

## 6. Условные математические ожидания и условные распределения II

1. Имеются серверы, которые периодически выходят из строя. Обозначим  $\xi_i$  время между  $i$ -м моментом выходом из строя сервера и  $(i+1)$ -м. Предполагается, что величины  $\xi_i$  независимы в совокупности и имеют экспоненциальное распределение с параметром  $\lambda$ .

Обозначим  $N_t$  — количество серверов, которые вышли из строя к моменту времени  $t$  (в начальный момент времени  $N_0 = 0$ ). В курсе случайных процессов будет доказано, что для любых  $s < t$  величина  $N_t - N_s \sim \text{Pois}(\lambda(t-s))$  и независима с  $N_s$ . При этом  $N_t$  как функция от  $t$  будет называться пуассоновским процессом интенсивности  $\lambda$ .

Необходимо узнать, сколько серверов нужно докупить к моменту времени  $t$  взамен вышедших из строя. В момент времени  $s$  предсказанием количества серверов, вышедших из строя к моменту времени  $t$ , будем считать величину  $E(N_t | N_s)$ . Напишите программу, которая с момента запуска через каждые  $t_0$  секунд будет выводить уточненное значение предсказания. Фактически через каждые  $t_0$  секунд программа должна печатать значение  $E(N_t | N_{kt_0})$  для  $k \in \mathbb{N}$ . В текстовых полях jupyter-ноутбука напишите явно вывод формулы для  $E(N_t | N_s)$ .

В файле 6.csv содержатся сообщения о выходе из строя серверов. По этим данным напишите программу, которая каждая  $t_0$  секунд выдает значение предсказания. Значения параметров  $t_0, t$  и  $\lambda$  также находятся в приложенном файле.