

# Présentation stage

Clément Legrand

July 2, 2018

# Capacitated Vehicle Routing Problem

## Notations

Instance  $I$  :  $n$  clients et 1 dépôt

Solution  $Sol$  :  $k$  tournées

La demande  $d_i$  du client  $i$ , une capacité  $C$

## Règles

- $\forall i > 0 \in I, \exists ! R_j \in Sol, i \in R_j$ ;
- Chaque tournée doit partir et s'arrêter au dépôt;
- $\forall R_j \in Sol, \sum_{i \in R_j} d_i \leq C$ .

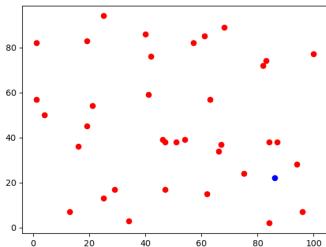
## Objectif

Déterminer  $Sol$  tel que:

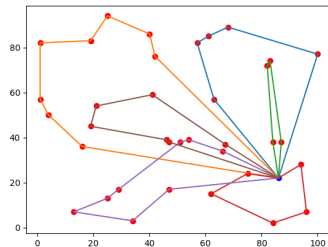
$$Sol = \underset{Sol}{\operatorname{argmin}} \sum_{R_j \in Sol} \sum_{i=0}^{|R_j|-1} \operatorname{dist}(R_j[i], R_j[i+1]) = \underset{Sol}{\operatorname{argmin}} \operatorname{cost}(Sol)$$

## Exemple

Instance A-n37-k06:



Représentation instance



Meilleure solution connue

## Objectif

Intégrer de la connaissance lors du calcul d'une solution

## Idée

Prédire les arêtes optimales en apprenant à partir de solutions initiales de bonne qualité

## Problèmes

- Comment construire une solution initiale de bonne qualité ?
- Quelle heuristique utiliser ?
- Comment extraire la connaissance ?
- Comment intégrer la connaissance dans l'heuristique ?

# Algorithme Clarke & Wright (CW)

CW<sup>1</sup> → Algorithme glouton.

## Définition saving

Calcul du saving de  $i$  et  $j$  avec:

$$s(i, j) = c_{i0} + c_{0j} - \lambda c_{ij} + \mu |c_{i0} - c_{0j}| + \nu \frac{d_i + d_j}{d}$$

$(\lambda, \mu, \nu)$  sont des paramètres à déterminer

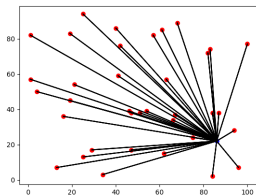
## Fonctionnement

Tant que  $\max_{(i,j)} s(i, j) > 0$ :

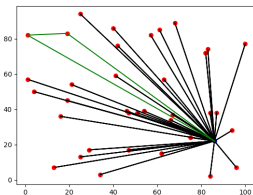
- $(i, j) \leftarrow \operatorname{argmax}_{(i,j)} s(i, j)$ ;
- Les tournées qui contiennent  $i$  et  $j$  sont fusionnées (si possible);
- $s(i, j) \leftarrow 0$ .

<sup>1</sup>IK. Altinel and T. Öncan, A new enhancement of the Clarke and Wright savings heuristic for the capacitated vehicle routing problem (2005)

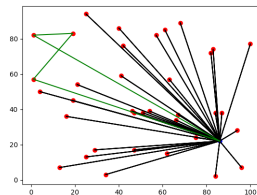
# Exécution pour $(\lambda, \mu, \nu) = (1, 1, 1)$



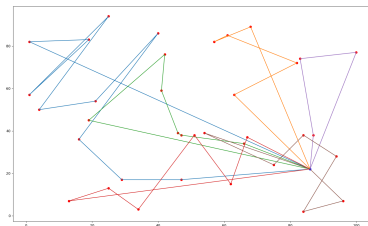
Initialisation



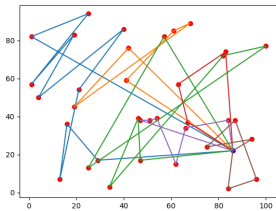
1<sup>ère</sup> fusion



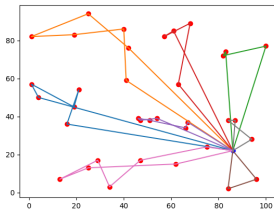
fusion



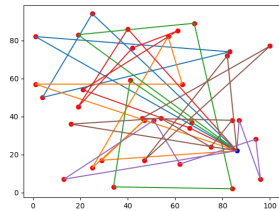
## Choix de $(\lambda, \mu, \nu)$ ?



$(0.1, 0.1, 0.1)$ ,  $cost = 1569$



$(1.9, 0.1, 1.5)$ ,  $cost = 1106$



2191

### Bilan

Difficile de prévoir l'influence des paramètres

# Heuristique Arnold & Sörensen

---

---

```
1  $Sol \leftarrow CW(\lambda, \mu, \nu)$ 
2  $NewSol \leftarrow Sol$ 
3 while Pas d'améliorations depuis 3 min do
4   Calcul de la pire arête
5    $NewSol \leftarrow EjectionChain_{BI-O}$ 
6    $NewSol \leftarrow LinKernighan_{BI-O}$ 
7    $NewSol \leftarrow CrossExchange_{BI-O}$ 
8    $NewSol \leftarrow LinKernighan_{BI-O}$ 
9   if  $cost(NewSol) < cost(Sol)$  then
10     $Sol \leftarrow NewSol$ 
11 return  $Sol$ 
```

---

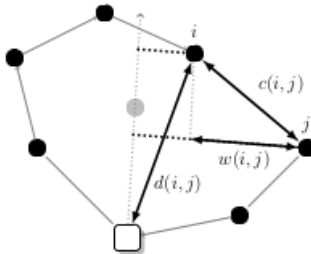


## Pire arête

### Pire arête

La pire arête du graphe est l'arête  $(i, j)$  qui maximise la fonction:

$$b(i, j) = \frac{[\gamma_w w(i, j) + \gamma_c c(i, j)] [\frac{d(i, j)}{\max_{k, l} d(k, l)}]^{\frac{\gamma_d}{2}}}{1 + p(i, j)}$$



# Opérateurs locaux

## Ejection-chain

Déplacer / clients sur des tournées.

## Cross-exchange

Échanger deux séquences de clients entre deux tournées.

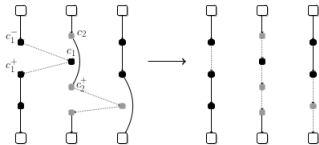


Figure 2: Illustration of the ejection chain with two relocations.

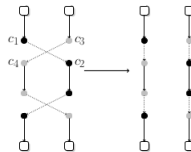
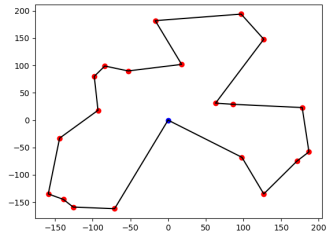
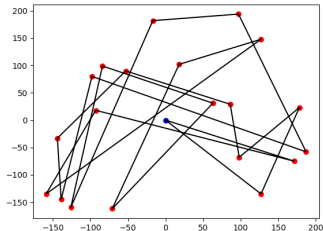


Figure 1: Illustration of the CROSS-exchange with sequences of two customers.

# Opérateurs locaux

## Lin-Kernighan

- Utilisé en général pour TSP;
- Optimisation intra-tournée (chaque tournée est améliorée indépendamment des autres).



## Heuristique utilisée ( $H_c$ )

---

```
1  $Sol \leftarrow CW(\lambda, \mu, \nu)$ 
2  $NewSol \leftarrow Sol$ 
3 while La dernière amélioration date de moins de  $n/3$  min do
4   Calcul de la pire arête
5    $NewSol \leftarrow EjectionChain_{FI-RD}$ 
6    $NewSol \leftarrow LinKernighan_{BI-O}$ 
7    $NewSol \leftarrow CrossExchange_{FI-RD}$ 
8    $NewSol \leftarrow LinKernighan_{BI-O}$ 
9   if  $cost(NewSol) < cost(Sol)$  then
10     $Sol \leftarrow NewSol$ 
11   if Pas d'améliorations depuis  $n/2$  itérations then
12      $NewSol \leftarrow Sol$ 
13 return  $Sol$ 
```

---

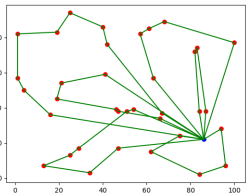
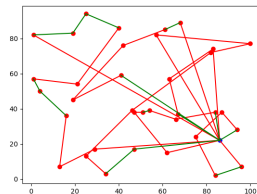
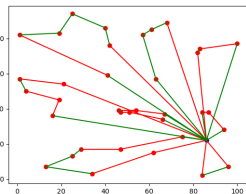
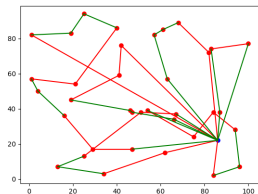
# Validation

	A-n37-k06			A-n65-k09			P-n101-k04		
Ajout	Best	Mean	Time	Best	Mean	Time	Best	Mean	Time
Rien	950	957	195	1197	1215	395	722	736	783
Divers	950	969	200	1200	1230	350	698	706	1500

## Conclusion

Diversification plus intéressante pour des grandes instances

# Exemples



# Protocole

## Questions

- Combien de solutions dans l'échantillon ?
- Combien de solutions pour apprendre ?
- Comment choisir les arêtes à conserver ?

# Protocole

## Combien de solutions dans l'échantillon ?

- Considérer tous les  $(\lambda, \mu, \nu)$ ;
- Tirer  $N$   $(\lambda, \mu, \nu)$  aléatoirement;

## Quelles solutions pour apprendre ?

- Tout l'échantillon (Tout);
- $x\%$  des meilleures solutions : quantité privilégiée (Quan<sub>x</sub>);
- Solutions avec coût inférieur à  $c_{min} + (c_{max} - c_{min}) \frac{x}{100}$  : qualité privilégiée (Qual<sub>x</sub>);

## Comment choisir les arêtes à conserver ?

Pour chaque arête  $(i,j)$ , on incrémente la valeur de  $MAT[i][j]$ ;

- Conserver  $(i,j) \Leftrightarrow MAT[i][j] > seuil$  (Seuil);
- Conserver les  $rg$  premières arêtes dans la matrice (Rang).



# Résultats

	Quan <sub>10</sub>				Qual <sub>10</sub>				Tout			
	Seuil	Arêtes	Corr	Prop	Seuil	Arêtes	Corr	Prop	Seuil	Arêtes	Corr	Prop
50	3	34	21	0.5	$L_{lb}/2$	33	21	0.50	25	23	15	0.35
	4	23	14	0.33	$3L_{lb}/4$	17	12	0.28	38	10	7	0.16
100	5	30	21	0.5	$L_{lb}/2$	31	23	0.55	50	24	17	0.40
	8	16	15	0.36	$3L_{lb}/4$	17	14	0.33	75	6	6	0.14
500	25	32	24	0.57	$L_{lb}/2$	31	22	0.52	250	22	15	0.36
	38	15	14	0.33	$3L_{lb}/4$	20	16	0.38	375	7	7	0.18
8000	400	33	24	0.57	$L_{lb}/2$	30	23	0.55	4000	25	16	0.38
	600	15	14	0.33	$3L_{lb}/4$	18	16	0.38	6000	9	6	0.14

## Résultats

	Quan <sub>10</sub>			Qual <sub>10</sub>			Tout		
	Rang	Corr	Prop	Rang	Corr	Prop	Rang	Corr	Prop
50	10	6	0.14	10	6	0.14	10	7	0.16
	20	13	0.31	20	13	0.32	20	13	0.31
	18	12	0.28	18	13	0.3	18	12	0.28
100	10	9	0.21	10	9	0.21	10	10	0.24
	20	16	0.38	20	16	0.38	20	15	0.36
	18	13	0.3	18	13	0.3	18	12	0.29
500	10	9	0.21	10	10	0.24	10	9	0.21
	20	16	0.38	20	16	0.38	20	15	0.36
	18	13	0.3	18	13	0.3	18	12	0.28
8000	10	8	0.19	10	9	0.21	10	7	0.17
	20	14	0.33	20	14	0.33	20	14	0.33
	18	12	0.29	18	12	0.29	18	12	0.29

# Résultats

	Quan <sub>10</sub>				Qual <sub>10</sub>				Tout			
	Seuil	Arêtes	Corr	Prop	Seuil	Arêtes	Corr	Prop	Seuil	Arêtes	Corr	Prop
50	3	34	21	0.5	$L_{lb}/2$	33	21	0.50	25	23	15	0.35
	4	23	14	0.33	$3L_{lb}/4$	17	12	0.28	38	10	7	0.16
100	5	30	21	0.5	$L_{lb}/2$	31	23	0.55	50	24	17	0.40
	8	16	15	0.36	$3L_{lb}/4$	17	14	0.33	75	6	6	0.14
500	25	32	24	0.57	$L_{lb}/2$	31	22	0.52	250	22	15	0.36
	38	15	14	0.33	$3L_{lb}/4$	20	16	0.38	375	7	7	0.18
8000	400	33	24	0.57	$L_{lb}/2$	30	23	0.55	4000	25	16	0.38
	400	15	14	0.33	$3L_{lb}/4$	18	16	0.38	4000	9	6	0.14

# Résultats

	Quan <sub>10</sub>			Qual <sub>10</sub>			Tout		
	Rang	Corr	Prop	Rang	Corr	Prop	Rang	Corr	Prop
50	3	34	21	0.5	$L_b/2$	33	21	0.50	25
	4	23	14	0.33	$3L_b/4$	17	12	0.28	38
100	5	30	21	0.5	$L_b/2$	31	23	0.55	50
	8	16	15	0.36	$3L_b/4$	17	14	0.33	75
500	25	32	24	0.57	$L_b/2$	31	22	0.52	250
	38	15	14	0.33	$3L_b/4$	20	16	0.38	375
8000	400	33	24	0.57	$L_b/2$	30	23	0.55	4000
	400	15	14	0.33	$3L_b/4$	18	16	0.38	4000

# Résultats

	Quan <sub>10</sub>				Qual <sub>10</sub>				Tout			
	Seuil	Arêtes	Corr	Prop	Seuil	Arêtes	Corr	Prop	Seuil	Arêtes	Corr	Prop
50	3	34	21	0.5	$L_{lb}/2$	33	21	0.50	25	23	15	0.35
	4	23	14	0.33	$3L_{lb}/4$	17	12	0.28	38	10	7	0.16
100	5	30	21	0.5	$L_{lb}/2$	31	23	0.55	50	24	17	0.40
	8	16	15	0.36	$3L_{lb}/4$	17	14	0.33	75	6	6	0.14
500	25	32	24	0.57	$L_{lb}/2$	31	22	0.52	250	22	15	0.36
	38	15	14	0.33	$3L_{lb}/4$	20	16	0.38	375	7	7	0.18
8000	400	33	24	0.57	$L_{lb}/2$	30	23	0.55	4000	25	16	0.38
	400	15	14	0.33	$3L_{lb}/4$	18	16	0.38	4000	9	6	0.14

## Résultats

	Quan <sub>10</sub>			Qual <sub>10</sub>			Tout		
	Rang	Corr	Prop	Rang	Corr	Prop	Rang	Corr	Prop
50	10	6	0.14	10	6	0.14	10	7	0.16
	20	13	0.31	20	13	0.32	20	13	0.31
	18	12	0.28	18	13	0.3	18	12	0.28
100	10	9	0.21	10	9	0.21	10	10	0.24
	20	16	0.38	20	16	0.38	20	15	0.36
	18	13	0.3	18	13	0.3	18	12	0.29
500	10	9	0.21	10	10	0.24	10	9	0.21
	20	16	0.38	20	16	0.38	20	15	0.36
	18	13	0.3	18	13	0.3	18	12	0.28
8000	10	8	0.19	10	9	0.21	10	7	0.17
	20	14	0.33	20	14	0.33	20	14	0.33
	18	12	0.29	18	12	0.29	18	12	0.29

Présentation du problème  
Construction solution initiale  
Choix de l'heuristique  
Extraction des connaissances  
**Intégration des connaissances**

**Contribution**  
Validation

# Description

# Résultats



# Conclusion

Ajouter de la diversification dans l'apprentissage