

Домашнее задание.

Задача 1.

При применении первого правила слева от S добавляется "a", а справа от S "bbbb", тогда, если мы применили это правило k раз, то добавится k символов 'a' и $4*k$ символов 'b'. При применении второго правила слева от S добавляется "aaa", а справа от S "bb", тогда, если мы применили это правило m раз, то добавится $3*m$ символов 'a' и $2*m$ символов 'b'. В итоге, если первое правило было применено k раз, а второе – m раз, то всего в слове будет $k + 3*m$ символов 'a' и $4*k + 2*m$ символов 'b'. Тогда язык, порождаемый этой грамматикой: $L = \{a^{k+3m}cb^{4k+2m}\}$ Так как порядок применения правил не важен, то можно задать этот порядок, преобразовав грамматику:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aSbbbb|R \\ R &\rightarrow aaaRbb|P \\ P &\rightarrow c \end{aligned}$$

Грамматика является однозначной, если у каждого слова, принадлежащего языку, порожденному этой грамматикой, одно дерево вывода. Значит, нужно показать, что по слову можно будет восстановить какие правила и в каком порядке применялись. Предположим, что слово $w \in L$. Пусть в этом слове p символов 'a' и q символов b. Тогда запишем систему:

$$\begin{cases} k + 3m = p, \\ 4k + 2m = q, \end{cases}$$

Эта система имеет единственное решение: $m = (4p - q)/10, k = q - (4p - q)/5$. Значит, по слову можно будет восстановить, сколько раз какое правило применялось. А порядок применения правил однозначный и задан грамматикой. Значит, эта грамматика – однозначная.

Задача 2.

- Эта грамматика порождает язык, любое слово которого – либо пустое слово, либо состоит только из символов 'a' и 'b'.
- При применении первого правила символов не добавляется, а при применении второго правила добавляется 2 символа 'a' и 1 символ 'b', значит, в словах этого языка символов 'a' в два раза больше, чем символов 'b'.

- Если слово не пустое, то оно начинается с символа 'а' и заканчивается символом 'b'.
- Выберем какой-нибудь символ 'b' в непустом слове $w \in L$. Пусть слева от него в этом слове стоит еще m символов 'b'. Тогда окажется, что слева этого символа 'b' стоит как минимум $2^*(m+1)$ символов 'а', так как применение 2 правила добавляет один символ 'b' и два символа 'а', причем эти два символа 'а' стоят слева от 'b'.