



浙江大學
ZHEJIANG UNIVERSITY

三维动画与交互技术读书报告

—Globally Consistent Normal Orientation for Point Clouds

by Regularizing the Winding-Number Field

姓名: 朱澳凯

学号: 22351286

摘要

文章介绍了一种创新的点云法线定向方法，该方法通过正则化卷绕数场来实现全局一致的法线方向。在点云处理领域，法线方向的一致性对于后续的几何处理任务如表面重建和形状分析至关重要。然而，由于点云数据的稀疏性、附近间隙、薄壁结构以及复杂几何/拓扑，这一问题仍然具有挑战性。

文章提出了一个平滑的目标函数，该函数包含三个关键部分：**0-1 项**、平衡项和对齐项，这些部分共同作用于点云的法线方向，以满足特定的几何和拓扑要求。通过使用 **Voronoi** 图顶点作为检查点，并利用 **L-BFGS** 优化算法，该方法能够从完全随机的法线设置开始，逐步优化法线方向，直到达到全局一致性。

实验结果表明，该方法在处理稀疏和嘈杂的点云以及具有复杂几何/拓扑的形状方面优于现有方法。尤其是在处理薄壁结构和附近间隙时，该方法显示出显著的优势。此外，该方法还能够处理不完整的点云，即那些编码开放表面的点云。

尽管如此，该方法在运行时间性能和法线预测的准确性方面仍有改进空间。未来的工作可能会集中在开发 **GPU** 加速版本以提高计算效率，以及利用先验知识来进一步提高法线预测的准确性。此外，对于高密度点云的预处理技术也是未来研究的一个重要方向。

1 引言

点云数据可以认为是一组落在某个可定向水密流形曲面上的采样点集。估算法向是三维重建任务的重要一步，并为很多几何处理任务提供必要的信息支持。具体地说，法向的估算又可细分为定向一致性问题 and 法向精确性问题。然而，原始点云可能存在各种瑕疵（噪声、稀疏、不均匀、缺失等），潜在形状可能非常复杂（薄板、细管、尖边尖角、高亏格），这进一步加剧了法向估算的难度。本论文观察到定向一致性问题 and 法向精确性问题不是两个独立的问题，因此将它们一并考虑，针对无法向点云直接恢复具有精确性和一致性的法向信息。

传统定向算法多是基于传播的范式，由近及远，层层向外传播。然而，这种过程式的算法存在“一步错，步步错”的先天缺陷。归根到底，如何充分利用形状全局先验，以克服点云数据存在的二义性，是解决该困难问题的关键。

近年来，卷绕数作为内外测试的有力工具，几何处理中受到越来越多的关注，涵盖了从网格生成到重建的各个方面。尽管能够区分内部部分（卷绕数接近 1）和外部部分（卷绕数接近 0），但这在很大程度上取决于可靠法线的支持。作者假设只有当法线具有全局一致性时，绕数场才能近似为二进制值 1 和 0。这启发了优化法线，使得绕数场变得完全规范化。基于这一假设，文章提出了一个全功能的方法，从三个方面刻画绕数场的要求：

- (a) 在任何查询点，卷绕数应接近于 1 或 0，
- (b) 当查询点分布在输入样本 \mathbf{p}_i 附近时，1 和 0 的发生应近似平衡，以及
- (c) 样本 \mathbf{p}_i 的法线向量应与指向外部 Voronoi 极点的方向很好地对齐。

值得注意的是，前两个要求用于规范卷绕数的分布，而最后一个要求强制计算出的法线尽可能准确，与基于 Voronoi 的方法一样。这三个项可以集成到关于法线的平滑目标函数中，通过解决无约束优化问题找到最佳法线配置。

作者使用 L-BFGS 解决提出的优化问题。从完全随机的法线设置开始，通常需要约 30-50 次迭代才能达到终止条件。使用相同的参数集在各种未定向的点云上测试该方法，包括合成数据和真实扫描。定量统计和视觉比较均显示出方法在法线准确性和一致性方面的优势。它不仅对噪声和数据稀疏性具有稳健性，还能处理具有复杂几何/拓扑结构的具有挑战性的形状。此外，该方法甚至可以应用于编码开放表面的不完整点云。

2 初步工作

2.1 卷绕数的推广

卷绕数理论可以推广到多边形网格、三角网格和点云数据上。假设 $\{\mathbf{p}_i\}_{i=1}^N$ 是

来自法线 $\{n_i\}_{i=1}^N$ 的连续表面的样本。查询点 q 上的广义卷绕数 w 可以表示为点集总体贡献的面积加权和：

$$w(q) = \sum_{i=1}^N a_i \frac{(p_i - q) \cdot n_i}{4\pi \| (p_i - q) \|^3} \quad (1)$$

其中 a_i 是点 p_i 的主导区域。文章使用距 p_i 最近的 Voronoi 顶点切割 Ω_i^{vor} 得到的凸切多边形面积来定义 a_i 。

显然，法线对于卷绕数的计算至关重要。当法线是随机的时，见图 1(a)，卷绕数到处都趋于 0。如果法线可以编码一个封闭且可定向的形状（见图 1(b)），则内部点的卷绕数约为 1，外部点的卷绕数约为 0。

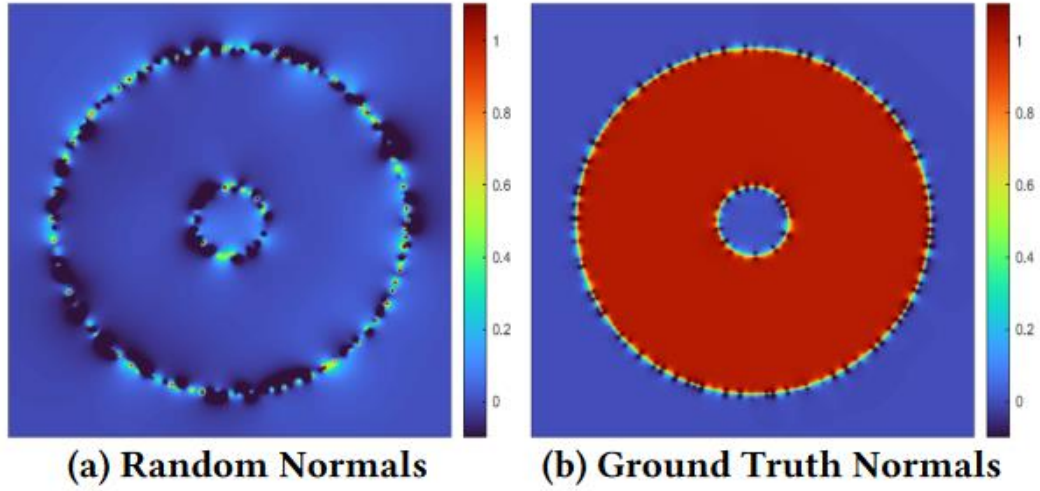


图 1：法线分布与卷绕数关系图

2.2 用于检查卷绕数的 Voronoi 顶点

一组点 $\{p_i\}_{i=1}^N$ 的 Voronoi 图根据空间邻近度将整个空间划分为 N 个单元。在 3D 中，它包括 Voronoi 顶点、Voronoi 边、Voronoi 面和 Voronoi 单元作为原子元素。令 Ω_i^{vor} 为 p_i 的单元； Ω_i^{vor} 的两个最远顶点位于表面的两侧，被定义为极点，这有助于定向法线。由于在确定法线之前，很难区分内侧极点和外侧极点。因此，作者使用所有 Voronoi 顶点来检查点云给出的卷绕数。

如图 2(c) 顶行所示，对于无噪声点云，Voronoi 顶点的卷绕数接近 0 或 1。如果我们向点位置添加 0.5% 的噪声，则直方图只会略有变化（参见图 2(c) 的底行）。请注意，在图 2(b) 中，如果卷绕数接近 1（分别为 0），则 Voronoi 顶点将着色为红色（分别为青色）。此外，作者使用 1.3x 边界框来包围点云，并添加 Voronoi 边和框之间的交点作为检查点。根据测试，大多数 Voronoi 顶点远

离表面且对噪声不敏感，因此可以将 Voronoi 顶点作为检查点的原因。

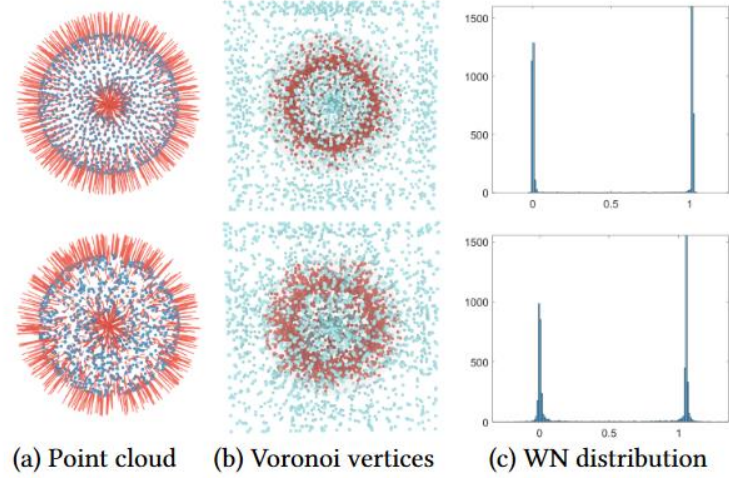


图 2: 加入噪声前后的对比图

3 方法

为了正则化卷绕数场来计算点云的全局一致法线方向，作者提出了一个平滑的目标函数，该函数基于三个要求来正则化绕数场，从而引导法线方向的优化。这三个要求分别是：卷绕数非 0 即 1、绕数值对于 p_i 的 Voronoi 顶点是平衡的以及法线与 Voronoi 极点对齐。

3.1 0-1 项 f_{01}

为了迫使卷绕数非 0 即 1，作者使用物理学中的双势阱函数鼓励卷绕数向 0 或者 1 演化。同时，为了阻止全零卷绕数，本文在双势阱函数中添加了一个修正项，进一步提高取值为 1 的倾向性，如图 3 所示。

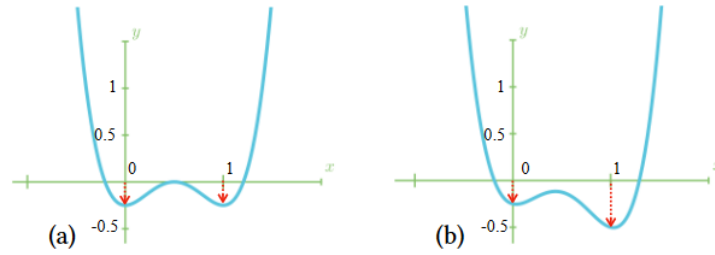


图 3: (a) 标准双井函数。(b) 带有剪切修正的新版本。

其对应的函数是：

$$f_{DW}(x) = 4(x - 0.5)^4 - 2(x - 0.5)^2 \quad (2)$$

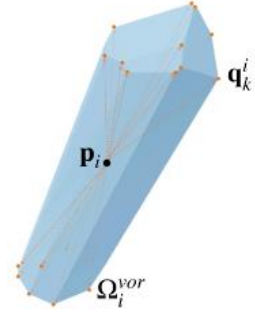
这样 0-1 项 f_{01} 就可以由 $q_j, j = 1, 2, \dots, M$ 处的卷绕数 $w_j = w_j(n)$ 的总体贡献来定义：

$$f_{01}(n) = \sum_j^M (f_{DW}(w_j) - \frac{w_j}{D}) \quad (3)$$

其中 D 用于调整剪切校正的程度，作者将其设置为 4。

3.2 平衡项 f_B

如果点密度满足局部特征尺寸标准，则 Ω_i^{vor} 的一半位于表面内部，另一半位于表面外部。因此，抑制 Ω_i^{vor} 的所有顶点都在形状内部或形状外部的情况的发生是合理的。即 Ω_i^{vor} 顶点处的卷绕数分布应该是平衡的，这可以通过最大化卷绕数分数的方差来实现。令 \bar{w}^i 为 Ω_i^{vor} 的平均分数。方差可以通过 $\sum_k^{M_i} (w_k^i - \bar{w}^i)^2$ 来测量，其中 M_i 是 Ω_i^{vor} 的顶点总数， $w_k^i = w(q_k^i)$ 是第 k 个顶点 q_k^i 的卷绕数分数。平衡项可以通过总绕组数方差来定义。



$$f_B(n) = - \sum_i^N \left(\frac{1}{M_i} \sum_k^{M_i} (w_k^i - \bar{w}^i)^2 \right) \quad (4)$$

3.3 对齐项 f_A

Voronoi 极点对于定向法线很有用。设 p_i 为给定点云中的一个点， p_i 的 Voronoi 单元 Ω_i^{vor} 有 M_i 个顶点。如果 q_k^i 是 p_i 的内部（或外部）极点，则 $p_i - q_k^i$ （或 $q_k^i - p_i$ ）大约与 n_i 的法线向量对齐。在本章中，通过强制执行 w_k^i 和 $n_i \cdot (q_k^i - p_i)$ 两个序列具有完全相反的排列顺序，将这一观察结果转化为排列要求。根据重排不等式，自然希望 $\sum_k^{M_i} w_k^i n_i \cdot (q_k^i - p_i)$ 最小化。因此，我们可以将对齐项定义为

$$f_A(n) = \sum_i^N \left(\frac{1}{M_i} \sum_k^{M_i} w_k^i n_i \cdot (q_k^i - p_i) \right) \quad (5)$$

3.4 目标函数

通过将它们总结在一起，作者得到了一个关于法线的函数式，

$$f(n) = \frac{f_{01}(n) + \lambda_B f_B(n) + \lambda_A f_A(n)}{N} \quad (6)$$

其中 λ_B 和 λ_A 分别是调节 f_B 和 f_A 影响的两个参数。图 4 给出了法线如何随着 f 值

的减小而变化的示例。

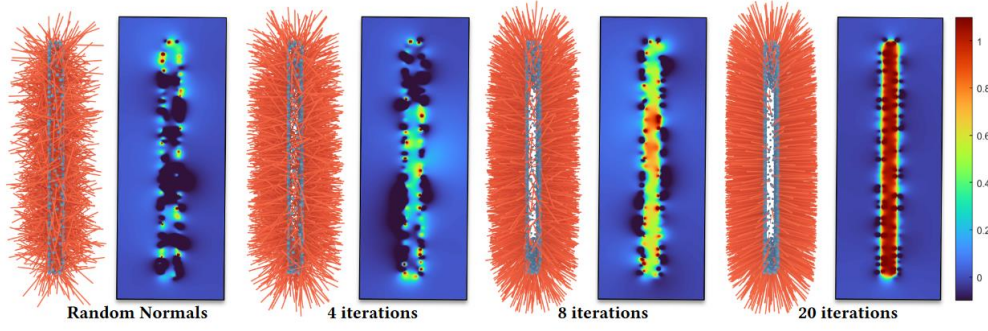


图 4: 迭代次数与法线变化图

3.5 实现细节

总体目标函数以法线 $n_i, i = 1, 2, \dots, N$ 为变量。由于 n_i 必须是单位向量，因此作者将法线向量参数化为

$$n_i = (\sin(u_i) \cos(v_i), \sin(u_i) \sin(v_i), \cos(u_i)) \quad (7)$$

这样就能将最小化 $f(n)$ 的问题转化为无约束优化问题。函数 $f = f(n)$ 可以看作 $f = f(w_1, w_2, \dots, w_M)$ 和 $w_j = w_j(n_1, n_2, \dots, n_N)$ 的复合函数。同时， n_i 是 u_i 和 v_i 的复合函数。因此，通过链式法则可以快速计算出整体函数的梯度。图 5 描绘了优化过程中目标函数和梯度范数如何减小。从图 6 中可以看出，在对卷绕数进行正则化后，法线变得全局一致。

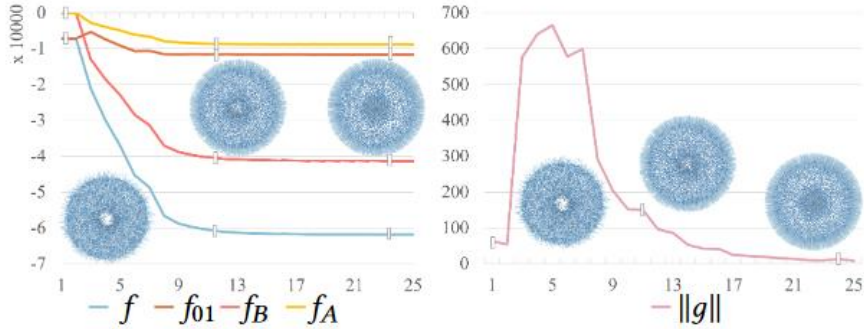


图 5: 优化过程中目标函数和梯度范数变化图

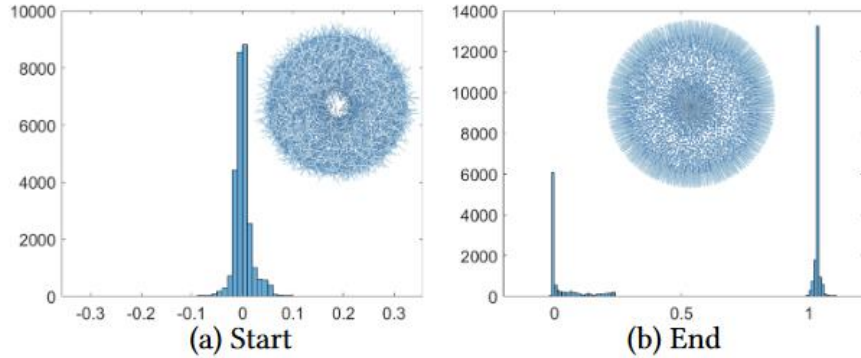


图 6: 对卷绕数进行正则化前后的对比图

4 实验与评估

文章将该方法对现有的法线估计算法进行了比较，如图 7 所示，正确的预测和错误的预测分别用蓝色和红色表示。可以清楚地看到，该方法在预测管状区域以及具有尖锐特征和拐角的薄区域中的点的法线方面具有优势；如图 7 中高亮区域所示。

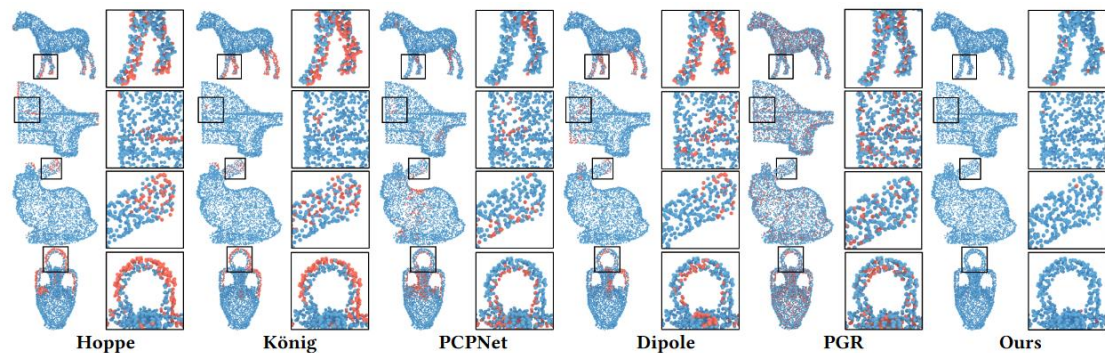


图 7：与现有法线估计算法的比较

图 8 中，文章对 Cup 模型、Chair 模型、Lion 模型的点云添加 0.5% 的高斯噪声，来测试抗噪声能力。从视觉对比可以明显看出，该算法具有更好的抗噪声能力。即使存在严重的噪声，算法也可以在椅子模型的背部和腿上提供可靠的法线。

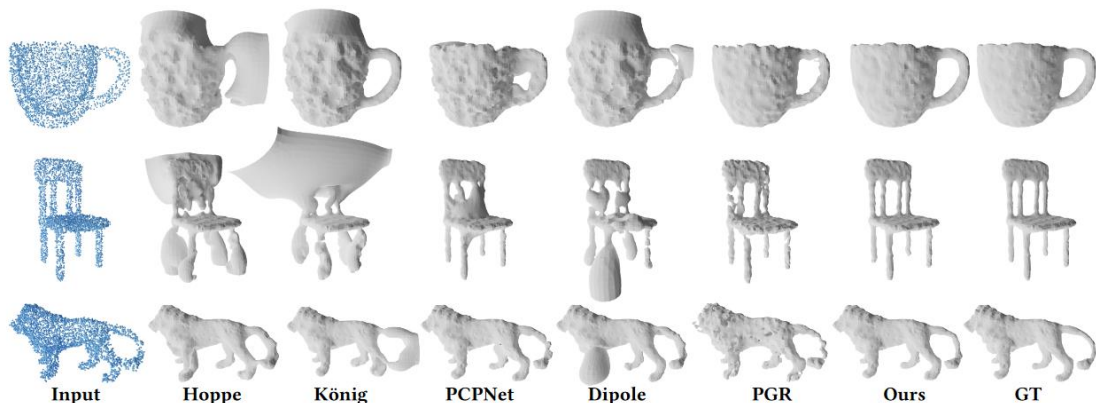


图 8：不同方法在 0.5% 高斯噪声下的表现

为了测试我们的算法是否可以处理不同的点密度，在图 9 中，构建了具有不同点密度的点云。从图中可以看出预测法线和重建表面都具有很高的质量，这表明文章所提出的新的估计 \mathbf{a}_i 的方法与点密度无关。

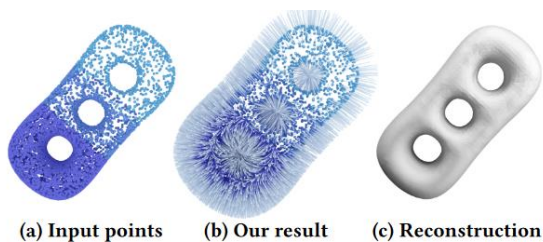


图 9：在不同点密度下的表现

在图 10 中，有三个稀疏点云，点数分别为 500、750 和 1K。文章使用这个例子来测试稀疏输入上的性能，因为当附近存在间隙和薄壁管/板时，数据稀疏性将不可避免地使预测法线的难度加倍。从视觉比较中可以清楚地看出，该方法得到的结果都接近三个输入的真实值。

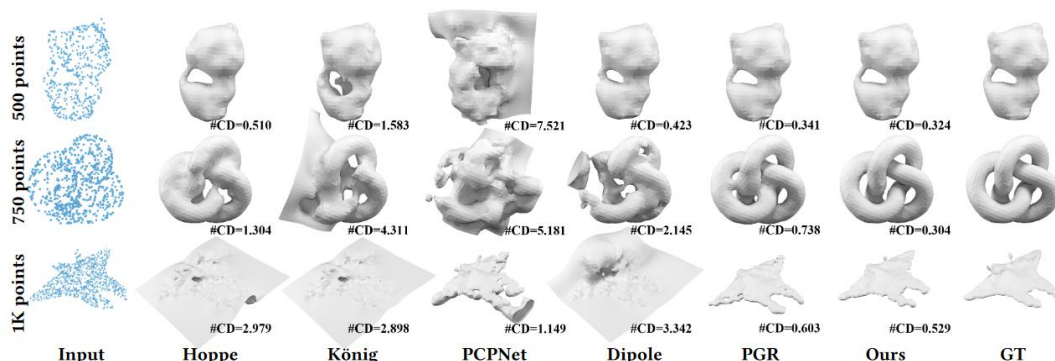


图 10: 不同方法在稀疏点云下的对比

同时文章测试了该方法在相邻间隙和薄板/管与在锐角处的表现。图 11 结果所示，该方法在解决这些缺陷方面明显优于其他方法，这是由于从卷绕数继承的全局属性。同时图 12 表明方法对于具有锐角的点云能产生理想的结果。

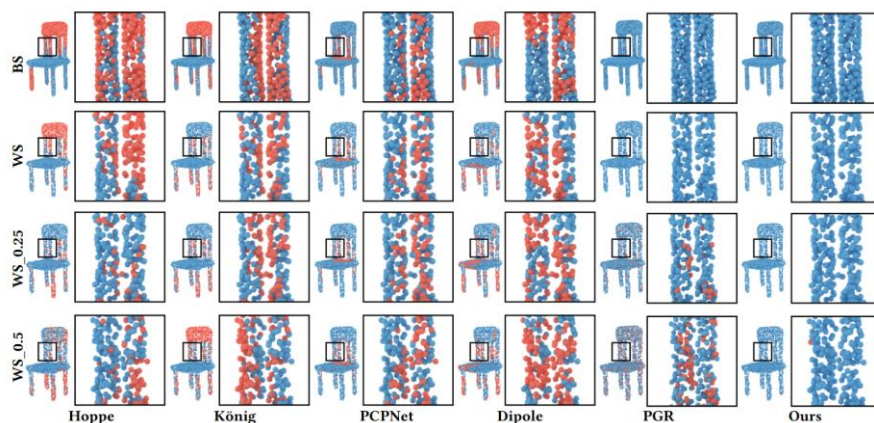


图 11: 椅子模型包含薄壁管和板，以及相邻间隙

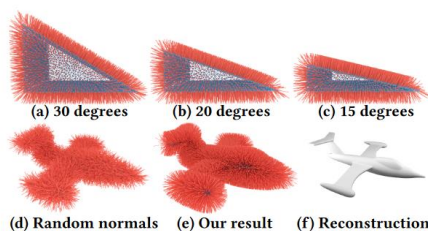
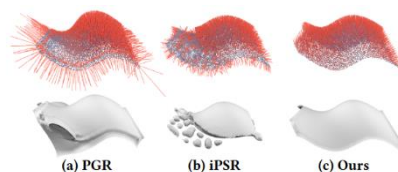


图 12: 具有锐角的点云

同时文章还对开放表面、线框、复杂拓扑和真实扫描的情况下进行了实验。在图 13 中，从开放表面采样点集，比较了 PGR、iPSR 和文章方法在开放表面点云上估计法线的能力。iPSR 不支持开放表面。PGR 无法报告边界点的可靠法线，因为它假定闭合曲面。相反，该方法估计的法线在内部点和边界



图表 13: 开放表面结果对比

点处都符合真实形状。图 14 为对线框表示的处理结果，由于数据极度稀疏，大部分方法无法正确预测法线，而本文的方法和 PGR 都能够处理线框类型的输入，但 PGR 可能会在薄管状结构周围产生凸起。图 15 显示了两个具有复杂拓扑/几何形状的巢状模型。顶行中的点云有 80K 个点，而底行中的点云有 100K 个点。可以看出，所有五种 SOTA 方法在两个高度复杂的模型上都失败了。iPSR 取决于法线的初始化。对于具有复杂拓扑/几何形状的形状，iPSR 无法将错误法线反转为正确的配置，因此很容易导致断开或粘附，尤其是在薄结构周围。相比之下，本文方法可以处理复杂的几何/拓扑并可可靠地恢复法向量。

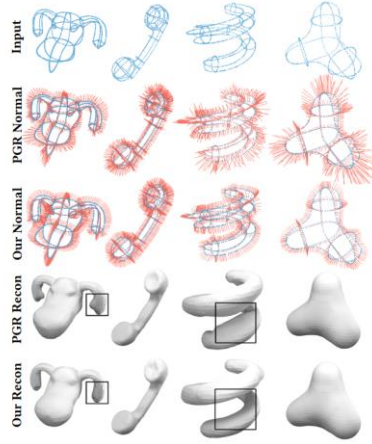


图 14: 对线框表示的处理结果

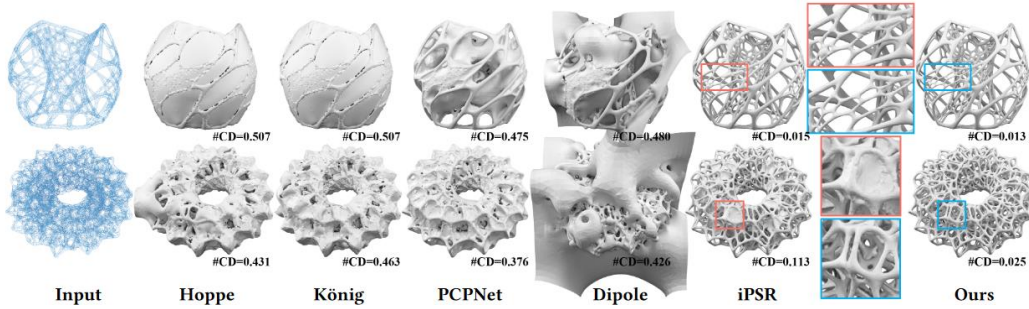


图 15: 对复杂拓扑的处理结果

最后作者提供了运行时性能统计数据，如图 16 所示。测试是在具有从 0.5K 点到 10K 点的不同分辨率的环面模型上进行的。总运行时间主要包括 Voronoi 图的构建和优化。可以看出，优化是最耗时的阶段，因为（1）变量数量是点数量的两倍，（2）目标函数必须通过双循环进行评估，即在每个 p_i 和每个 q_j 上，导致计算开销的非线性攀升。但即使对于具有 10K 点的 Torus 模型，通常在 10 分钟内计算 50 次迭代也足以到达终止。对于许多非实时几何处理任务来说，开销是可以接受的。

#V	0.5K	1K	3K	5K	7K	10K
Hoppe	0.324	0.477	0.625	0.967	1.112	1.569
König	0.306	0.353	0.625	0.815	1.017	1.185
PCPNet	4.226	5.446	6.388	8.753	11.015	12.581
Dipole	3.277	3.565	5.489	8.411	11.602	14.517
PGR	0.228	0.260	0.489	0.612	0.823	1.020
iPSR	2.801	3.535	4.321	4.543	4.476	5.173
Ours	5.240	15.499	72.434	174.541	282.294	559.854

图 16: 运行时间

5 小结:

文章通过正则化卷绕数场提出了一种全局一致的法线取向方法。我们将法线方向问题表述为优化驱动框架,该框架考虑目标函数中的三个要求,其中两个指定对卷绕数场的要求,另一个项约束与 Voronoi 极点的对齐。我们对具有各种缺陷和挑战的点云进行了广泛的实验,例如噪声、数据稀疏、附近间隙、薄壁板和高度复杂的几何/拓扑。实验结果展示了所提出方法的优点。

但该方法仍存在一些局限。第一个局限在于运行时性能。由于必须重复评估每个数据点和每个查询点的绕数,因此目标函数的单次计算所花费的时间成本达到 $O(N \cdot M)$, 其中 N 和 M 分别是数据点的数量和查询点的数量。为了缓解这一问题,可以对输入点集进行下采样。估计出子集的法线后,无向点可以通过简单的传播得到法线。提升运行时性能的另一个方向是开发 GPU 版本,进一步提高并行度。第二个局限是预测法线的准确性还有进一步提高的空间。可以根据几何/拓扑的先验知识进一步提高预测精度。最后,当体积内分散有许多点,或者高密度点云与高水平噪声耦合时,该方法可能会失败。这两种情况都可能违反 0-1 平衡要求,从而可能导致失败情况。为了应对这些挑战,有必要设计一些预处理技术来过滤掉那些对下垫面完全没有贡献的点。