信息论期末考试解答

Fan Kai

13 juin 2012

1

设P(X=A)=p，则$I(X;Y)=H(Y)-H(Y|X)=-\frac{p}{2}\log p+(\frac{p}{2}-1)\log(2-p)+1-p$ 然后对p求导，可得$p=\frac{2}{5}$，则$C=\max(I(X;Y))=\log 5-2$.

2

（1）$H(Y|X)=\sum_x p(x)H(Y|X=x)$，注意当固定$X=x$时，$p(Y=1+x)=p(Y=2+x)=\frac{1}{2}$，所以$H(Y|X=x)=H(Z|X=x)$，即$H(Y|X)=H(Z|X)$。又易知，$H(Z|X)\leq H(Z)$，当X，Z独立时等号成立。

（2）易算$C=1$。

（3）$C=\max(H(Y)-H(Y|X))\geq\max(H(Y)-H(Z))=1$。$X,Z$独立时可以取到，$p(x)$为均匀分布。

3

X,Y长度差1，然后就回归到第一次小测验的题目上了，互传1bit即可。

4

若$l_1\geq 3$，不妨设为$c_1=000$，设C_X是以$X\in\{0,1\}^3$开头串的集合。则除了C_{000}，其余串的概率为$1-p_1<\frac{2}{3}$。所以C_{010},C_{011}（即C_{01}）的概率$\leq\frac{2}{3}*\frac{2}{7}<\frac{1}{3}$。所以可以通过交换$000x$和$01x$构造更优的编码。所以$l_1\leq 2$。其中，$l_1=1,2$都很容易构造。

5

采用概率思想，随机抽取一个数是方程的根的概率仅为$\frac{1}{2^{512}}$.