选择题

1. 以下关于联合熵的命题_____恒为真

   A. $H(X_1,\ldots,X_n)=H(X_1)+\cdots+H(X_n)$

   B. $H(X_1,\ldots,X_n)\leq H(X_1)+\cdots+H(X_n)$

   C. $H(X_1,\ldots,X_n)\geq H(X_1)+\cdots+H(X_n)$

   D. $H(X_1,\ldots,X_n)\neq H(X_1)+\cdots+H(X_n)$

2. F是一个多对一的函数，则以下为真的是_____

   A. $H(F(X))=H(X)$

   B. $H(F(X))>H(X)$

   C. $H(F(X))<H(X)$

   D. 都有可能

3. X和Y同分布且概率独立，则以下命题_____恒为真

   A. $H(X,Y,Z)-H(X,Y)=H(X,Z)-H(X)$

   B. $H(X,Y,Z)-H(X,Y)\leq H(X,Z)-H(X)$

   C. $H(X,Y,Z)-H(X,Y)\geq H(X,Z)-H(X)$

   D. $H(X,Y,Z)-H(X,Y)\neq H(X,Z)-H(X)$

4. 对不同的i，(X_i,Y_i)之间是概率独立的离散型联合随机变量，概率分布为$P(X,Y)$,$P(X)$和$P(Y)$分别为各个X_i和Y_i的概率分布，$i=1,2,\ldots,n$.根据大数定律，当n趋于无穷大时，随机变量$\frac{1}{n}\log\frac{P(X_1,\ldots,X_n)P(Y_1,\ldots,Y_n)}{P(X_1,Y_1,\ldots X_n,Y_n)}$的极限是_____

   A. $H(X|Y)-H(Y|X)$

   B. $H(X|Y)+H(Y|X)$

   C. $I(X;Y)$

   D. $-I(X;Y)$

5. 一个二元对称无记忆离散信道的容量为0.8比特，信道编码采用二进制形式，可以表达为16种序列，要使译码的差错概率能够任意地接近于0，信道码字的长度最短不能低于_____

   A. 4位

   B. 5位

   C. 6位

   D. 7位

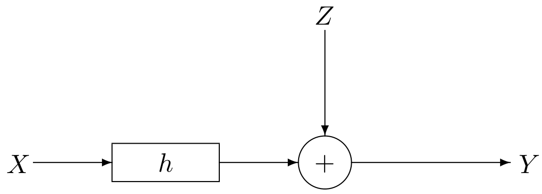
证明题

以下出现的随机变量X、Y和Z都是离散随机变量

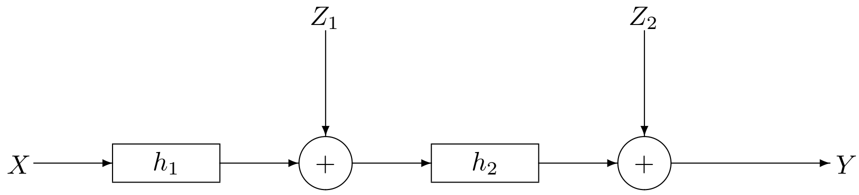
1. 请证明关于离散随机变量X的信息熵$H(X)$是凹函数
2. 陈述信息处理不等式
3. 证明上述的信息处理不等式
4. 规定条件互信息量为$I(X;Y|Z)$: $I(X;Y|Z) = H(X|Z) - H(X|Y,Z)$, 请证明$I(X;Y|Z)$对于$X$和$Y$满足对称性，即$I(X;Y|Z) = I(Y;X|Z)$
5. 以上符号含义不变请证明$I(X;Z|Y) - I(Y;Z|X) = I(X;Z) - I(Y;Z)$

计算题

1. 推导高斯信道$Y = hX + Z$的信道容量表达式. h是已知的信号放大系数（信号增益），X是功率为P的输入信号，Z信号独立的为均值为零方差为a^2的高斯噪声.

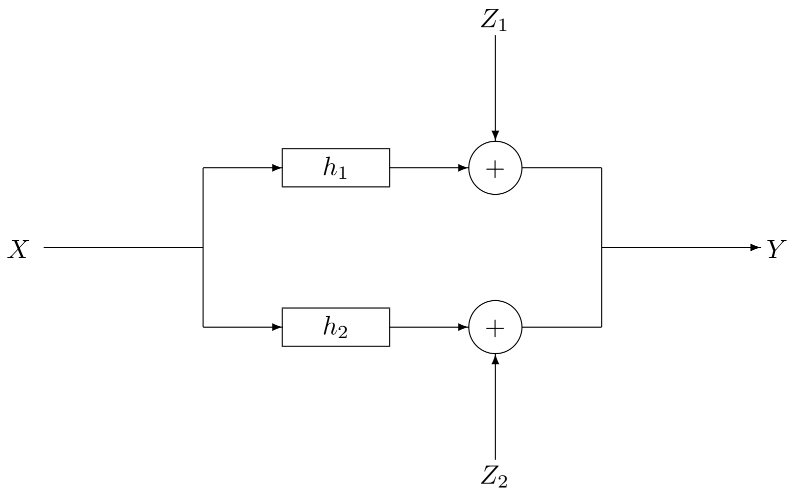


2. 将两个高斯信道如图串联，第一级增益为h_1，第二级增益为h_2，两个信道的噪声Z_1和Z_2的方差分别为a^2和b^2，输入信号X的功率仍然是P，求信道容量



3. 分别考虑两种情况下上题信道容量C的极限(1)h_2固定，h_1趋于无穷大
(2)h_1固定，h_2趋于无穷大

4. 以上符号含义不变，求如图并联的高斯信道的信道容量



计算题

1. 设二元对称离散无记忆信息的传输差错概率为p，记为$BSC(p)$，请计算其容量C
2. 将N个$BSC(p)$信道串联，结果得到一个等效的BSC信道.计算其信道容量C(用N和p表示)
3. 将N个$BSC(p)$信道串联且这N个信道相互独立（无串扰），结果得到一个输入和输出为N维的二进制向量的矢量信道，并请计算其容量C(用N和p表示）