FORMULÁRIO

Taxa Proporcional ou equivalente (juros simples) $i_2 = \frac{i_1}{k}$

Taxas Equivalentes (juros compostos)

$$(1+i_a)=(1+i_s)^2=(1+i_q)^3=(1+i_t)^4=(1+i_b)^6=(1+i_m)^{12}=(1+i_d)^{360}$$

Taxa Efetiva e Nominal

$$i_{ep}=\frac{i_n}{k}\ ao\ período\ de\ capitalização\,;\ i_e=\left[\left(1+\frac{i_n}{k}\right)^k-1\right] ao\ periodo\ da\ taxa\ nominal$$

Taxa Real e Taxa Aparente $(1+i)=(1+i_r)\cdot(1+I)$

$$i_r=\frac{\left(\frac{S_1}{\hat{I}_1}-\frac{C}{\hat{I}_0}\right)}{\frac{C}{\hat{I}_0}}\ \text{ao período de investimento}$$

Taxa Over $i_e=\left(1+\frac{over}{30}\right)^{du}-1 \quad ao\ período$ **;** $S=C\left[1+i_e\right]=C\left(1+\frac{over}{30}\right)^{du}$

4.9 — Exercícios Propostos[1]

1) Considerando a taxa de 45%a.a., calcule as respectivas taxas equivalentes, nos regimes de juros simples e compostos, relativas aos seguintes períodos:

a) Dia.
b) Mês.
c) Bimestre.
d) Trimestre.
e) Quadrimestre.
f) Semestre.

<u>Solução</u>

a) Taxa Diária – Juros Simples – $\boldsymbol{i_1}$ ao ano e $\boldsymbol{i_2}$ ao dia

$$i_2=\frac{i_1}{k}=\frac{0,45}{360}=0,00125\ ou\ 0,125\%a.d.$$

Taxa Diária – Juros Compostos – $\boldsymbol{i_a}$ ao ano e $\boldsymbol{i_d}$ ao dia

$$(1+i_a)=(1+i_d)^{360}\Rightarrow i_d=(1+i_a)^{\frac{1}{360}}-1=(1,45)^{\frac{1}{360}}-1=0,001033\ ou\ 0,1033\%a.d.$$

[1]Salvo menção em contrário considerar anos comerciais de 360 dias, com 12 meses de 30 dias, e regime de juros compostos.

b) Taxa Mensal – Juros Simples – $\boldsymbol{i_1}$ ao ano e $\boldsymbol{i_2}$ ao mês

$$i_2 = \frac{i_1}{k} = \frac{0,45}{12} = 0,0375 \; ou \; 3,75\% a.m.$$

Taxa Mensal – Juros Compostos – $\boldsymbol{i_a}$ ao ano e $\boldsymbol{i_m}$ ao mês

$$(1+i_a) = (1+i_m)^{12} \Rightarrow i_m = (1+i_a)^{\frac{1}{12}} - 1 = (1,45)^{\frac{1}{12}} - 1 = 0,031448 \; ou \; 3,1448\% a.m.$$

c) Taxa Bimensal – Juros Simples – $\boldsymbol{i_1}$ ao ano e $\boldsymbol{i_2}$ ao bimestre;

$$i_2 = \frac{i_1}{k} = \frac{0,45}{6} = 0,075 \; ou \; 7,50\% a.b.$$

Taxa Bimensal – Juros Compostos – $\boldsymbol{i_a}$ ao ano e $\boldsymbol{i_b}$ ao bimestre;

$$(1+i_a) = (1+i_b)^{6} \Rightarrow i_b = (1+i_a)^{\frac{1}{6}} - 1 = (1,45)^{\frac{1}{6}} - 1 = 0,063885 \; ou \; 6,3885\% a.b.$$

d) Taxa Trimestral – Juros Simples – $\boldsymbol{i_1}$ ao ano e $\boldsymbol{i_2}$ ao trimestre;

$$i_2 = \frac{i_1}{k} = \frac{0,45}{4} = 0,1125 \; ou \; 11,25\% a.t.$$

Taxa Trimestral – Juros Compostos – $\boldsymbol{i_a}$ ao ano e $\boldsymbol{i_t}$ ao trimestre;

$$(1+i_a) = (1+i_t)^{4} \Rightarrow i_t = (1+i_a)^{\frac{1}{4}} - 1 = (1,45)^{\frac{1}{4}} - 1 = 0,097342 \; ou \; 9,7342\% a.t.$$

e) Taxa Quadrimestral – Juros Simples – $\boldsymbol{i_1}$ ao ano e $\boldsymbol{i_2}$ ao quadrimestre;

$$i_2 = \frac{i_1}{k} = \frac{0,45}{3} = 0,15 \; ou \; 15,00\% a.q.$$

Taxa Quadrimestral – Juros Compostos – $\boldsymbol{i_a}$ ao ano e $\boldsymbol{i_t}$ ao quadrimestre;

$$(1+i_a) = (1+i_q)^{3} \Rightarrow i_q = (1+i_a)^{\frac{1}{3}} - 1 = (1,45)^{\frac{1}{3}} - 1 = 0,131851 \; ou \; 13,1851\% a.q.$$

f) Taxa Semestral – Juros Simples – $\boldsymbol{i_1}$ ao ano e $\boldsymbol{i_2}$ ao semestre;

$$i_2 = \frac{i_1}{k} = \frac{0,45}{2} = 0,225 \; ou \; 22,50\% a.s.$$

Taxa Semestral – Juros Compostos – $\boldsymbol{i_a}$ ao ano e $\boldsymbol{i_t}$ ao quadrimestre;

$$(1+i_a) = (1+i_s)^{2} \Rightarrow i_s = (1+i_a)^{\frac{1}{2}} - 1 = (1,45)^{\frac{1}{2}} - 1 = 0,204159 \; ou \; 20,4159\% a.s.$$

2) Considerando a taxa nominal de 36%a.a.c.m, calcule as correspondentes taxas efetivas.

a) Mensal.

b) Bimensal.
c) Trimestral
d) Quadrimestral
e) Semestral
f) Anual

Solução

a) Mensal

A taxa efetiva mensal é $i_e = \frac{0,36}{12} = 0,03 \, ou \, 3,00\% a.m.$

b) Bimensal

A taxa efetiva bimensal é $i_e = \left(1 + \frac{0,36}{12}\right)^2 - 1 = 0,0609 \, ou \, 6,09\% a.b.$

c) Trimestral

A taxa efetiva trimestral é $i_e = \left(1 + \frac{0,36}{12}\right)^3 - 1 = 0,092727 \, ou \, 9,2727\% a.t.$

d) Quadrimestral

A taxa efetiva quadrimestral é $i_e = \left(1 + \frac{0,36}{12}\right)^4 - 1 = 0,125509 \, ou \, 12,5509\% a.q.$

e) Semestral

A taxa efetiva semestral é $i_e = \left(1 + \frac{0,36}{12}\right)^6 - 1 = 0,194052 \, ou \, 19,4052\% a.s.$

f) Anual

A taxa efetiva Anual é $i_e = \left(1 + \frac{0,36}{12}\right)^{12} - 1 = 0,425761 \, ou \, 42,5761\% a.a.$

3) Qual a taxa nominal anual capitalizada mensalmente, em termos aparentes e em termos reais, que transformou um capital inicial de R$ 10.000,00 em um montante de R$ 11.886,86, no período de 7 meses, se a taxa mensal de inflação, nos primeiros 3 meses, tiver sido de 0,6%, passando a 0,9% nos últimos 4 meses?

Solução

Em termos aparentes, ou seja, sem levar em conta a inflação, tem-se

$$i_e = \left(1 + \frac{i_n}{12}\right)^7 - 1 \Rightarrow S_7 = C\left(1 + \frac{i_n}{12}\right)^7$$

$$11886,86 = 10000\left(1 + \frac{i_n}{12}\right)^7 \Rightarrow i_n = \left[\left(\frac{11886,86}{10000}\right)^{\frac{1}{7}} - 1\right] \times 12 = 0,3 \, ou \, 30\% a.a.c.m.$$

Em termos reais, temos que, a preços da data de aplicação, o montante recebido foi de

$$\frac{11886,86}{\left(1+0,006\right)^{3}.\left(1+0,009\right)^{4}}=R\$11.264,41.$$

Logo, a taxa nominal com capitalização mensal, em termos reais, será a taxa i'_n, tal que:

$$i'_n=\left[\left(\frac{11264,41}{10000}\right)^{\frac{1}{7}}-1\right]\times 12=0,205854\ ou\ 20,5854\%a.a.c.m.$$

4) Qual o número de meses para que uma taxa nominal de 30% a.a.c.b. dobre o capital inicial?

Solução

$$i_e=\frac{0,3}{6}=0,05a.b.\ ou\ 5\%a.b.$$

$$S=C\left(1+i_e\right)^{n_b}\Rightarrow 2C=C\left(1+0,05\right)^{n_b}\Rightarrow 2=\left(1+0,05\right)^{n_b}$$

$$n_b\cdot\mathrm{LN}(1,05)=\mathrm{LN}(2)\Rightarrow n_b=\frac{\mathrm{LN}(2)}{\mathrm{LN}(1,05)}=14,2067\ bimestres$$

Se estivermos tratando de uma aplicação com capitalizações descontinuas, o número de bimestres necessários para dobrar o capital é igual a 15; já que os juros só são formados ao final de cada período (bimestre). Isto significa dizer que serão necessários 30 meses.

Por outro lado, se for adotada a convenção exponencial, serão necessários somente 14,2067 bimestres ou 28,4134 meses.

5) Qual o total de juros acumulado, ao final de 8 anos, de uma aplicação de R$ 250.000,00, à taxa de juros de 5% a.a.c.s.?

Solução

$$i_e=\frac{0,05}{2}=0,025a.s.\ ou\ 2,5\%a.s.$$

$$J_n=C\left[\left(1+i_e\right)^{n_s}-1\right]=250000\left[\left(1+0,025\right)^{16}-1\right]=R\$121.126,41$$

6) Um investidor aplicou no mercado financeiro a quantia de R$ 750.000,00 e após 160 dias resgatou R$ 1.000.000,00 brutos.

a) Qual foi a taxa anual com capitalização diária auferida pelo investidor, se não houver tributação?

b) Qual foi a taxa nominal anual com capitalização diária, que representa a taxa líquida da operação, se uma alíquota de 10% de imposto sobre operações financeiras for aplicada sobre o rendimento auferido, antecipadamente (sem desembolso adicional e com desembolso adicional para o IOF) e postecipadamente?

c) Tendo sido constatado que, por ocasião do resgate, a taxa de inflação no período foi de 5,55%, qual a taxa líquida, em termos reais e expressa como taxa nominal anual com capitalização mensal, que foi efetivamente auferida pelo investidor, se os juros contábeis forem tributados à alíquota de 8%?

Solução

a) Sendo i_d a taxa efetiva diária, tem-se:

$$S_{n_d} = C\left(1+i_d\right)^{nd} \Rightarrow 1000000 = 750000\left(1+i_d\right)^{160}$$

$$i_d = \left(\frac{1000000}{750000}\right)^{\frac{1}{160}} - 1 = 0,0017996 a.d.$$

$$i_n = 360 \times 0,0017996 = 0,647867 \; ou \; 64,7867\% a.a.c.d.$$

b) IOF Antecipado (com pagamento adicional do IOF)

$$S_{n_d} = C + J \Rightarrow J = S_{n_d} - C = 1000000 - 750000 = 250000$$

$$T = t \cdot J = 0,10 \times 250000 = 25000$$

$$S_{n_d}^{líquido} = S_{n_d} = 1000000$$

$$i_d = \left(\frac{S_{n_d}^{líquido}}{C+T}\right)^{\frac{1}{n_d}} - 1 \Rightarrow i_d = \left(\frac{1000000}{775000}\right)^{\frac{1}{160}} - 1 = 0,001594 \; ou \; 0,1594\% a.d.$$

$$i_n = 360 \times 0,001594 = 0,573965 \; ou \; 57,3965\% a.a.c.d.$$

IOF Antecipado (sem pagamento adicional do IOF)

Alternativamente, se o investidor dispuser somente de R$ 750.000,00, então este valor deverá ser utilizado para fazer o investimento e pagar antecipadamente o IOF. Logo $750000 = C + T$.

Como

$$T = 0,1\left(S - C\right) = 0,1\left(1000000 - C\right) = 100000 - 0,1C$$

então

$$750000 = C + 100000 - 0,1C \Rightarrow 0,9C = 650000 \Rightarrow C = \frac{650000}{0,9} = R\$\ 722.222,22$$

$$T = 100000 - 0,1 \times 722222,22 = R\$\ 27.777,78$$

Assim, considerando o desembolso total de R$ 750.000,00,

$$i_d = \left(\frac{1000000}{750000}\right)^{\frac{1}{160}} - 1 = 0,0017996 a.d.$$

$$i_n = 360 \times 0,0017996 = 0,647867 \; ou \; 64,7867\% a.a.c.d$$

Vale notar que este resultado é idêntico ao do item a.

IOF Postecipado

$S_{n_d} = C + J \Rightarrow J = S_{n_d} - C = 1000000 - 750000 = 250000$

$T = t \cdot J = 0{,}10 \times 250000 = 25000$

$S_{n_d}^{líquido} = S_{n_d} - T = 1000000 - 25000 = 975000$

$$i_d = \left(\frac{S_{n_d}^{líquido}}{C} \right)^{\frac{1}{n_d}} - 1 \Rightarrow i = \left(\frac{975000}{750000} \right)^{\frac{1}{160}} - 1 = 0{,}001641 \; ou \; 0{,}1641\% a.d.$$

$i_n = 360 \times 0{,}001641 = 0{,}590804 \; ou \; 59{,}0804\% a.a.c.d.$

c) Utilizaremos a notação $S_{n_d,n_d}^{líquido}$ para representar o valor líquido corrente recebido na data $\boldsymbol{n_d}$ e $S_{n_d,0}^{líquido}$ para representar o valor líquido real a preços da data da aplicação (época 0).

A preços correntes (aparentes), o valor líquido de resgate foi:

$$S_{n_d,n_d}^{líquido} = S_{n_d,n_d} - T = 1000000 - 0{,}08(1000000 - 750000) = R\$ \, 980.000{,}00$$

Tendo em vista a taxa de inflação observada no período, o valor líquido real de resgate, a preços da data da aplicação, foi:

$$S_{n_d,0}^{líquido} = \frac{S_{n_d,n_d}^{líquido}}{(1+I)} = \frac{980000}{(1+0{,}055)} = R\$ \, 928.909{,}95$$

Logo, em termos reais, a taxa diária líquida foi:

$$i_d^r = \left(\frac{928909{,}95}{750000} \right)^{\frac{1}{160}} - 1 = 0{,}001338 \; ou \; 0{,}1338\% a.d.$$

Portanto, em termos reais, a taxa mensal líquida foi:

$$i_m^r = (1 + i_d^r)^{30} - 1 = (1 + 0{,}001338)^{30} - 1 = 0{,}040929 \; ou \; 4{,}0929\% a.m.$$

Levando, em termos reais, a uma taxa líquida nominal anual com capitalização mensal, auferida de:

$$i_n^r = 12 \times i_m^r = 12 \times 4{,}0929 = 49{,}1148\% a.a.c.m.$$

7) Qual é o montante líquido de uma aplicação de R$ 5.000,00, com prazo de 4 meses, à taxa de juros compostos de 12% a.a.c.m., se for pago imposto de renda, com a alíquota de10% incidindo sobre os juros, no resgate da aplicação?

Solução

$$i_e = \frac{i_n}{k} = \frac{0{,}12}{12} = 0{,}01 a.m. \; ou \; 1\% a.m.$$

$$S_n = C \times (1+i)^n \quad e \quad J_n = C\left[(1+i)^n - 1 \right]$$

$$S'_n = S_n - T = S_n - t \cdot J_n$$

$$J_4 = C\left[\left(1+i\right)^n - 1\right] \Rightarrow J_4 = 5000\left[\left(1+0,01\right)^4 - 1\right] = 203,02$$

$$S_4 = C + J_4 = 5000 + 203,02 = 5203,02$$

$$S'_4 = S_4 - t \cdot J = 5203,02 - 0,1 \times 203,02 = R\$\ 5.182,72$$

8) Delfina aplicou R$ 10.000,00 à taxa de juros de 12% a.a.c.b., pelo prazo de 50 meses. Entretanto, antes do término do prazo, conseguiu um aumento da taxa para 12% a.a.c.m., referente ao restante do prazo. Sabe-se que, no final do período, recebeu um montante de R$ 16.430,20. Quais foram os prazos em que o capital esteve aplicado à cada uma das taxas , considerando a Convenção Exponencial?

Solução

$$S_n = C \times (1+i)^n \quad , \quad J_n = C\left[\left(1+i\right)^n - 1\right] \quad , \quad 2n_1 + n_2 = 50$$

$$i_1 = \frac{12\%}{6} = 2\% a.b. \quad e \quad i_2 = \frac{12\%}{12} = 1\% a.m.$$

$$S_{50} = 100000 \cdot \left[\left(1+i_1\right)^{n_1}\right] \cdot \left[\left(1+i_2\right)^{n_2}\right] = 16430,20 \quad ; \quad \left(n_1 \text{ em bimestres e } n_2 \text{ em meses}\right)$$

$$16430,20 = 10000 \cdot \left[\left(1+0,02\right)^{n_1}\right] \cdot \left[\left(1+0,01\right)^{50-2n_1}\right] = 10000 \cdot \left(1,02\right)^{n_1} \cdot \left(1,01\right)^{50-2n_1}$$

$$\left(1,02\right)^{n_1} \cdot \left(1,01\right)^{50-2n_1} = 1,64302$$

Logo

$$\left(1,02\right)^{n_1} \cdot \left(1,01\right)^{50-2n_1} = 1,64302 \Rightarrow \mathrm{LN}\left(1,64302\right) = \mathrm{LN}\left(\left(1,02\right)^{n_1} \cdot \left(1,01\right)^{50-2n_1}\right)$$

$$\mathrm{LN}\left(1,64302\right) = n_1 \mathrm{LN}\left(1,02\right) + \left(50 - 2n_1\right)\mathrm{LN}\left(1,01\right)$$

$$0,496536 = 0,0198026 n_1 + 50 \times 0,00995033 - \left(2 \times 0,00995033\right) n_1$$

$$0,496536 = -0,000098 n_1 + 0,4975166$$

$$0,000098 n_1 = 0,000980$$

$$n_1 = \frac{0,000980}{0,000098} = 10 \text{ bimestres} = 20 \text{meses} \Rightarrow n_2 = 30 \text{ meses}$$

9) Uma pessoa realizou dois investimentos com o mesmo capital inicial em duas instituições financeiras, no mesmo dia, obtendo taxas de juros de 12% a.a.c.s e 24%a.a.c.m., respectivamente. Sabendo-se que os prazos das duas aplicações foram idênticos e que os montantes obtidos foram respectivamente R$ 13.382,26 e R$ 18.113,62 , quais foram o capital e o prazo das duas aplicações?

Solução

$$i_{e1} = \frac{i_{n1}}{k_1} = \frac{0,12}{2} = 0,06 \text{ ou } 6\% a.s. \quad e \quad i_{e2} = \frac{i_{n2}}{k_2} = \frac{0,24}{12} = 0,02 \text{ ou } 2\% a.m.$$

$S = C(1+i)^n \quad ; \quad n_2 = 6n_1 \quad ; \quad (n_1 \; em \; semestres \; e \; n_2 \; em \; meses)$

$$S_{n_1} = C(1+0,06)^{n_1} \Rightarrow 13382,26 = C \times (1,06)^{n_1} \Rightarrow C = \frac{13382,26}{(1,06)^{n_1}}$$

$$S_{n_2} = C(1+0,02)^{n_2} \Rightarrow 18113,62 = C \times (1,02)^{6n_1} \Rightarrow C = \frac{18113,62}{(1,02)^{6n_1}}$$

$$\frac{13382,26}{(1,06)^{n_1}} = \frac{18113,62}{(1,02)^{6n_1}} \Rightarrow \frac{13382,26}{18113,62} = \frac{(1,06)^{n_1}}{(1,02)^{6n_1}}$$

$$0,7387955 = \frac{(1,06)^{n_1}}{(1,02)^{6n_1}} \Rightarrow 0,7387955 = \frac{(1,06)^{n_1}}{\left[(1,02)^6\right]^{n_1}}$$

$$0,7387955 = \frac{(1,06)^{n_1}}{(1,126162)^{n_1}} \Rightarrow 0,7387955 = \left(\frac{1,06}{1,126162}\right)^{n_1}$$

$$0,7387955 = 0,94125^{n_1} \Rightarrow \mathrm{LN}(0,7387955) = n_1 \,\mathrm{LN}(0,94125)$$

$$n_1 = \frac{\mathrm{LN}(0,7387955)}{\mathrm{LN}(0,94125)} = 5 semestres \; ou \; 30 meses$$

$$C = \frac{13382,26}{(1,06)^{n_1}} \Rightarrow C = \frac{13382,26}{(1,06)^5} = R\$10.000,00$$

10) Uma aplicação em CDB prefixado rende 36% a.a.c.d. e é taxada pelo Imposto de Operações Financeiras (IOF) e pelo Imposto de Renda (IR), no recebimento do rendimento, segundo alíquotas variáveis de acordo com o número de dias da aplicação. Se você aplicou R$ 100.000,00, qual a taxa efetiva ao ano obtida, considerando que os impostos incidem, sobre o rendimento obtido, ao final do prazo de aplicação, se este for de:

a) 20 dias?

b) 30 dias?

<u>Solução</u>

a) 20 dias

A taxa efetiva é dada por:

$$i_e = \frac{i_n}{360} = \frac{0,36}{360} = 0,001 a.d. \; ou \; 0,1\% a.d.$$

O rendimento do investimento inicial, é dado por:

$$J = C \cdot \left[(1+i_d)^{20} - 1\right] = 100000 \times \left[(1+0,001)^{20} - 1\right] = 2019,11$$

Os impostos serão dados por (vide Tabelas 4.1.e 4.2):

$$IOF = t_{IOF} \cdot J = 0,33 \times 2019,11 = 666,31$$

$$IR = t_{IR} \cdot J = 0,225 \times 2019,11 = 454,30$$

Os montantes bruto e liquido serão:

$S_{20} = 100000 + 2019,11 = 102019,11$

$S_{20}^{líquido} = S_{20} - IR - IOF = 102019,11 - 666,31 - 454,30 = 100898,50$

Logo a taxa efetiva líquida, ao dia, será:

$S_{20}^{líquido} = C(1+i_l)^{20} \Rightarrow 100898,50 = 100000(1+i_l)^{20}$

$$i_l = \left(\frac{100898,50}{100000}\right)^{\frac{1}{20}} - 1 = 0,00045 \; ou \; 0,045\% a.d.$$

$i_a = (1+i_d)^{360} - 1 = 1,00045^{360} - 1 = 0,17582 \; ou \; 17,582 a.a.$

b) 30 dias

A taxa efetiva é dada por:

$$i_e = \frac{i_n}{360} = \frac{0,36}{360} = 0,001 a.d. \; ou \; 0,1\% a.d.$$

O rendimento do investimento inicial, é dado por:

$$J = C \cdot \left[(1+i_d)^{30} - 1\right] = 100000 \times \left[(1+0,001)^{30} - 1\right] = 3043,91$$

Os impostos serão dados por(vide Tabelas 4.1.e 4.2):

$IOF = t_{IOF} \cdot J = 0,0$

$IR = t_{IR} \cdot J = 0,225 \times 3043,91 = 684,88$

Os montantes bruto e liquido serão:

$S_{30} = 100000 + 3043,91 = 103043,91$

$S_{30}^{líquido} = S_{30} - IR = 103043,91 - 684,88 = 102359,03$

Logo a taxa efetiva líquida, ao dia, será:

$S_{30}^{líquido} = C(1+i_l)^{20} \Rightarrow 102359,03 = 100000(1+i_l)^{30}$

$$i_l = \left(\frac{102359,03}{100000}\right)^{\frac{1}{30}} - 1 = 0,000778 \; ou \; 0,0778\% a.d.$$

$i_a = (1+i_d)^{360} - 1 = 1,000778^{360} - 1 = 0,32286 \; ou \; 32,286\% a.a.$

11) Pensando nas festas de fim de ano, Thuener pretende aplicar no mercado aberto R$ 200.000,00 em 04/06 (6ª feira) e R$ 300.000,00 em 06/09 (2ª feira). Se o banco usado lhe pagará juros composto à taxa over de 12% a.m., qual será o valor que Thuener vai retirar em 06/12?

(Obs.: considere os feriados os dias 7/set , 12/out, 2/Nov e 15/Nov)

<u>Solução</u>

$$i_e = \left(1 + \frac{over}{30}\right) - 1 \quad ao \; dia \; útil$$

$$i_e = \left(1 + \frac{0,12}{30}\right)^1 - 1 = 0,004 \; ou \; 0,4\% a.du.$$

Os números de dias úteis em cada período são:

Semana						
Início		Fim		Dias	Dias úteis	Feriado
6ª	04/jun	2ª	07/jun	3	1	
2ª	07/jun	2ª	14/jun	7	5	
2ª	14/jun	2ª	21/jun	7	5	
2ª	21/jun	2ª	28/jun	7	5	
2ª	28/jun	2ª	05/jul	7	5	
2ª	05/jul	2ª	12/jul	7	5	
2ª	12/jul	2ª	19/jul	7	5	
2ª	19/jul	2ª	26/jul	7	5	
2ª	26/jul	2ª	02/ago	7	5	
2ª	02/ago	2ª	09/ago	7	5	
2ª	09/ago	2ª	16/ago	7	5	
2ª	16/ago	2ª	23/ago	7	5	
2ª	23/ago	2ª	30/ago	7	5	
2ª	30/ago	2ª	06/set	7	5	
2ª	06/set	2ª	13/set	7	4	(7/7)
2ª	13/set	2ª	20/set	7	5	
2ª	20/set	2ª	27/set	7	5	
2ª	27/set	2ª	04/out	7	5	
2ª	04/out	2ª	11/out	7	5	
2ª	11/out	2ª	18/out	7	4	(12/10)
2ª	18/out	2ª	25/out	7	5	
2ª	25/out	2ª	01/nov	7	5	
2ª	01/nov	2ª	08/nov	7	4	(2/11)
2ª	08/nov	2ª	15/nov	7	5	
2ª	15/nov	2ª	22/nov	7	4	(15/11)
2ª	22/nov	2ª	29/nov	7	5	
2ª	29/nov	2ª	06/dez	7	5	
			1º Inv	185	127	
			2º Inv	91	61	

Esta tabela foi feita manualmente para calcular o número de dias entre duas datas. Porém, o Excel dispõe de uma função chamada DIATRABALHOTOTAL que calcula o número de dias úteis entre duas datas; inclusive aceita como argumentos os feriados. A tabela acima poderia ter sido feita de uma forma muito mais simples utilizando a planilha a seguir.

	A	B	C	D	E
1		1º Depósito	Fórmula	2º Depósito	Fórmula
2	Data Inicial	04/jun		06/set	
3	Data Final	05/dez		05/dez	
4	Feriados	07/set		07/set	
5		12/out		12/out	
6		02/nov		02/nov	
7		15/nov		15/nov	
8	Nº dias	127	=DIATRABALHOTOTAL(B2;B3;B4:B7)	61	=DIATRABALHOTOTAL(D2;D3;D4:D7)

O único detalhe que deve ser observado é que a data final é a data de vencimento menos um dia. A razão para tal é que a função considera, inclusive, a data inicial e a data final; o que nos levaria a uma contagem errada. Uma planilha contendo uma lista com todos os feriados até o ano de 2078, pode ser obtida no site da Andima no endereço (em 3/1/2011):

http://www.andima.com.br/feriados/feriados.asp

O montante do 1º investimento renderá durante 127 dias úteis e é de:

$$S_{127} = 200000\left(1+\frac{0,12}{30}\right)^{127} = R\$\,332.056,15$$

O montante do 2º investimento renderá durante 61 dias úteis e é de:

$$S_{61} = 300000\left(1+\frac{0,12}{30}\right)^{61} = R\$\,382.716,98$$

Logo, em 06/12, Thuener poderá retirar o seguinte total:

$$S = S_{127} + S_{61} = 332056,15 + 382716,98 = R\$\,714.773,13$$

12) Para aplicação de R$ 100.000,00 em um CDB pré-fixado, com prazo de 2 anos, o Banco Irreal está oferecendo a taxa de 6% a.a. Alternativamente, o Banco Irreal oferece ao investidor a opção de um CDB pós-fixado, prometendo pagar 98% da taxa do CDI.

Pergunta-se

I. Se, em ambos os casos, o imposto de renda é cobrado no resgate, à alíquota de 15%, qual deve ser a estimativa da taxa do CDI, para que um investidor considere, minimamente, interessante a aplicação no “CDB pós” ?
II. Se um dado investidor, assessorado por um dos gerentes, seu conhecido, do Banco Irreal, que lhe fornece a estimativa da taxa de remuneração do CDI, no prazo considerado de 2 anos, de 6,3% a.a, qual seria a opção mais interessante para a aplicação de R$ 100.000,00?
III. Se, no fim do prazo de 2 anos, tiver sido verificado que o CDI acumulou uma taxa de variação de 12,04%, quanto terá recebido e qual terá sido , em termos aparentes, a taxa anual de rentabilidade do investidor se este tiver aplicado R$ 100.000,00 em cada um dos dois tipos de CDB’s?

Solução

I. Para aplicações do mesmo valor, a condição de indiferença entre as duas modalidades de CDB’s, no caso em apreço, é:

$$(1,06)^2 \times (1-0,15) + 0,15 = (1+0,986\beta) \times (1-0,15) + 0,15$$

ou

$$1{,}1236 = 1 + 0{,}986\beta \Rightarrow \beta = 0{,}125355 \text{ ou } 12{,}5355\% \text{ ao bi-ano}$$

onde β é a taxa, relativa ao prazo de 2 anos, do CDI.

II. Se o gerente "amigo" fornece a estimativa de que a taxa anual do CDI, para o período de 2 anos, seja de 6,3%, o que implica na taxa bi-anual de $(1+0{,}063)^2 - 1 = 0{,}129969$ ou 12,9969%, o investidor seria levado a acreditar que valeria a pena a aplicação no "CDB-pós".

III. Tendo aplicado R$ 100.000,00 em cada um dos tipos de CDB's, o investidor teria recebido, no fim do prazo de 2 anos, o seguinte total:

$$100000\left\{(1+0{,}06)^2 \times (1-0{,}15) + 0{,}15\right\} + 100000\left\{(1+0{,}986 \times 0{,}1204) \times (1-0{,}15) + 0{,}15\right\}$$
$$= 100000\left\{\left[(1+0{,}06)^2 + 1 + 0{,}118714\right] \times 0{,}85 + 0{,}3\right\} = R\$\ 220.596{,}72$$

Consequentemente, a taxa anual de rentabilidade, em termos aparentes, auferida pelo investidor seria:

$$\left(\frac{220.596{,}72}{200.000{,}00}\right)^{1/2} - 1 = 0{,}050230 \text{ ou } 5{,}023\%\ a.a$$