Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE Métodos numéricos NRC 3657

Lizeth Abigail Iza Moreno

1 de julio de 2021

Estudio de caso 1

Descripción de la actividad.

1. Utilice el siguiente código para resolver el ejercicio (utilizando un sistema de cien ecuaciones y cien incógnitas). El código es del mismo libro.

Código del sistema de ecuaciones del libro:

```
b=np.array([
def tridiag(n,d,a,c,b):
```

Figura 1: Código del Estudios de casos

Corrida de Escritorio:

```
****Ejercicio de Estudio de casos 1 ****
                                             0.6
                                                        0.58333333
               0.75
÷
                        0.55555556 0.55
    0.57142857 0.5625
                                             0.54545455 0.54166667
    0.53846154 0.53571429 0.53333333 0.53125
                                             0.52941176 0.52777778
    0.52631579 0.525 0.52380952 0.52272727 0.52173913 0.52083333
              0.51923077 0.51851852 0.51785714 0.51724138 0.51666667
    0.51351351 0.51315789 0.51282051 0.5125
                                             0.51219512 0.51190476
    0.51162791 0.51136364 0.51111111 0.51086957 0.5106383 0.51041667
    0.51020408 0.51
                        0.50980392 0.50961538 0.50943396 0.50925926
    0.50909091 0.50892857 0.50877193 0.50862069 0.50847458 0.50833333
    0.50819672 0.50806452 0.50793651 0.5078125 0.50769231 0.50757576
    0.50746269 0.50735294 0.50724638 0.50714286 0.50704225 0.50694444
    0.50684932 0.50675676 0.50666667 0.50657895 0.50649351 0.50641026
    0.50632911 0.50625 0.50617284 0.50609756 0.5060241 0.50595238
    0.50588235 0.50581395 0.50574713 0.50568182 0.50561798 0.50555556
    0.50549451 0.50543478 0.50537634 0.50531915 0.50526316 0.50520833
    0.50515464 0.50510204 0.50505051 1.
```

Figura 2: Ejecución de las soluciones en d

```
[1.5
                       1.16666667 1.125
                                             1.1
                                                       1.08333333
                      1.05555556 1.05
1.07142857 1.0625
                                            1.04545455 1.04166667
1.03846154 1.03571429 1.03333333 1.03125
                                           1.02941176 1.02777778
1.02631579 1.025
                    1.02380952 1.02272727 1.02173913 1.02083333
1.02
          1.01923077 1.01851852 1.01785714 1.01724138 1.01666667
1.01612903 1.015625 1.01515152 1.01470588 1.01428571 1.01388889
1.01351351 1.01315789 1.01282051 1.0125
                                           1.01219512 1.01190476
1.01162791 1.01136364 1.01111111 1.01086957 1.0106383 1.01041667
1.01020408 1.01
                     1.00980392 1.00961538 1.00943396 1.00925926
1.00909091 1.00892857 1.00877193 1.00862069 1.00847458 1.00833333
1.00819672 1.00806452 1.00793651 1.0078125 1.00769231 1.00757576
1.00746269 1.00735294 1.00724638 1.00714286 1.00704225 1.00694444
1.00684932 1.00675676 1.00666667 1.00657895 1.00649351 1.00641026
1.00632911 1.00625
                    1.00617284 1.00609756 1.0060241 1.00595238
1.00588235 1.00581395 1.00574713 1.00568182 1.00561798 1.00555556
1.00549451 1.00543478 1.00537634 1.00531915 1.00526316 1.00520833
1.00515464 1.00510204 1.00505051 1.5
```

Figura 3: Ejecución de las soluciones en b

```
[0.995 1.01 0.985 1.02 0.975 1.03 0.965 1.04 0.955 1.05 0.945 1.06 0.935 1.07 0.925 1.08 0.915 1.09 0.905 1.1 0.895 1.11 0.885 1.12 0.875 1.13 0.865 1.14 0.855 1.15 0.845 1.16 0.835 1.17 0.825 1.18 0.815 1.19 0.805 1.2 0.795 1.21 0.785 1.22 0.775 1.23 0.765 1.24 0.755 1.25 0.745 1.26 0.735 1.27 0.725 1.28 0.715 1.29 0.705 1.3 0.695 1.31 0.685 1.32 0.675 1.33 0.665 1.34 0.655 1.35 0.645 1.36 0.635 1.37 0.625 1.38 0.615 1.39 0.605 1.4 0.595 1.41 0.585 1.42 0.575 1.43 0.565 1.44 0.555 1.45 0.545 1.46 0.535 1.47 0.525 1.48 0.515 1.49 0.505 1.5 ]
```

Figura 4: Ejecución de las soluciones de x

2. Resuelva el sistema de ecuaciones de manera manual y compare los resultados. Concluya lo que sucede en este caso. Puede observar la solución al ejercicio en el libro.

$$\begin{cases} x_1 + 0.5x_2 = 1.5\\ 0.5x_{i-1} + x_i + 0.5x_{i+1} = 2.0 & (2 \le i \le 99)\\ 0.5x_{99} + x_{100} = 1.5 \end{cases}$$

Escribimos el sistema de ecuaciones en forma de matriz

$$\begin{bmatrix} d_1 & c_1 \\ a_1 & d_2 & c_2 \\ & a_2 & d_3 & c_3 \\ & & a_3 & d_4 & c_4 \\ & & & a_4 & d_5 & c_5 \\ & & & & a_5 & d_6 & c_6 \\ & & & & & a_{6} & d_7 & c_7 \\ & & & & & \ddots & \ddots & \ddots \\ & & & & & & a_{n-1} & d_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \\ b_6 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \\ b_6 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

Para resolver este sistema de ecuaciones tomare en cuenta las siguientes fórmulas:

$$\begin{cases} d_i \leftarrow d_i - \left(\frac{a_{i-1}}{d_{i-1}}\right) c_{i-1} \\ b_i \leftarrow b_i - \left(\frac{a_{i-1}}{d_{i-1}}\right) b_{i-1} \end{cases} \quad (2 \leq i \leq n)$$

A continuación resolvemos el sistema de ecuaciones de forma manual:

DATOS:

$$d_1 = 1,$$

$$\overline{b_1} = 1, 5$$

Calculamos:

Cuando i=2

$$d_2 = d_2 - \frac{a_1}{d_1}c_1$$

$$d_2 = 1 - \frac{0.5}{1} * 0.5$$

$$d_2 = 0.75$$

$$b_2 = b_2 - \frac{a_1}{d_1}b_1$$

$$b_2 = 2 - \frac{0.5}{1} * 1.5$$

$$b_2 = 1.25$$

Cuando i=3

$$d_3 = d_3 - \frac{a_2}{d_2}c_2$$

$$d_3 = 1 - \frac{0.5}{0.75} * 0.5$$

$d_3 = 0,66$

$$b_3 = b_3 - \frac{a_2}{d_2}b_2$$

$$b_3 = 2 - \frac{0.5}{0.75} * 1.25$$

$$b_3 = 1.166$$

Cuando i=4

$$d_4 = d_4 - \frac{a_3}{d_3}c_3$$

$$d_4 = 1 - \frac{0.5}{1,166} * 0.5$$

$d_4 = 0,625$

$$b_4 = b_4 - \frac{a_3}{d_3}b_3$$

$$b_4 = 2 - \frac{0.5}{0.66} * 1.166$$

$$b_4 = 1.125$$

Cuando i=5

$$d_5 = d_5 - \frac{a_4}{d_4}c_4$$
$$d_5 = 1 - \frac{0.5}{0.625} * 0.5$$

$d_5 = 0, 6$

$$b_5 = b_5 - \frac{a_4}{d_4}b_4$$

$$b_5 = 2 - \frac{0.5}{0.625} * 1.125$$

$b_5 = 1, 1$

Hasta llegar a i=99

3. Conclusiones:

Como podemos observar los resultados que se obtuvieron en el algoritmo en Python coinciden con las 5 primeras iteraciones que realice de forma manual, concluyendo que el algoritmo nos es de utilidad para realizar este tipo de sistemas de ecuaciones tridiagonales con estas caracteristicas.