

# Apprentissage et résultats

Clément Legrand

July 6, 2018

# Description

## Base de départ

Les solutions données par CW.

- Tirage au sort de  $N$  triplets  $(\lambda, \mu, \nu)$ ;
- Calcul des solutions pour tout triplet  $(\lambda, \mu, \nu)$ .

## Base d'apprentissage

On peut ne garder qu'une partie de la base générée pour apprendre

- On garde  $x\%$  des meilleures solutions (quantité privilégiée,  $\text{Quan}_x$ );
- On garde les solutions qui ont un coût inférieur à  $c_{min} + (c_{max} - c_{min}) \frac{x}{100}$  (qualité privilégiée,  $\text{Qual}_x$ ).
- On choisit d'utiliser toute la base générée pour apprendre (Tout)

# Protocole

## Protocole

- Génération d'un échantillon de taille  $N_{ech}$
- Calcul de la base d'apprentissage
- On initialise une matrice MAT de taille  $n^2$
- Pour chaque arête (a,b) on incrémente la valeur MAT[a][b] (si  $a > b$ , on commence par échanger a et b)
- Comparaison arêtes obtenues et optimales.

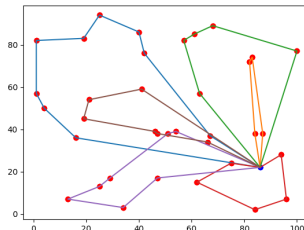
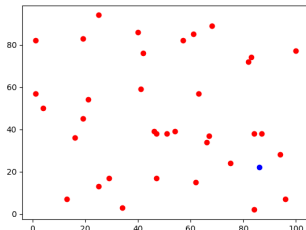
## Choix des arêtes

- On conserve (a,b) si MAT[a][b] dépasse une certaine valeur (Seuil);
- On conserve les k premières arêtes en triant selon les valeurs contenues dans MAT (Rang).

## Instance test

3 instances ont été choisies pour réaliser ces tests: A-n37-k06, A-n65-k09 et P-n101-k04.

La solution employée pour comparer les résultats est celle de la littérature.  
La meilleure solution comporte 42 arêtes.



Pour chaque test on effectue 5 itérations.

Temps de calcul: 2 s (50), 4 s (100), 20 s (500), 44 s (1000).

## Résultats A-n37-k06, critère Seuil

|          | Quan <sub>10</sub> |        |      |      | Qual <sub>10</sub> |        |      |      | Tout  |        |      |      |
|----------|--------------------|--------|------|------|--------------------|--------|------|------|-------|--------|------|------|
|          | Seuil              | Arêtes | Corr | Prop | Seuil              | Arêtes | Corr | Prop | Seuil | Arêtes | Corr | Prop |
| 50       | 3                  | 34     | 21   | 0.5  | 11                 | 33     | 21   | 0.50 | 25    | 23     | 15   | 0.35 |
|          | 4                  | 23     | 14   | 0.33 | 17                 | 17     | 12   | 0.28 | 38    | 10     | 7    | 0.16 |
| 100      | 5                  | 30     | 21   | 0.5  | 15                 | 31     | 23   | 0.55 | 50    | 24     | 17   | 0.40 |
|          | 8                  | 16     | 15   | 0.36 | 23                 | 17     | 14   | 0.33 | 75    | 6      | 6    | 0.14 |
| 500      | 25                 | 32     | 24   | 0.57 | 58                 | 31     | 22   | 0.52 | 250   | 22     | 15   | 0.36 |
|          | 38                 | 15     | 14   | 0.33 | 88                 | 20     | 16   | 0.38 | 375   | 7      | 7    | 0.18 |
| Completo | 400                | 33     | 24   | 0.57 | 732                | 30     | 23   | 0.55 | 4000  | 25     | 16   | 0.38 |
|          | 600                | 15     | 14   | 0.33 | 1097               | 18     | 16   | 0.38 | 6000  | 9      | 6    | 0.14 |

- Taille de l'échantillon ne semble pas avoir d'influence sur les résultats (*prop* reste semblable quel que soit la taille de l'échantillon).
- Avec base *Tout* : valeurs de *prop* plus basses → pas la peine d'utiliser tout l'échantillon.

Remarque : Base Quan<sub>10</sub> trop petite avec échantillon 50 ou 100.

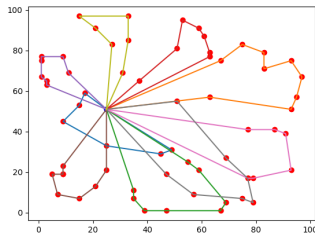
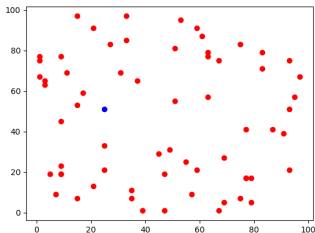
## Résultats A-n37-k06, critère Rang

|         | Quan <sub>10</sub> |      |      | Qual <sub>10</sub> |      |      | Tout |      |      |
|---------|--------------------|------|------|--------------------|------|------|------|------|------|
|         | Rang               | Corr | Prop | Rang               | Corr | Prop | Rang | Corr | Prop |
| 50      | 10                 | 6    | 0.14 | 10                 | 6    | 0.14 | 10   | 7    | 0.16 |
|         | 20                 | 13   | 0.31 | 20                 | 13   | 0.32 | 20   | 13   | 0.31 |
|         | 18                 | 12   | 0.28 | 18                 | 13   | 0.3  | 18   | 12   | 0.28 |
| 100     | 10                 | 9    | 0.21 | 10                 | 9    | 0.21 | 10   | 10   | 0.24 |
|         | 20                 | 16   | 0.38 | 20                 | 16   | 0.38 | 20   | 15   | 0.36 |
|         | 18                 | 13   | 0.3  | 18                 | 13   | 0.3  | 18   | 12   | 0.29 |
| 500     | 10                 | 9    | 0.21 | 10                 | 10   | 0.24 | 10   | 9    | 0.21 |
|         | 20                 | 16   | 0.38 | 20                 | 16   | 0.38 | 20   | 15   | 0.36 |
|         | 18                 | 13   | 0.3  | 18                 | 13   | 0.3  | 18   | 12   | 0.28 |
| Complet | 10                 | 8    | 0.19 | 10                 | 9    | 0.21 | 10   | 7    | 0.17 |
|         | 20                 | 14   | 0.33 | 20                 | 14   | 0.33 | 20   | 14   | 0.33 |
|         | 18                 | 12   | 0.29 | 18                 | 12   | 0.29 | 18   | 12   | 0.29 |

Les 3 bases fournissent des valeurs *prop* similaires.

# Instance test

La solution employée pour comparer les résultats est celle de la littérature.  
La meilleure solution comporte 73 arêtes.



Pour chaque test on effectue 5 itérations.

Temps de calcul: 4 s (50), 8 s (100), 42 s (500), 84 s (1000).

## Résultats A-n65-k09, critère Seuil

|          | Quan <sub>10</sub> |        |      |      | Qual <sub>10</sub> |        |      |      | Tout  |        |      |      |
|----------|--------------------|--------|------|------|--------------------|--------|------|------|-------|--------|------|------|
|          | Seuil              | Arêtes | Corr | Prop | Seuil              | Arêtes | Corr | Prop | Seuil | Arêtes | Corr | Prop |
| 50       | 3                  | 73     | 43   | 0.59 | 10                 | 64     | 44   | 0.60 | 25    | 40     | 31   | 0.43 |
|          | 4                  | 61     | 40   | 0.55 | 15                 | 39     | 29   | 0.40 | 38    | 14     | 9    | 0.13 |
| 100      | 5                  | 70     | 44   | 0.6  | 22                 | 58     | 42   | 0.58 | 50    | 43     | 33   | 0.45 |
|          | 8                  | 63     | 41   | 0.56 | 33                 | 36     | 28   | 0.39 | 75    | 15     | 10   | 0.14 |
| 500      | 25                 | 71     | 43   | 0.59 | 111                | 56     | 41   | 0.56 | 250   | 45     | 35   | 0.48 |
|          | 38                 | 60     | 40   | 0.55 | 167                | 35     | 28   | 0.39 | 375   | 14     | 9    | 0.13 |
| Completo | 400                | 62     | 41   | 0.56 | 1005               | 56     | 40   | 0.55 | 4000  | 45     | 35   | 0.48 |
|          | 600                | 15     | 14   | 0.33 | 1508               | 35     | 28   | 0.39 | 6000  | 13     | 9    | 0.12 |

Si trop d'arêtes renvoyées → Solutions infaisables ? (futurs tests)



## Résultats A-n65-k09, critère Rang

|         | Quan <sub>10</sub> |      |      | Qual <sub>10</sub> |      |      | Tout |      |      |
|---------|--------------------|------|------|--------------------|------|------|------|------|------|
|         | Rang               | Corr | Prop | Rang               | Corr | Prop | Rang | Corr | Prop |
| 50      | 10                 | 6    | 0.08 | 10                 | 7    | 0.1  | 10   | 7    | 0.1  |
|         | 20                 | 14   | 0.2  | 20                 | 15   | 0.21 | 20   | 14   | 0.19 |
|         | 33                 | 23   | 0.32 | 33                 | 26   | 0.36 | 33   | 24   | 0.33 |
| 100     | 10                 | 6    | 0.08 | 10                 | 7    | 0.1  | 10   | 7    | 0.1  |
|         | 20                 | 16   | 0.22 | 20                 | 16   | 0.22 | 20   | 14   | 0.19 |
|         | 33                 | 26   | 0.36 | 33                 | 26   | 0.36 | 33   | 25   | 0.34 |
| 500     | 10                 | 7    | 0.1  | 10                 | 7    | 0.1  | 10   | 6    | 0.08 |
|         | 20                 | 17   | 0.23 | 20                 | 15   | 0.21 | 20   | 13   | 0.18 |
|         | 33                 | 27   | 0.37 | 33                 | 26   | 0.36 | 33   | 25   | 0.34 |
| Complet | 10                 | 7    | 0.1  | 10                 | 7    | 0.1  | 10   | 6    | 0.08 |
|         | 20                 | 17   | 0.23 | 20                 | 17   | 0.23 | 20   | 13   | 0.18 |
|         | 33                 | 27   | 0.37 | 33                 | 27   | 0.37 | 33   | 25   | 0.34 |

De nouveau les 3 bases renvoient des résultats similaires.



## Résultats P-n101-k04, critère Seuil

|         | Quan <sub>10</sub> |        |      |      | Qual <sub>10</sub> |        |      |      | Tout  |        |      |      |
|---------|--------------------|--------|------|------|--------------------|--------|------|------|-------|--------|------|------|
|         | Seuil              | Arêtes | Corr | Prop | Seuil              | Arêtes | Corr | Prop | Seuil | Arêtes | Corr | Prop |
| 50      | 3                  | 93     | 65   | 0.62 | 5                  | 83     | 66   | 0.64 | 25    | 71     | 61   | 0.59 |
|         | 4                  | 54     | 44   | 0.42 | 8                  | 42     | 37   | 0.36 | 38    | 24     | 21   | 0.20 |
| 100     | 5                  | 80     | 66   | 0.64 | 9                  | 79     | 66   | 0.63 | 50    | 72     | 62   | 0.60 |
|         | 8                  | 45     | 41   | 0.40 | 14                 | 42     | 39   | 0.38 | 75    | 24     | 22   | 0.21 |
| 500     | 25                 | 83     | 69   | 0.67 | 44                 | 81     | 68   | 0.66 | 250   | 72     | 63   | 0.60 |
|         | 38                 | 43     | 39   | 0.38 | 67                 | 39     | 36   | 0.35 | 375   | 22     | 20   | 0.19 |
| Complet | 400                | 87     | 73   | 0.7  | 411                | 85     | 71   | 0.68 | 4000  | 70     | 60   | 0.58 |
|         | 600                | 42     | 39   | 0.38 | 616                | 41     | 38   | 0.37 | 6000  | 23     | 21   | 0.2  |

Plus la taille de l'instance augmente, et plus la proportion d'arêtes optimales renvoyées présentes dans la solution optimale est grande.

## Résultats P-n101-k04, critère Rang

|         | Quan <sub>10</sub> |      |      | Qual <sub>10</sub> |      |      | Tout |      |      |
|---------|--------------------|------|------|--------------------|------|------|------|------|------|
|         | Rang               | Corr | Prop | Rang               | Corr | Prop | Rang | Corr | Prop |
| 50      | 10                 | 8    | 0.08 | 10                 | 8    | 0.08 | 10   | 8    | 0.08 |
|         | 20                 | 18   | 0.17 | 20                 | 17   | 0.16 | 20   | 18   | 0.17 |
|         | 50                 | 43   | 0.41 | 50                 | 44   | 0.43 | 50   | 44   | 0.43 |
| 100     | 10                 | 8    | 0.08 | 10                 | 8    | 0.08 | 10   | 8    | 0.08 |
|         | 20                 | 18   | 0.17 | 20                 | 18   | 0.17 | 20   | 18   | 0.17 |
|         | 50                 | 46   | 0.44 | 50                 | 46   | 0.44 | 50   | 46   | 0.44 |
| 500     | 10                 | 8    | 0.08 | 10                 | 8    | 0.08 | 10   | 8    | 0.08 |
|         | 20                 | 18   | 0.17 | 20                 | 18   | 0.17 | 20   | 18   | 0.17 |
|         | 50                 | 46   | 0.44 | 50                 | 46   | 0.44 | 50   | 46   | 0.44 |
| Complet | 10                 | 8    | 0.08 | 10                 | 8    | 0.08 | 10   | 8    | 0.08 |
|         | 20                 | 18   | 0.17 | 20                 | 18   | 0.17 | 20   | 18   | 0.17 |
|         | 50                 | 46   | 0.44 | 50                 | 46   | 0.44 | 50   | 46   | 0.44 |

Il faut choisir un rang dépendant de la taille de l'instance (rangs fixés à 10 ou 20 ne revoient plus de bons résultats).

## Choix de l'échantillon et de la base

D'après les résultats précédents :

- Taille échantillon : 50 (aussi efficace que les tailles plus grandes, et plus rapide)
- Base d'apprentissage : Qual (Quasi trop petite pour 50, Tout pas intéressante)

Que choisir comme critère pour extraire les arêtes ?

## Nouveaux résultats pour les critères

4 critères : Rang =  $n/2$  ou Rang =  $n$  et Seuil =  $S_{lb}/2$  ou  $S_{lb}/3$

| A-n37-k06 |        |       |         | A-n65-k09 |        |       |         | P-n101-k04 |        |       |         |
|-----------|--------|-------|---------|-----------|--------|-------|---------|------------|--------|-------|---------|
| Critère   | Arêtes | Corr. | Infais. | Critère   | Arêtes | Corr. | Infais. | Critère    | Arêtes | Corr. | Infais. |
| Rg = 18   | 18     | 12    | 0 (0)   | Rg = 32   | 32     | 25    | 0 (0)   | Rg = 50    | 50     | 45    | 0 (0)   |
| Rg = 36   | 36     | 22    | 1 (0)   | Rg = 64   | 64     | 44    | 2 (1)   | Rg = 100   | 100    | 67    | 11 (5)  |
| Se = 8    | 45     | 22    | 5 (4)   | Se = 9    | 81     | 50    | 17 (11) | Se = 5     | 121    | 56    | 30 (24) |
| Se = 12   | 31     | 20    | 0 (0)   | Se = 13   | 59     | 42    | 0 (0)   | Se = 8     | 80     | 62    | 2 (1)   |

- Critère Rg =  $n/2$  plus précis mais moins d'arêtes
- Critère Se =  $S_{lb}/2$  moins mais plus d'arêtes
- Les autres critères demandent d'éliminer trop d'arêtes

# Algorithme d'optimisation ( $H_c$ )

---

---

```
1  $Sol \leftarrow CW(\lambda, \mu, \nu)$ 
2  $NewSol \leftarrow Sol$ 
3 while La dernière amélioration date de moins de 10 sec do
4   Calcul de la pire arête
5    $NewSol \leftarrow EjectionChain_{FI-RD}$ 
6    $NewSol \leftarrow LinKernighan_{BI-O}$ 
7    $NewSol \leftarrow CrossExchange_{FI-RD}$ 
8    $NewSol \leftarrow LinKernighan_{BI-O}$ 
9   if  $cost(NewSol) < cost(Sol)$  then
10     $Sol \leftarrow NewSol$ 
11   if Pas d'amélioration depuis  $n/2$  itérations then
12     $NewSol \leftarrow Sol$ 
13 return  $Sol$ 
```

---

# Learning Heuristic

---

```
1  $(\lambda^*, \mu^*, \nu^*), Init \leftarrow Apprentissage()$ 
2  $newBase \leftarrow []$ 
3 for  $i \leftarrow 1$  to 10 do
4     if  $i = 1$  then
5         for  $j \leftarrow 1$  to 10 do
6              $Sol \leftarrow H_c(Init, I, D, \lambda^*, \mu^*, \nu^*)$ 
7              $newBase \leftarrow newBase \cup Sol$ 
8     else
9         Déterminer  $Init$  avec les connaissances de  $newBase$ 
10         $(\lambda^*, \mu^*, \nu^*), Init \leftarrow Apprentissage(Init)$ 
11        for  $j \leftarrow 1$  to 10 do
12             $Sol \leftarrow H_c(Init, I, D, \lambda^*, \mu^*, \nu^*)$ 
13             $newBase \leftarrow newBase \cup Sol$ 
14 return La meilleure solution
```

---



# Résultats

Résultats pour les coûts obtenus

|            | A3706     | A6509       | P10104    |
|------------|-----------|-------------|-----------|
| Best       | 952       | 1182        | 692       |
| $n/2$      | 950 - 954 | 1187 - 1202 | 697 - 714 |
| $S_{lb}/2$ | 957 - 968 | 1205 - 1232 | 697 - 718 |

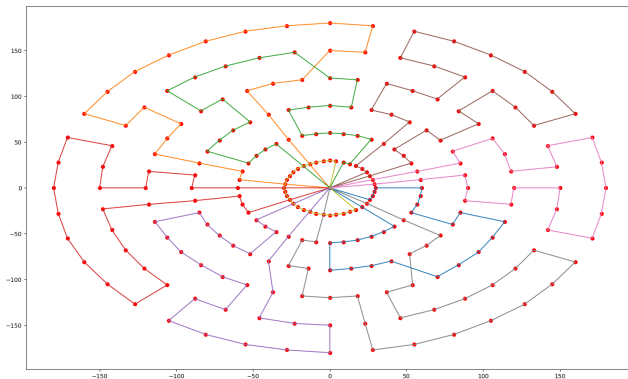
Résultats pour le temps d'exécution (en sec)

| Instance            | A-n37-k06 | A-n65-k09 | P-n101-k04 |
|---------------------|-----------|-----------|------------|
| Temps (app - total) | 8 - 707   | 25 - 814  | 98 - 1110  |

problème : temps limite de 10 sec, trop court pour de grandes instances

# Nouveau meilleur résultat

Pour l'instance Golden-01, nouvelle solution trouvée:



Coût de 5563 au lieu de 5623