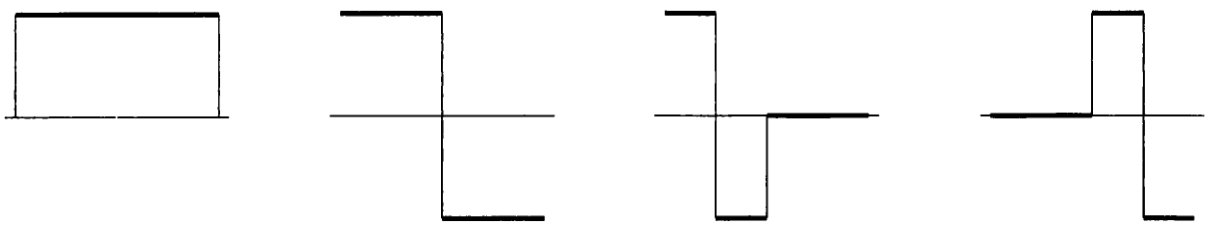
作业1

1. 任意的矩阵可以分解为：其中矩阵为，矩阵为的。这里表示矩阵的秩。请回答：
   1. 矩阵的秩是多少？
   2. 如果为3的矩阵（表示矩阵的第(i,j)位置的元素），请问分别是什么？
   3. 如果让你构造一个秩为2的的矩阵,应如何构造比较简便？
   4. 请判断：矩阵的列是矩阵的列空间的基，矩阵的行是矩阵的行空间的基。
2. 请论述如果矩阵的列空间相同，但其行空间可能不同？
3. 假设下面矩阵中的块矩阵都是方阵，请计算矩阵的CR分解，即，其秩是多少？
   1. ,b),c)
4. 如果,则矩阵的CR分解是什么？（用表示）
5. 请用矩阵的行空间和列空间的基本知识，来解释以下事实：
   1. 如果矩阵是的，是的，矩阵的秩都是，则秩也是
   2. 如果方阵满足：，则肯定也有
6. 对于方程，矩阵的秩为，大小为，请讨论下面情况中，方程解的情况：
7. 请证明：和有相同的零空间。
8. 三对角矩阵是指矩阵中只有主对角线上的元素，以及主对角线上和下相邻各一行的元素非0，其余元素均为0的矩阵。请对下面的矩阵进行因子分解：。如果是对称的，则有：.
9. Haar小波变换的基向量是由1，-1和0组成的正交向量（矩阵的列向量），时

,请计算,以及思考当时，小波变换的矩阵是什么？

注意：4\*4的小波变换矩阵的基的图形如下所示：



1. 因子分解矩阵,其中是对角矩阵：
   1. ,
   2. 若，则( )( ),
2. 矩阵几乎正交，其特征向量是什么？特征向量的夹角是什么？从这可以看出，矩阵几乎正交，但特征向量并不正交。
3. 假设矩阵的特征值,并且是正定的。
   1. 矩阵的特征值是什么？它是半正定的吗？
   2. 对任意的，是否有?
   3. 请证明：的最大值是(提示：注意max 等价于,然后用乘子法求解)
4. 请证明：如果矩阵是正交矩阵，则其每个奇异值都为1.
5. 为什么方阵的所有特征值都小于等于?
6. 对称矩阵，其正交特征向量为,则任意向量可以写为：.此时：，,Rayleigh熵：

理解其最大值为什么是?什么时候取得最大值？

1. 假设矩阵，，试求其最佳的秩1逼近矩阵。范数可选Frobenius范数或别的范数。
2. 设为一个有个顶点的有向图对应的邻接矩阵：,长度为的路径是一个个顶点的序列，其边从第一个顶点依次指向地个顶点，一条边看作是长度为1的路径。试解释的元素表示为从顶点到顶点的长度为的路径数。
3. 方程，若矩阵的大小为，若为列满秩的，则其解析解是什么？如果不是列满秩的，则其解析解是什么？