



Московский государственный технический универ  
имени Н. Э. Баумана

## **Методические указания**

**Е.А. Андреев, Д.А. Ягодников**

# **РАСЧЕТ ПРЕДЕЛЬНЫХ ОТКЛОНЕНИЙ ОСНОВНЫХ ПАРАМЕТРОВ РДТТ**

Московский государственный технический университет  
имени Н.Э. Баумана

Е.А. Андреев, Д.А. Ягодников

# РАСЧЕТ ПРЕДЕЛЬНЫХ ОТКЛОНЕНИЙ ОСНОВНЫХ ПАРАМЕТРОВ РДТТ

*Методические указания  
к выполнению домашнего задания  
по курсу «Автоматика и регулирование РДТТ»*

Москва  
Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана  
2009

УДК 621.455  
ББК 39.65  
А654

Р е ц е н з е н т  
*С.А. Орлин*

**Андреев Е.А., Ягодников Д.А.**

А654 Расчет предельных отклонений основных параметров РДТТ:  
Метод. указания. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2009. –  
28 с.: ил.

В методических указаниях к выполнению домашнего задания по курсу «Автоматика и регулирование РДТТ» содержатся инженерные методики расчета предельных отклонений основных параметров РДТТ; представлен подробный анализ различных возмущающих факторов, даны зависимости по их определению; приведены примеры расчета, позволяющие лучше разобраться в анализируемых методиках.

Для студентов 5-го и 6-го курсов факультета Э, изучающих курс «Автоматика и регулирование РДТТ».

УДК 621.455  
ББК 39.65

*Учебное издание*

**Андреев Евгений Александрович  
Ягодников Дмитрий Алексеевич**

**РАСЧЕТ ПРЕДЕЛЬНЫХ ОТКЛОНЕНИЙ  
ОСНОВНЫХ ПАРАМЕТРОВ РДТТ**

Редактор *А.К. Яковлева*

Корректор *Г.С. Беляева*

Компьютерная верстка *В.И. Товстоног*

Подписано в печать 3.03.2009. Формат 60×84/16.

Усл. печ. л. 1,63. Тираж 100 экз.

Изд. № 135. Заказ

Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана  
Типография МГТУ им. Н.Э. Баумана  
105005, Москва, 2-я Бауманская ул., 5

© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2009

**Цель расчета** — определить предельные отклонения давления в камере сгорания  $p_k$ , секундного расхода газов  $\dot{m}$  и тяги  $P$  при наличии случайных и неслучайных отклонений параметров камеры сгорания, соплового блока, заряда твердого топлива, а также при изменении внешних условий, влияющих на работу ракетного двигателя твердого топлива (РДТТ).

## 1. ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

**Скорость горения твердого топлива**  $u$  определяется по формуле  $u = u_1 \left( \frac{p_k}{98066,5} \right)^v \epsilon_{\text{эф}} = u'_1 p_k^v \epsilon_{\text{эф}}$ , где  $u_1$  — коэффициент в законе горения, зависящий от свойств топлива и начальной температуры заряда (единичная скорость горения),  $u_1 = u_1^{293} \frac{B}{B - (T_n - 293)}$  или  $u_1 = u_1^{293} e^{D(T_n - 293)}$ ;  $u'_1 = \frac{u_1}{(98066,5)^v}$ . Здесь  $B, D$  — экспериментальные коэффициенты,  $D \approx 1/B$ ;  $T_n$  — начальная температура заряда;  $u_1^{293}$  — коэффициент при температуре  $T_n = 293$  К;  $v$  — показатель в законе горения;  $\epsilon_{\text{эф}}$  — коэффициент, учитывающий влияние эрозии на скорость горения твердого топлива (эффективный коэффициент горения).

**Давление газов у переднего днища камеры сгорания**  $p_{k1}$  определяется по формуле:

$$p_{k1} = \left[ \frac{F_{\Gamma} \rho_{\Gamma} u'_1 \sqrt{\chi R_{\Gamma} T_{\Gamma}}}{A_k \phi_c F_{\text{кр}}} \right]^{\frac{1}{1-v}}, \quad (1)$$

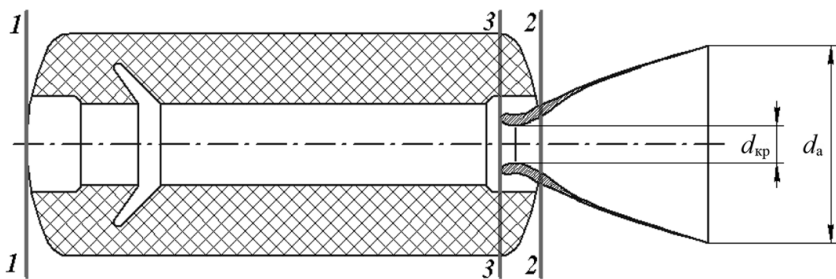
где  $F_{\Gamma}$  — поверхность горения заряда;  $\rho_{\Gamma}$  — удельный вес твердого

топлива;  $R_k T_k$  — энергетическая характеристика твердого топлива;  $\chi = \chi_k \chi_3$  — коэффициент, учитывающий потери энергии на нагрев стенок камеры сгорания  $\chi_3$  и на неполноту сгорания твердого топлива  $\chi_k$ ;  $\varphi_c$  — коэффициент расхода сопла;  $F_{кр}$  — площадь критического сечения сопла;  $k$  — показатель политропы расширения;  $A_k = \left[ \frac{2}{k+1} \right]^{\frac{k+1}{2(k-1)}} \sqrt{k}$  — комплекс показателя политропы расширения.

**Секундный расход газов  $\dot{m}$**  определяется по формуле:

$$\dot{m} = \frac{\varphi_c A_k F_{кр} p_{к3}}{\sqrt{R_k T_{к3}}}, \quad (2)$$

где  $p_{к3}$  — давление торможения на входе в сопло (сечение 3—3 на рисунке);  $T_{к3}$  — температура торможения на входе в сопло.



Опыт показывает, что при отсутствии эрозийного горения справедливы соотношения  $p_{к3} \approx p_{к1} = p_k$ ;  $R_k T_{к3} = \chi R_k T_k$ .

**Тяга двигателя  $P$**  определяется по формуле:

$$P = \varphi_1 \varphi_c F_{кр} p_k \Phi \left[ \frac{p_a}{p_{к3}} \right] - F_a p_n, \quad (3)$$

где  $p_a$  — статическое давление на срезе сопла;  $p_n$  — давление окружающей среды;  $F_a$  — площадь среза сопла;  $\varphi_1$  — коэффициент скорости, учитывающий потери, вызванные радиальной составляющей скорости, трениями и местными скачками уплотнения:

$$\varphi_1 = \varphi_{тр} \frac{1 + \cos \alpha}{2} \quad (\alpha — \text{угол полураствора сопла на срезе; } \varphi_{тр} —$$

коэффициент, учитывающий потери на трение и местные скачки уплотнения);

$$\Phi \left[ \frac{p_a}{p_{к3}} \right] = A_k \sqrt{\frac{2k}{k-1} \left[ 1 - \left[ \frac{p_a}{p_{к3}} \right]^{\frac{k-1}{k}} \right]} + \frac{F_a p_a}{\Phi_1 \Phi_c F_{кр} p_{к3}}$$

— комплекс степени расширения газов.

## 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТКЛОНЕНИЙ ПАРАМЕТРОВ КАМЕРЫ СГОРАНИЯ, СОПЛОВОГО БЛОКА И ЗАРЯДА ТВЕРДОГО ТОПЛИВА ОТ НОМИНАЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ

**Площадь поверхности горения заряда твердого топлива** может иметь случайные  $\delta F_{г.сл}$  и неслучайные  $\delta F_{г.нсл}$  отклонения от номинального значения  $F_{г}^*$ .

Случайные отклонения связаны с изменением геометрических размеров заряда в пределах допуска на изготовление:

$$\delta F_{г.сл} = \frac{F_{г} - F_{г}^*}{F_{г}^*} = \frac{\Delta F_{г}}{F_{г}^*}, \text{ где } * - \text{ индекс номинального значения параметра; } F_{г} - \text{ действительная поверхность горения заряда; } \delta F_{г.сл} = \pm(0,005 \dots 0,01).$$

Неслучайные отклонения возможны из-за изменения геометрических размеров заряда при отклонении начальной температуры заряда от номинального значения и определяются по формуле

$$\delta F_{г.нсл} = \frac{1}{F_{г}^*} \left( \frac{\partial F_{г}}{\partial T_{н}} \right)^* \Delta T_{н}, \text{ где } \Delta T_{н} = T_{н} - 293.$$

**Плотность твердого топлива** может иметь случайные  $\delta \rho_{т.сл}$  и неслучайные  $\delta \rho_{т.нсл}$  отклонения от номинального значения  $\rho_{т}^*$ .

Случайные отклонения возможны из-за отклонений в технологических режимах при изготовлении заряда, а также из-за изменений химического состава топлива в пределах допуска  $\delta \rho_{т.сл} = \pm(0,005 \dots 0,01)$ .

Неслучайные отклонения связаны с изменением объема заряда при изменении его начальной температуры и определяется по

$$\text{формуле } \delta \rho_{т.нсл} = \frac{1}{\rho_{т}^*} \left( \frac{\partial \rho_{т}}{\partial T_{н}} \right)^* \Delta T_{н}.$$

Отклонения  $\delta \rho_{\text{т.нсл}}$  и  $\delta F_{\text{г.нсл}}$  являются функцией одной и той же величины  $T_{\text{н}}$  и имеют противоположные по знаку значения (увеличение начальной температуры заряда ведет к тепловому расширению заряда, а значит, к увеличению площади поверхности горения и уменьшению плотности). Поэтому оправданно определение комплекса  $F_{\text{г}} \rho_{\text{т}}$  при изменении начальной температуры заряда:  $\delta(F_{\text{г}} \rho_{\text{т}}) = \frac{1}{(F_{\text{г}} \rho_{\text{т}})^*} \left( \frac{\partial(F_{\text{г}} \rho_{\text{т}})}{\partial T_{\text{н}}} \right)^* \Delta T_{\text{н}}$ . Эту формулу можно преобразовать, если ввести в рассмотрение соотношение  $M_{\text{т}} = (F_{\text{г}} \rho_{\text{т}}) e$ , где  $M_{\text{т}}$  — масса заряда твердого топлива;  $e$  — толщина горящего свода. Поскольку масса заряда не зависит от начальной температуры, то  $\delta(F_{\text{г}} \rho_{\text{т}}) = \frac{1}{-e^*} \left( \frac{\partial e}{\partial T_{\text{н}}} \right)^* \Delta T_{\text{н}}$ . Здесь  $\frac{1}{-e^*} \left( \frac{\partial e}{\partial T_{\text{н}}} \right)^* = \alpha$  — коэффициент линейного расширения топлива, поэтому  $\delta(F_{\text{г}} \rho_{\text{т}}) = \alpha \Delta T_{\text{н}}$ .

**Единичная скорость горения твердого топлива** может иметь случайные  $\delta u_{1\text{сл}}$  и неслучайные  $\delta u_{1\text{нсл}}$  отклонения от номинального значения  $u_1^*$ :  $\delta u_1 = \delta u_{1\text{сл}}^1 + \delta u_{1\text{сл}}^2 + \delta u_{1\text{нсл}}^1 + \delta u_{1\text{нсл}}^2$ , где  $\delta u_{1\text{сл}}^1 = \pm(0,01 \dots 0,04)$  — относительные случайные отклонения единичной скорости горения, вызванные разбросом технологических режимов и свойств исходного сырья в пределах одной партии зарядов;  $\delta u_{1\text{нсл}}^1 = \frac{1}{u_1^*} \left( \frac{\partial u_1}{\partial T_{\text{н}}} \right)^* \Delta T_{\text{н}}$  — относительные неслучайные отклонения единичной скорости горения из-за изменения начальной температуры заряда. С учетом зависимости (2) имеем  $\left( \frac{\partial u_1}{\partial T_{\text{н}}} \right)^* = \frac{u_1^*}{B}$ . Тогда  $\delta u_{1\text{нсл}}^1 = \frac{\Delta T_{\text{н}}}{B}$ .

По этой формуле могут быть также определены  $\delta u_{1\text{сл}}^2$  — относительные случайные отклонения единичной скорости горения из-за неточности измерения начальной температуры заряда (обычно эта неточность составляет  $\Delta T_{\text{н}} = 3 \dots 5 \text{ K}$ );  $\delta u_{1\text{нсл}}^2$  — относительные неслучайные отклонения единичной скорости горения при использовании зарядов **разных партий** (из-за различий в составе и свойствах сырья и разбросов технологических режимов для разных партий; определяются по паспортным данным на партии зарядов и обычно находятся в пределах  $0,02 \dots 0,05$ ).

**Энергетическая характеристика твердого топлива**  $R_k T_k$  может иметь случайные  $\delta R_k T_{k.cл}$  и неслучайные  $\delta R_k T_{k.нсл}$  отклонения от номинального значения  $(RT)^*$ :

$$\delta R_k T_k = \delta R_k T_{k1cл} + \delta R_k T_{k2cл} + \delta R_k T_{k1нсл} + \delta R_k T_{k2нсл},$$

где  $\delta R_k T_{k1cл} = \pm(0,005 \dots 0,015)$  — относительное случайное отклонение единичной скорости горения, вызванное разбросом технологических режимов и свойств исходного сырья в пределах одной партии зарядов.

Неслучайные отклонения комплекса  $\delta R_k T_{k1нсл}$  зависят от отклонения начальной температуры заряда от номинального значения и определяются по формуле

$$\delta R_k T_{k1нсл} = \frac{1}{(R_k T_k)^*} \left( \frac{\partial R_k T_k}{\partial T_n} \right)^* \Delta T_n.$$

Считают, что энергетическая характеристика  $R_k T_k$  не зависит от давления при малых отклонениях параметров.

Известно, что  $R_k T_k = R_k^* \left( \frac{Hu}{Cv} + \Delta T_n \right)$ , где  $Cv$  — теплоемкость газа при постоянном объеме;  $Hu$  — теплотворная способность топлива. Тогда  $\delta R_k T_{k1нсл} = \frac{R_k^* \Delta T_n}{(R_k T_k)^*} = \frac{\Delta T_n}{T_k^*}$ , где  $T_k^*$  — температура продуктов сгорания при номинальных условиях. По этой формуле определяют  $\delta R_k T_{k2cл}$  — относительные случайные отклонения силы пороха из-за неточности измерения начальной температуры заряда ( $\Delta T_n = 3 \dots 5$  К).

$\delta R_k T_{k2нсл} = \pm(0,01 \dots 0,02)$  — относительные неслучайные отклонения силы пороха при использовании зарядов **разных партий** (из-за различий в составе и свойствах сырья и разбросов технологических режимов для разных партий).

**Коэффициент тепловых потерь** может иметь случайные отклонения  $\delta \chi_{cл}$ , вызванные изменениями толщины стенок камеры сгорания, условий теплопередачи от газа к стенкам камеры и т. п. Значения  $\delta \chi_{cл}$  определяют экспериментально. Обычно  $\delta \chi_{cл} = \pm(0,002 \dots 0,03)$ .

**Коэффициенты  $\phi_c$  и  $\phi_1$**  могут иметь случайные отклонения  $\delta \phi_c$  и  $\delta \phi_1$ , вызванные изменениями геометрических размеров и состояния поверхности сопла в пределах поля допуска на изготов-



ление. Эти отклонения определяются экспериментально и ориентировочно равны  $\pm(0,002 \dots 0,004)$ .

**Площадь критического сечения** сопла может иметь случайные отклонения  $\delta F_{\text{кр.сл}}$ , вызванные изменением диаметра критического сечения, разброса скорости разгара сопла и эрозионного износа поверхности материала соплового вкладыша, а также неслучайные отклонения площади критического сечения сопла  $\delta F_{\text{кр.нсл}}$ , вызванные тепловым расширением сопла и разгара сопла.

Случайные отклонения площади критического сечения рассчитывают по формуле  $\delta F_{\text{кр.сл}} = \delta F_{\text{кр.сл}}^1 + \delta F_{\text{кр.сл}}^2 + \delta F_{\text{кр.сл}}^3$ .

Случайный разброс площади критического сечения сопла из-за допуска на изготовление:  $\delta F_{\text{кр.сл}}^1 = \frac{(d^* + \Delta d)^2 - d^{*2}}{d^{*2}} - 1 \cong \frac{2\Delta d}{d^*}$ , где  $d^*$  — номинальный диаметр критического сечения сопла;  $\Delta d$  — половина поля допуска на  $d^*$ .

Случайный разброс площади критического сечения сопла, вызванный разбросом скорости разгара сопла:

$$\delta F_{\text{кр.сл}}^2 = \frac{(d^* \pm 2\Delta v \tau_k)^2 - d^{*2}}{d^{*2}} - 1 \cong \frac{4\Delta v}{d^*} \tau_k,$$

где  $\tau_k$  — время работы двигателя. В этой формуле принято  $\Delta v = \text{const}$  при изменении параметров двигателя. Такой случайный разброс возникает в том случае, когда сопло оборудовано системой программированного уноса массы, т. е. может быть получена зависимость для скорости уноса массы в виде  $v = v^* \pm \Delta v$ , где  $v^*$  — расчетная скорость уноса массы;  $\Delta v$  — разброс скорости уноса массы, носящий случайный характер.

Случайный разброс площади критического сечения сопла, вызванный эрозией материала соплового вкладыша  $\delta F_{\text{кр.сл}}^3$ , зависит от свойств материала соплового вкладыша и параметров потока продуктов сгорания и может быть учтен при наличии экспериментальных данных.

Неслучайное отклонение площади критического сечения рассчитывают по формуле  $\delta F_{\text{кр.нсл}} = \delta F_{\text{кр.нсл}}^1 + \delta F_{\text{кр.нсл}}^2$ .

Неслучайные отклонения площади критического сечения при тепловом расширении соплового вкладыша  $\delta F_{\text{кр.нсл}}^1$  определяют по формуле:

$$\delta F_{\text{кр.нсл}}^1 = (1 + \alpha \Delta T_{\text{вк}})^2 - 1 \approx 2\alpha \Delta T_{\text{вк}}, \quad (4)$$

где  $\Delta T_{\text{БК}} = T_{\text{БК}} - T_{\text{БК.н}}$  ( $T_{\text{БК}}$  — средняя по объему температура вкладыша;  $T_{\text{БК.н}}$  — начальная температура вкладыша;  $\alpha$  — коэффициент линейного расширения).

Для определения  $\delta F_{\text{кр.нсл}}^1$  необходимо знать изменение  $T_{\text{БК}}$  по времени работы двигателя, которое может быть приближенно описано уравнением  $\frac{T_{\text{БК max}} - T_{\text{БК}}}{T_{\text{БК max}} - T_{\text{БК.н}}} = e^{-0,3\tau}$ , где  $T_{\text{БК max}}$  — максимальная температура, до которой может быть прогрет вкладыш, в первом приближении равная температуре продуктов сгорания в области критического сечения сопла.

Неслучайное отклонение площади критического сечения при разгаре соплового вкладыша  $\delta F_{\text{кр.нсл}}^2$  определяют по формуле:

$$\delta F_{\text{кр.нсл}}^2 = \left( 1 + \frac{2 \int_0^{\tau} v d\tau}{d_{\text{кр}}^*} \right)^2 - 1, \quad (5)$$

где  $v$  — скорость разгара.

Скорость разгара зависит от свойств материала вкладыша, параметров потока и состава продуктов сгорания. Для заданного топлива и материала вкладыша скорость разгара можно определить по экспериментальной зависимости от давления в камере:  $v = C_1 p_{\text{к}}^n$ , где  $C_1, n$  — экспериментальные коэффициенты.

Если ожидаемый диапазон изменения давления в камере сгорания невелик ( $\pm(15 \dots 20)\%$  от номинала), то с достаточной степенью точности можно считать  $v \approx \text{const}$ . Тогда соотношение (5)

можно упростить и записать в виде  $\delta F_{\text{кр.нсл}}^2 = \left( 1 + \frac{2v\tau}{d_{\text{кр}}^*} \right)^2 - 1$ .

**Площадь среза сопла** может иметь случайные отклонения  $\delta F_{\text{а}}$ , вызванные изменениями диаметра сопла на срезе в пределах допуска на изготовление. Ориентировочно в расчетах можно принимать  $\delta F_{\text{а}} = \pm(0,03 \dots 0,04)$ .

Неслучайные отклонения, связанные с нагревом сопла, невелики и их обычно не учитывают в расчетах.

**Начальная температура заряда** может иметь неслучайные отклонения  $\Delta T_{\text{н}}$ , которые измеряют перед запуском двигателя,

и случайные отклонения, обусловленные точностью изменения  $\pm(3 \dots 5) \text{ К}$ , а также неравномерностью температурного поля заряда.

Комплекс  $\Phi \left[ \frac{p_a}{p_{к3}} \right]$  имеет случайные отклонения при наличии случайных отклонений параметров  $\varphi_1$ ,  $\varphi_c$ ,  $F_{кр}$  и  $F_a$ . Значения  $\delta\Phi_{сл}$  определяют по формуле:

$$\delta\Phi_{сл} = (-\delta\varphi_{1сл} - \delta\varphi_{c,сл} - \delta F_{кр,сл} + \delta F_{a,сл})f_4^*,$$

$$\text{где } f_4^* = \frac{\left(\frac{p_a}{p_{к3}}\right)^{\frac{k-1}{k}}}{f_1^2 + \left(\frac{p_a}{p_{к3}}\right)^{\frac{k-1}{k}}}; \quad f_1^* = \sqrt{\frac{2k}{k-1} \left[ 1 - \left(\frac{p_a}{p_{к3}}\right)^{\frac{k-1}{k}} \right]}.$$

Относительное значение:  $\bar{\Phi}_{сл} = \delta\Phi_{сл} + 1$ . Значения предельных случайных отклонений  $\delta\Phi_{сл}^{пред}$  определяют по формуле:

$$\delta\Phi_{сл}^{пред} = \pm f_4^* \sqrt{\delta\varphi_1^2 + \delta\varphi_c^2 + \delta F_{кр}^2 + \delta F_a^2}.$$

Неслучайные отклонения  $\delta\Phi_{н,сл}$  возможны при изменении площади критического сечения сопла из-за теплового расширения или разгара. Определить  $\delta\Phi_{нсл}$  при известных  $\delta F_{кр,нсл}$  можно по формуле  $\delta\Phi_{нсл} = -f_4^* \delta F_{кр,нсл}$ .

### 3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРЕДЕЛЬНЫХ ОТКЛОНЕНИЙ $p_k$ , $\dot{m}$ И $P$ , ВЫЗВАННЫХ СЛУЧАЙНЫМИ ОТКЛОНЕНИЯМИ ПАРАМЕТРОВ КАМЕРЫ СГОРАНИЯ, СОПЛОВОГО БЛОКА И ЗАРЯДА

Используя формулы (1), (2), (3), путем их логарифмирования, последующего дифференцирования и замены дифференциалов конечными приращениями можно получить относительные отклонения  $p_k$ ,  $\dot{m}$ ,  $P$  и  $I_y$  в окрестностях заданного режима при наличии отклонений влияющих параметров.

$$\delta p_k = \frac{1}{1 - v} \times \left[ \delta p_T + \delta u_1 + \delta F_r + \frac{1}{2} \delta \chi + \frac{1}{2} \delta (R_k T_k) - \delta \varphi_c - \delta F_{кр} \right]; \quad (6)$$

$$\delta P = \frac{P^* + p_n F_a^*}{P^*} \times \\ \times [\delta \varphi_c + \delta \varphi_1 + \delta p_k + \delta F_{кр} + \delta \Phi] - \frac{p_n F_a^*}{P^*} \delta F_a; \quad (7)$$

$$\delta \dot{m} = \frac{1}{1 - v} \times \\ \times \left[ \delta p_T + \delta u_1 + \delta F_r + \frac{v}{2} \delta \chi + \frac{v}{2} \delta (R_k T_k) - v \delta \varphi_c - v \delta F_{кр} \right]; \quad (8)$$

$$\delta I_y = \delta P - \delta \dot{m}. \quad (9)$$

Поскольку при получении формул (6)–(9) имела место линеаризация (замена дифференциалов конечными приращениями), то они справедливы для малых отклонений параметров камеры сгорания, соплового блока и заряда (не более 3...5 % от номинала), носящих, как правило, случайный характер. Относительные отклонения влияющих параметров рассчитываются для конкретного РДТТ по его известным характеристикам (чертежи, результаты испытаний, данные аналогов) по методике, изложенной в разд. 2. Учет отклонений, которые не могут быть отнесены к малым, производится по методике, изложенной в разд. 4.

Согласно правилам теории вероятностей, среднеквадратичное отклонение суммы независимых случайных величин равно корню квадратному из суммы квадратов среднеквадратичных отклонений слагаемых. Для нормально распределенных случайных величин это правило распространяется и на предельные отклонения. Принимая, что все случайные предельные отклонения параметров заряжения подчиняются закону нормального распределения, записывают выражения для предельных случайных отклонений основных параметров РДТТ.

**Предельное отклонение давления в камере сгорания** определяют по формуле

$$\delta p_{к.сл}^{пред} = \pm \frac{1}{1 - v} \left\{ \delta F_{г.сл}^2 + \delta p_{т.сл}^2 + \delta \varphi_{с.сл}^2 + \left( \frac{\delta \chi_{сл}}{2} \right)^2 + \right. \\ \left. + \left[ \frac{\delta (R_k T_k)_{сл}}{2} \right]^2 + \delta F_{кр.сл}^2 + \delta u_{1сл}^2 \right\}^{1/2}. \quad (10)$$

**Предельное отклонение секундного расхода газов** определяют по формуле

$$\delta \dot{m}_{\text{сл}}^{\text{пред}} = \pm \frac{1}{1 - v} \left\{ \delta F_{\text{г.сл}}^2 + \delta p_{\text{т.сл}}^2 + \delta \varphi_{\text{с.сл}}^2 + \left( v \frac{\delta \chi_{\text{сл}}}{2} \right)^2 + \left[ v \frac{\delta (R_{\text{к}} T_{\text{к}})_{\text{сл}}}{2} \right]^2 + (v \delta F_{\text{кр.сл}})^2 + \delta u_{1\text{сл}}^2 \right\}^{1/2}. \quad (11)$$

**Предельное отклонение тяги двигателя** определяют по формуле

$$\delta P_{\text{сл}}^{\text{пред}} = \pm \left\{ a^2 \left[ (\delta \varphi_{\text{с.сл}})^2 + (\delta \varphi_{1\text{сл}})^2 + (\delta p_{\text{к.сл}}^{\text{пред}})^2 + (\delta F_{\text{кр.сл}})^2 + (\delta \Phi_{\text{сл}}^{\text{пред}})^2 \right] + (b \delta F_{\text{а.сл}})^2 \right\}^{1/2}, \quad (12)$$

где  $a = \frac{P^* + p_{\text{н}} F_{\text{а}}^*}{P^*}$ ,  $b = \frac{p_{\text{н}} F_{\text{а}}^*}{P^*}$ .

#### **4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТКЛОНЕНИЙ $p_{\text{к}}$ , $\dot{m}$ И $P$ , ВЫЗВАННЫХ НЕСЛУЧАЙНЫМИ ОТКЛОНЕНИЯМИ ПАРАМЕТРОВ КАМЕРЫ СГОРАНИЯ, СОПЛОВОГО БЛОКА И ЗАРЯДА**

**Изменение скорости горения твердого топлива между партиями** при использовании зарядов разных партий необходимо учитывать, так как при этом возникают неслучайные отклонения единичной скорости горения  $u_1$ . В этом случае определяют

$$\delta u_{1\text{нсл}} = \frac{u_1 - u_1^*}{u_1^*}, \text{ где } u_1^* \text{ — единичная скорость горения партии,}$$

по которой определяли номинальные параметры двигателя. Если партий несколько, то могут быть выделены минимальное и максимальное значения единичной скорости горения  $u_{1\text{ min}}$  и  $u_{1\text{ max}}$ , а следовательно, рассчитаны неслучайные отклонения максимального и минимального значений единичной скорости горения  $\delta u_{1\text{нсл}}^{\text{max}}$  и  $\delta u_{1\text{нсл}}^{\text{min}}$  соответственно.

Если эти отклонения невелики (менее 0,05), то для определения соответствующих отклонений  $p_{\text{к}}$ ,  $\dot{m}$  и  $P$  можно использовать линеаризованные зависимости (1), (2) и (3) в виде

$$\delta p_{ku}^{\min} = \frac{1}{1-v} \delta u_{1\text{НСЛ}}^{\min}, \quad \delta p_{ku}^{\max} = \frac{1}{1-v} \delta u_{1\text{НСЛ}}^{\max}; \quad (13)$$

$$\delta \dot{m}_u^{\min} = \frac{1}{1-v} \delta u_{1\text{НСЛ}}^{\min}, \quad \delta \dot{m}_u^{\max} = \frac{1}{1-v} \delta u_{1\text{НСЛ}}^{\max}; \quad (14)$$

$$\delta P_u^{\min} = \frac{1+b}{1-v} \delta u_{1\text{НСЛ}}^{\min}, \quad \delta P_u^{\max} = \frac{1+b}{1-v} \delta u_{1\text{НСЛ}}^{\max}. \quad (15)$$

Если  $|\delta u_{1\text{НСЛ}}^{\min}|$  и  $|\delta u_{1\text{НСЛ}}^{\max}| > 0,05$ , то для определения соответствующих отклонений  $p_k$ ,  $\dot{m}$  и  $P$  нужно использовать зависимости (1), (2) и (3) в виде

$$\delta p_{ku}^{\min} = (\bar{u}_{1\text{НСЛ}}^{\min})^{\frac{1}{1-v}} - 1, \quad \delta p_{ku}^{\max} = (\bar{u}_{1\text{НСЛ}}^{\max})^{\frac{1}{1-v}} - 1; \quad (16)$$

$$\delta \dot{m}_u^{\min} = (\bar{u}_{1\text{НСЛ}}^{\min})^{\frac{1}{1-v}} - 1, \quad \delta \dot{m}_u^{\max} = (\bar{u}_{1\text{НСЛ}}^{\max})^{\frac{1}{1-v}} - 1, \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \delta P_u^{\min} &= (1+b) \left[ (\bar{u}_{1\text{НСЛ}}^{\min})^{\frac{1}{1-v}} - 1 \right], \\ \delta P_u^{\max} &= (1+b) \left[ (\bar{u}_{1\text{НСЛ}}^{\max})^{\frac{1}{1-v}} - 1 \right], \end{aligned} \quad (18)$$

где  $\bar{u}_{1\text{НСЛ}}^{\min} = \frac{u_{1\text{ мин}}}{u^*}$ ,  $\bar{u}_{1\text{НСЛ}}^{\max} = \frac{u_{1\text{ макс}}}{u^*}$  — относительные значения минимального и максимального значений единичной скорости горения (связаны с относительными отклонениями формулой  $\delta u = \bar{u} - 1$ ).

**Отклонение начальной температуры заряда от номинального значения** обычно не удовлетворяет условию  $\delta T_{\text{н.НСЛ}} \leq 0,05$ , поэтому для учета влияния отклонений начальной температуры заряда на  $p_k$ ,  $\dot{m}$  и  $P$  необходимо использовать зависимости (1), (2) и (3) в виде (16), (17) и (18).

Из уравнения (3) получают соотношение

$$\bar{p}_k = \left[ \frac{F_{\text{г}}}{F_{\text{г}}^*} \frac{\rho_{\text{т}}}{\rho_{\text{т}}^*} \frac{u_1}{u_1^*} \sqrt{\frac{\chi R_{\text{к}} T_{\text{к}}}{\chi (R_{\text{к}} T_{\text{к}})^*}} \right]^{\frac{1}{1-v}}.$$

Практически  $\left( \frac{\partial F_{\text{г}}}{\partial T_{\text{н}}} \right)^* \approx \left( \frac{\partial \rho_{\text{т}}}{\partial T_{\text{н}}} \right)^* \approx \left( \frac{\partial (R_{\text{к}} T_{\text{к}})}{\partial T_{\text{н}}} \right)^* \approx 0$ ,

поэтому  $\bar{p}_{kT_{\text{н}}} = (\bar{u}_1)^{\frac{1}{1-v}}$ .

Аналогично получают  $\bar{P}_{T_H} = (\bar{u}_1)^{\frac{1}{1-\nu}}$  и  $\bar{m}_{T_H} = (1+b) \times (\bar{u}_1)^{\frac{1}{1-\nu}} - b$ .

Соответствующие относительные отклонения  $\delta p_k$ ,  $\delta \dot{m}$  и  $\delta P$  определяют по формулам  $\delta p_k = \bar{p}_k - 1$ ,  $\delta \dot{m} = \bar{\dot{m}} - 1$ ,  $\delta P = \bar{P} - 1$ .

**Изменение площади критического сечения за счет теплового расширения вкладыша** (определяют по формуле (4)) приводит к отклонению  $p_k$ ,  $\dot{m}$  и  $P$  от номинальных значений и может быть

учтено по формулам  $\bar{p}_{kt_k} = \left( \frac{1}{\bar{F}_{kpt_k}} \right)^{\frac{1}{1-\nu}}$ ,  $\bar{\dot{m}}_{t_k} = \left( \frac{1}{\bar{F}_{kpt_k}} \right)^{\frac{1}{1-\nu}}$ ,

$$\bar{P}_k = (1+b) \left( \frac{1}{\bar{F}_{kpt_k}} \right)^{\frac{1}{1-\nu}} \Phi \left[ \frac{p_a}{p_k} \right] - b.$$

Эти зависимости справедливы и **при определении влияния разгара сопла на параметры двигателя**, т.е. для определения  $\bar{p}_{kv}$ ,  $\bar{\dot{m}}_v$  и  $\bar{P}_v$ . Если  $|\delta F_{kp}| \leq 0,05$  (практически имеет место при тепловом расширении сопел), то можно пользоваться линеаризованными зависимостями (1), (2) и (3) в виде  $\delta p_{kt_k} = \frac{1}{1-\nu} \delta F_{kpt_k}$ ,

$$\delta \dot{m}_{t_k} = \frac{\nu}{1-\nu} \delta F_{kpt_k}, \quad \delta P_{t_k} = \frac{1+b}{1-\nu} \delta F_{kpt_k}.$$

## 5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СУММАРНЫХ ПРЕДЕЛЬНЫХ ОТКЛОНЕНИЙ $p_k$ , $\dot{m}$ И $P$ В СЛУЧАЕ НЕРЕГУЛИРУЕМОГО СОПЛА

Суммарные предельные относительные отклонения параметров  $p_k$ ,  $\dot{m}$  и  $P$  с учетом влияния случайных и неслучайных воздействий могут быть найдены по формулам

$$\delta p_{k\Sigma}^{\max} = \delta p_{kcl}^{\max} + \delta p_{ku}^{\max} + \delta p_{kT_H}^{\max} + \delta p_{kt_k} + \delta p_{kv}, \quad (19)$$

$$\delta p_{k\Sigma}^{\min} = \delta p_{kcl}^{\min} + \delta p_{ku}^{\min} + \delta p_{kT_H}^{\min} + \delta p_{kt_k} + \delta p_{kv}, \quad (20)$$

$$\delta \dot{m}_{\Sigma}^{\max} = \delta \dot{m}_{cl}^{\max} + \delta \dot{m}_u^{\max} + \delta \dot{m}_{T_H}^{\max} + \delta \dot{m}_{t_k} + \delta \dot{m}_v, \quad (21)$$

$$\delta \dot{m}_{\Sigma}^{\min} = \delta \dot{m}_{cl}^{\min} + \delta \dot{m}_u^{\min} + \delta \dot{m}_{T_H}^{\min} + \delta \dot{m}_{t_k} + \delta \dot{m}_v, \quad (22)$$

$$\delta P_{\Sigma}^{\max} = \delta P_{cl}^{\max} + \delta P_u^{\max} + \delta P_{T_H}^{\max} + \delta P_{t_k} + \delta P_v, \quad (23)$$

$$\delta P_{\Sigma}^{\min} = \delta P_{cl}^{\min} + \delta P_u^{\min} + \delta P_{T_H}^{\min} + \delta P_{t_k} + \delta P_v, \quad (24)$$

где  $\delta N_{\text{сд}}^{\text{max}}$  — максимальное отклонение искомого параметра за счет случайных отклонений параметров двигателя ( $N$  — условное обозначение параметра);  $\delta N_{\text{сд}}^{\text{min}}$  — минимальное отклонение искомого параметра за счет случайных отклонений параметров двигателя;  $\delta N_u^{\text{max}}$  — максимальное отклонение искомого параметра за счет отклонения скорости горения топлива от номинального значения;  $\delta N_u^{\text{min}}$  — минимальное отклонение искомого параметра за счет отклонения скорости горения топлива от номинального значения;  $\delta N_{T_n}^{\text{max}}$  — максимальное отклонение искомого параметра за счет отклонения начальной температуры заряда от номинального значения;  $\delta N_{T_n}^{\text{min}}$  — минимальное отклонение искомого параметра за счет отклонения начальной температуры заряда от номинального значения;  $\delta N_{t_k}$  — отклонение искомого параметра за счет теплового расширения соплового вкладыша;  $\delta N_v$  — отклонение искомого параметра за счет разгара соплового вкладыша.

Формулы (19)–(24) позволяют определить предельные отклонения основных параметров двигателя в любой момент времени работы двигателя, т. е. получить зависимости

$$\begin{aligned}\delta p_{\kappa\Sigma}^{\text{min}} &= f(\tau), \quad \delta p_{\kappa\Sigma}^{\text{max}} = f(\tau), \\ \delta \dot{m}_{\Sigma}^{\text{min}} &= f(\tau), \quad \delta \dot{m}_{\Sigma}^{\text{max}} = f(\tau), \\ \delta P_{\Sigma}^{\text{min}} &= f(\tau), \quad \delta P_{\Sigma}^{\text{max}} = f(\tau)\end{aligned}$$

и найти поле возможных отклонений основных параметров по времени работы двигателя.

## 6. ПРИМЕРЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СУММАРНЫХ ПРЕДЕЛЬНЫХ ОТКЛОНЕНИЙ ПАРАМЕТРОВ РДТТ

**Пример 1.** Определить предельные отклонения основных параметров РДТТ, вызванные случайными и неслучайными отклонениями параметров заряда, камеры сгорания, соплового блока и внешними условиями.

*Исходные данные*

а) Характеристики заряда:

$$u = u_1 p^v, \text{ м/с};$$

$$u_1 = 0,710^{-3};$$

$$v = 0,53;$$



$$B = 340;$$

$$R_k = 351,5 \frac{\text{Дж} \cdot \text{кг}}{\text{К}};$$

$$T^* = 2400 \text{ К};$$

$$k = 1,25;$$

$F = \text{const}$  в течение всего времени работы двигателя;

$\tau = 40 \text{ с}$  — время работы двигателя;

$$\delta u_{1\text{сл}} = \pm 0,03;$$

$$\delta u_{1\text{нсл}} = \pm 0,04;$$

$$\delta \rho_{\text{т.сл}} = \pm 0,006;$$

$$\delta F_{\text{г.сл}} = \pm 0,008;$$

$$\delta(R_k T_k)_{1\text{сл}} = \pm 0,01;$$

$$\delta \chi_{\text{сл}} = \pm 0,002;$$

$$\delta T_{\text{нсл}} = \pm 3^\circ \text{C};$$

$$\rho_{\text{т}} = 1600 \text{ кг/м}^3.$$

б) Характеристики камеры сгорания:

$$p_1^* = 4 \cdot 10^6 \text{ Па};$$

$$\chi_k = 0,98;$$

$$\chi_3 = 0,98.$$

в) Характеристики соплового блока:

$$d_{\text{кр}}^* = 60 \cdot 10^{-3} \text{ м};$$

$$d_{\text{а}}^* = 170 \cdot 10^{-3} \text{ м};$$

$$\varphi_1 = 0,99[\varphi_{\text{тр}} = 0,995];$$

$$\varphi_{\text{с}} = 0,98;$$

материал соплового вкладыша — вольфрам;

$$v = 0;$$

$$T_k = 0,95 T^* \text{ при } \tau = 8 \text{ с};$$

$$\delta \varphi_1 = \pm 0,002;$$

$$\delta \varphi_{\text{с}} = \pm 0,002;$$

$$\Delta d_{\text{кр}} = \pm 0,03 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

г) Внешние условия работы:

$$p_{\text{н}} = 0,05 \cdot 10^6 \text{ Па};$$

$$t_{\text{н}} = (-10) \dots (+30)^\circ \text{C};$$

$$T_{\text{н}}^* = 20^\circ \text{C}.$$

*Порядок расчета*

Принимаем

$$m = 3 \cdot 10^{-4};$$

$$p_{\text{а}} = p_{\text{н}} = 0,05 \cdot 10^6 \text{ Па}.$$

Основные параметры:

$$D = \frac{1}{B} = \frac{1}{340} = 2,94 \cdot 10^{-3};$$

$$\chi = \chi_k \chi_3 = 0,98 \cdot 0,98 = 0,96;$$

$$T_k = 0,95 T^* = 0,95 \cdot 2400 = 2280 \text{ K};$$

$$F_a = \frac{\pi (d_a^*)^2}{4} = \frac{3,14 \cdot (60 \cdot 10^{-3})^2}{4} = 0,023 \text{ м}^2;$$

$$F_{kp} = \frac{\pi (d_{kp}^*)^2}{4} = \frac{3,14 \cdot (170 \cdot 10^{-3})^2}{4} = 2,827 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2;$$

$$A_k = \sqrt{k} \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}} = \sqrt{1,25} \left( \frac{2}{1,25+1} \right)^{\frac{1,25+1}{2 \cdot (1,25-1)}} = 0,658;$$

$$\begin{aligned} \Phi \left[ \frac{p_a}{p_k} \right] &= A_k \sqrt{\frac{2k}{k-1} \left[ 1 - \left( \frac{p_a}{p_k} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} + \frac{F_a p_a}{\varphi_1 \varphi_c F_{kp} p_k} = \\ &= 0,658 \sqrt{\frac{2 \cdot 1,25}{1,25-1} \left[ 1 - \left( \frac{0,05 \cdot 10^6}{4 \cdot 10^6} \right)^{\frac{1,25-1}{1,25}} \right]} + \\ &+ \frac{0,023 \cdot 0,05 \cdot 10^6}{0,99 \cdot 0,98 \cdot 2,827 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot 10^6} = 1,693; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P &= \varphi_1 \varphi_c F_{kp} p_k \Phi \left[ \frac{p_a}{p_k} \right] - F_a p_H = \\ &= 0,99 \cdot 0,98 \cdot 2,827 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot 10^6 \cdot 1,693 - 0,023 \cdot 0,05 \cdot 10^6 = \\ &= 1,745 \cdot 10^4 \text{ H} = 17,45 \text{ кН}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_1^* &= \sqrt{\frac{2k}{k-1} \left[ 1 - \left( \frac{p_a}{p_k} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} = \\ &= \sqrt{\frac{2 \cdot 1,25}{1,25-1} \left[ 1 - \left( \frac{0,05 \cdot 10^6}{4 \cdot 10^6} \right)^{\frac{1,25-1}{1,25}} \right]} = 2,416; \end{aligned}$$

$$f_4^* = \frac{\left(\frac{p_a}{p_k}\right)^{\frac{k-1}{k}}}{f_1^{*2} + \left(\frac{p_a}{p_k}\right)^{\frac{k-1}{k}}} = \frac{\left(\frac{0,05 \cdot 10^6}{4 \cdot 10^6}\right)^{\frac{1,25-1}{1,25}}}{2,416 + \left(\frac{0,05 \cdot 10^6}{4 \cdot 10^6}\right)^{\frac{1,25-1}{1,25}}} = 0,067;$$

$$a = \frac{P + p_H F_a}{P} = \frac{1,745 \cdot 10^4 + 0,05 \cdot 10^6 \cdot 0,023}{1,745 \cdot 10^4} = 1,065;$$

$$b = \frac{p_H F_a}{P} = \frac{0,05 \cdot 10^6 \cdot 0,023}{1,745 \cdot 10^4} = 0,065.$$

Случайные отклонения параметров камеры сгорания, соплового блока и заряда твердого топлива от номинальных значений:

$$\begin{aligned} \delta F_{г.сл} &= 0,008 \text{ (дано);} \\ \delta \rho_{т.сл} &= 0,006 \text{ (дано);} \\ \delta u_{сл} &= \delta u_{1сл} + \delta u_{2сл}; \\ \delta u_{1сл} &= 0,03 \text{ (дано);} \\ \delta u_{2сл} &= \frac{\Delta T}{B} = \frac{3}{340} = 8,824 \cdot 10^{-3}; \\ \delta u_{сл} &= 0,03 + 8,824 \cdot 10^{-3} \approx 0,039; \\ \delta (R_k T_k)_{сл} &= \delta (R_k T_k)_{1сл} + \delta (R_k T_k)_{2сл}; \\ \delta (R_k T_k)_{1сл} &= 0,01 \text{ (дано);} \\ \delta (R_k T_k)_{2сл} &= m \Delta T = 3 \cdot 10^{-4} \cdot 3 = 9 \cdot 10^{-4}; \\ \delta (R_k T_k)_{сл} &= 0,01 + 9 \cdot 10^{-4} \approx 0,011; \\ \left. \begin{aligned} \delta \chi_{сл} &= 0,002 \\ \delta \varphi_c &= 0,002 \\ \delta \varphi_1 &= 0,002 \end{aligned} \right\} \text{ (дано) — имеют только случайный характер;} \\ \delta F_a &= 0,03 \text{ — имеет только случайный характер;} \\ \delta F_{кр.сл} &= \delta F_{кр.сл1} + \delta F_{кр.сл2} + \delta F_{кр.сл3}; \\ \delta F_{кр.сл1} &= \frac{2 \Delta d_{кр}}{d_{кр}^*} = \frac{2 \cdot 0,03 \cdot 10^{-3}}{60 \cdot 10^{-3}} = 1 \cdot 10^{-3}; \\ \delta F_{кр.сл2} &= \frac{4 \Delta v}{d_{кр}^*} \tau = 0 \text{ (поскольку } v = 0; \Delta v = 0); \\ \delta F_{кр.сл3} &= 0; \\ \delta F_{кр.сл} &= 1 \cdot 10^{-3}; \\ \delta T_{нсл} &= 3 \text{ (дано);} \\ \delta \Phi_{сл} &= (-\delta \varphi_1 - \delta \varphi_c - \delta F_{кр.сл} + \delta F_a) f_4^* = \\ &= (-0,002 - 0,002 - 1 \cdot 10^{-3} + 0,03) \cdot 0,067 = 1,664 \cdot 10^{-3}; \\ \bar{\Phi}_{сл} &= \delta \Phi_{сл} + 1 = 1,664 \cdot 10^{-3} + 1 \approx 1,002. \end{aligned}$$

Предельные случайные отклонения, вызванные случайными отклонениями параметров камеры сгорания, соплового блока и заряда, определяем по формулам (10), (11), (12):

$$\begin{aligned}
 \delta\Phi_{\text{сл}}^{\text{пред}} &= f_4^* \sqrt{\delta\varphi_1^2 + \delta\varphi_c^2 + \delta F_{\text{кр.сл}}^2 + \delta F_a^2} = \\
 &= 0,067 \sqrt{0,002^2 + 0,002^2 + (1 \cdot 10^{-3})^2 + 0,03^2} = 2,637 \cdot 10^{-3}; \\
 \delta p_{\text{к.сл}}^{\text{пред}} &= \frac{1}{1 - v} \left[ \delta \rho_{\text{т.сл}}^2 + \delta u_{\text{сл}}^2 + \delta F_{\text{г.сл}}^2 + \left( \frac{1}{2} \delta \chi \right)^2 + \right. \\
 &\quad \left. + \left( \frac{1}{2} \delta (R_{\text{к}} T_{\text{к}})_{\text{сл}} \right)^2 + \delta \varphi_c^2 + \delta F_{\text{кр.сл}}^2 \right]^{1/2} = \\
 &= \frac{1}{1 - 0,53} \left[ 0,006^2 + 0,039^2 + 0,008^2 + \left( \frac{1}{2} \cdot 0,002 \right)^2 + \right. \\
 &\quad \left. + \left( \frac{1}{2} \cdot 0,011 \right)^2 + 0,002^2 + (1 \cdot 10^{-3})^2 \right]^{1/2} = 0,086; \\
 \delta \dot{m}_{\text{сл}}^{\text{пред}} &= \frac{1}{1 - v} \left[ \delta \rho_{\text{т.сл}}^2 + \delta u_{\text{сл}}^2 + \delta F_{\text{г.сл}}^2 + \left( \frac{v}{2} \delta \chi \right)^2 + \right. \\
 &\quad \left. + \left( \frac{v}{2} \delta (R_{\text{к}} T_{\text{к}})_{\text{сл}} \right)^2 + \delta \varphi_c^2 + (v \delta F_{\text{кр.сл}})^2 \right]^{1/2} = \\
 &= \frac{1}{1 - 0,53} \left[ 0,006^2 + 0,039^2 + 0,008^2 + \left( \frac{0,53}{2} \cdot 0,002 \right)^2 + \right. \\
 &\quad \left. + \left( \frac{0,53}{2} \cdot 0,011 \right)^2 + 0,002^2 + (0,53 (1 \cdot 10^{-3}))^2 \right]^{1/2} = 0,086; \\
 \delta P_{\text{сл}}^{\text{пред}} &= \left[ a^2 \left( \delta \varphi_1^2 + \delta \varphi_c^2 + (\delta p_{\text{к.сл}}^{\text{пред}})^2 + \delta F_{\text{кр.сл}}^2 + (\delta \Phi_{\text{сл}}^{\text{пред}})^2 \right) + \right. \\
 &\quad \left. + b^2 \delta F_a^2 \right]^{1/2} = \left[ 1,065^2 \cdot \left( 0,002^2 + 0,002^2 + 0,086^2 + \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + (1 \cdot 10^{-3})^2 + (2,637 \cdot 10^{-3})^2 \right) + 0,065^2 \cdot 0,03^2 \right]^{1/2} = 0,092.
 \end{aligned}$$

Отклонения, вызванные неслучайными отклонениями параметров камеры сгорания, соплового блока и заряда, определяем следующим образом.

### 1. Отклонения из-за разных начальных температур заряда

$$\bar{u}_{1\min} = \frac{B}{B - (T_{\min} - T_{\text{H}})} = \frac{340}{340 - (-10 - 20)} = 0,919;$$

$$\bar{u}_{1\max} = \frac{B}{B - (T_{\max} - T_{\text{H}})} = \frac{340}{340 - (30 - 20)} = 1,03;$$

$$\delta u_{1\min} = \bar{u}_{1\min} - 1 = 0,919 - 1 = -0,081;$$

$$\delta u_{1\max} = \bar{u}_{1\max} - 1 = 1,03 - 1 = 0,03;$$

$$\delta p_{\text{Ku}}^{\min} = [\bar{u}_{1\min}]^{\frac{1}{1-\nu}} - 1 = [0,919]^{\frac{1}{1-0,53}} - 1 = -0,165;$$

$$\delta p_{\text{Ku}}^{\max} = [\bar{u}_{1\max}]^{\frac{1}{1-\nu}} - 1 = [1,03]^{\frac{1}{1-0,53}} - 1 = 0,066;$$

$$\delta \dot{m}_u^{\min} = [\bar{u}_{1\min}]^{\frac{1}{1-\nu}} - 1 = [0,919]^{\frac{1}{1-0,53}} - 1 = -0,165;$$

$$\delta \dot{m}_u^{\max} = [\bar{u}_{1\max}]^{\frac{1}{1-\nu}} - 1 = [1,03]^{\frac{1}{1-0,53}} - 1 = 0,066;$$

$$\delta P_u^{\min} = \left( [\bar{u}_{1\min}]^{\frac{1}{1-\nu}} - 1 \right) (1 + b) - 1 =$$

$$= \left( [0,919]^{\frac{1}{1-0,53}} - 1 \right) (1 + 0,065) - 1 = -1,175;$$

$$\delta P_u^{\max} = \left( [\bar{u}_{1\max}]^{\frac{1}{1-\nu}} - 1 \right) (1 + b) - 1 =$$

$$= \left( [1,03]^{\frac{1}{1-0,53}} - 1 \right) (1 + 0,065) - 1 = -0,93.$$

### 2. Определяем отклонения из-за разных партий

$$\delta u_{1\text{HCL}} = 0,04; \quad \bar{u}_{1\text{HCL}} = \delta u_{1\text{HCL}} + 1 = 0,04 + 1 = 1,04;$$

$$\bar{p}_{\text{K}T_{\text{H}}} = [\bar{u}_{1\text{HCL}}]^{\frac{1}{1-\nu}} = [1,04]^{\frac{1}{1-0,53}} = 1,087;$$

$$\delta p_{\text{K}T_{\text{H}}} = \bar{p}_{\text{K}T_{\text{H}}} - 1 = 1,087 - 1 = 0,087;$$

$$\bar{\dot{m}}_{T_{\text{H}}} = [\bar{u}_{1\text{HCL}}]^{\frac{1}{1-\nu}} = [1,04]^{\frac{1}{1-0,53}} = 1,087;$$

$$\delta \dot{m}_{T_{\text{H}}} = \bar{\dot{m}}_{T_{\text{H}}} - 1 = 1,087 - 1 = 0,087;$$

$$\bar{P}_{T_{\text{H}}} = (1 + b) [\bar{u}_{1\text{HCL}}]^{\frac{1}{1-\nu}} - b =$$

$$= (1 + 0,065) [1,04]^{\frac{1}{1-0,53}} - 0,065 = 1,093;$$

$$\delta P_{T_{\text{H}}} = \bar{P}_{T_{\text{H}}} - 1 = 1,087 - 1 = 0,093.$$

### 3. Отклонения из-за изменения площади критического сечения за счет теплового расширения вкладыша.

$$\tau = 8 \text{ с}; \quad T_{\text{K}} = 0,95 T^* = 0,95 \cdot 2400 = 2280 \text{ К};$$

$$T_{\text{БК}}^{\text{max}} = \frac{2}{k+1} T_{\text{К}} = \frac{2}{1,25+1} \cdot 2280 = 2027 \text{ К},$$

$$\text{тогда } a = \frac{1}{\tau} \ln \left[ 20 \left( 1 - \frac{T_{\text{Н}}}{T_{\text{БК}}^{\text{max}}} \right) \right] = \frac{1}{8} \ln \left[ 20 \left( 1 - \frac{293}{2027} \right) \right] = 0,355.$$

Находим изменение температуры вкладыша в интервале времени 0...40 с и приводим коэффициент линейного расширения для соответствующих температур для вольфрамового вкладыша (табл. 1.1):  $T_{\text{БК}} = T_{\text{БК}}^{\text{max}} - e^{-a\tau} (T_{\text{БК}}^{\text{max}} - T_{\text{Н}})$ .

Таблица 1.1

$\tau, \text{с}$	$T_{\text{БК}}, ^\circ\text{C}$	$\alpha \cdot 10^6, 1/\text{град}$
0,0	293	4,45
1,0	811	4,80
2,0	1174	5,18
4,0	1608	6,22
6,0	1821	6,72
8,0	1925	7,26
10,0	1977	7,26
40,0	2027	7,26

$$\bar{F}_{\text{кптк}} = [1 + \alpha (T_{\text{БК}} - T_{\text{Н}})]^2;$$

$$\delta F_{\text{кптк}} = \bar{F}_{\text{кптк}} - 1;$$

$$\bar{p}_{\text{ктк}} = \left[ \frac{1}{\bar{F}_{\text{кптк}}} \right]^{\frac{1}{1-\nu}};$$

$$\delta p_{\text{ктк}} = \bar{p}_{\text{ктк}} - 1;$$

$$\bar{\dot{m}}_{t_{\text{К}}} = \left[ \frac{1}{\bar{F}_{\text{кптк}}} \right]^{\frac{1}{1-\nu}};$$

$$\delta \dot{m}_{t_{\text{К}}} = \bar{\dot{m}}_{t_{\text{К}}} - 1;$$

$$\bar{P}_{t_{\text{К}}} = (1 + b) \left[ \frac{1}{\bar{F}_{\text{кптк}}} \right]^{\frac{1}{1-\nu}} \bar{\Phi}_{\text{сЛ}} - b;$$

$$\delta P_{t_{\text{К}}} = \bar{P}_{t_{\text{К}}} - 1.$$

$\tau, \text{с}$	$\bar{F}_{\text{кpt}_\kappa}$	$\delta F_{\text{кpt}_\kappa}$	$\bar{p}_{\text{кт}_\kappa}$	$\delta p_{\text{кт}_\kappa}$	$\bar{\dot{m}}_{t_\kappa}$	$\delta \bar{\dot{m}}_{t_\kappa}$	$\bar{P}_{t_\kappa}$	$\delta P_{t_\kappa}$
0,0	1,000	0,000	1,000	0,000	1,000	0,000	1,000	0,000
1,0	1,005	0,005	0,989	-0,011	0,989	-0,011	0,991	-0,009
2,0	1,009	0,009	0,981	-0,019	0,981	-0,019	0,982	-0,018
4,0	1,016	0,016	0,967	-0,033	0,967	-0,033	0,966	-0,034
6,0	1,021	0,021	0,957	-0,043	0,957	-0,043	0,956	-0,044
8,0	1,024	0,024	0,951	-0,049	0,951	-0,049	0,949	-0,051
10,0	1,025	0,025	0,949	-0,051	0,949	-0,051	0,947	-0,053
40,0	1,026	0,026	0,947	-0,053	0,947	-0,053	0,946	-0,054

4. Отклонения, вызванные разгаром сопла, равны нулю (поскольку  $v = 0$ ;  $\Delta v = 0$ ):  $\delta p_{kv} = 0$ ;  $\delta \dot{m}_v = 0$ ;  $\delta P_v = 0$ .

5. Определяем по формулам (19)–(24) предельные отклонения основных параметров двигателя:

$\tau = 0 \text{ с}$ ;

$$\delta p_{\kappa \Sigma}^{\max} = 0,086 + 0,066 + 0,087 + 0 + 0 = 0,239;$$

$$\delta p_{\kappa \Sigma}^{\min} = -0,086 - 0,165 - 0,087 + 0 + 0 = -0,338;$$

$$\delta \dot{m}_{\Sigma}^{\max} = 0,086 + 0,066 + 0,087 + 0 + 0 = 0,239;$$

$$\delta \dot{m}_{\Sigma}^{\min} = -0,086 - 0,165 - 0,087 + 0 + 0 = -0,338;$$

$$\delta P_{\Sigma}^{\max} = 0,092 + 0,07 + 0,093 + 0 + 0 = 0,257;$$

$$\delta P_{\Sigma}^{\min} = -0,092 - 0,175 - 0,093 + 0 + 0 = -0,359;$$

$\tau = 1 \text{ с}$ ;

$$\delta p_{\kappa \Sigma}^{\max} = 0,086 + 0,066 + 0,087 - 0,011 + 0 = 0,228;$$

$$\delta p_{\kappa \Sigma}^{\min} = -0,086 - 0,165 - 0,087 - 0,011 + 0 = -0,348;$$

$$\delta \dot{m}_{\Sigma}^{\max} = 0,086 + 0,066 + 0,087 - 0,011 + 0 = 0,228;$$

$$\delta \dot{m}_{\Sigma}^{\min} = -0,086 - 0,165 - 0,087 - 0,011 + 0 = -0,348;$$

$$\delta P_{\Sigma}^{\max} = 0,092 + 0,07 + 0,093 - 0,009 + 0 = 0,245;$$

$$\delta P_{\Sigma}^{\min} = -0,092 - 0,175 - 0,093 - 0,009 + 0 = -0,37$$

и т. д.

Результаты расчета сводим в табл. 1.3.

Таблица 1.3

$\tau, \text{с}$	$\delta p_{\kappa\Sigma}^{\max}$ $\delta p_{\kappa\Sigma}^{\min}$	$\delta \dot{m}_{\Sigma}^{\max}$ $\delta \dot{m}_{\Sigma}^{\min}$	$\delta P_{\Sigma}^{\max}$ $\delta P_{\Sigma}^{\min}$
0	0,239 -0,338	0,239 -0,338	0,257 -0,359
1	0,228 -0,348	0,228 -0,348	0,245 -0,370
2	0,220 -0,357	0,220 -0,357	0,236 -0,379
4	0,205 -0,371	0,205 -0,371	0,221 -0,394
6	0,195 -0,381	0,195 -0,381	0,210 -0,405
8	0,189 -0,387	0,189 -0,387	0,204 -0,411
10	0,187 -0,389	0,187 -0,389	0,202 -0,413
40	0,186 -0,390	0,186 -0,390	0,201 -0,415

**Пример 2.** Определить предельные отклонения основных параметров РДТТ с учетом разгара критического сечения сопла.

#### Исходные данные

а) Характеристики заряда, камеры сгорания и внешних условий те же, что и в примере 1, кроме  $\tau = 10 \text{ с}$ ;

б) Характеристики соплового блока те же, что и в примере 1, кроме следующих:

материал вкладыша — пластмасса;

$v = 0,25 \text{ мм/с} = 0,25 \cdot 10^{-3} \text{ м/с}$ ;

$\delta v = \pm 2\% = 0,02$ .

#### Порядок расчета

Расчет проводим аналогично примеру 1 до определения  $\delta F_{\text{кр.сл}}$ .

Далее определим:

$$\delta F_{\text{кр.сл}} = \delta F_{\text{кр.сл1}} + \delta F_{\text{кр.сл2}} + \delta F_{\text{кр.сл3}};$$



$$\delta F_{\text{кр.сл1}} = \frac{2\Delta d_{\text{кр}}}{d_{\text{кр}}^*} = \frac{2 \cdot 0,03 \cdot 10^{-3}}{60 \cdot 10^{-3}} = 1 \cdot 10^{-3};$$

$$\Delta v = \delta v v = 0,02 \cdot 0,25 \cdot 10^{-3} = 5 \cdot 10^{-6};$$

$$\delta F_{\text{кр.сл}} = \frac{4\Delta v}{d_{\text{кр}}^*} \tau = \frac{4 \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{0,03 \cdot 10^{-3}} \cdot 10 = 3,333 \cdot 10^{-3};$$

$$\delta F_{\text{кр.сл3}} = 0;$$

$$\delta F_{\text{кр.сл}} = 4,333 \cdot 10^{-3};$$

$$\delta T_{\text{нсл}} = 3 \text{ (дано)};$$

$$\delta \Phi_{\text{сл}} = (-\delta \varphi_1 - \delta \varphi_c - \delta F_{\text{кр.сл}} + \delta F_a) f_4^* =$$

$$= (-0,002 - 0,002 - 4,333 \cdot 10^{-3} + 0,03) \cdot 0,067 = 1,442 \cdot 10^{-3};$$

$$\bar{\Phi}_{\text{сл}} = \delta \Phi_{\text{сл}} + 1 = 1,664 \cdot 10^{-3} + 1 \approx 1,001.$$

Предельные случайные отклонения, вызванные случайными отклонениями параметров камеры сгорания, соплового блока и заряда:

$$\delta \Phi_{\text{сл}}^{\text{пред}} = f_4^* \sqrt{\delta \varphi_1^2 + \delta \varphi_c^2 + \delta F_{\text{кр.сл}}^2 + \delta F_a^2} =$$

$$= 0,067 \sqrt{0,002^2 + 0,002^2 + (4,333 \cdot 10^{-3})^2 + 0,03^2} = 2,026 \cdot 10^{-3};$$

$$\delta p_{\text{к.сл}}^{\text{пред}} = \frac{1}{1 - v} \left[ \delta \rho_{\text{т.сл}}^2 + \delta u_{\text{сл}}^2 + \delta F_{\text{г.сл}}^2 + \left( \frac{1}{2} \delta \chi \right)^2 + \left( \frac{1}{2} \delta (R_{\text{к}} T_{\text{к}})_{\text{сл}} \right)^2 + \right.$$

$$\left. + \delta \varphi_c^2 + \delta F_{\text{кр.сл}}^2 \right]^{1/2} = \frac{1}{1 - 0,53} \left[ 0,006^2 + 0,039^2 + 0,008^2 + \right.$$

$$\left. + \left( \frac{1}{2} \cdot 0,002 \right)^2 + \left( \frac{1}{2} \cdot 0,011 \right)^2 + 0,002^2 + (4,333 \cdot 10^{-3})^2 \right]^{1/2} =$$

$$= 0,087;$$

$$\delta \dot{m}_{\text{сл}}^{\text{пред}} = \frac{1}{1 - v} \left[ \delta \rho_{\text{т.сл}}^2 + \delta u_{\text{сл}}^2 + \delta F_{\text{г.сл}}^2 + \left( \frac{v}{2} \delta \chi \right)^2 + \right.$$

$$\left. + \left( \frac{v}{2} \delta (R_{\text{к}} T_{\text{к}})_{\text{сл}} \right)^2 + \delta \varphi_c^2 + (v \delta F_{\text{кр.сл}})^2 \right]^{1/2} =$$

$$= \frac{1}{1 - 0,53} \left[ 0,006^2 + 0,039^2 + 0,008^2 + \left( \frac{0,53}{2} \cdot 0,002 \right)^2 + \right.$$

$$\left. + \left( \frac{0,53}{2} \cdot 0,011 \right)^2 + 0,002^2 + (0,53 \cdot (4,333 \cdot 10^{-3}))^2 \right]^{1/2} = 0,086;$$

$$\delta P_{\text{сл}}^{\text{пред}} =$$

$$= \sqrt{a^2 \left( \delta \varphi_1^2 + \delta \varphi_c^2 + (\delta p_{\text{к.сл}}^{\text{пред}})^2 + \delta F_{\text{кр.сл}}^2 + (\delta \Phi_{\text{сл}}^{\text{пред}})^2 \right) + b^2 \delta F_a^2} =$$

$$= \left[ 1,065^2 \left( 0,002^2 + 0,002^2 + 0,086^2 + (4,333 \cdot 10^{-3})^2 + (2,026 \cdot 10^{-3})^2 \right) + 0,065^2 \cdot 0,03^2 \right]^{1/2} = 0,093.$$

Отклонения, вызванные неслучайными изменениями параметров камеры сгорания, соплового блока и заряда, определяем следующим образом.

Расчет проводим аналогично примеру 1 до п. 3.

3. Тепловым расширением пренебрегаем:  $\delta p_{kt_k} = 0$ ;  $\delta \dot{m}_{t_k} = 0$ ;  $\delta P_{t_k} = 0$ .

4. Отклонения, вызванные разгаром сопла:

$$\bar{F}_{крv} = \left( 1 + \frac{2v\tau}{d_{кр}^*} \right)^2;$$

$$\delta F_{крv} = \bar{F}_{крv} - 1;$$

$$\bar{p}_{kv} = \left[ \frac{1}{\bar{F}_{крv}} \right]^{\frac{1}{1-v}};$$

$$\delta p_{kv} = \bar{p}_{kv} - 1;$$

$$\bar{\dot{m}}_v = \left[ \frac{1}{\bar{F}_{крv}} \right]^{\frac{1}{1-v}};$$

$$\delta \dot{m}_v = \bar{\dot{m}}_v - 1;$$

$$\bar{P}_v = (1 + b) \left[ \frac{1}{\bar{F}_{крv}} \right]^{\frac{1}{1-v}} \bar{\Phi}_{сж} - b;$$

$$\delta P_v = \bar{P}_v - 1.$$

Сведем результаты в табл. 2.1.

Таблица 2.1

$\tau, c$	$\bar{F}_{крv}$	$\delta F_{крv}$	$\bar{p}_{kv}$	$\delta p_{kv}$	$\bar{\dot{m}}_v$	$\delta \dot{m}_v$	$\bar{P}_v$	$\delta P_v$
0,0	1,000	0,000	1,000	0,000	1,000	0,000	1,000	0,000
2,0	1,034	0,034	0,932	-0,068	0,932	-0,068	0,929	-0,071
4,0	1,068	0,068	0,870	-0,130	0,870	-0,130	0,863	-0,137
6,0	1,103	0,103	0,813	-0,187	0,813	-0,187	0,802	-0,198
8,0	1,138	0,138	0,760	-0,240	0,760	-0,240	0,745	-0,255
10,0	1,174	0,174	0,711	-0,289	0,711	-0,289	0,694	-0,306

5. Определяем по формулам (19)–(24) предельные отклонения основных параметров двигателя:

$$\tau = 0 \text{ с};$$

$$\delta p_{\kappa\Sigma}^{\max} = 0,087 + 0,066 + 0,087 + 0 + 0 = 0,24;$$

$$\delta p_{\kappa\Sigma}^{\min} = -0,087 - 0,165 - 0,087 + 0 + 0 = -0,339;$$

$$\delta \dot{m}_{\Sigma}^{\max} = 0,086 + 0,066 + 0,087 + 0 + 0 = 0,239;$$

$$\delta \dot{m}_{\Sigma}^{\min} = -0,086 - 0,165 - 0,087 + 0 + 0 = -0,338;$$

$$\delta P_{\Sigma}^{\max} = 0,093 + 0,07 + 0,093 + 0 + 0 = 0,257;$$

$$\delta P_{\Sigma}^{\min} = -0,093 - 0,175 - 0,093 + 0 + 0 = -0,36;$$

$$\tau = 2 \text{ с};$$

$$\delta p_{\kappa\Sigma}^{\max} = 0,087 + 0,066 + 0,087 + 0 - 0,068 = 0,172;$$

$$\delta p_{\kappa\Sigma}^{\min} = -0,087 - 0,165 - 0,087 + 0 - 0,068 = -0,407;$$

$$\delta \dot{m}_{\Sigma}^{\max} = 0,086 + 0,066 + 0,087 + 0 - 0,068 = 0,171;$$

$$\delta \dot{m}_{\Sigma}^{\min} = -0,086 - 0,165 - 0,087 - 0,011 + 0 = -0,406;$$

$$\delta P_{\Sigma}^{\max} = 0,092 + 0,07 + 0,093 + 0 - 0,071 = 0,185;$$

$$\delta P_{\Sigma}^{\min} = -0,092 - 0,175 - 0,093 + 0 - 0,071 = -0,432$$

и т. д.

Результаты расчета сводим в табл. 2.2.

Таблица 2.2

$\tau, \text{ с}$	$\delta p_{\kappa\Sigma}^{\max}$	$\delta \dot{m}_{\Sigma}^{\max}$	$\delta P_{\Sigma}^{\max}$
	$\delta p_{\kappa\Sigma}^{\min}$	$\delta \dot{m}_{\Sigma}^{\min}$	$\delta P_{\Sigma}^{\min}$
0	0,240 -0,339	0,239 -0,338	0,257 -0,360
2	0,172 -0,407	0,171 -0,406	0,185 -0,432
4	0,109 -0,469	0,108 -0,468	0,118 -0,499
6	0,052 -0,526	0,051 -0,525	0,057 -0,560

$\tau, \text{с}$	$\delta p_{\kappa\Sigma}^{\max}$ $\delta p_{\kappa\Sigma}^{\min}$	$\delta \dot{m}_{\Sigma}^{\max}$ $\delta \dot{m}_{\Sigma}^{\min}$	$\delta P_{\Sigma}^{\max}$ $\delta P_{\Sigma}^{\min}$
8	-0,00057 -0,57900	-0,00157 -0,57800	0,0012 -0,6160
10	-0,04900 -0,62700	-0,05000 -0,62600	-0,0510 -0,6680

### СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бабкин А.И., Белов С.В., Рutowский Н.Б., Соловьев Е.В. Основы теории автоматического управления ракетными двигательными установками. М.: Машиностроение, 1978.

2. Белов С.В. Методическое пособие по выполнению домашнего задания по курсу «Регулирование двигателей». Рукопись (имеется на кафедре Э-1).

## ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Основные теоретические сведения .....	3
2. Определение отклонений параметров камеры сгорания, соплового блока и заряда твердого топлива от номинальных значений .....	5
3. Определение предельных отклонений $p_k$ , $\dot{m}$ и $P$ , вызванных случайными отклонениями параметров камеры сгорания, соплового блока и заряда .....	10
4. Определение отклонений $p_k$ , $\dot{m}$ и $P$ , вызванных неслучайными отклонениями параметров камеры сгорания, соплового блока и заряда .....	12
5. Определение суммарных предельных отклонений $p_k$ , $\dot{m}$ и $P$ в случае нерегулируемого сопла .....	14
6. Примеры определения суммарных предельных отклонений параметров РДТТ .....	15
Список рекомендуемой литературы .....	27