

## 选择题

1. 以下关于联合熵的命题\_\_\_\_\_恒为真
  - A.  $H(X_1, \dots, X_n) = H(X_1) + \dots + H(X_n)$
  - B.  $H(X_1, \dots, X_n) \leq H(X_1) + \dots + H(X_n)$
  - C.  $H(X_1, \dots, X_n) \geq H(X_1) + \dots + H(X_n)$
  - D.  $H(X_1, \dots, X_n) \neq H(X_1) + \dots + H(X_n)$
2.  $F$ 是一个多对一的函数, 则以下为真的是\_\_\_\_\_
  - A.  $H(F(X)) = H(X)$
  - B.  $H(F(X)) > H(X)$
  - C.  $H(F(X)) < H(X)$
  - D. 都有可能
3.  $X$ 和 $Y$ 同分布且概率独立, 则以下命题\_\_\_\_\_恒为真
  - A.  $H(X, Y, Z) - H(X, Y) = H(X, Z) - H(X)$
  - B.  $H(X, Y, Z) - H(X, Y) \leq H(X, Z) - H(X)$
  - C.  $H(X, Y, Z) - H(X, Y) \geq H(X, Z) - H(X)$
  - D.  $H(X, Y, Z) - H(X, Y) \neq H(X, Z) - H(X)$
4. 对不同的 $i$ ,  $(X_i, Y_i)$ 之间是概率独立的离散型联合随机变量, 概率分布为 $P(X, Y)$ ,  $P(X)$ 和 $P(Y)$ 分别为各个 $X_i$ 和 $Y_i$ 的概率分布,  $i = 1, 2, \dots, n$ . 根据大数定律, 当 $n$ 趋于无穷大时, 随机变量 $\frac{1}{n} \log \frac{P(X_1, \dots, X_n)P(Y_1, \dots, Y_n)}{P(X_1, Y_1, \dots, X_n, Y_n)}$ 的极限是\_\_\_\_\_
  - A.  $H(X|Y) - H(Y|X)$
  - B.  $H(X|Y) + H(Y|X)$
  - C.  $I(X; Y)$
  - D.  $-I(X; Y)$
5. 一个二元对称无记忆离散信道的容量为0.8比特, 信道编码采用二进制形式, 可以表达为16种序列, 要使译码的差错概率能够任意地接近于0, 信道码字的长度最短不能低于\_\_\_\_\_
  - A. 4位
  - B. 5位
  - C. 6位
  - D. 7位

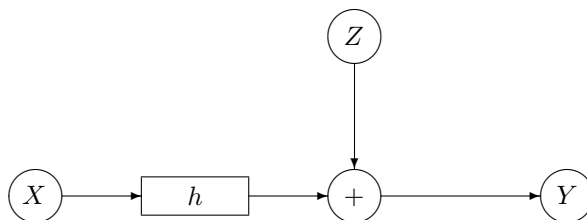
## 证明题

以下出现的随机变量 $X$ 、 $Y$ 和 $Z$ 都是离散随机变量

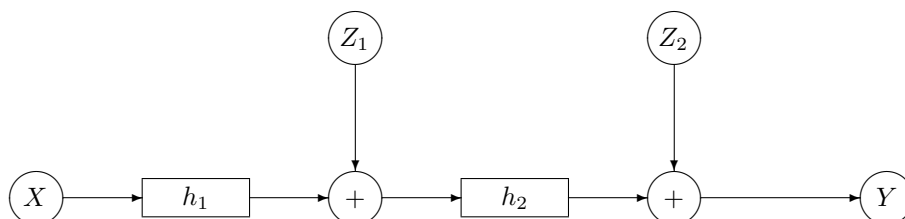
1. 请证明关于离散随机变量 $X$ 的信息熵 $H(X)$ 是凹函数
2. 陈述信息处理不等式
3. 证明上述的信息处理不等式
4. 规定条件互信息量为 $I(X; Y|Z)$ ,  $I(X; Y|Z) = H(X|Z) - H(X|Y, Z)$ , 请证明 $I(X; Y|Z)$ 对于 $X$ 和 $Y$ 满足对称性, 即 $I(X; Y|Z) = I(Y; X|Z)$
5. 以上符号含义不变请证明 $I(X; Z|Y) - I(Y; Z|X) = I(X; Z) - I(Y; Z)$

## 计算题

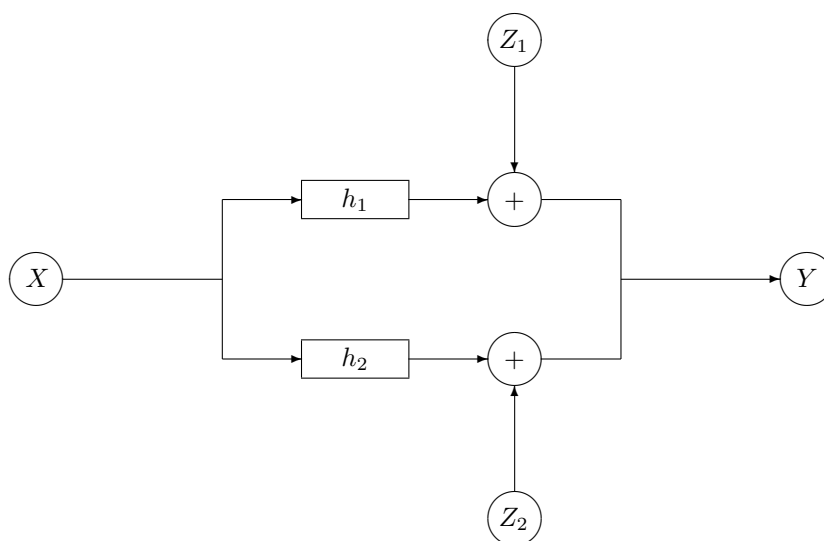
1. 高斯信道  $Y = hX + Z$ ,  $h$  为信号放大倍数 (信号增益), 输入信号  $X$  的功率为  $P$ ,  $Z$  为均值为零方差为  $\sigma^2$  的随机噪声, 推导该高斯信道的容量



2. 将两个高斯信道如图串联, 第一级增益为  $h_1$ , 第二级增益为  $h_2$ , 两个信道的噪声  $Z_1$  和  $Z_2$  的方差分别为  $\sigma^2$  和  $\sigma^2$ , 输入信号  $X$  的功率仍然是  $P$ , 求信道容量



3. 分别考虑两种情况下上题信道容量  $C$  的极限 (1)  $h_2$  固定,  $h_1$  趋于无穷大 (2)  $h_1$  固定,  $h_2$  趋于无穷大
4. 以上符号含义不变, 求如图并联的高斯信道的信道容量



## 计算题

1. 设二元对称离散无记忆信息的传输差错概率为 $p$ ，记为 $BSC(p)$ ，请计算其容量 $C$
2. 将 $N$ 个 $BSC(p)$ 信道串联，结果得到一个等效的BSC信道.计算其信道容量 $C$ (用 $N$ 和 $p$ 表示)
3. 将 $N$ 个 $BSC(p)$ 信道串联且这 $N$ 个信道相互独立（无串扰），结果得到一个输入和输出为 $N$ 维的二进制向量的矢量信道，并请计算其容量 $C$ (用 $N$ 和 $p$ 表示)