

**概率论与数理统计课程论文**

题目：概率统计在人工智能领域的应用

|  |  |
| --- | --- |
| **班 号** | **2203601** |
| **学 号** | **2022113416** |
| **姓 名** | **刘子康** |
| **日 期** | **2023.11.20** |
| **成 绩** |  |

**摘 要**

人工智能（Artificial Intelligence，AI）是研究使用计算机来模拟人的某些思维过程和智能行为（如学习、推理、思考、规划等）的学科，强调在各种新颖和无法预知的情况下模拟、复制、延伸和拓展人类智能。而概率论与数理统计被广泛应用于人工智能领域，提供了许多处理不确定性信息、数据分析和解决决策问题的方法。本文选取以概率论与数理统计为基础的蒙特卡洛树搜索算法和马尔可夫决策过程为例，简谈概率统计在人工智能领域的应用。

关键词：概率统计；人工智能；蒙特卡洛树搜索算法；马尔可夫决策过程

## 一、课题背景及研究的目的和意义

随着计算能力的提升和数据量的增加，人工智能在各个领域都得到了广泛的应用，而数学作为人工智能的基础学科，为解决复杂问题、优化算法、构建模型及推动创新提供了不可或缺的支持。其中，概率论中的概率分布、期望值和方差等概念用于描述和分析随机变量的特性，帮助建立模型并理解数据的分布情况。[1]

首先，对于描述和处理不确定性信息，概率论与数理统计提供了一种数学框架，如概率图模型、贝叶斯网络等，有助于进行更准确的推理和决策；其次，人工智能本质上是数据驱动的[2]，在处理大量数据时需要提取有用的信息，并进行特征提取、模型建立、参数估计和假设检验等工作，这些都需要用到概率论与数理统计中的统计学习方法、随机过程等方法；此外，在强化学习中，常用马尔可夫决策过程（MDP）来建模和求解决策问题，通过计算不同决策的期望收益或风险（价值函数），帮助智能体做出最优决策。

2011年诺贝尔经济学奖获得者Thomas J.Sargent就在2018年8月世界科技创新论坛上表示, 人工智能其实就是统计学。统计学有助于人工智能系统和算法确定研究问题、优化数据收集方案、评价和提高数据质量、推动从关联分析到因果分析、量化不确定性和提高结果的可解释性。

无论优化算法、数据分析、模型构建还是实际问题求解，以概率论与数理统计为代表的数学都是人工智能研究和应用的关键支持。通过掌握这些数学概念和方法，人们能够更深刻理解人工智能算法的原理，更高效地构建和调整模型，从而不断推动人工智能技术的发展和创新。

## 二、应用1——蒙特卡洛树搜索算法

1.蒙特卡洛方法

蒙特卡洛方法（Monte Carlo method），也称统计模拟方法，是一类基于概率的方法的统称，是指使用随机数（或者更常见的伪随机数）来解决很多计算问题的方法，其原理主要包括两部分：不断抽样、逐渐逼近。

以圆周率值的求解为例，假设一个边长为1的正方形，则正方形的面积为1，且该正方形内切圆的面积为。现向正方形中随机打点，可以算出点落在内切圆中的概率为 ，那么可以推出圆周率π的计算公式，进一步编写程序，当打点的总数量很大时，即可求出圆周率的近似值，这便是蒙特卡洛方法。

2.蒙特卡洛树搜索算法——AlphaGo背后的力量

蒙特卡洛树搜索算法（Monte Carlo Tree Search，MCTS），是一种基于树数据结构、能权衡探索与利用、在搜索空间巨大仍然比较有效的的搜索算法，如我们熟知的人工智能系统之一AlphaGo，便是基于MCTS实现的。

由于围棋的局面特征判断较为困难，很难写出估值函数，且棋盘大小为361，每走一步的计算量巨大，搜索空间达到了惊人的10^171指数级，而宇宙中的原子总数总共大约也才10^80，因此以往广泛用于棋类的博弈树算法很难应用于围棋中。于是上世纪曾有人提出将蒙特卡罗方法应用于评判棋盘局面：利用计算机模拟双方在某个局面下的“随机”走子，走到终局或者残局为止，使用不同的走法不断重复模拟过程，统计模拟总次数N和胜局次数W，并计算胜率，胜率越高的局面就越好。

蒙特卡洛树搜索算法简而言之是用蒙特卡洛方法估算每一种走法的胜率，大致可以分为四步——选择(Selection)，拓展(Expansion)，模拟(Simulation)，回溯(Back Propagation)，搜索树中的每个结点包含三个基本信息：代表的局面、被访问的次数、累计评分。

·选择：将结点分为三类——未访问、未完全展开、完全展开，利用信任度上限树（，其中是该节点赢的次数，是该节点模拟的次数，c是一个常数），找到目前最迫切被拓展（最有可能的走法）的结点并选择它，同时在最大胜率和新结点探索上保持平衡。

·拓展：在刚刚选择的结点N后创建一个新的子结点Ni，并进入下一步模拟。

·模拟：从Ni开始进行一次快速随机走子，直到得到一个游戏结局，分出胜负，每个结点的局面通过“赢的次数/模拟的次数”表示。

·回溯：在Ni模拟结束后，沿刚刚向下的路径回溯，沿途更新它的父节点N以及从根节点到N的路径上的所有结点的累计评分。

每一次迭代都会拓展搜索树，随着迭代次数的增加，搜索树的规模也不断增加。当到达一定的迭代次数或者时间之后结束，选择根结点下最好的子结点作为本次决策的结果。

## 三、应用2——马尔可夫决策过程

强化学习任务通常使用马尔可夫决策过程（Markov Decision Process，MDP）来描述，具体而言：机器处在一个环境中，每个状态为机器对当前环境的感知；机器只能通过动作来影响环境，当机器执行一个动作后，会使得环境按某种概率转移到另一个状态；同时，环境会根据潜在的奖赏函数反馈给机器一个奖赏。综合而言，强化学习主要包含四个要素：状态、动作、转移概率以及奖赏函数。

在概率论中，随机过程（Random Process）是一门非常重要的学科，其严谨定义 涉及到概率空间、事件域、流等等数学概念。可以简单地认为，离散时间的随机过程就是按照时间顺序排列好的一系列随机变量，而连续时间的随机过程则可以视为一个含有时间的随机变量。通过假定具有某些特殊概率性质的随机过程背后具有某个概率模型，就可以研究其期望、方差等概率性质。

马尔可夫过程（又称马尔科夫链，简称为马氏过程）是最经典、也是应用最为广泛的一类随机过程，对于一个马氏过程，的分布只和的取值有关，和前面发生过的事情无关，也就是说当前状态包含了对未来预测所需要的有用信息，过去信息对未来预测不重要，此时称为满足马尔科夫性，即，初始S1是一个随机变量，服从某个初始分布，而S1的取值决定了S2的分布，S2的取值又决定了S3的分布，以此类推，St-1的取值决定了St的分布，由此形成了一环扣一环的马氏过程。

马尔可夫决策过程更广泛应用于工程问题，在马氏过程基础上增加了行为（Action）集合A，基于状态和动作的奖励（Reward）函数R和衰减因子γ，用<S,A,P,R,γ>表示。其中R表示S状态下某一时刻的状态St在下一个时刻t+1能获得的奖励的期望，；收获Gt​表示在一个马尔科夫奖励链上从t时刻开始往后所有的奖励的有衰减的收益总和，；引入γ（γ∈[0,1]）是为了降低长久的未来奖励对当前收获的影响，当γ=1时未来每一步获得奖励重要性均等，当γ=0时未来奖励对当前收获无影响。

引入策略（Policy）集合， 表示某一状态s采取可能的行为a的概率，。状态转移概率可以描述为：在执行策略时，状态从s转移至s’的概率等于执行该状态下所有行为的概率与对应行为能使状态从s转移至s’的概率的乘积的和,。奖励函数可以描述为：在执行策略π时获得的奖励等于执行该状态下所有行为的概率与对应行为产生的即时奖励的乘积的和，。是基于策略时的状态价值函数，其表示遵循策略时所获得的收获的期望，。是基于策略的动作价值函数，其表示在状态s下采取a动作所能得到收获的期望，。将两上式相互代入，即可得到贝尔曼最优方程：，。[3]

马尔可夫决策过程中的状态转移概率、随机过程、统计推断和参数估计、模型选择、假设检验都离不开概率论与数理统计，概率统计在其中发挥着重要作用，为理解和解决复杂的决策问题提供了有效的工具和方法。

## 四、结语

在人工智能领域，概率论与数理统计扮演着至关重要的角色。概率论在人工智能中被广泛应用于不确定性建模和推理。许多人工智能算法需要处理不完整信息和不确定性，例如贝叶斯网络、马尔科夫决策过程（MDP）等都依赖于概率论的基本原理；在机器学习领域，数理统计方法被用来训练模型、评估模型性能、处理数据分布等，从而使得人工智能系统能够从数据中学习并做出预测。

然而，人工智能领域的问题往往具有较高的复杂性和不确定性，需要更加深入的研究和探索。未来，我们需要进一步研究概率论与数理统计在人工智能中的优化算法、强化学习等方面的应用，以实现更加智能化和高效化的决策和预测。

**参考文献**

[1] 王禹.数学知识在人工智能中的应用——评《人工智能数学基础》[J].应用化工,2023,52(10):2986.DOI:10.16581/j.cnki.issn1671-3206.2023.10.012.

[2] 李志勇,焦微玲.统计学在人工智能发展中的作用及其应用展望[J].统计与决策,2023,39(21):

[3] 皮晨广. 基于积分概率度量的正则化强化学习算法[D].华东师范大学,2023.DOI:10.27149/d.cnki.ghdsu.2022.003688.