Санкт-Петербургский Политехнический Университет Петра Великого Институт компьютерных наук и технологий Кафедра компьютерных систем и программных технологий

Лабораторная работа №7 Помехоустойчивое кодирование

Руководитель	
	_ Богач Н.В.
Выполнил	
	_ Солдатова Е.И.
группа 33501/3	

1. Цель работы

Изучение методов помехоустойчивого кодирования и сравне- ние их свойств

2. Постановка задачи

- 1) Провести кодирование/декодирование сигнала, полученного с помощью функции randerr кодом Хэмминга 2-мя способами: с помощью встроенных функций encode/decode, а также через создание проверочной и генераторной матриц и вычисление синдрома. Оценить корректирующую способность кода.
- 2) Выполнить кодирование/декодирование циклическим кодом, кодом БЧХ, кодом Рида-Соломона. Оценить корректирующую способность кода.

3. Теоретическая часть

Кодированием и декодированием (в широком смысле) называют любое преобразование сообщения в сигнал и обратно, сигнала в сообщение, путем установления взаимного соответствия. Преобразование следует считать оптимальным, если в конечном итоге производительность источника и пропускная способность канала окажутся равными, т.е. возможности канала будут полностью использованы. Данное преобразование разбивается на два этапа:

- модуляция-демодуляция, позволяющая осуществить переход от непрерывного сигнала радиоканала к дискретному;
- кодирование-декодирование (в узком смысле), во время которого все операции выполняются над последовательностью символов.

В свою очередь, кодирование-декодирование делится на два противоположных по своим действиям действиям этапа:

- устранение избыточности в принимаемом от источника сигнале (экономное кодирование);
- внесение избыточности в передаваемый по каналу цифровой сигнал (помехоустойчивое или избыточное кодирование) для повышения достоверности передаваемой информации.

Циклический код — линейный, блочный код, обладающий свойством цикличности, то есть каждая циклическая перестановка кодового слова также является кодовым словом. Используется для преобразования информации для защиты её от ошибок.

К циклическим кодам относятся коды Хэмминга, которые являются одним из немногочисленных примеров совершенных кодов. Они имеют кодовое расстояние d=3 и исправляют все одиночные ошибки. Длина кода выбирается из условия $2^{n-k}-1=n$, которое имеет простой смысл: число различных ненулевых синдромов равно числу символов в кодовой последовательности.

Среди циклических кодов широкое применение нашли коды Боуза-Чоудхури-Хоквингема (БЧХ). Можно показать, что для любых целых положительных чисел m и l < n/2 существует двоичный код БЧХ длины $n = 2^m - 1$, с кодовым расстоянием d > 2l + 1. Для кодов БЧХ умеренной длины и ΦM при передаче символов можно добиться значительного выигрыша (4 дБ и более). Он достигается при скоростях (1/3 < k/n < 3/4). При очень высоких и очень низких скоростях выигрыш от кодирования существенно уменьшается.

Частным случаем БЧХ кодов являются коды Рида-Соломона, корректирующая способность которых, соответственно, ниже.

4. Ход работы

Результат кодирования/декодирования кодом Хэмминга с использованием стандартных функций:

```
\begin{aligned} \text{msg} &= [0 \ 1 \ 1 \ 1] \\ \text{code} &= \text{encode}(\text{msg}, 7, 4) \\ \text{code}(1) &= \text{not}(\text{code}(1)) \\ \text{dec,err} &= \text{decode}(\text{code}, 7, 4) \end{aligned}
```

Результат работы программы:

```
msg =

0 1 1 1 1

code =

0 0 1 0 1 1 1

code =

1 0 1 0 1 1 1

dec =

0 1 1 1 1
```

Результат кодирования/декодирования кодом Хэмминга с использованием проверочной и генераторной матриц и вычисление синдрома:

```
\begin{array}{l} msg = [0 \ 1 \ 1 \ 1] \\ h,g,n,k = hammgen(3) \\ m = msg*g; \\ m = rem(m,ones(1,n).*2); \\ m(4) = not(m(4)); \\ synd = m*h'; \\ synd = rem(synd,ones(1,n-k).*2); \\ stbl = syndtable(h); \\ tmp = bi2de(synd,'left-msb') \\ z = stbl(tmp+1,:) \\ rez = xor(m,z) \end{array}
```

```
stbl =
msg =
        1
           1
                1
h =
    1
              0
             0
                                 0
                  1
                       1
                            1
         1
              1
                       1
g =
         1
             0
                       0
                            0
                                 0
    1
                  1
         1
             1
                       1
         1
             1
                  0
                       0
                                 0
    1
                            1
                                 1
n =
    7
synd =
             0
         1
    1
tmp =
z =
             0
                1
                     0
  1×7 logical array
  0 0 1 0 1 1 1
```

Результат кодирования/декодирования циклическим кодом:

```
\begin{split} msg &= [0\ 1\ 1\ 1] \\ pol &= cyclpoly(7,4) \\ h,g &= cyclgen(7,pol); \\ code &= msg^*g; \\ code &= rem(code,ones(1,n).^*2); \\ code(2) &= not(code(2)); \\ synd &= code^*h'; \\ synd &= rem(synd,ones(1,n-k).^*2); \\ stbl &= syndtable(h); \end{split}
```

```
tmp = bi2de(synd, 'left-msb')

z = stbl(tmp+1,:)

rez = xor(code, z)
```

```
msg =
    0    1    1    1

pol =
    1    0    1    1

tmp =
    2

z =
    0    1    0    0    0    0

rez =
    1×7  logical array
    0    1    0    0    1    1
```

Результат кодирования/декодирования кодом БЧХ:

```
\begin{split} msg &= [0\ 1\ 1\ 1] \\ codebch &= comm.BCHEncoder(7,4) \\ decbch &= comm.BCHDecoder(7,4) \\ temp &= msg'; \\ code &= step\ (codebch\ ,\ temp(:))' \\ code(2) &= not(code(2)) \\ decode &= step\ (decbch\ ,\ code')' \end{split}
```

```
msg =

0 1 1 1

codebch =

comm.BCHEncoder with properties:

CodewordLength: 7
MessageLength: 4
ShortMessageLengthSource: 'Auto'
ShortMessageLength: 4
GeneratorPolynomialSource: 'Auto'
PrimitivePolynomialSource: 'Auto'
PuncturePatternSource: 'None'
```

```
decbch =
  comm.BCHDecoder with properties:
                 CodewordLength: 7
                 MessageLength: 4
        ShortMessageLengthSource: 'Auto'
             ShortMessageLength: 4
       GeneratorPolynomialSource: 'Auto'
       PrimitivePolynomialSource: 'Auto'
          PuncturePatternSource: 'None'
             ErasuresInputPort: false
    NumCorrectedErrorsOutputPort: true
code =
                1
                      1
code =
decode =
    0 1
             1
```

Результат кодирования/декодирования кодом Рида-Соломона:

```
\begin{array}{l} m=3;\\ n=2\hat{m}-1;\\ k=3;\\ msg=gf(0\ 1\ 2;\ 3\ 4\ 5;\ 6\ 7\ 6,m)\\ code=rsenc(msg,n,k)\\ errs=gf([0\ 0\ 0\ 4\ 0\ 0\ 0;\ 2\ 0\ 0\ 0\ 2\ 0\ 0;\ 3\ 4\ 5\ 0\ 0\ 0\ 0\ ],m);\\ code=code+errs\\ dec,errnum=rsdec(code,n,k) \end{array}
```

```
decDch =
msg = GF(2^3) array. Primitive polynomial = D^3+D+1 (11 decimal)
Array elements =
    0     1     2
    3     4     5
    6     7     6

code = GF(2^3) array. Primitive polynomial = D^3+D+1 (11 decimal)
Array elements =
    0     1     2     2     3     1     3
    3     4     5     3     2     2     4
    6     7     6     2     7     3     3

code = GF(2^3) array. Primitive polynomial = D^3+D+1 (11 decimal)
Array elements =
    0     1     2     6     3     1     3
    1     4     5     3     0     2     4
    5     3     3     2     7     3     3

decDch =
dec = GF(2^3) array. Primitive polynomial = D^3+D+1 (11 decimal)
Array elements =
    0     1     2     6     3     1     3
    4     5     3     3     2     7     3     3

errnum =
    1
    2
    -1
```

5. Выводы

В ходе данной работы были получены навыки кодирования цифровых сигналов. Кодирование таких сигналов происходит по принципу избыточности. Каждый из исследованных кодов имеет свои преимущества и недостатки, поэтому использование конкретного из них должно быть обусловлено постановкой определенной задачи. Код Хэмминга достаточно простой в использовании, не требует больших мощностей. Однако он может исправить только одну допущенную ошибку в переданном сообщении. Код Рида-соломона способен исправлять несколько ошибок, так же он может оперировать десятичными числами, а не только двоичными.