Лабораторная работа № 1 (Олейник Е.И.)

Задание 1.

Две абстракции называются альфа-эквивалентными, если результаты их бета-редукции на одинаковых значениях аргументов совпадают (в качестве аргументов возьмём 42 и 422):

1. λxy. xz
   (λxy. xz)42 = (λx. (λy. xz))42
   x := 4 => (λy. 4z)2
   y:= 2 => **<u>4z</u>**
   a) λxz. xz
      (λxz. xz)42 = (λx. (λz. xz))42
      x := 4 => (λz. 4z)2
      z := 2 => <u>42</u> => не эквивалентны
   b) λmn. mz
      (λmn. mz)42 = (λm. (λn. mz))42
      m := 4 => (λn. 4z)2
      n := 2 => <u>4z</u> => **эквивалентны**
   c) λz(λx). xz
      (λz(λx). xz)42
      z := 4 => (λx. x4)2
      x := 2 => <u>24</u> => не эквивалентны

2. λxy. xxy

   (λx. (λy. xxy))42

   x := 4 => (λy. 44y)2
   y := 2 => **<u>442</u>**
   a) λmn. mnp
      (λm. (λn. mnp))42
      m := 4 => (λn. 4np)2
      n := 2 => <u>42p</u> => не эквивалентны
   b) λx(λy). xy
      (λx(λy).xy)42
      x := 4 => (λy. 4y)2
      y := 2 => <u>42</u> => не эквивалентны
   c) λa(λb). aab
      (λa(λb). aab)42
      a := 4 => (λb. 44b)2
      b := 2 => <u>442</u> => **эквивалентны**

3. λ xyz. zx
   (λx. λy. λz. zx)422
   x := 4 => (λy. λz. z4)22
   y := 2 => (λz. z4)2
   z := 2 => **<u>24</u>**

   a) λx. (λy). (λz) (нет аргумента для функции)

   b) λtos. st

(λt. λo. λs. st)422

t := 4   =>   (λo. λs. s4)22
o := 2   =>   (λs. s4)2
s := 2   =>   **<u>24</u>**   =>   **эквивалентны**

c)   λmnp. mn

(λm. λn. λp. mn)422

m := 4   =>   (λn. λp. 4n)22
n := 2   =>   (λp.42)2
p := 2   =>   <u>42</u>   =>   не эквивалентны

Задание 2

Комбинатором называется абстракция, в которой отсутствуют свободные переменные (переменные, не встречающиеся в голове).

1. λx. xxx   =>   комбинатор (все переменные связные)

2. λxy. <u>z</u>x   =>   не комбинатор (есть свободная переменная z)

3. λxyz. xy(zx)   =>   комбинатор (все переменные связные)

4. λxyz. xy(zxy)   =>   комбинатор (все переменные связные)

5. λxy. xy(<u>z</u>xy)   =>   не комбинатор (есть свободная переменная z)

Задание 3

1. λx. xxx   -   бета-редукцию применить нельзя, так как выражение уже в бета-нормальной форме.

2. (λz. zz)(λy. yy)   -   процесс расходится, так как z ≔ λy. yy   =>   (λy. yy) (λy. yy) и далее бета-редукцию применить нельзя.

3. (λx. xxx)z   -   процесс сходится, так как (λx. xxx)z => x ≔ z   => zzz .

Задание 4

1. (λabc.cba)zz(λwv.w)

   a := z   =>   (λbc.cbz)z(λwv.w)

   b := z   =>   (λc.czz)(λwv.w)

   c := (λwv.w)   =>   (λwv.w)zz

   w := z   =>   (λv.z)z

   v := z   =>   <u>z</u>

2. (λx.λy.xyy)(λa.a)b

   x := (λa.a)b   =>   λy.(λa.a)byy

   y := b   =>   (λa.a)bb

   a := b   =>   <u>bb</u>

3. (λy.y)(λx.xx)(λz.zq)

y := (λz.zq)   =>   (λz.zq) (λx.xx)

z := (λx.xx)   =>   (λx.xx)q

x := q   =>   <u>qq</u>

4. (λz.z)(λz.zz)(λz.zy)   ⇔   (λm.m)(λn.nn)(λz.zy)

   m := (λn.nn)   =>   (λn.nn)(λz.zy)

   n := (λz.zy)   =>   (λz.zy)(λz.zy)

   z := (λz.zy)   =>   (λz.zy)y

   z :=y   =>   <u>yy</u>

5. (λx.λy.xyy)(λy.y)y   ⇔   (λx.λy.xyy)(λa.a)y

   x := (λa.a)   =>   (λy.(λa.a)yy)y = (λa.a)yy

   a := y   =>   <u>yy</u>

6. (λa.aa)(λb.ba)c

   a := (λb.ba)   =>   (λb.ba)(λb.ba)c

   b := (λb.ba)   =>   (λb.ba)ac

   b := a   =>   <u>aac</u>

7. (λxyz.xz(yz))(λx.z)(λx.a)   ⇔   (λxyz.xz(yz))(λm.n)(λp.a)

   x := (λm.n)   =>   (λyz.(λm.n)z(yz))(λp.a)

   y := (λp.a)   =>   λz.(λm.n)z((λp.a)z)

   p := z   =>   λz.(λm.n)za

   m := z   => <u>λz.za</u>