

# AMSS长春地区2019年四月高招试题

阁友供稿

2019年4月

1.(10分) 求极限

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2^{ba+1}} \frac{(1 + 3^b + \cdots + (2n+1)^b)^{a+1}}{(1 + 2^a + \cdots + (n)^a)^{b+1}}$$

2.(15分) 计算积分

(1)  $K = \iint_{|x| \leq 1, 0 \leq y \leq 2} \sqrt{|y - x^2|} dx dy$

(2)  $\int_0^1 \frac{\ln(1+x)}{1+x^2} dx$

3.(10分) 求  $(\arctan x)^{(n)}$ .

4.(15分) 证明满足  $f(x+y) = f(x)f(y)$ ,  $f(1) = a$  的连续函数只能为  $y = a^x$ .

5.(10分)  $A, B, C, D$  为线性变换且两两可交换,  $AC + BD = I$ , 证明  $\ker AB = \ker A \oplus \ker B$ .

6.(10分) 设  $A$  为  $n$  阶方阵且  $A^2 = 0$ , 求  $E + a_0 A$  ( $a_0 \neq 0$ ) 的行列式和逆矩阵。

7.(15分) 设  $f(x)$  为首一的三次多项式, 根都在单位圆盘上, 求证  $g(x) = 2f'(x) - 3f(x)$  的全部复根都在单位圆盘上。

8.(15分) 函数  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  称为超越函数如果不存在有限多个不全为零的数  $a_{mn}$  使得

$$\sum_{m,n=0}^{\infty} a_{mn} x^m (f(x))^n = 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

证明  $f(x) = \sin x$  是超越函数。