 28.6      | 77     | 13.4      | 7      |
| 2    | 9 秃 1 楸     | 21        | 23.2      | 75     | 11.5      | 10     |
| 3    | 10 秃 + 桦    | 32        | 33.6      | 63     | 16.7      | 5      |
| 4    | 5 秃 5 桤     | 8         | 8.3       | 71     | 9.8       | 48     |
| 5    | 9 秃 1 华     | 18        | 20.5      | 72     | 12.6      | 20     |
| 6    | 10 秃 + 云    | 28        | 30.4      | 65     | 14.0      | 7      |
| 7    | 10 秃 - 栎    | 23        | 22.7      | 73     | 12.1      | 12     |
| 8    | 7 桤 3 秃     | 19        | 13.6      | 44     | 20.8      | 41     |
| 9    | 10 秃 - 桤    | 30        | 28.8      | 76     | 23.2      | 2      |
| 10   | 8 秃 1 桤 1 华 | 25        | 25.7      | 66     | 18.0      | 18     |
| 11   | 5 秃 5 桤     | 7         | 6.5       | 70     | 8.2       | 38     |
| 12   | 10 秃 + 华    | 27        | 22.5      | 70     | 14.4      | 6      |
| 13   | 10 秃 - 华    | 34        | 34.9      | 64     | 15.8      | 3      |
| 14   | 7 秃 3 桤     | 12        | 12.5      | 60     | 11.4      | 18     |
| 15   | 5 秃 4 杉 1 桤 | 6         | 6.5       | 50     | 5.8       | 47     |
| 16   | 6 桤 4 秃     | 22        | 15.8      | 45     | 22.1      | 43     |
| 17   | 10 秃 - 云    | 19        | 16.8      | 75     | 10.2      | 15     |
| 18   | 9 秃 1 杉     | 11        | 9.2       | 80     | 6.5       | 25     |
| 19   | 10 秃 - 木    | 40        | 43.3      | 55     | 30.2      | 2      |
| 20   | 5 秃 5 杉     | 6         | 6.3       | 53     | 5.5       | 55     |

注:秃为秃杉,杉为杉木,桤为桤木,华为华山松,楸为楸木,云为云南松,栎为栎类,木为木荷。

种群,导致其他竞争种群数量  $x_2(t) \rightarrow 0$ ,在此模式下秃杉获得了绝大部分环境资源而其他竞争种群处于劣势地位<sup>[17]</sup>。

$P_1$  点稳定是秃杉种群竞争中最理想化的竞争模式,秃杉处于良性发展阶段,其他竞争种群基本不能对其构成生存威胁,甚至在后期因为生存资源被秃杉占用而无法存活于对象林分中,达到近乎纯林的效果。在此次调查中,第 1、2、3、5、6、7、9、10、12、13、14、17、18、19 号样地根据 Matlab 数值模拟分析后呈现最理想竞争模式。从图 2-a 可知,树龄 17 年之后其他竞争树种种群完全居于劣势地位,整个林分完全被秃杉种群占据并且趋势线维持稳定。

(2) 最差竞争模式( $P_2$  平衡点)。在  $P_2$  竞争模式下,当  $N_2 > \frac{N_1}{\alpha}$  时,  $P_2$  点稳定,即当  $t \rightarrow \infty$  时,  $[x_1(t), x_2(t)] \rightarrow (0, N_2)$ ,与最理想竞争模式相反,它表示在种群竞争过程中,其他竞争种群竞争力强于秃杉种群,导致秃杉种群数量  $x_1(t) \rightarrow 0$ ,在此模式下其他树种获得了绝大部分环境资源而秃杉种群处于劣势地位。

$P_2$  点稳定是秃杉种群竞争中最差结果的竞争模式,其他竞争树种种群在林分中占主导地位,在林分郁闭后获取了大部分的资源,例如阳光、土壤养分等,对秃杉的生长制造了非常消极的环境,此时秃杉种群完全趋于劣势。8 号和 16 号样地根据 Matlab 数值模拟分析后呈现最差竞争模式,如图 2-b 所示。经调查分析,后期人工抚育管理措施不到位,对混交树种旱冬瓜未能及时修枝或间伐所导致出现这种结果,这是后期秃杉大径级用材林经营管理中需要避免出现的情况。

(3) 激烈竞争平衡模式( $P_3$  平衡点)。在  $P_3$  竞争模式下,当  $N_2 < \frac{N_1}{\alpha}$  且  $N_1 < \frac{N_2}{\beta}$  时,  $P_3$  点稳定,即当  $t \rightarrow \infty$  时,  $[x_1(t), x_2(t)] \rightarrow (\frac{N_1 - \alpha N_2}{1 - \alpha\beta}, \frac{N_2 - \beta N_1}{1 - \alpha\beta})$ ,它表示在种群竞争过

程中,秃杉种群最终稳定在  $\frac{N_1 - \alpha N_2}{1 - \alpha\beta}$ ,其他竞争种群最终稳定

在  $\frac{N_2 - \beta N_1}{1 - \alpha\beta}$ 。从样本数据看来这种模式一般处于 2 种阶段,其中一种情况是在最理想竞争模式和最差竞争模式的中间阶段短暂出现,这是由共存共生模式走向其中一方对另外一方优势灭绝的过渡,如图 2-c 中第 1 组竞争平衡所示;另外一种情况是双方竞争系数持平,会在以后一段时间保持共存共生模式<sup>[18]</sup>,如图 2-c 中第 2 组竞争平衡所示。

$P_3$  点稳定是秃杉种群竞争中最常见的过渡竞争模式,在对环境资源的竞争过程中双方都发挥了各自的作用。在没有外来因素刺激的情况下,秃杉种群与其他竞争树种在未来一段时期内依然维持共存共生模式。第 4、11、15、20 号 4 块 10 年以下幼龄林样地处于这个阶段,总体数值呈现出第 1 组竞争平衡模式,此时应及时进行人工干预引导其过渡到最理想竞争模式。

#### 4 秃杉种群竞争平衡模式对应的经营策略

通过研究秃杉种群竞争模型仿真与 3 种种群竞争模式得出了以下秃杉林人工经营策略。

(1) 要达到最优竞争模式( $P_1$  平衡点),需要提升秃杉种群  $N_1$  所占的份额。首先要做好秃杉幼林郁闭前的抚育工作,幼林抚育的内容主要应从土壤管理入手,通过松土、除草改善土壤的理化性质,排除杂草、灌木对幼林的竞争<sup>[19]</sup>;其次对林木本身进行必要的抑制调节,如除蘖、平茬、间苗等,使幼林成林,到提升  $N_1$  的效果。

(2) 针对最差竞争模式( $P_2$  平衡点)的情况,需要降低  $N_2$  所占份额。在营林上可以考虑采用抚育间伐与合理混交 2 种措施。幼林郁闭后,林木的个体逐渐增大,主要表现在冠幅、树高、直径方面的增加,林木与林木、林木与灌木或草本的竞争随之逐渐增加,这时需要对密度较大的秃杉林分进行适度

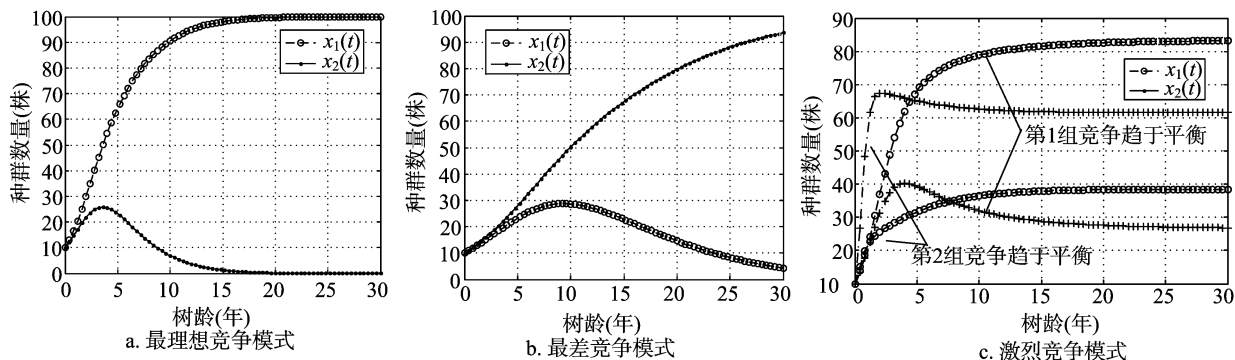


图2 平衡点竞争模式样本数值模拟

抚育间伐。若间伐强度过大,虽然可以减轻秃杉种群与竞争种群之间的竞争,但林分单位面积的生长量会减少;若间伐强度过小,则达不到抚育效果,解决不了林木激烈竞争的趋势。此外,还要及时修枝,对不利于优良木生长的病腐木、被压木、生长畸型的林木及时清理<sup>[20]</sup>,使秃杉有一个良好的生长环境。造林密度和混交树种及比例影响林分生长发育全过程。造林密度不同,混交树种及比例不同,林分郁闭、林木开始激烈竞争的时间及激烈程度不同。密度过大,郁闭越早,竞争时间越提前,会影响林分生长;密度过小,林木个体在单位面积上株数较少,不能很好利用营养空间。而秃杉与伴生树种种群混交密度应该遵循参数优化后秃杉种群竞争方程组中的标准化种群密度  $u_1$  和  $u_2$  来确定。

(3)林地内环境的保护管理。在研究的数学模型中,秃杉种群与其他竞争种群竞争所需的前提环境资源如阳光、水源、土壤等为固定值,所以在林地内应保护好地被物,禁止人为干预枯枝落叶层,以免破坏森林内营养元素的循环。如果林内没有枯枝落叶,营养元素的循环得不到保证,林地涵养水源能力差,导致地表水大量流失,土壤含水量低;同时由于地表径流、土壤流失大,林木所需的养分和水分不足,从而加剧林木的竞争。

## 5 结论

随着计算机技术的不断发展,计算机在林业领域中的应用已经从相对简单的多媒体计算机技术时代进入了更高层次的计算机建模仿真技术时代。本研究利用生态学数学模型研究秃杉种群与其他竞争种群空间资源争夺结果,并建立了3种竞争模式。本研究通过 Matlab 进行数值模拟与 Simulink 仿真分析,得出3个种群竞争平衡点模式,并基于模型参数数值模拟图给出了腾冲县秃杉人工林经营策略建议。

本研究是国家公益性行业科研专项“秃杉大径材人工培育关键技术研究(201104053)”的内容之一,研究成果已应用于试验示范区建设。随着数字化林业、林业信息化的推广,计算机仿真模拟技术将会在林业行业得到更加广泛的应用。

## 参考文献:

[1]陈强,袁明,刘云彩,等.秃杉的物种确立、天然林种群特征、保护、引种和种源选择研究[J].西部林业科学,2012,41(2):1-16.  
[2]席伟.微分方程方向场 MATLAB 仿真工具箱设计[J].信息安

全与技术,2012(11):65-67.  
[3]Vahidi B, Esmaceli E. MATLAB - SIMULINK - based simulation for digital differential relay protection of power transformer for educational purpose[J]. Computer Applications in Engineering Education, 2013, 21(3):475-483.  
[4]刘斐.基于 Simulink 的通信系统仿真[J].电脑知识与技术, 2011,7(7):1593-1594.  
[5]李海峰,李秋英,陆民燕.基于 Logistic 测试覆盖率函数的软件可靠性建模研究[J].计算机研究与发展,2011,48(2):232-240.  
[6]黄光球,赵魏娟,陆秋琴.基于3种群 Lotka - Volterra 模型的种群动力学函数优化算法[J].计算机科学,2013,40(8):214-219.  
[7]常振海,刘薇. Logistic 回归模型及其应用[J].延边大学学报:自然科学版,2012,38(1):28-32.  
[8]王金良,李慧凤. Logistic 种群演化模型的渐近加权周期性[J].应用数学学报,2011,34(3):496-501.  
[9]李敏.真实模型 Matlab 仿真的过程控制系统实验研究[J].浙江工业大学学报,2011,39(2):168-173.  
[10]张金铨,李传东,李超群.基于 Matlab 的忆感器建模仿真及应用[J].固体电子学研究进展,2012(3):239-245.  
[11]Zuliani P, Platzer A, Clarke E M. Bayesian statistical model checking with application to Stateflow/Simulink verification[J]. Formal Methods in System Design, 2013, 43(2,SI):338-367.  
[12]郝连秀,王浩轩,张亮.基于 Matlab/Simulink 的频率合成器模型设计[J].计算机与现代化,2013(5):206-210.  
[13]刘佩云.秃杉人工林立地指数的研究[J].林业科技,2011,36(6):16-18.  
[14]李典,杨永.点隐式龙格-库塔方法的应用研究[J].航空计算技术,2011,41(3):66-70.  
[15]韩慎友,钟青.三阶龙格-库塔时间分裂显式算法的误差分析[J].气象学报,2012,70(1):119-127.  
[16]Medina A, Segundo - Ramirez J, Ribeiro P, et al. Harmonic analysis in frequency and time domain[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2013, 28(3):1813-1821.  
[17]赵峰.贵州雷公山秃杉优势种群的生态位特征[J].中国农学通报,2012,28(1):17-23.  
[18]Zhou M. Using logistic regression models for selection in non-replicated sugarcane breeding populations[J]. Euphytica, 2013, 191(3):415-428.  
[19]雒志学,郭金生.具有扩散和年龄结构竞争种群的最优收获[J].数学进展,2009,38(2):209-219.  
[20]陈志阳,杨宁,姚先铭,等.贵州雷公山秃杉种群生活史特征与空间分布格局[J].生态学报,2012,32(7):2158-2165.