

**FAPESP**

**Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo**

**Projeto de Kyatera**

**Tutorial**

# **Redes Complexas**

**Prof. Dr. André Franceschi de Angelis**

**São Carlos – SP**

**2005**

## Sumário

1	Objetivo .....	1
2	Introdução .....	2
3	Conceitos fundamentais.....	4
3.1	Redes .....	4
3.2	Grafos .....	4
3.3	Redes Complexas .....	5
4	Propriedades de Interesse .....	8
4.1	Porte das Redes Complexas.....	9
4.2	Tipos de Redes .....	11
4.2	Propriedades .....	13
5	Exemplos e aplicações.....	16
5.1	Redes Sociais.....	16
5.2	Redes de Informação .....	16
5.3	Redes Tecnológicas .....	17
5.4	Redes Biológicas .....	17
6	Referências Bibliográficas.....	18

## 1 Objetivo

Este tutorial tem como objetivo oferecer ao leitor uma introdução ao tema “Redes Complexas”. O texto é direcionado a alunos de graduação e pós-graduação das áreas exatas e pressupõe familiaridade com Teoria dos Grafos.

### Nota:

A maior parte das definições usadas foi extraída de uma única e consistente fonte: NEWMAN, J.E.J. The Structure and Function of Complex Networks, SIAM Review, 2003, dispensando-se a referência a cada novo termo. Demais fontes são citadas a cada ocorrência. Quando da ausência de definições amplamente aceitas na literatura pesquisada, são propostas conceituações em bases razoáveis, com indicação clara da situação.

## 2 Introdução

As redes, basicamente descritas como conjuntos de itens conectados entre si, são observadas em inúmeras situações, desde o nível subatômico até as mais complicadas estruturas sociais ou materiais concebidas pela humanidade.

Em grande parte das vezes, verifica-se que o estudo dos elementos que compõe a rede é insuficiente para explicar o seu comportamento observável.

Há variáveis importantes inerentes às ligações dos constituintes da rede e às formas de construção de tais relações. Propriedades essenciais das redes estão na própria topologia, na descrição física ou geométrica das mesmas. Todos estes elementos se perdem quando o foco deixa de ser a rede e passa a incidir apenas nos itens. Examinar um único neurônio não é o suficiente para descrever o cérebro, da mesma forma que analisar um indivíduo ou um computador não permite conclusões amplas à respeito, respectivamente, das sociedades ou da Internet.

Esta característica das redes, pela qual a apreciação das partes não é capaz de descrever o todo, limita as abordagens analíticas que pressupõe a decomposição de um problema em componentes menores.

Isto posto, o estudo das redes terá o foco no global, na estrutura completa. Conhecer um objeto que precisa, necessariamente, ser considerado como todo é o objetivo final da pesquisa das redes.

Abre-se, portanto, um campo de pesquisa empolgante, tão desafiador nos aspectos de pesquisa quanto promissor em termos de aplicações, nas mais diversas áreas.

Há mais a considerar. À medida em que se acumula mais conhecimento sobre redes, mais se percebe a convergência de resultados quanto à suas propriedades. Redes podem descrever ou mapear matematicamente coisas tão díspares como a mecânica quântica do condensado Bose-Einstein e a dinâmica de espalhamento de doenças nas populações.

É interessante, pois, admitir a possibilidade de que as leis que regem as redes sejam parte das leis básicas da física.

Pode ser que esta abordagem permita o entendimento de fenômenos que moldam a realidade da vida e do Universo tais quais são conhecidos. Trata-se de sistemas altamente complexos que parecem emergir de leis e componentes relativamente simples. Assim também as redes, que podem atingir níveis consideráveis de complexidade a partir de regras de construção quase triviais.

Este tutorial introduz o leitor às redes complexas, apresentando-lhe os conceitos básicos e citando alguns exemplos somente para facilitar a compreensão do tema. Mas há que saber que o assunto é muito, muito mais profundo. Uma fascinante área de pesquisa ainda em aberto.

A seção “Conceitos Fundamentais” apresenta a base conceitual das Redes Complexas. Nela, tenta-se resolver uma primeira questão: o que são as Redes Complexas e como podem ser definidas precisamente. Há controvérsias na literatura. A resposta fornecida não deve ser tomada como absoluta, dado que foi obtida por analogia, a partir da Teoria dos Grafos. É suficiente para que o texto prossiga e para que o leitor tenha uma visão razoável do problema.

Em “Propriedades de Interesse”, serão revistas algumas características das Redes Complexas cujo exame se faz necessário para a sua adequada caracterização.

Finalmente, em “Exemplos e Aplicações”, uma amostra apenas ilustrativa permite ao leitor uma idéia do alcance da presença de Redes Complexas no cotidiano.

## 3 Conceitos fundamentais

### 3.1 Redes

Uma rede é um conjunto de itens conectados entre si [1].

A importância do estudo das redes vem da sua identificação nas mais diversas situações, como em sistemas químicos, orgânicos e sociais.

Átomos ligam-se a outros na formação de moléculas, seres vivos dependem de intrincadas redes de reações químicas e de interações proteicas. Vasos sanguíneos e neurônios formam redes essenciais para organismos complexos. Construções humanas como a distribuição de água, energia elétrica e telecomunicações podem ser vistas como redes, da mesma forma que estradas, rotas marítimas e aéreas, percursos feitos para entrega de bens e serviços. Relações sociais e negócios conectam pessoas e organizações segundo os mais variados padrões. Computadores, bancos de dados, páginas web, citações bibliográficas e tantos outros elementos compõem suas redes cotidianamente [2][3][1][4].

Estudar as redes pode, com efeito, revelar algumas das leis básicas que governam a existência do Universo na forma em que é conhecido, como se percebe em [5].

### 3.2 Grafos

Grafos são definidos matematicamente como estruturas compostas por conjunto de vértices (nós) e por um conjunto de pares destes vértices (arestas). As arestas freqüentemente são usadas para indicar alguma espécie de relação entre os nós que ligam, em conformidade com o problema modelado. Questões de interesse incluem como caminhar na estrutura, se é possível e como fazer para, a partir de um nó, atingir outro, etc.

Os grafos direcionados ou dígrafos (*digraphs*) são aqueles em que o segundo conjunto é formado por pares ordenados de vértices, então denominados arcos e não mais arestas. Pode-se assumir que arcos têm um nó de origem e um de destino. Têm direção, sentido de percurso. Relações de sucessão passam a ser consideradas, existindo antecessores e sucessores de um nó. O caminhar precisa ser pautado pela componente unidirecional.

Grafos e dígrafos são uma maneira conveniente de representar e visualizar redes, especialmente as de pequeno porte.

Segundo [1], o estudo das redes, na forma da Teoria dos Grafos, é um dos pilares fundamentais da matemática discreta. Atribui-se a Euler a primeira prova neste campo, feita em 1735.

A Figura 1 fornece o exemplo visual de um grafo, utilizando pequenos círculos para denotar os vértices e linhas para indicar as arestas. Os nós isolados, ainda que não mantenham ligações com os demais, são parte integrante do grafo.

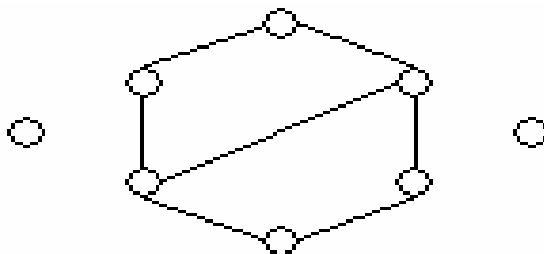


Figura 1: exemplo de um grafo com 8 nós e 7 arestas

Há de se considerar que, a partir de certa dimensão, as análises visuais baseadas na representação de grafos tornam-se inviáveis, dado que extrair informações a partir de uma figura que represente milhares ou milhões de vértices e suas respectivas conexões é uma tarefa virtualmente impossível [1].

### 3.3 Redes Complexas

Uma **rede complexa** é definida como aquela cuja estrutura não segue um padrão regular.

No entanto, há dificuldade em se encontrar na literatura uma conceituação clara e universalmente aceita de padrão regular aplicável a este contexto.

Alguns trabalhos entendem Redes Complexas como aquelas que modelam grandes sistemas, privilegiando o tamanho [1] e/ou contando com o senso comum para delimitar seu escopo [5]. Há outros entendimentos possíveis neste campo.

Tais abordagens são possíveis, visto que é provável haver concordância de que, por exemplo, os neurônios ou a Internet formam complexas estruturas. No entanto, elas impõem um grau de imprecisão que indesejado aqui.

Na tentativa de eliminar esta imprecisão, buscou-se uma resposta que fosse, no mínimo, aceitável à questão de como definir uma Rede Complexa.

A solução encontrada foi fazer uma analogia entre Redes Complexas e grafos e construir, a partir da Teoria dos Grafos, a discussão de interesse.

As definições a seguir são aplicadas somente a grafos sem laços (ligações de um nó para si mesmo) [6]:

- o número total de ligações (arestas) incidentes em um nó é chamado **grau** do nó;
- um **grafo regular** é aquele em que todo nó tem o mesmo grau; assim, **grafo irregular** é aquele que possui nós com diferentes graus;
- um **grafo altamente irregular** é caracterizado pelo fato de cada um de seus vértices ser adjacente a vértices de graus diferentes entre si.

Em um mapeamento direto, redes regulares são consideradas aquelas em que todos os vértices têm o mesmo grau e, portanto, neste tutorial:

- **Redes Complexas são definidas como redes cujos vértices podem apresentar diferentes graus entre si.**

O leitor deve considerar, unicamente para este texto:

- O porte da rede não será determinante para a classificação da rede em regular ou complexa;
- Não é prevista a existência de laços nas Redes Complexas;
- As redes regulares são consideradas casos particulares das Redes Complexas. Isto é, o conjunto das Redes Complexas contém o das regulares.

A Figura 2 apresenta exemplos visuais de Redes Complexas segundo a definição fornecida. A rede 2.A tem todos os vértices com grau 2 e pode ser tida também como uma rede regular. Em 2.B, estão presentes nós de grau 1 e 2, caracterizando uma Rede Complexa. As topologias de estrela, ilustradas em 2.C, representativas da organização cabamentos de redes, ligações de centrais telefônicas, entre outras construções, são casos de Redes Complexas no qual todos os nós têm grau 1, exceto o central que tem grau  $n-1$ , sendo  $n$  o tamanho da rede. Em 2.D, há nós com graus 1, 2, 3 e 7, sendo os dois desta última categoria destacados graficamente.

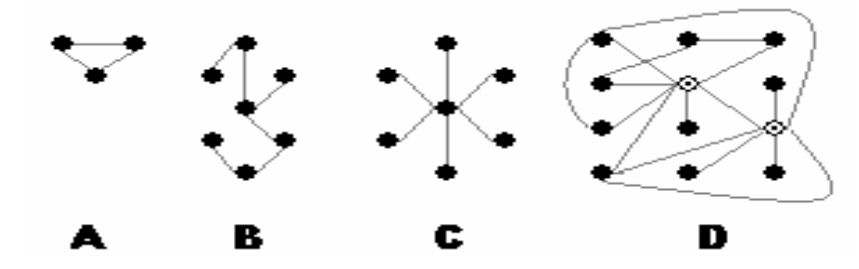


Figura 2: exemplos Redes Complexas

Nós com um grau alto em relação aos demais serão chamados **hubs** e sua presença em uma rede tem grande influência em sua estrutura.

As redes podem ser compostas de itens indiferenciáveis entre si ou, ao menos, tratados como se assim o fossem. No entanto, os elementos





podem ser diferenciados ou particionados em classes distintas, conforme as condições do problema, sem que as definições anteriores sejam afetadas.

Acima de um certo porte da Rede Complexa, o exame individual dos nós passa a ser inviável ou sem interesse prático. Propriedades outras surgem como objetos de estudo. A próxima seção fornece referências focadas neste ponto.

## 4 Propriedades de Interesse

As representações gráficas de redes auxiliam o seu estudo e, via de regra, permitem uma rápida compreensão da sua natureza. Redes Complexas pequenas podem ser analisadas através desta técnica e as características individuais de cada nó ou ligação podem ter interesse prático. Medidas estatísticas destas redes acrescentam pouca informação útil ao problema.

No entanto, à medida em que aumenta o porte das Redes Complexas, as afirmações anteriores começam a se inverter. Ao mesmo tempo que a representação gráfica e a análise visual tornam-se mais difíceis ou completamente inviáveis, as estatísticas passam a ser relevantes.

Verifica-se, em [1], que o enfoque do questionamento desloca-se do individual, do simples nó, para o coletivo da rede, conforme exemplo: numa rede pequena, tem sentido buscar o nó cuja remoção seja determinante para a quebra de conectividade. Em uma rede com milhões de vértices, há pouca probabilidade da eliminação de um único nó afetar significativamente a rede.

Há de se considerar que o interesse em grandes Redes Complexas advém, normalmente, de situações concretas e, portanto, a "funcionalidade" das mesmas torna-se parte inerente do seu estudo, razão pela qual um significativo esforço tem sido feito recentemente para compreender melhor as características topológicas e funcionais das redes complexas.

Assim, a determinação de propriedades estatísticas destas redes passa a ser uma necessidade, levada a termo a partir de extensas simulações, aplicação de métodos numéricos e ferramental matemático sofisticado [7][8][9].

As características topológicas e funcionais das redes complexas modificam seu desempenho, considerando-se a sua aplicação a situações reais. São importantes a forma de construção, a configuração obtida e a evolução temporal das redes [10][11]. Vários trabalhos têm sido focados em cada um destes aspectos [12][13][14][15], muito embora ainda haja um grande número de questões em aberto.

Esta seção aborda propriedades de interesse, notadamente aquelas com enfoque estatístico, sem se prender a um campo específico de aplicação.

O leitor deve estar ciente de que a maior parte de tais propriedades só tem utilidade efetiva para grandes Redes Complexas.

## 4.1 Porte das Redes Complexas

Qual limite separa as pequenas das grandes redes ?

A indagação simplesmente não tem uma resposta precisa. Parece inadequado delimitar o porte numericamente, com regras classificatórias (“até x nós, uma rede pequena, ...”). Cada aplicação definirá, para seu uso, critérios convenientes.

Neste texto, em uma abordagem própria, propõe-se ao leitor que considere um contínuo, que parte da menor rede possível – um único nó isolado – até a maior que possa ser concebida (aqui não se ousa imaginar qual seja). Associadas ao tamanho da rede, duas curvas: uma, decrescente, de interesse das características individuais dos nós e facilidade de exame visual e, outra, crescente, de interesse das medidas estatísticas e da dificuldade de análise visual. Na região em que a primeira delas for muito superior que à segunda, serão consideradas redes pequenas. Na situação inversa, tem-se as grandes redes. Há uma região em que ambas as curvas se aproximam e pode-se dizer que tratam-se de redes médias ou intermediárias, onde são simultâneos o interesse pontuais e estatísticos para a sua compreensão. Esta proposta é ilustrada na Figura 3.

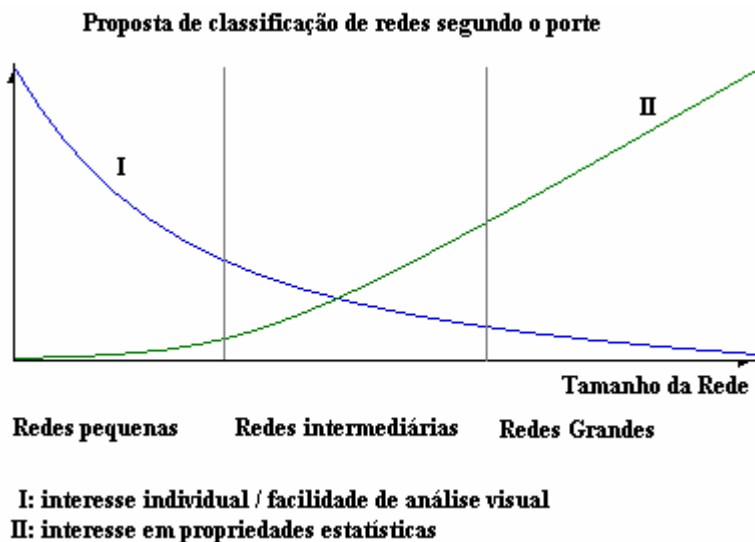


Figura 3: proposta de classificação das Redes Complexas segundo seu porte, em regiões para “Redes Pequenas”, “Redes Intermediárias” e “Redes Grandes”.

Foram escolhidos alguns exemplos de redes pequenas e grandes, para facilitar a compreensão das categorias propostas. A distribuição geográfica e o tamanho das linhas de comunicação não foram levados em conta – apenas os números de nós e arestas dos respectivos grafos.

A Figura 4 apresenta as principais linhas de comunicação da Rede ANSP - An Academic Network at São Paulo [16] e, neste nível de abstração, pode ser tomada como uma rede pequena, em que as análises visuais são factíveis e as propriedades estatísticas do grafo são praticamente irrelevantes.

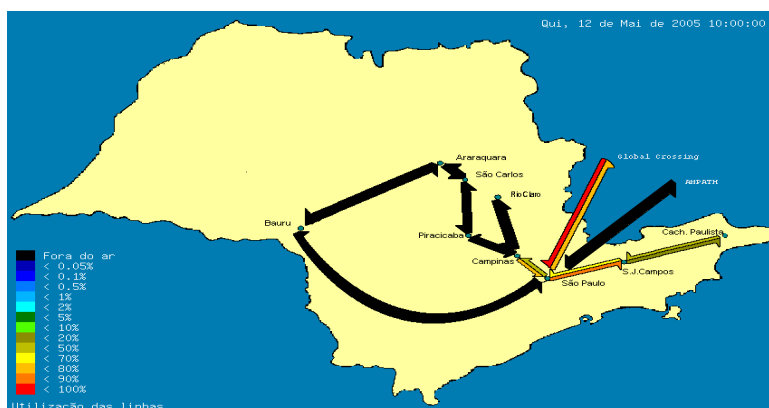


Figura 4: exemplo de uma Rede Complexa pequena, formada por 11 nós (dois dos quais não mostrados) de graus 1, 2, 3 e 5, obtida pela modelagem da rede ANSP em 12/maio/2005. Fonte: NARA/FAPESP, 2005.

Na Figura 5, tem-se a representação da estrutura da rede de computadores do Instituto de Física de São Carlos (IFSC), após a mudança para o "Prédio Novo", em 2003 [17]. O desenho já se apresenta mais intrincado, com dificuldades na representação de todas as linhas de comunicação. Um exame visual é possível, mas já se nota uma certa dificuldade na contagem do total de nós e arestas do grafo subjacente. Propriedades estatísticas tais como o tamanho médio das distâncias geodésicas ou a distribuição de frequência dos graus dos nós revelam-se de pouca utilidade prática. Pode ser vista como uma Rede Complexa pequena, mas de maior porte em relação ao exemplo anterior.

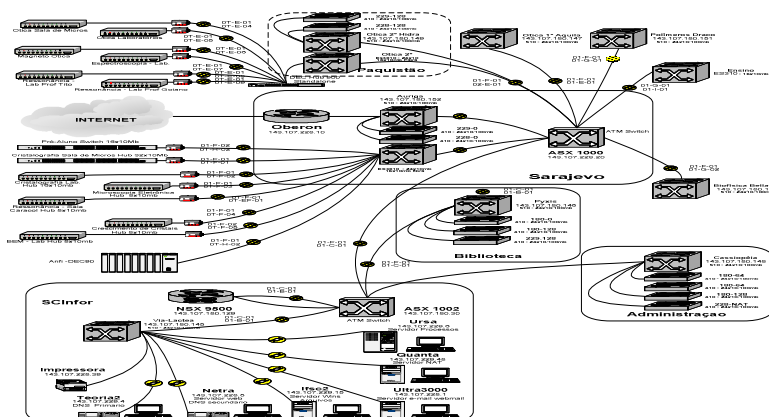


Figura 5: . Esquema da topologia da rede do IFSC no prédio novo. Fonte: [17], 2003.

A Figura 6 apresenta um grafo obtido a partir do exame do tráfego da Internet, por aproximadamente 2 semanas, em abril de 2005 [18]. São quase 1 milhão de nós e 2 milhões de ligações entre nós, cobrindo os rotas para algo próximo à metade dos prefixos de redes globalmente mapeáveis na Internet. Uma Rede Complexa grande dentro da perspectiva deste trabalho.

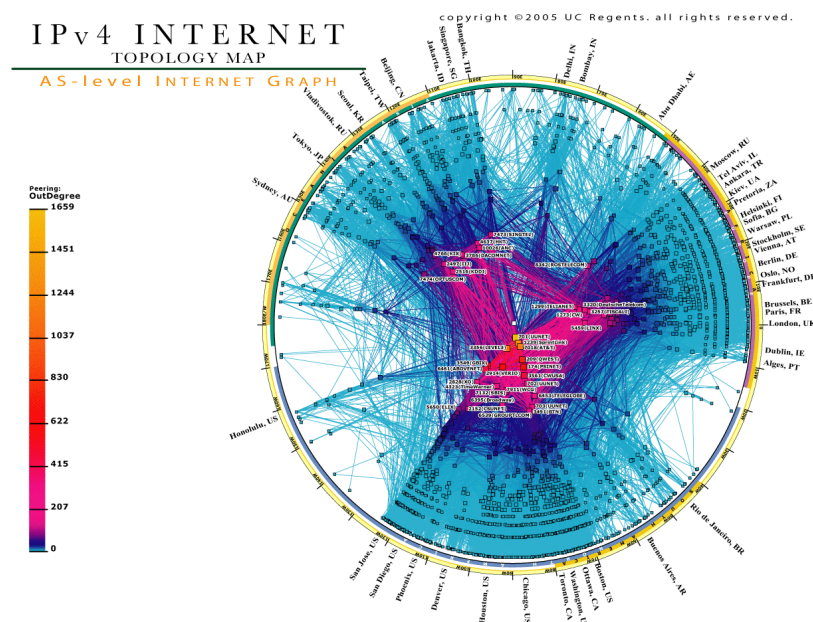


Figura 6: visão macroscópica da Internet, no nível de Sistemas Autônomos, entre 04/04 e 17/04/2005. O grafo reflete 926.201 endereços IP e 2.000.796 ligações imediatas de vizinhança, a partir de dados coletados por 22 monitores para aproximadamente 865.000 destinos espalhados por 77.678 (50% do total) prefixos de rede globalmente mapeáveis. Fonte e *copyright*: CAIDA, 2005

## 4.2 Tipos de Redes

Redes podem ser constituídas de nós e arestas homogêneos, mas este é um caso particular. Inexiste impedimento teórico ou prático em relação à heterogeneidade dos seus componentes. O comportamento das redes e o seu estudo podem ser fortemente influenciados por diferenças nas suas estruturas.

A Figura 7 mostra 4 redes em que os nós e as arestas são homogêneos, variando-se a topologia entre cada uma delas. Vê-se a multiplicidade de padrões possíveis, considerando-se um número fixo de vértices distribuídos espacialmente da mesma forma.

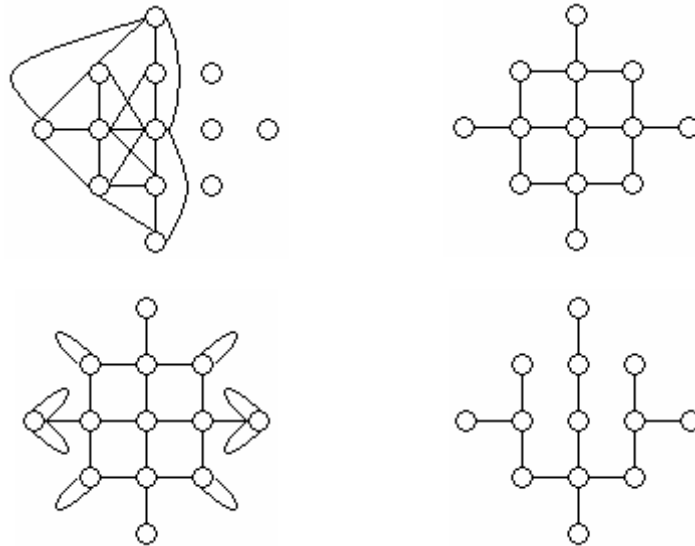


Figura 7: exemplos de redes de nós e arestas homogêneos, com diferentes topologias e propriedades. No sentido horário, a partir do canto superior esquerdo: a) rede com nós isolados e outros altamente conectados, assimétrica, com ciclos; b) rede altamente simétrica, embora não-regular (graus 1, 2 e 4), com ciclos; c) rede com laços e ciclos ; d) rede sem ciclos ou laços.

Algumas variações possíveis da composição das redes incluem a diferenciação entre nós ou grupos de nós, a atribuição de propriedades aos nós e/ou às arestas, a obrigatoriedade de sentido para as ligações, substituindo-se arestas por arcos, etc. O leitor deve notar que as propriedades conferidas aos componentes podem ser da natureza quantitativa – mais comuns – ou qualitativas.

A Figura 8 ilustra este conceito, apresentando uma série de redes cujos componentes apresentam diferenciação. Pode-se supor que os nós pertençam a classes distintas, representando entidades diferentes como terminais e roteadores, pontos de geração e de consumo de um dado recurso, animais de sexos opostos, pessoas de diferentes comunidades, etc. Da mesma maneira, as ligações podem assumir propriedades específicas: valores de distância numa malha rodoviária, velocidade máxima numa ferrovia, largura de banda numa rede de computadores, relações afetivas entre pessoas, etc.

À medida em que são fornecidos mais detalhes dos fenômenos modelados, tanto mais intrincadas tornam-se as redes complexas a se estudar. A própria análise das redes passa a levar em conta métricas específicas para classes de vértices ou tipos de ligações. É necessário, por vezes, rever os pressupostos dos algoritmos usados. A dificuldade de análise matemática cresce muito rapidamente quando estas considerações vêm à tona.

Neste texto, consideramos apenas ligações entre pares de nós, para efeitos de simplicidade. Há inúmeros exemplos de grafos, ditos hipergrafos, em que se verifica a presença de ligações entre mais de dois nós (hiperarestas), modelando, por exemplo, uma relação de família de elementos.

Finalmente, há de se considerar que as redes podem evoluir ao longo do tempo, com a inclusão ou remoção de nós e arestas. Adicionar esta dimensão aos modelos torna as análises muito mais ricas e, ao mesmo tempo, significativamente mais complexas. Um conjunto importante de propriedades observadas em redes complexas parece advir justamente do seu mecanismo de evolução temporal, embora ainda não se saiba exatamente qual o mecanismo subjacente.

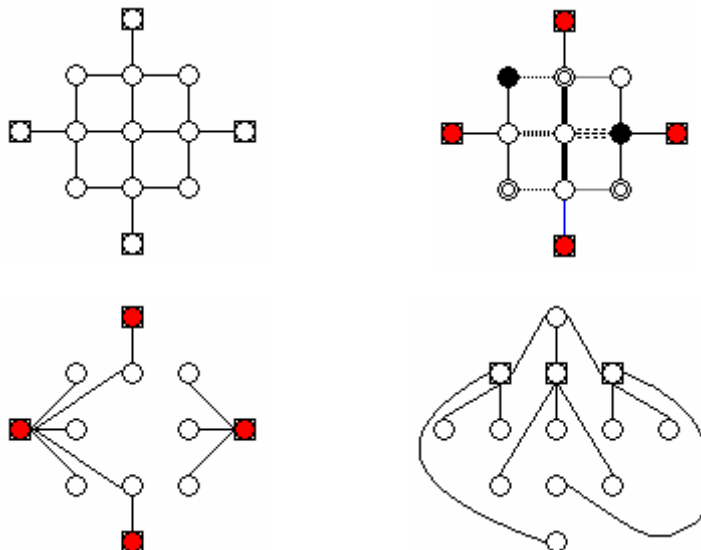


Figura 8: exemplos de redes de nós e arestas heterogêneos, com diferentes topologias e propriedades. No sentido horário, a partir do canto superior esquerdo: a) rede cíclica, com duas classes de nós; b) composição com diferentes classes de nós e arestas com propriedades distintas; c) e d) redes bipartidas, onde as ligações ocorrem somente entre nós de classes diferentes.

## 4.2 Propriedades

As redes complexas podem ser analisadas sob diversos aspectos e com propósitos os mais diversos. A seguir são apresentadas propriedades básicas de interesse em seu estudo, acompanhadas de uma breve descrição, suficiente para o entendimento do conceito, mas sem preocupação de rigor formal. Não se pretende uma lista exaustiva.

Agrupamento, aglomeração ou clustering	há, ao menos, dois usos distintos para o termo <i>clustering</i> no contexto de redes complexas: i) para indicar transitividade; b) para indicar estrutura de comunidade.
--	---

Caminho	seqüência de vértices em que há arestas ligando cada um ao seguinte até que se alcance o último dos nós do conjunto.
---------	--

Caminho geodésico	menor caminho através da rede entre dois nós; o caminho geodésico não é necessariamente único.
Componente	conjunto de vértices que possui um caminho entre quaisquer dois nós.
Correlação de graus	um caso especial de mixação, em que se considera o grau dos nós na investigação da probabilidade de conexão (nós de mesmo grau compõe a mesma classe ou tipo para efeitos de medição).
Diâmetro	tamanho do mais longo caminho geodésico presente na rede.
Distribuição dos graus	<p>é a função de distribuição de probabilidade de um dado vértice, escolhido aleatoriamente na rede, ter um grau fixado; em termos gráficos, pode ser vista como o histograma de graus da rede.</p> <p>Nota: é usual considerar a função cumulativa de distribuição para contornar dificuldades de medição precisas em redes reais:</p> $P_K = \sum_{K'=K}^{\infty} p_{K'}$ <p><math>p_K</math> = fração de nós na rede com grau <math>K</math> <math>P_K</math> = função cumulativa de distribuição de probabilidades</p>
Efeito "mundo-pequeno"	a maioria dos pares de vértices em grande parte das rede parece estar conectada por um caminho curto através da rede; as redes que apresentam o efeito 'mundo-pequeno' são aquelas em que a distância geodésica média entre os pares de vértices escala logarithmicamente (ou mais lentamente) com o tamanho da rede, para um grau médio fixo.
Estrutura de comunidade ( <i>clustering</i> )	grupos de vértices que possuem uma alta densidade de arestas entre si, com uma baixa densidade de arestas entre o grupo e os demais.
Grau	número de arestas conectadas a um vértice; não corresponde, necessariamente, ao número de vértices adjacentes, dada a possibilidade de mais de uma aresta entre dois nós.
Grau de entrada	número de arcos que chegam a um nó (somente para dígrafos).



Grau de saída	número de arcos que partem de um nó (somente para dígrafos).
Lei de potência (power-law)	diz-se de uma função $f(x)$ tal que $f(x) \sim x^{-a}$ para algum $a$ .
Navegação na rede	na caminhada na rede, de um nó para outro ou em direção a um determinado destino.
Padrões de mixação	em redes com mais de um tipo de vértices, frequentemente a probabilidade de conexão entre os nós depende dos seus tipos. Exemplos: nas relações sociais (por sexo, idade, ...); numa cadeia alimentar (plantas, herbívoros, carnívoros, ...). A quantificação da fração de aresta que liga nós de diferentes tipos é de interesse, uma vez que estes padrões influenciam a própria topologia da rede.
Reciprocidade	em um dígrafo, a probabilidade de 2 vértices apontarem-se mutuamente, ou seja, de haver um arco partindo de um nó para outro e vice-versa simultaneamente.
Redes livres de escala	redes com leis de potência para a distribuição dos graus.  Nota: o termo livre de escala refere-se a qualquer forma funcional $f(x)$ que permanece inalterada para um fator multiplicativo sob um re-escalamento da variável independente $x$ . Com efeito, isto significa formas com lei de potências, desde que estas são somente soluções para $f(ax) = bf(x)$ [1].
Resiliência da rede	capacidade da rede em resistir à remoção de seus vértices sem a perda de sua funcionalidade.
Transitividade (clustering)	probabilidade média de dois vértices vizinhos de um outro mesmo vértice sejam, eles próprios adjacentes; a transitividade indica, portanto, a presença de triângulos na rede - conjuntos de 3 nós em que cada um se conecta aos outros 2.

## 5 Exemplos e aplicações

As redes complexas podem ser identificadas em várias situações, conforme mencionado anteriormente. Nesta seção, exemplos são fornecidos para ilustrar freqüente presença das redes complexas no mundo real. Não se pretende, no entanto, uma abordagem exaustiva. Há muito campo a ser coberto e redes a serem localizadas. Os agrupamentos adotados a seguir são os mesmos usados em [1].

### 5.1 Redes Sociais

Redes sociais são formadas por pessoas ou grupos de pessoas com algum padrão de contato ou interação entre si [1]. Os relacionamentos pessoais, afetivos, profissionais, dentre outros, podem ser mapeados a redes complexas. Determinadas redes sociais apresentam o efeito de “mundo pequeno” (*small-world*), caracterizado pelo fato de que as distâncias médias, em número de ligações, entre duas pessoas quaisquer tende a crescer muito mais lentamente que o a rede em si. Ou seja, não há uma grande “separação” entre os indivíduos, mesmo para redes de grande porte.

A reconstrução de redes sociais é difícil, dada a subjetividade envolvida e a limitação dos métodos de entrevistas e aplicação de questionários. Em alguns casos, há registros que auxiliam nesta tarefa, como, por exemplo, documentos de composição de diretorias e associações, contratos trabalhistas, coautoria em publicações, registros de comunicações de correios, telefonia, mensagens eletrônicas, etc.

### 5.2 Redes de Informação

Redes de informação ou de conhecimento são obtidas a partir de bases de conhecimento formal, como as citações de artigos científicos, a “World Wide Web”, os registros de patentes, a estrutura das linguagens, etc.

As citações de artigos científicos são modeladas como um grafo direcionado, praticamente acíclico, dado que as publicações mais recentes citam aquelas mais antigas e nunca o inverso. No outro extremo, a Web forma um grafo direcionado com forte presença de ciclos, uma vez que a evolução temporal permite a um site adicionar ligações a outros de construção posterior.

Nesta mesma categoria encontram-se as redes de preferência, outro exemplo de bipartidas, onde os dois tipos de nós representam os indivíduos e os objetos de sua preferência (programas de TV, bens de consumo, etc.). As arestas podem ser valoradas, indicando maior ou menor afinidade com o objeto. Redes de preferência podem ser

utilizadas em sistemas comerciais de recomendação [1], nos quais um *software* sugere ao indivíduo determinado produto a partir de uma comparação das preferências de outras pessoas.

### 5.3 Redes Tecnológicas

Redes tecnológicas, em geral, são feitas pelo ser humano, projetadas tipicamente para distribuição de facilidade ou recurso, tais como eletricidade, água, etc. Figuram nesta categoria as rotas dos meios de transporte, de correios e serviços de distribuição, circuitos eletrônicos e a própria Internet [1].

As bacias hidrográficas, muito embora sejam ocorrências naturais, podem ser consideradas redes de distribuição – portanto tecnológicas – para efeitos de investigação de suas propriedades.

Há exemplos de redes que podem ser classificadas em mais de um tipo, conforme a conveniência do problema. É o caso das redes vasculares de plantas e animais.

### 5.4 Redes Biológicas

As redes complexas são identificadas em muitos sistemas biológicos. Há ocorrências muito claras, como no sistema nervoso ou vascular, cada qual consistindo naturalmente numa rede. Por outro lado, uma análise mais profunda permite a percepção das redes no metabolismo dos seres vivos: substratos e produtos são vértices de uma rede cujas arestas representam a existência de uma reação metabólica que, a partir do substrato, gere o correspondente produto. A mecânica de interação física das proteínas também corresponde a uma rede complexa de interação.

Redes reguladoras são importantes na biologia: a expressão de um gene, vista como a produção da proteína que este codifica é controlada pela presença ou ausência de outras proteínas, ativadoras ou inibidoras. O genoma em si forma uma rede de chaveamento com os vértices representando as proteínas e arcos representando as dependências da produção de proteínas a partir daquelas verificadas em outros vértices [1].

Cadeias alimentares são um bom exemplo de redes complexas, de significativo interesse nos estudos de ecossistemas.

## 6 Referências Bibliográficas

- [1] NEWMAN, M.E.J. *The Structure and Function of Complex Networks*. SIAM Review. Vol. 45(2): 167-256. 2003.
- [2] BANKS, D.L. e CARLEY, K.M. *Models for Network Evolution*. J. Math. Sociology. 21: 173-196. 1996.
- [3] GOH, K.I.; KAHNG, B. e KIM, D. *Universal Behavior of Load Distribution in Scale-Free Networks*. Phys. Ver. Lett. 87:278701. 2001.
- [4] TADIC, B. *Dynamics of Directed Graphs: the World Wide Web*. Physica A. 293:273-284. 2003.
- [5] BARABÁSI, A.L.; *Linked: how everything is connected to everything else and what it means for business, science, and everyday life*. Plume. 2003. 294 p.
- [6] NETTO, P.O.B. *Grafos: Teoria, Modelos, Algoritmos*. 3ª. ed. Ed. Edgard Blücher. 2003. 314p.
- [7] ALBERT, R. e BARABÁSI, A.L. *Emergence of Scaling in Random Networks*. Science. 286: 509-512. 1999.
- [8] BARRAT, A. e WEIGT, M. *On the Properties of Small-World Networks*. Eur. Phys. J.B. 13: 547-560. 2000.
- [9] BOLLOBÁS, B. e RIORDAN, O. *The Diameter of a Scale-Free Random Graph*. Preprint. Departament of MATHematical Sciences. University of Memphis. 2002.
- [10] ERDŐS, P. e RÉNYI, A. *On Random Graphs*. Publ. Math. Debrecen. 6: 290-297. 1959.
- [11] ERDŐS, P. e RÉNYI, A. *On the Evolution of Random Graphs*. Magyar Tud. Akad. Mat. Kutató Int. Közl. 5:17-61. 1960.
- [12] ADAMIC, L.A. *The Small World Web*. in: Research and Advanced Technology for Digital Libraries. Lecture Notes in Computer Science. 1696: 443-452. New York. 1999.
- [13] AIELLO, W.; CHUNG, F.; LU, L. *A Random Graph Model for Massive Graphs*. Proceedings of 32nd Annual ACM Symposium on Theory of Computing, Association of Computing Machinery. New York. 2000. pg. 171-180.
- [14] AIELLO, W.; CHUNG, F.; LU, L. *Random Evolution of Massive Graphs*. Handbook of Massive Data Sets. Kluwer Academic. Dordrecht. 2002. pg. 97-122.
- [15] ALBERT, R. e BARABÁSI, A.L. *Statistical Mechanics of Complex Networks*. Ver. Modern. Phys. 74: 47-97. 2002.
- [16] ANSP - An Academic Network at São Paulo. Mapa da rede ANSP e do tráfego entre os pontos da rede em relação ao máximo tráfego possível. <http://www.ansp.br:8080/fbr>. Acesso em 23/09/2005.

- [17] ANGELIS, A.F. Um modelo de tráfego de rede para aplicação de técnicas de Controle Estatístico de Processos. Tese de Doutorado. IFSC/USP. 2003.
- [18] CAIDA - Cooperative Association for Internet Data Analysis. Visualizing Internet Topology at a Macroscopic Scale. Disponível em [http://www.caida.org/analysis/topology/as\\_core\\_net\\_work/](http://www.caida.org/analysis/topology/as_core_net_work/). Acesso em 23/09/2005.

Este documento está publicamente disponível em formato *portable document file* (pdf) em: **[www.ceset.unicamp.br/~andre](http://www.ceset.unicamp.br/~andre)** (na seção 'arquivos para downloads').