7.3

In [2]:

```
import numpy as np
import scipy.stats as st
import matplotlib.pyplot as plt
from IPython.display import display, Markdown, Latex

%matplotlib inline
```

In [3]:

```
sample_size = 100
```

$X_1, \ldots, X_n$ - выборка из распределения $N(\theta, 1)$. Найдем априорное распределение, при котором $P(|\theta| < 0.5) = 0.95$. Сопряженное для нормального распределения - $N(a_0, \sigma_0^2)$. Так как условие на θ симметрично относительно нуля, $a_0 = 0$.

$P(-0.5 < \theta < 0.5) = 0.95$

По правиду двух сигм $P(a_0 - 2\sigma < \theta < a_0 + 2\sigma) = F(2) - F(-2) = 2F(2) = 2 * 0.477 = 0.954$ ~ 0.95

Значит $\sigma_0 = 0.25$

$\sigma_0^2 = 0.625$

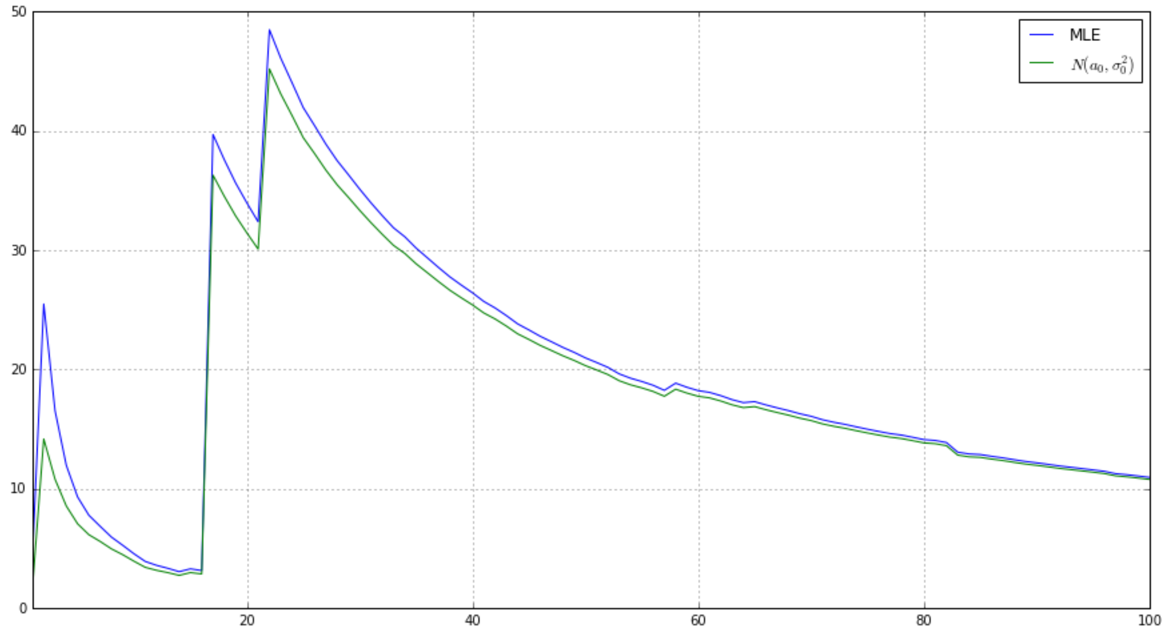
Оценка ММП: $\overline{X}$

Байесовская оценка: $\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{\frac{1}{\sigma_0^2} + n}$

In [20]:

```
sample = st.cauchy(0,1).rvs(size = sample_size)
x = np.arange(1, sample_size + 1)
means = sample.cumsum() / x
sigma = 0.625
est = sample.cumsum() / (1/sigma + x)

plt.figure(figsize=(15, 8))
plt.plot(x, abs(means), color='blue', label='MLE')
plt.plot(x, abs(est), color='green', label='$N(a_0,\sigma^2_0)$')
plt.legend()
plt.xlim((1, 100))
#plt.ylim((-1, 3))
plt.grid()
plt.show()
```



На деле наша выборка из распределения Коши, а не нормального, поэтому оценки, полученные методом максимального правдоподобия и с помощью байесовского подхода довольно плохие. Однако, байесовская оценка ведет себя лучше оценки максимального правдоподобия.