БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Кафедра программного обеспечения информационных технологий

Факультет КСиС

Специальность ПОИТ

Лабораторная работа №1

по дисциплине «Методы оптимизации»

на тему «Элементы динамического программирования»

Выполнил: Зайцева Е.С.

группа 951002

Минск 2021

Вариант 10

Принцип Беллмана

Принцип состоит в том, что, каковы бы ни были начальное состояние на любом шаге и управление, выбранное на этом шаге, последующие управления должны выбираться оптимальными относительно состояния, к которому придет система в конце. Т.о. управление на каждом шаге надо выбирать так, чтобы оптимальной была сумма выигрышей на всех оставшихся до конца процесса шагах, включая выигрыш на данном шаге.

Задание 1

Определить оптимальный цикл замены оборудования при следующих исходных данных:

P ─ покупная цена оборудования составляет 11 ден. ед.;

остаточная стоимость оборудования: c(t) = 3;

f(t) ─ максимальный доход, получаемый от оборудования возраста t лет;

N =8 лет.

Зависимость f N (t) от N задана в таблице:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| t | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| f(t) | 11 | 10 | 9 | 8 | 7 | 5 | 3 | 1 | 0 |

1. К началу анализируемого периода на предприятии установлено новое оборудование;
2. Разработка стратегии на 8 лет, если на начало всего периода оборудованию исполняется 1 год;
3. Разработка стратегии на 8 лет, если на начало всего периода оборудованию исполняется 5 лет;
4. Разработка стратегии на 6 лет, если на начало всего периода оборудованию исполняется 2 года;

Решение

Для данного примера функциональные уравнения будут иметь вид :

Для решения данной задачи заполняем таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | замена |
| f1(t) | 11 | 10 | 9 | 8 | 7 | 5 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| f2(t) | 21 | 19 | 17 | 15 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 |
| f3(t) | 30 | 27 | 24 | 22 | 22 | 22 | 22 | 22 | 22 | 22 |
| f4(t) | 38 | 34 | 31 | 30 | 30 | 30 | 30 | 30 | 30 | 30 |
| f5(t) | 45 | 41 | 39 | 38 | 37 | 37 | 37 | 37 | 37 | 37 |
| f6(t) | 52 | 49 | 47 | 45 | 44 | 44 | 44 | 44 | 44 | 44 |
| f7(t) | 60 | 57 | 54 | 52 | 52 | 52 | 52 | 52 | 52 | 52 |
| f8(t) | 68 | 64 | 61 | 60 | 60 | 60 | 60 | 60 | 60 | 60 |

По результатам вычислений и по линии, разграничивающей области решений сохранения и замены оборудования, находим оптимальные решения для следующих поставленных задач:

1. К началу анализируемого периода на предприятии установлено новое оборудование. Определить оптимальный цикл замены оборудования.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | замена |
| f1(t) | 11 | 10 | 9 | 8 | 7 | 5 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| f2(t) | 21 | 19 | 17 | 15 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 |
| f3(t) | 30 | 27 | 24 | 22 | 22 | 22 | 22 | 22 | 22 | 22 |
| f4(t) | 38 | 34 | 31 | 30 | 30 | 30 | 30 | 30 | 30 | 30 |
| f5(t) | 45 | 41 | 39 | 38 | 37 | 37 | 37 | 37 | 37 | 37 |
| f6(t) | 52 | 49 | 47 | 45 | 44 | 44 | 44 | 44 | 44 | 44 |
| f7(t) | 60 | 57 | 54 | 52 | 52 | 52 | 52 | 52 | 52 | 52 |
| f8(t) | 68 | 64 | 61 | 60 | 60 | 60 | 60 | 60 | 60 | 60 |

F8(0) → (C) → F7(1) → (C) → F6(2) → (C) → F5(3) → (C) → F4(4) → **(З)** → F3(1) → (C) → F2(2) → (C) → F1(3) → (C)

Ответ: за 8 лет эксплуатации оборудования замену необходимо произвести в начале 5-го года эксплуатации.

1. Разработка стратегии на 8 лет, если на начало всего периода оборудованию исполняется 1 год;

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | замена |
| f1(t) | 11 | 10 | 9 | 8 | 7 | 5 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| f2(t) | 21 | 19 | 17 | 15 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 |
| f3(t) | 30 | 27 | 24 | 22 | 22 | 22 | 22 | 22 | 22 | 22 |
| f4(t) | 38 | 34 | 31 | 30 | 30 | 30 | 30 | 30 | 30 | 30 |
| f5(t) | 45 | 41 | 39 | 38 | 37 | 37 | 37 | 37 | 37 | 37 |
| f6(t) | 52 | 49 | 47 | 45 | 44 | 44 | 44 | 44 | 44 | 44 |
| f7(t) | 60 | 57 | 54 | 52 | 52 | 52 | 52 | 52 | 52 | 52 |
| f8(t) | 68 | 64 | 61 | 60 | 60 | 60 | 60 | 60 | 60 | 60 |

F8(1) → (C) → F7(2) → (C) → F6(3) → (C) → F5(4) → (C) → F4(5) → **(З)** → F3(1) → (C) → F2(2) → (C) → F1(3) → (C)

Ответ: за 8 лет эксплуатации оборудования замену необходимо произвести в начале 5-го года эксплуатации.

1. Разработка стратегии на 8 лет, если на начало всего периода оборудованию исполняется 5 лет;

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | замена |
| f1(t) | 11 | 10 | 9 | 8 | 7 | 5 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| f2(t) | 21 | 19 | 17 | 15 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 |
| f3(t) | 30 | 27 | 24 | 22 | 22 | 22 | 22 | 22 | 22 | 22 |
| f4(t) | 38 | 34 | 31 | 30 | 30 | 30 | 30 | 30 | 30 | 30 |
| f5(t) | 45 | 41 | 39 | 38 | 37 | 37 | 37 | 37 | 37 | 37 |
| f6(t) | 52 | 49 | 47 | 45 | 44 | 44 | 44 | 44 | 44 | 44 |
| f7(t) | 60 | 57 | 54 | 52 | 52 | 52 | 52 | 52 | 52 | 52 |
| f8(t) | 68 | 64 | 61 | 60 | 60 | 60 | 60 | 60 | 60 | 60 |

F8(5) → **(З)** → F7(1) → (C) → F6(2) → (C) → F5(3) → (C) → F4(4) → **(З)** → F3(1) → (C) → F2(2) → (C) → F1(3) → (C)

Ответ: за 8 лет эксплуатации оборудования замену необходимо произвести в начале 1-го и 5-го года эксплуатации.

1. Разработка стратегии на 6 лет, если на начало всего периода оборудованию исполняется 2 года;

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | замена |
| f1(t) | 11 | 10 | 9 | 8 | 7 | 5 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| f2(t) | 21 | 19 | 17 | 15 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 |
| f3(t) | 30 | 27 | 24 | 22 | 22 | 22 | 22 | 22 | 22 | 22 |
| f4(t) | 38 | 34 | 31 | 30 | 30 | 30 | 30 | 30 | 30 | 30 |
| f5(t) | 45 | 41 | 39 | 38 | 37 | 37 | 37 | 37 | 37 | 37 |
| f6(t) | 52 | 49 | 47 | 45 | 44 | 44 | 44 | 44 | 44 | 44 |
| f7(t) | 60 | 57 | 54 | 52 | 52 | 52 | 52 | 52 | 52 | 52 |
| f8(t) | 68 | 64 | 61 | 60 | 60 | 60 | 60 | 60 | 60 | 60 |

F6(2) → (С) → F5(3) → (C) → F4(4) → **(З)** → F3(1) → (C) → F2(2) → **(З)** → F1(3) → (C)

Ответ: за 6 лет эксплуатации оборудования замену необходимо произвести в начале 3-го и 5-го года эксплуатации.

Задание 2

Совет директоров фирмы рассматривает предложения по наращиванию производственных мощностей для увеличения выпуска однородной продукции на четырех предприятиях, принадлежащих фирме.

Для модернизации предприятий совет директоров инвестирует средства в объеме 250 млн. руб. с дискретностью 50 млн. руб. Прирост выпуска продукции зависит от выделенной суммы, его значения представлены предприятиями и содержатся в таблице:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Инвестиции, млн. руб. | Прирост выпуска продукции, млн. руб. | | | |
| П1 | П2 | П3 | П4 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 50 | 15 | 12 | 17 | 13 |
| 100 | 32 | 30 | 33 | 31 |
| 150 | 39 | 38 | 40 | 37 |
| 200 | 46 | 45 | 47 | 44 |
| 250 | 52 | 54 | 60 | 63 |

1. Найти распределение инвестиций, в размере 250 млн. руб., между 4 предприятиями.
2. Найти распределение инвестиций, в размере 200 млн. руб., между 4 предприятиями.
3. Найти распределение инвестиций, в размере 150 млн. руб., между 3 предприятиями.

Решение

Для данного примера функциональные уравнения будут иметь вид :

Рассмотрим выделение средств первому предприятию: n = 1 .

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x1\*(c) | 0 | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 |
| B1(c) | 0 | 15 | 32 | 39 | 46 | 52 |

n = 2

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| c\x | 0 | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 | B2(c) | x2\*(c) |
| 0 | 0 |  |  |  |  |  | 0 | 0 |
| 50 | 15 | 12 |  |  |  |  | 15 | 0 |
| 100 | 32 | 27 | 30 |  |  |  | 32 | 0 |
| 150 | 39 | 44 | 45 | 38 |  |  | 45 | 100 |
| 200 | 46 | 51 | 62 | 53 | 45 |  | 62 | 100 |
| 250 | 52 | 58 | 69 | 70 | 60 | 54 | 70 | 150 |

n = 3

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| c\x | 0 | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 | B3(c) | x3\*(c) |
| 0 | 0 |  |  |  |  |  | 0 | 0 |
| 50 | 15 | 17 |  |  |  |  | 17 | 50 |
| 100 | 32 | 32 | 33 |  |  |  | 33 | 100 |
| 150 | 45 | 49 | 48 | 40 |  |  | 49 | 50 |
| 200 | 62 | 62 | 65 | 55 | 47 |  | 65 | 100 |
| 250 | 70 | 79 | 78 | 72 | 62 | 60 | 79 | 50 |

n = 4

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| c\x | 0 | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 | B4(c) | x3\*(c) |
| 0 | 0 |  |  |  |  |  | 0 | 0 |
| 50 | 17 | 13 |  |  |  |  | 17 | 0 |
| 100 | 33 | 30 | 31 |  |  |  | 33 | 0 |
| 150 | 49 | 46 | 48 | 37 |  |  | 49 | 0 |
| 200 | 65 | 62 | 64 | 54 | 44 |  | 65 | 0 |
| 250 | 79 | 78 | 80 | 70 | 61 | 63 | 80 | 100 |

По результатам вычислений находим оптимальные решения для следующих поставленных задач:

1. Максимальный прирост выпуска продукции на 4 предприятиях при распределении между ними 250 млн.. ден. ед. составляет 80 млн. ден. ед. и будет получен при следующем распределении:

1-ому предприятию выделить 100 млн. ден. ед.

2-ому выделить 0 млн. ден. ед.

3-ему выделить 50 млн. ден. ед.

4-ому выделить 100 млн. ден. ед.

1. Максимальный прирост выпуска продукции на 4 предприятиях при распределении между ними 200 млн.. ден. ед. составляет 65 млн. ден. ед. и будет получен при следующем распределении:

1-ому предприятию выделить 100 млн. ден. ед.

2-ому выделить 0 млн. ден. ед.

3-ему выделить 100 млн. ден. ед.

4-ому выделить 0 млн. ден. ед.

1. Максимальный прирост выпуска продукции на 3 предприятиях при распределении между ними 150 млн.. ден. ед. составляет 49 млн. ден. ед. и будет получен при следующем распределении:

1-ому предприятию выделить 100 млн. ден. ед.

2-ому выделить 0 млн. ден. ед.

3-ему выделить 50 млн. ден. ед.