Студент: Сидорова Елизавета
Группа: SE M4141
Дата: 3 июня 2020 г.

Дополнительное задание.

Задача 1.

$(a|b)^*ab(a|b)^*|(a|b)^*a|b^* = (a|b)^*$

Докажем, что они эквивалентны. Для этого нужно доказать вложенность в обе стороны.
1)
1. Рассмотрим слова $w = (a|b)^n ab(a|b)^m$, такие $w \in (a|b)^*$.
2. Рассмотрим слова $w = (a|b)^* a$, такие $w \in (a|b)^*$.
3. Рассмотрим слова $w = b^*$, такие $w \in (a|b)^*$.

Тогда: если $w \in (a|b)^*ab(a|b)^*|(a|b)^*a|b^*$, то $w \in (a|b)^*$

2)
1. Рассмотрим $w \in (a|b)^*$, которые не содержат a.
Тогда это слова $w = b^n$, то есть $w \in b^*$, а значит такие $w \in (a|b)^*ab(a|b)^*|(a|b)^*a|b^*$.
2. Рассмотрим слова $w \in (a|b)^*$, которые содержат a.
2.1) Пусть w заканчивается на a,
То есть это слова $w = (a|b)^n a$, а значит, такие $w \in (a|b)^* a$
$=> w \in (a|b)^*ab(a|b)^*|(a|b)^*a|b^*$
2.2) Пусть w заканчивается на b, тогда в w после последней a обязательно идет b.
То есть это слова $w = (a|b)^n ab^{m+1} = (a|b)^n abb^m$ а значит, такие $w \in (a|b)^*ab(a|b)^*$
$=> w \in (a|b)^*ab(a|b)^*|(a|b)^*a|b^*$.

Так как мы разбили все слова $w \in (a|b)^*$ на непересекающиеся множества
и для каждого множества проверили, что каждое слово этого множества $w \in (a|b)^*ab(a|b)$
то, действительно, если $w \in (a|b)^*$, то $w \in (a|b)^*ab(a|b)^*|(a|b)^*a|b^*$.