

Лабораторная работа № 1 (Олейник Е.И.)

Задание 1.

Две абстракции называются альфа-эквивалентными, если результаты их бета-редукции на одинаковых значениях аргументов совпадают (в качестве аргументов возьмём 42 и 422):

1. $\lambda xy. xz$

$$(\lambda xy. xz)42 = (\lambda x. (\lambda y. xz))42$$

$$x := 4 \Rightarrow (\lambda y. 4z)2$$

$$y := 2 \Rightarrow \underline{4z}$$

a) $\lambda xz. xz$

$$(\lambda xz. xz)42 = (\lambda x. (\lambda z. xz))42$$

$$x := 4 \Rightarrow (\lambda z. 4z)2$$

$$z := 2 \Rightarrow \underline{42} \Rightarrow \text{не эквивалентны}$$

b) $\lambda mn. mz$

$$(\lambda mn. mz)42 = (\lambda m. (\lambda n. mz))42$$

$$m := 4 \Rightarrow (\lambda n. 4z)2$$

$$n := 2 \Rightarrow \underline{4z} \Rightarrow \text{эквивалентны}$$

c) $\lambda z(\lambda x). xz$

$$(\lambda z(\lambda x). xz)42$$

$$z := 4 \Rightarrow (\lambda x. x4)2$$

$$x := 2 \Rightarrow \underline{24} \Rightarrow \text{не эквивалентны}$$

2. $\lambda xy. xxy$

$$(\lambda x. (\lambda y. xxy))42$$

$$x := 4 \Rightarrow (\lambda y. 44y)2$$

$$y := 2 \Rightarrow \underline{442}$$

a) $\lambda mn. mnp$

$$(\lambda m. (\lambda n. mnp))42$$

$$m := 4 \Rightarrow (\lambda n. 4np)2$$

$$n := 2 \Rightarrow \underline{42p} \Rightarrow \text{не эквивалентны}$$

b) $\lambda x(\lambda y). xy$

$$(\lambda x(\lambda y). xy)42$$

$$x := 4 \Rightarrow (\lambda y. 4y)2$$

$$y := 2 \Rightarrow \underline{42} \Rightarrow \text{не эквивалентны}$$

c) $\lambda a(\lambda b). aab$

$$(\lambda a(\lambda b). aab)42$$

$$a := 4 \Rightarrow (\lambda b. 44b)2$$

$$b := 2 \Rightarrow \underline{442} \Rightarrow \text{эквивалентны}$$

3. $\lambda xyz. zx$

$$(\lambda x. \lambda y. \lambda z. zx)422$$

$$x := 4 \Rightarrow (\lambda y. \lambda z. z4)22$$

$$y := 2 \Rightarrow (\lambda z. z4)2$$

$$z := 2 \Rightarrow \underline{24}$$

a) $\lambda x. (\lambda y). (\lambda z)$ (нет аргумента для функции)

b) $\lambda tos. st$

$(\lambda t. \lambda o. \lambda s. st)$ 422

$t := 4 \Rightarrow (\lambda o. \lambda s. s4)$ 22

$o := 2 \Rightarrow (\lambda s. s4)$ 2

$s := 2 \Rightarrow \underline{24} \Rightarrow$ эквивалентны

с) $\lambda mnp. mn$

$(\lambda m. \lambda n. \lambda p. mn)$ 422

$m := 4 \Rightarrow (\lambda n. \lambda p. 4n)$ 22

$n := 2 \Rightarrow (\lambda p. 42)$ 2

$p := 2 \Rightarrow \underline{42} \Rightarrow$ не эквивалентны

Задание 2

Комбинатором называется абстракция, в которой отсутствуют свободные переменные (переменные, не встречающиеся в голове).

1. $\lambda x. xxx \Rightarrow$ комбинатор (все переменные связанные)
2. $\lambda xy. \underline{z}x \Rightarrow$ не комбинатор (есть свободная переменная z)
3. $\lambda xyz. xy(zx) \Rightarrow$ комбинатор (все переменные связанные)
4. $\lambda xyz. xy(zxy) \Rightarrow$ комбинатор (все переменные связанные)
5. $\lambda xy. xy(\underline{z}xy) \Rightarrow$ не комбинатор (есть свободная переменная z)

Задание 3

1. $\lambda x. xxx$ - бета-редукцию применить нельзя, так как выражение уже в бета-нормальной форме.
2. $(\lambda z. zz)(\lambda y. yy)$ - процесс расходится, так как $z := \lambda y. yy \Rightarrow (\lambda y. yy) (\lambda y. yy)$ и далее бета-редукцию применить нельзя.
3. $(\lambda x. xxx)z$ - процесс сходится, так как $(\lambda x. xxx)z \Rightarrow x := z \Rightarrow zzz$.

Задание 4

1. $(\lambda abc.cba)zz(\lambda wv.w)$
 $a := z \Rightarrow (\lambda bc.cbz)z(\lambda wv.w)$
 $b := z \Rightarrow (\lambda c.czz)(\lambda wv.w)$
 $c := (\lambda wv.w) \Rightarrow (\lambda wv.w)zz$
 $w := z \Rightarrow (\lambda v.z)z$
 $v := z \Rightarrow \underline{z}$
2. $(\lambda x.\lambda y.xy)(\lambda a.a)b$
 $x := (\lambda a.a)b \Rightarrow \lambda y.(\lambda a.a)byy$
 $y := b \Rightarrow (\lambda a.a)bb$
 $a := b \Rightarrow \underline{bb}$
3. $(\lambda y.y)(\lambda x.xx)(\lambda z.zq)$

$$y := (\lambda z.zq) \Rightarrow (\lambda z.zq) (\lambda x.xx)$$

$$z := (\lambda x.xx) \Rightarrow (\lambda x.xx)q$$

$$x := q \Rightarrow \underline{qq}$$

$$4. (\lambda z.z)(\lambda z.zz)(\lambda z.zy) \Leftrightarrow (\lambda m.m)(\lambda n.nn)(\lambda z.zy)$$

$$m := (\lambda n.nn) \Rightarrow (\lambda n.nn)(\lambda z.zy)$$

$$n := (\lambda z.zy) \Rightarrow (\lambda z.zy)(\lambda z.zy)$$

$$z := (\lambda z.zy) \Rightarrow (\lambda z.zy)y$$

$$z := y \Rightarrow \underline{yy}$$

$$5. (\lambda x.\lambda y.xyy)(\lambda y.y)y \Leftrightarrow (\lambda x.\lambda y.xyy)(\lambda a.a)y$$

$$x := (\lambda a.a) \Rightarrow (\lambda y.(\lambda a.a)yy)y = (\lambda a.a)yy$$

$$a := y \Rightarrow \underline{yy}$$

$$6. (\lambda a.aa)(\lambda b.ba)c$$

$$a := (\lambda b.ba) \Rightarrow (\lambda b.ba)(\lambda b.ba)c$$

$$b := (\lambda b.ba) \Rightarrow (\lambda b.ba)ac$$

$$b := a \Rightarrow \underline{aac}$$

$$7. (\lambda xyz.xz(yz))(\lambda x.z)(\lambda x.a) \Leftrightarrow (\lambda xyz.xz(yz))(\lambda m.n)(\lambda p.a)$$

$$x := (\lambda m.n) \Rightarrow (\lambda yz.(\lambda m.n)z(yz))(\lambda p.a)$$

$$y := (\lambda p.a) \Rightarrow \lambda z.(\lambda m.n)z((\lambda p.a)z)$$

$$p := z \Rightarrow \lambda z.(\lambda m.n)za$$

$$m := z \Rightarrow \underline{\lambda z.na}$$