# Apprentissage et résultats

Clément Legrand

July 6, 2018

## Description

#### Base de départ

Les solutions données par CW.

- Tirage au sort de N triplets  $(\lambda, \mu, \nu)$ ;
- Calcul des solutions pour tout triplet  $(\lambda, \mu, \nu)$ .

#### Base d'apprentissage

On peut ne garder qu'une partie de la base générée pour apprendre

- On garde x% des meilleures solutions (quantité privilégiée, Quan<sub>x</sub>);
- On garde les solutions qui ont un coût inférieur à  $c_{min} + (c_{max} c_{min}) \frac{x}{100}$  (qualité privilégiée, Qual<sub>x</sub>).
- On choisit d'utiliser toute la base générée pour apprendre (Tout)

### Protocole

#### Protocole

- Génération d'un échantillon de taille N<sub>ech</sub>
- Calcul de la base d'apprentissage
- On initialise une matrice MAT de taille  $n^2$
- Pour chaque arête (a,b) on incrémente la valeur MAT[a][b] (si a>b, on commence par échanger a et b)
- Comparaison arêtes obtenues et optimales.

#### Choix des arêtes

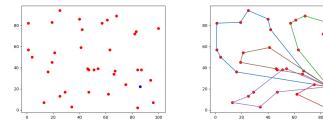
- On conserve (a,b) si MAT[a][b] dépasse une certaine valeur (Seuil);
- On conserve les k premières arêtes en triant selon les valeurs contenues dans MAT (Rang).



### Instance test

3 instances ont été choisies pour réaliser ces tests: A-n37-k06, A-n65-k09 et P-n101-k04.

La solution employée pour comparer les résultats est celle de la littérature. La meilleure solution comporte 42 arêtes.



Pour chaque test on effectue 5 itérations.

Temps de calcul: 2 s (50), 4 s (100), 20 s (500), 44 s (1000).



## Résultats A-n37-k06, critère Seuil

|         |       | Qua    | n <sub>10</sub> |      |       | Qua    | l <sub>10</sub> |      | Tout  |        |      |      |
|---------|-------|--------|-----------------|------|-------|--------|-----------------|------|-------|--------|------|------|
|         | Seuil | Arêtes | Corr            | Prop | Seuil | Arêtes | Corr            | Prop | Seuil | Arêtes | Corr | Prop |
| 50      | 3     | 34     | 21              | 0.5  | 11    | 33     | 21              | 0.50 | 25    | 23     | 15   | 0.35 |
|         | 4     | 23     | 14              | 0.33 | 17    | 17     | 12              | 0.28 | 38    | 10     | 7    | 0.16 |
| 100     | 5     | 30     | 21              | 0.5  | 15    | 31     | 23              | 0.55 | 50    | 24     | 17   | 0.40 |
|         | 8     | 16     | 15              | 0.36 | 23    | 17     | 14              | 0.33 | 75    | 6      | 6    | 0.14 |
| 500     | 25    | 32     | 24              | 0.57 | 58    | 31     | 22              | 0.52 | 250   | 22     | 15   | 0.36 |
|         | 38    | 15     | 14              | 0.33 | 88    | 20     | 16              | 0.38 | 375   | 7      | 7    | 0.18 |
| Complet | 400   | 33     | 24              | 0.57 | 732   | 30     | 23              | 0.55 | 4000  | 25     | 16   | 0.38 |
|         | 600   | 15     | 14              | 0.33 | 1097  | 18     | 16              | 0.38 | 6000  | 9      | 6    | 0.14 |

- Taille de l'échantillon ne semble pas avoir d'influence sur les résultats (prop reste semblable quel que soit la taille de l'échantillon).
- Avec base Tout: valeurs de prop plus basses → pas la peine d'utiliser tout l'échantillon.

Remarque : Base Quan<sub>10</sub> trop petite avec échantillon 50, ou 400, and a second second

# Résultats A-n37-k06, critère Rang

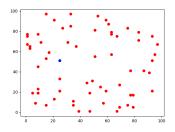
|         | Q    | uan  | 10   | C    | Qual <sub>1</sub> | .0   | -    | Tout |      |
|---------|------|------|------|------|-------------------|------|------|------|------|
|         | Rang | Corr | Prop | Rang | Corr              | Prop | Rang | Corr | Prop |
| 50      | 10   | 6    | 0.14 | 10   | 6                 | 0.14 | 10   | 7    | 0.16 |
|         | 20   | 13   | 0.31 | 20   | 13                | 0.32 | 20   | 13   | 0.31 |
|         | 18   | 12   | 0.28 | 18   | 13                | 0.3  | 18   | 12   | 0.28 |
| 100     | 10   | 9    | 0.21 | 10   | 9                 | 0.21 | 10   | 10   | 0.24 |
|         | 20   | 16   | 0.38 | 20   | 16                | 0.38 | 20   | 15   | 0.36 |
|         | 18   | 13   | 0.3  | 18   | 13                | 0.3  | 18   | 12   | 0.29 |
| 500     | 10   | 9    | 0.21 | 10   | 10                | 0.24 | 10   | 9    | 0.21 |
|         | 20   | 16   | 0.38 | 20   | 16                | 0.38 | 20   | 15   | 0.36 |
|         | 18   | 13   | 0.3  | 18   | 13                | 0.3  | 18   | 12   | 0.28 |
| Complet | 10   | 8    | 0.19 | 10   | 9                 | 0.21 | 10   | 7    | 0.17 |
|         | 20   | 14   | 0.33 | 20   | 14                | 0.33 | 20   | 14   | 0.33 |
|         | 18   | 12   | 0.29 | 18   | 12                | 0.29 | 18   | 12   | 0.29 |

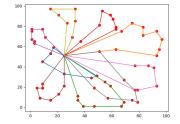
Les 3 bases fournissent des valeurs prop similaires.



### Instance test

La solution employée pour comparer les résultats est celle de la littérature. La meilleure solution comporte 73 arêtes.





Pour chaque test on effectue 5 itérations.

Temps de calcul: 4 s (50), 8 s (100), 42 s (500), 84 s (1000).

# Résultats A-n65-k09, critère Seuil

|         |       | Qua    | n <sub>10</sub> |      |       | Qual <sub>10</sub> |      |      |       | Tout   |      |      |  |
|---------|-------|--------|-----------------|------|-------|--------------------|------|------|-------|--------|------|------|--|
|         | Seuil | Arêtes | Corr            | Prop | Seuil | Arêtes             | Corr | Prop | Seuil | Arêtes | Corr | Prop |  |
| 50      | 3     | 73     | 43              | 0.59 | 10    | 64                 | 44   | 0.60 | 25    | 40     | 31   | 0.43 |  |
|         | 4     | 61     | 40              | 0.55 | 15    | 39                 | 29   | 0.40 | 38    | 14     | 9    | 0.13 |  |
| 100     | 5     | 70     | 44              | 0.6  | 22    | 58                 | 42   | 0.58 | 50    | 43     | 33   | 0.45 |  |
|         | 8     | 63     | 41              | 0.56 | 33    | 36                 | 28   | 0.39 | 75    | 15     | 10   | 0.14 |  |
| 500     | 25    | 71     | 43              | 0.59 | 111   | 56                 | 41   | 0.56 | 250   | 45     | 35   | 0.48 |  |
|         | 38    | 60     | 40              | 0.55 | 167   | 35                 | 28   | 0.39 | 375   | 14     | 9    | 0.13 |  |
| Complet | 400   | 62     | 41              | 0.56 | 1005  | 56                 | 40   | 0.55 | 4000  | 45     | 35   | 0.48 |  |
|         | 600   | 15     | 14              | 0.33 | 1508  | 35                 | 28   | 0.39 | 6000  | 13     | 9    | 0.12 |  |

Si trop d'arêtes renvoyées  $\rightarrow$  Solutions infaisables ? (futurs tests)



## Résultats A-n65-k09, critère Rang

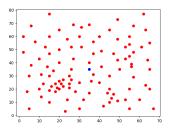
|         |      | ١    |      |      | ١١                |      | Tout |      |      |  |
|---------|------|------|------|------|-------------------|------|------|------|------|--|
|         |      | uan) |      |      | Qual <sub>1</sub> |      |      |      |      |  |
|         | Rang | Corr | Prop | Rang | Corr              | Prop | Rang | Corr | Prop |  |
| 50      | 10   | 6    | 0.08 | 10   | 7                 | 0.1  | 10   | 7    | 0.1  |  |
|         | 20   | 14   | 0.2  | 20   | 15                | 0.21 | 20   | 14   | 0.19 |  |
|         | 33   | 23   | 0.32 | 33   | 26                | 0.36 | 33   | 24   | 0.33 |  |
| 100     | 10   | 6    | 0.08 | 10   | 7                 | 0.1  | 10   | 7    | 0.1  |  |
|         | 20   | 16   | 0.22 | 20   | 16                | 0.22 | 20   | 14   | 0.19 |  |
|         | 33   | 26   | 0.36 | 33   | 26                | 0.36 | 33   | 25   | 0.34 |  |
| 500     | 10   | 7    | 0.1  | 10   | 7                 | 0.1  | 10   | 6    | 0.08 |  |
|         | 20   | 17   | 0.23 | 20   | 15                | 0.21 | 20   | 13   | 0.18 |  |
|         | 33   | 27   | 0.37 | 33   | 26                | 0.36 | 33   | 25   | 0.34 |  |
| Complet | 10   | 7    | 0.1  | 10   | 7                 | 0.1  | 10   | 6    | 0.08 |  |
|         | 20   | 17   | 0.23 | 20   | 17                | 0.23 | 20   | 13   | 0.18 |  |
|         | 33   | 27   | 0.37 | 33   | 27                | 0.37 | 33   | 25   | 0.34 |  |

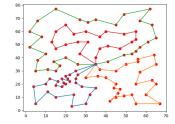
De nouveau les 3 bases renvoient des résultats similaires.



### Instance test

La solution employée pour comparer les résultats est celle de la littérature. La meilleure solution comporte 104 arêtes.





Pour chaque test on effectue 5 itérations.

Temps de calcul: 38 s (50), 75 s (100), 375 s (500), 1060 s (8000).

## Résultats P-n101-k04, critère Seuil

|         |       | Qua    | n <sub>10</sub> |      |       | Qual <sub>10</sub> |      |      |       | Tout   |      |      |  |
|---------|-------|--------|-----------------|------|-------|--------------------|------|------|-------|--------|------|------|--|
|         | Seuil | Arêtes | Corr            | Prop | Seuil | Arêtes             | Corr | Prop | Seuil | Arêtes | Corr | Prop |  |
| 50      | 3     | 93     | 65              | 0.62 | 5     | 83                 | 66   | 0.64 | 25    | 71     | 61   | 0.59 |  |
|         | 4     | 54     | 44              | 0.42 | 8     | 42                 | 37   | 0.36 | 38    | 24     | 21   | 0.20 |  |
| 100     | 5     | 80     | 66              | 0.64 | 9     | 79                 | 66   | 0.63 | 50    | 72     | 62   | 0.60 |  |
|         | 8     | 45     | 41              | 0.40 | 14    | 42                 | 39   | 0.38 | 75    | 24     | 22   | 0.21 |  |
| 500     | 25    | 83     | 69              | 0.67 | 44    | 81                 | 68   | 0.66 | 250   | 72     | 63   | 0.60 |  |
|         | 38    | 43     | 39              | 0.38 | 67    | 39                 | 36   | 0.35 | 375   | 22     | 20   | 0.19 |  |
| Complet | 400   | 87     | 73              | 0.7  | 411   | 85                 | 71   | 0.68 | 4000  | 70     | 60   | 0.58 |  |
|         | 600   | 42     | 39              | 0.38 | 616   | 41                 | 38   | 0.37 | 6000  | 23     | 21   | 0.2  |  |

Plus la taille de l'instance augmente, et plus la proportion d'arêtes optimales renvoyées présentes dans la solution optimale est grande.

# Résultats P-n101-k04, critère Rang

|         | C    | uan: | 10   | C    | Qual <sub>1</sub> | .0   | Tout |      |      |  |
|---------|------|------|------|------|-------------------|------|------|------|------|--|
|         | Rang | Corr | Prop | Rang | Corr              | Prop | Rang | Corr | Prop |  |
| 50      | 10   | 8    | 0.08 | 10   | 8                 | 0.08 | 10   | 8    | 0.08 |  |
|         | 20   | 18   | 0.17 | 20   | 17                | 0.16 | 20   | 18   | 0.17 |  |
|         | 50   | 43   | 0.41 | 50   | 44                | 0.43 | 50   | 44   | 0.43 |  |
| 100     | 10   | 8    | 0.08 | 10   | 8                 | 0.08 | 10   | 8    | 0.08 |  |
|         | 20   | 18   | 0.17 | 20   | 18                | 0.17 | 20   | 18   | 0.17 |  |
|         | 50   | 46   | 0.44 | 50   | 46                | 0.44 | 50   | 46   | 0.44 |  |
| 500     | 10   | 8    | 0.08 | 10   | 8                 | 0.08 | 10   | 8    | 0.08 |  |
|         | 20   | 18   | 0.17 | 20   | 18                | 0.17 | 20   | 18   | 0.17 |  |
|         | 50   | 46   | 0.44 | 50   | 46                | 0.44 | 50   | 46   | 0.44 |  |
| Complet | 10   | 8    | 0.08 | 10   | 8                 | 0.08 | 10   | 8    | 0.08 |  |
|         | 20   | 18   | 0.17 | 20   | 18                | 0.17 | 20   | 18   | 0.17 |  |
|         | 50   | 46   | 0.44 | 50   | 46                | 0.44 | 50   | 46   | 0.44 |  |

Il faut choisir un rang dépendant de la taille de l'instance (rangs fixés à 10 ou 20 ne revoient plus de bons résultats).

## Choix de l'échantillon et de la base

#### D'après les résultats précédents :

- Taille échantillon : 50 (aussi efficace que les tailles plus grandes, et plus rapide)
- Base d'apprentissage : Qual (Quan trop petite pour 50, Tout pas intéressante)

Que choisir comme critère pour extraire les arêtes ?

# Nouveaux résultats pour les critères

4 critères : Rang = n/2 ou Rang = n et Seuil =  $S_{lb}/2$  ou  $S_{lb}/3$ 

| P       | <b>\</b> -n37-l | <06   |         |         | A-n65- | -k09  |         | P        | -n101  | k04   |         |
|---------|-----------------|-------|---------|---------|--------|-------|---------|----------|--------|-------|---------|
| Critère | Arêtes          | Corr. | Infais. | Critère | Arêtes | Corr. | Infais. | Critère  | Arêtes | Corr. | Infais. |
| Rg = 18 | 18              | 12    | 0 (0)   | Rg = 32 | 32     | 25    | 0 (0)   | Rg = 50  | 50     | 45    | 0 (0)   |
| Rg = 36 | 36              | 22    | 1 (0)   | Rg = 64 | 64     | 44    | 2 (1)   | Rg = 100 | 100    | 67    | 11 (5)  |
| Se = 8  | 45              | 22    | 5 (4)   | Se = 9  | 81     | 50    | 17 (11) | Se = 5   | 121    | 56    | 30 (24) |
| Se = 12 | 31              | 20    | 0 (0)   | Se = 13 | 59     | 42    | 0 (0)   | Se = 8   | 80     | 62    | 2 (1)   |

- Critère Rg = n/2 plus précis mais moins d'arêtes
- Critère Se =  $S_{lb}/2$  moins mais plus d'arêtes
- Les autres critères demandent d'éliminer trop d'arêtes



# Algorithme d'optimisation $(H_c)$

13 return Sol

```
Sol \leftarrow CW(\lambda, \mu, \nu)
   NewSol ← Sol
   while La dernière amélioration date de moins de 10 sec do
        Calcul de la pire arête
        NewSol \leftarrow EjectionChain_{FI-RD}
 5
        NewSol \leftarrow LinKernighan_{BI-O}
 6
        NewSol \leftarrow CrossExchange_{FI-RD}
 7
        NewSol \leftarrow LinKernighan_{BI-O}
 8
        if cost(NewSol) < cost(Sol) then
 9
              Sol \leftarrow NewSol
10
        if Pas d'amélioration depuis n/2 itérations then
11
              NewSol \leftarrow Sol
12
```

# Learning Heuristic

```
1 (\lambda^*, \mu^*, \nu^*), Init \leftarrow Apprentissage()
 2 newBase ← []
 3 for i \leftarrow 1 to 10 do
           if i = 1 then
                   for i \leftarrow 1 to 10 do
 5
                         Sol \leftarrow H_c(Init, I, D, \lambda^*, \mu^*, \nu^*)

newBase \leftarrow newBase \cup Sol
 6
 7
           else
 8
                   Déterminer Init avec les connaissances de newBase
 9
                   (\lambda^*, \mu^*, \nu^*), Init \leftarrow Apprentissage(Init)
10
                   for i \leftarrow 1 to 10 do
11
                          Sol \leftarrow H_c(Init, I, D, \lambda^*, \mu^*, \nu^*)
12
                          \textit{newBase} \overset{\cdot}{\leftarrow} \textit{newBase} \cup \textit{Sol}
13
```

14 return La meilleure solution

Résultats

### Premiers résultats

### Résultats pour les coûts obtenus

|                    | A3706     | A6509       | P10104    |
|--------------------|-----------|-------------|-----------|
| Best               | 952       | 1182        | 692       |
| Sans               | 963 - 974 | 1189 - 1236 | 696 - 708 |
| n/2                | 950 - 954 | 1181 - 1202 | 697 - 714 |
| S <sub>1b</sub> /2 |           |             | 697 - 718 |

Résultats pour le temps d'exécution (en sec)

| Connaissance | A-n37-k06 | A-n65-k09 | P-n101-k04 |
|--------------|-----------|-----------|------------|
| Sans         | 805       | 776       | 1739       |
| Avec         | 8 - 707   | 25 - 814  | 98 - 1110  |

## Nouveau meilleur résultat

Pour l'instance Golden-01, nouvelle solution trouvée:

