2019年浙江大学长春地区四月招生试题

阁友供稿

2019年4月

1.(10分) 用定义证明数列$\{\cos n\}$发散。

2.(10分) 求球面$x^2+y^2+z^2=r^2$的面积。

3.(10分) 设$f(x)$是连续函数，证明

$$\lim_{n\to\infty}\int_0^1 f(x)\frac{n}{1+n^2x^2}dx=\frac{\pi}{2}f(0).$$

4.(10分) 设$P(x,y),Q(x,y)$均为连续可微函数。若$\frac{\partial P}{\partial y}=\frac{\partial Q}{\partial x}$，证明存在连续可微函数$u(x,y)$使得$du(x,y)=P(x,y)dx+Q(x,y)dy$。

5.(10分) 设$f(x)$在$[0,2]$内有连续可微的二阶导数，若$|f''(x)|\le 1,|f(x)|\le 1$，求证$|f'(x)|\le 2$。

6.(10分) 大致的题目为：给定四个向量，求这个四个向量组成的向量组的一组基和维数。

7.(10分) 求证：若A的主子式均大于等于0，则二次型$f(x_1,x_2,\cdots,x_n)=X^TAX$正定。

8.(15分) 设映射$J:V\to V$定义在复数域上且满足

(1) $J(u+v)=J(u)+J(v),\forall u,v\in V$;

(2) $J(au)=\overline{a}J(u),\forall u\in U,a\in\mathbb{C}$;

(3) $J^2=-I$(I为恒等变换)。

证明

(1) 对$\forall v\in V$，$J(v)$与v线性无关;

(2) V可以分解成有限个二维J不变子空间的直和.

9.(15分) 设T为一线性映射，$T^3=0, T^2\neq 0, N_i=kerT^i, dimN_i=d_i$。证明：

(1) 若$T:U\rightarrow W$且$U\cap N_2=\{0\}$，求证T为单射;

(2) $d_1+d_3\leq 2d_2$。