基于 DA 结构的 FIR 滤波器

一、公式推导

卷积的公式表示为:

$$y = \langle c, x \rangle = \sum_{n=0}^{N-1} c[n]\,x[n] = c[0]x[0] + c[1]x[1] + \cdots + c[N-1]x[N-1]$$

假设系数$c[n]$是已知常数，$x[n]$是变量。

$$x[n] = \sum_{b=0}^{B-1} 2^b\,x_b[n], x_b[n] \in [0,1]$$

则

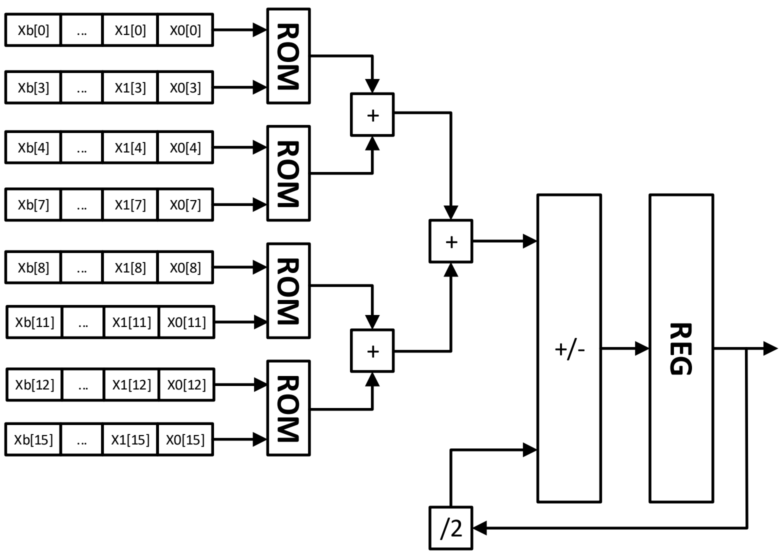
$$y = \sum_{n=0}^{N-1} c[n] \sum_{b=0}^{B-1} 2^b\,x_b[k]$$

$$\begin{aligned}
y = c[0](x_{B-1}[0]2^{B-1} + x_{B-2}[0]2^{B-2} + \cdots + x_0[0]2^0) \\
+c[1](x_{B-1}[1]2^{B-1} + x_{B-2}[1]2^{B-2} + \cdots + x_0[1]2^0) \\
\vdots \\
+c[N-1](x_{B-1}[N-1]2^{B-1} + \cdots + x_0[N-1]2^0) \\
= (c[0]x_{B-1}[0] + c[1]x_{B-1}[1] + \cdots + c[N-1]x_{B-1}[N-1])2^{B-1} \\
+(c[0]x_{B-2}[0] + c[1]x_{B-2}[1] + \cdots + c[N-1]x_{B-2}[N-1])2^{B-2} \\
\vdots \\
+(c[0]x_0[0] + c[1]x_0[1] + \cdots + c[N-1]x_0[N-1])2^0
\end{aligned}$$

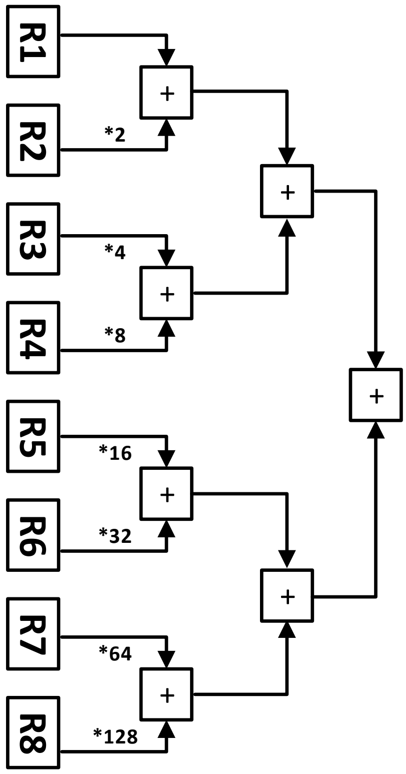
可以写为

$$y = \sum_{b=0}^{B-1} 2^b \sum_{n=0}^{N-1} \frac{c[n]x_b[n]}{f(c(n), x_b[n])} = \sum_{b=0}^{B-1} 2^b \sum_{n=0}^{N-1} f(c[n], x_b[n])$$

二、FIR 滤波器结构



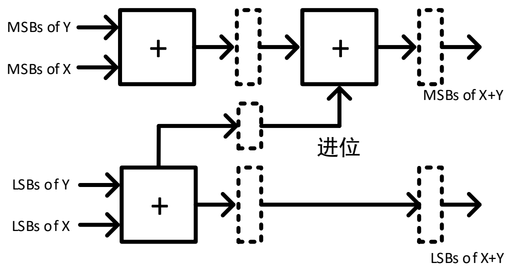
可以进一步优化为并行结构：



其中每个 R[x]为了节省资源可以由 4 张子表构成。

三、多周期加法器

对于高效的 FIR 滤波器实现方式，需要对多位宽的数进行相加，若采用传统的全加器级联，进位链会成为系统的关键路径。为了减小系统的关键路径延迟，提高时钟频率，需要在关键路径上增加寄存器。



采用流水线加法器之后，每进行一次加法需要消耗 2 个时钟，若 16 个数相加需要 4 级流水线，消耗 8 个时钟。

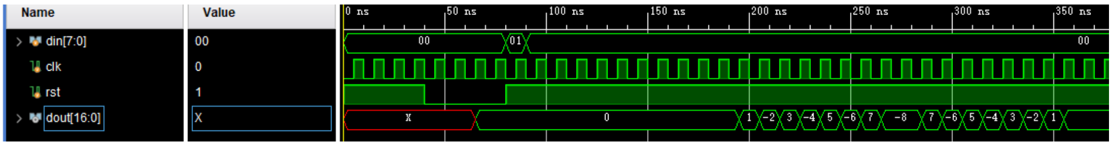
四、推导 dout 输出位宽

假设 FIR 滤波器抽头的参数固定为 1，-2，3，-4，5，-6，7，-8。表示输入滤波器的数的类型为无符号数，位宽为 8 位，能够表示的范围为[0,255]。可以得到绝对值最大的输出为 $255\times(-2-4-6-8)\times 2=-10200$ ，共需 14 位数表示，再加上表示符号的 1 位，共需 15 位。

假设 FIR 滤波器抽头的参数为有符号数，位宽为 5 位，所以 FIR 滤波器的抽头能够表示的范围为[-15,15]。表示输入滤波器的数的类型为无符号数，位宽为 8 位，能够表示的范围为[0,255]。假设某段时间内输入 FIR 滤波器的系数全为 255，且这个 FIR 滤波器的抽头系数

全为 15，则可以得到最大输出为$15 \times 255 \times 16 = 61200$ ，共需 16 位数表示，再加上表示符号的 1 位，共需 17 位。

五、仿真截图



六、性能分析

基于 DA 结构的 FIR 滤波器可以实现完全流水线结构且不使用乘法器，速度理论上可以很快，但是也很消耗资源。