

1. 大体上是给了具体的数字，用互信息的定义来计算互信息。
可以用计算器，没带的话列式子就好，数比较难算

2. 关于信道容量的题目，发出端是 X，X 可取 a1, a2, b1, b2，接收端是 Y，Y 可取 c1, c2, d1, d2，转移的条件概率如下：

P(Y X)	c1	c2	d1	d2
a1	p	1-p		
a2	1-p	p		
b1			p	1-p
b2			1-p	p

随机变量 $\theta = 1$ if $X = a1, a2$
 $\theta = 0$ if $X = b1, b2$

设 $\Pr[\theta = 1] = \alpha$

条件互信息定义 $I(X;Y|Z) := H(X|Z) - H(X|Y,Z)$

1) 证明 $I(X;Y) = H(\theta) + I(X;Y|\theta)$

$$= H(\alpha) + \alpha * H(Y|\theta=1) + (1-\alpha) * H(Y|\theta=0) - H(p)$$

2) 好像是利用第一问的式子推导信道容量之类的

3. 一个信源可以有多种编码方式，现在考虑一种特殊的编码方式：取这个信源的 K 种编码（K 至少为 2），对于信源的每个取值，取 K 种编码中编码长度最小的码字，作为这个取值的编码方式，并在编码前面增加 $\lceil \log K \rceil$ 比特以指明使用的是哪套编码。请问这种新的编码方式是否可能构成最优编码？

我的想法：把编码看成二叉树，新的编码方式一定不是满二叉树，肯定也不是 Huffman 树

4. （这题实在记不清了，只能回忆个大概）Alice 有一个 250 位长的 0/1 串 s，

Bob 每次发给 Alice 一个 250 位长的 0/1 串 t，Alice 计算 $\sum_{i=1}^{250} f(s_i, t_i)$ 四舍五入到小数点后 4(?) 位并返回给 Bob

1) 如果函数 f 是按位相乘，请问能否通过最多 8 次查询确定 s

我的想法：好像不能， $250^8 < 2^{250}$

2) 设计一种 f 使得能用最少的查询次数确定 s

5. 两个分布 $\{p_i\}$, $\{q_i\}$, $i=1\sim n$, 对下标 i 进行分组, 分成 K 组, 每组的 p_i , q_i 求和得到 $\{P_j\}$, $\{Q_j\}$, $j=1\sim K$, 证明不等式:

$$\sum_{i=1}^n p_i \log \frac{p_i}{q_i} \geq \sum_{j=1}^K P_j \log \frac{P_j}{Q_j}$$

我的想法：类似于用 Jensen 不等式证明对数不等式