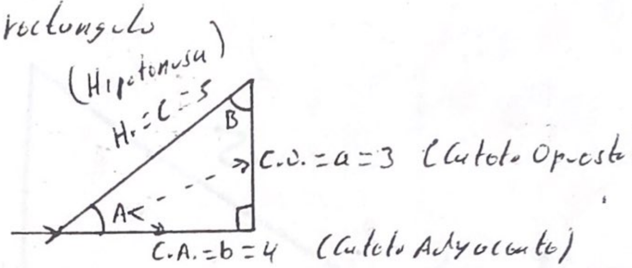
Martes 26/Abril/05

Unidad III : trigonometría

La trigonometría estudia las propiedades y características de la relación existente entre los lados ~~de~~ y los ángulos interiores de un triangulo. El análisis comienza con el estudio de la relación que existe entre los lados y los ángulos agudos de un triangulo rectangulo; de donde se tienen las siguientes funciones trigonométricas:

Del triangulo ~~rectangulo~~ rectangulo



se tiene:

1.- La función trigonométrica seno del ángulo A

$\operatorname{Sen} A = \frac{C.O.}{H.} = \frac{a}{c} = \frac{3}{5}$

2.- La función trigonométrica coseno del ángulo A

$\cos A = \frac{C.A.}{H.} = \frac{b}{c} = \frac{4}{5}$

3.- La función trigonométrica tangente del ángulo A

$\tan A = \frac{C.O.}{C.A.} = \frac{a}{b} = \frac{3}{4}$

4.- La función trigonométrica cotangente del ángulo A

$\operatorname{ctg} A = \frac{C.A.}{C.O.} = \frac{b}{a} = \frac{4}{3}$

5.- La función trigonométrica secante del ángulo A

$\operatorname{Sec} A = \frac{H.}{C.A.} = \frac{c}{b} = \frac{5}{4}$

6.- La función trigonométrica cosecante del ángulo A

$\csc A = \frac{H.}{C.O.} = \frac{c}{a} = \frac{5}{3}$

63

Nota: La definición de las funciones trigonométricas respecto al ángulo B son las mismas, nada más cambian los valores de los catetos; ya que estos son relativos de acuerdo al ángulo de referencia.

ercoles 27 /Abril/05

Funciones trigonométricas Recíprocas

~~no~~ puede observarse en las tres primeras funciones trigonométricas QUE Estas ~~ya~~ se relacionan a los tres lados del triangulo rectangulo, y las tres restantes se relacionan ~~por~~ de forma reciproca; es decir las funciones Sen A, Cos A y tan A son reciprocas a las funciones Ctg A, Sec A y Csc A y viceversa; de donde se tiene la siguiente correspondencia de funciones recíprocas.

$\text{Sen}\,A = \frac{1}{\text{Csc}\,A}$ Demostración: $\frac{1}{\text{Csc}\,A} = \frac{1}{\frac{H.}{C.O.}} = \frac{\frac{1}{1}}{\frac{H.}{C.O.}} = \frac{C.O.}{H.} = \text{Sen}\,A$

$\text{Cos}\,A = \frac{1}{\text{Sec}\,A}$ Demostración $\frac{1}{\text{Sec}\,A} = \frac{1}{\frac{H.}{C.A.}} = \frac{\frac{1}{1}}{\frac{H.}{C.A.}} = \frac{C.A.}{H.} = \text{Cos}\,A$

$\tan A = \frac{1}{\text{Ctg}\,A}$ Demostración $\frac{1}{\text{Ctg}\,A} = \frac{1}{\frac{C.A.}{C.O.}} = \frac{\frac{1}{1}}{\frac{C.A.}{C.O.}} = \frac{C.O.}{C.A.} = \tan A$

$\text{Ctg}\,A = \frac{1}{\tan A}$ Demostración $\frac{1}{\tan A} = \frac{1}{\frac{C.O.}{C.A.}} = \frac{\frac{1}{1}}{\frac{C.O.}{C.A.}} = \frac{C.A.}{C.O.} = \text{Ctg}\,A$

$\text{Sec}\,A = \frac{1}{\text{Cos}\,A}$ Demostración $\frac{1}{\text{Cos}\,A} = \frac{1}{\frac{C.A.}{H.}} = \frac{\frac{1}{1}}{\frac{C.A.}{H.}} = \frac{H.}{C.A.} = \text{Sec}\,A$

$\text{Csc}\,A = \frac{1}{\text{Sen}\,A}$ Demostración $\frac{1}{\text{Sen}\,A} = \frac{1}{\frac{C.O.}{H}} = \frac{\frac{1}{1}}{\frac{C.O.}{H.}} = \frac{H.}{C.O.} = \text{Csc}\,A$

Ejercicios

Calcular.

$\text{Ctg}\,30° = \frac{1}{\tan 30°} = \frac{1}{\ }$

$\text{Sec}\,30° =$

$\text{Csc}\,30° =$

4.- $\text{Ctg}\,60° =$

5.- $\text{Sec}\,60° =$

6.- $\text{Csc}\,60° =$

Jueves 28/Abril/05

Funciones trigonométricas Inversas

Se puede calcular el valor de los ángulos conociendo los lados de un triangulo rectangulo o conociendo la razón de los mismos por medio de las funciones trigonométricas inversas, que surgen al despejar el ángulo de cada una de las funciones trigonométricas directas.:

Calculadora

1.- De $\operatorname{Sen} A = \frac{a}{c} \Rightarrow A = \operatorname{Arc\,Sen}\left(\frac{a}{c}\right) = \operatorname{Sen}^{-1}\left(\frac{a}{c}\right)$

Se lee: Angulo cuya función seno es $\frac{a}{c}$

2.- De $\cos A = \frac{b}{c} \Rightarrow A = \operatorname{Arc\,Cos}\left(\frac{b}{c}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{b}{c}\right)$

se lee: Angulo cuya función coseno es $\frac{b}{c}$

3.- De $\tan A = \frac{a}{b} \Rightarrow A = \operatorname{Arc\,tan}\left(\frac{a}{b}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{a}{b}\right)$

se lee: Angulo cuya función tangente es $\frac{a}{b}$

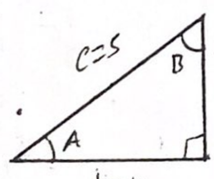
4.- De $\operatorname{ctg} A = \frac{b}{a} \Rightarrow A = \operatorname{Arc\,ctg}\left(\frac{b}{a}\right)$

5.- De $\operatorname{Sec} A = \frac{c}{b} \Rightarrow A = \operatorname{Arc\,Sec}\left(\frac{c}{b}\right)$

6.- De $\operatorname{Csc} A = \frac{c}{a} \Rightarrow A = \operatorname{Arc\,csc}\left(\frac{c}{a}\right)$

Ejemplos

1.- Del triangulo Rectangulo que se muestra determinar el valor de los ángulos A y B



Sol. $\operatorname{Sen} A = \frac{3}{5} \Rightarrow A = \operatorname{Arc\,Sen}\left(\frac{3}{5}\right) =$

$A = \operatorname{Arc\,Sen}(\ .\ ) =$

$\cos B = \frac{3}{5} \Rightarrow B = \operatorname{Arc\,Cos}\left(\frac{3}{5}\right) =$

$B = \operatorname{Arc\,Cos}(\ .\ ) =$

2.- Si $\tan A = .77$ Calcular el valor del ángulo A

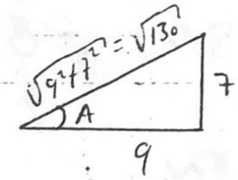
Sol. $A = \operatorname{Arc\,tan}(.77) =$

Viernes 27/Abril/05

· Problemas

1.- Dada la función $\tan A = \frac{7}{9}$ determinar a las 5 funciones faltantes y calcular el valor del ángulo A.

Sol. De $\tan A = \frac{7}{9} = \frac{C.O.}{C.A.} \Rightarrow$



$\therefore \operatorname{Sen} A = \frac{C.O.}{H.} = \frac{7}{\sqrt{130}}$

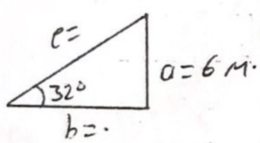
$\operatorname{Cos} A = \frac{C.A.}{H.} = \frac{9}{\sqrt{130}}$ $\quad \operatorname{Sec} A = \frac{\sqrt{130}}{9}$

$\operatorname{Ctg} A = \frac{C.A.}{C.O.} = \frac{9}{7}$ $\quad \operatorname{Csc} A = \frac{\sqrt{130}}{7}$

De $\tan A = \frac{7}{9}$

$\Rightarrow A = \operatorname{Arc\,tan}\left(\frac{7}{9}\right) =$

2.- Calcular el valor de los lados faltantes en el siguiente triangulo rectangulo

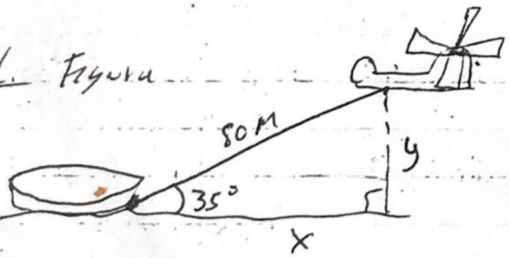


Sol $\operatorname{Sen} 32° = \frac{6}{c} \Rightarrow c = \frac{6}{\operatorname{Sen} 32°} =$

$\tan 32° = \frac{6}{b} \Rightarrow b = \frac{6}{\tan 32°} =$

3.- Un helicoptero esta jalando una Lancha con una cuerda tensada de 80 M de longitud, con ángulo de elevación de 35° ¿A que altura se encuentra el helicoptero? ¿A que distancia se encuentra la Lancha sobre la vertical del helicoptero?

Sol. Figura



a).- $\operatorname{Sen} 35° = \frac{y}{80}$

$\Rightarrow y = 8 \operatorname{Sen} 32°$

$y =$

b).- $\operatorname{Cos} 35° = \frac{x}{80}$

$\Rightarrow x = 80 \operatorname{Cos} 35°$

$x =$

66

Lunes 02/Mayo/05

Signos De las Funciones Trigonométricas Para Angulos De 0° a 360°

Análisis Gráfico

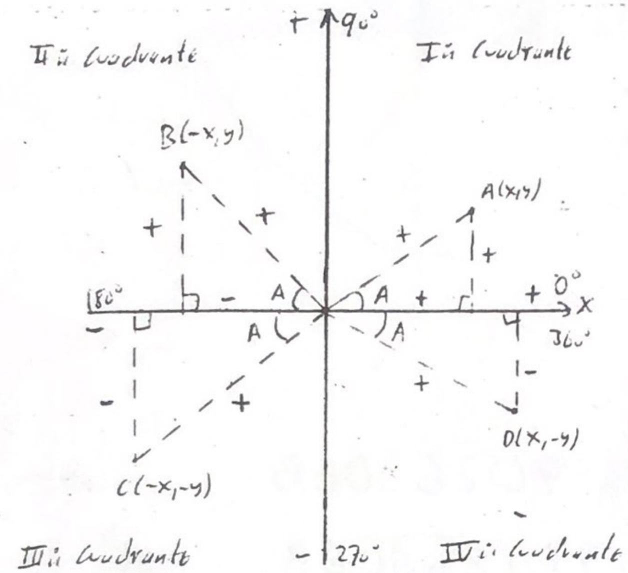


tabla De Signos

Cuadrante / Función	Iº C	IIº C	IIIº C	IVº C	1º R	2º R
Sen A	+	+	-	-		
Cos A	+	-	-	+		
tan A	+	-	+	-		
Ctg A	+	-	+	-		
Sec A	+	-	-	+		
Csc A	+	+	-	-		

Ejemplos De Verificación

1.- Cos 120° = -0.5 — cos 60° IIc = - 0.5

2.- tan 135° = -1 — TAN 45° IIc = -1

3.- Sen 210° = -0.5 — SEN 30° IIIc = -0.5

4.- Cos 230° = -0.642 — COS 50° IIIc = -0.642

5.- Sen 300° = -0.8660 — SEN 60° IVC = -0.8660

6.- Cos 315° = 0.7071 — COS 45° IVc = + 0.7071

7.- tan 340° = -.3639 — TAN 20° IVC = - 0.3639

8.- $Csc\ 300° = \frac{1}{Sen\ 300°} = -$ $\frac{1}{SEN\ 60°}$ IVc $= \frac{1}{-0.866} = -1.154$

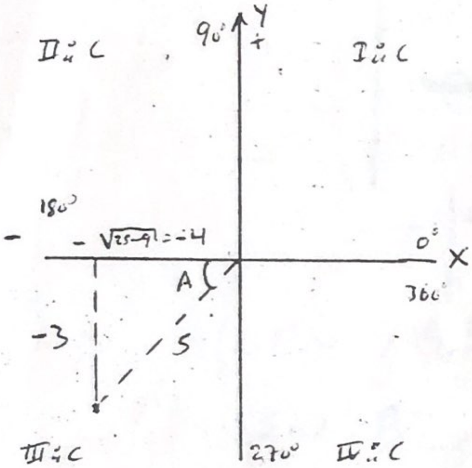
$= \frac{1}{-0.866} = -1.154$

Martes
03/Mayo/05
Ejercicios

1.- Si el Sen $A = -\frac{3}{5}$ y el ángulo A esta situado en tercer cuadrante, determinar las demas funciones y calcular el valor del ángulo A.

COMPLETO

Sol. $\text{Sen } A = -\frac{3}{5} = \frac{C.O}{H}$ III: Cuadrante



$\text{Cos } A = \frac{C.A.}{H.} = \frac{-4}{5}$

$\tan A = \frac{C.O}{C.A.} = \frac{-3}{-4} = +\frac{3}{4} \Rightarrow A = \text{Arc tan}\left(\frac{3}{4}\right) = 36.8°$

Angulo Completo

$180° + 36.8° = \boxed{216.8°}$

$\text{Ctg } A = \frac{C.A.}{C.O.} = \frac{-4}{-3} = +\frac{4}{3}$

$\text{Sec } A = \frac{H.}{C.A.} = \frac{5}{-4}$

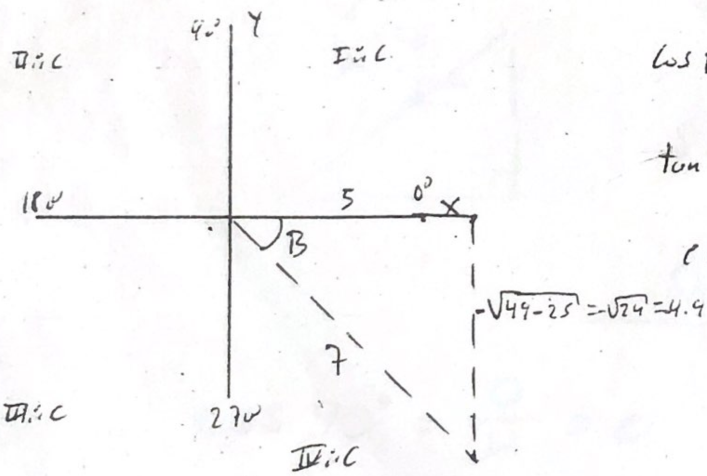
$\text{Csc } A = \frac{H.}{C.O.} = \frac{5}{-3}$

2.- Si Sec $B = \frac{7}{5}$ y el ángulo B esta situado en el cuarto cuadrante, determinar las demas funciones y calcular el valor del ángulo B.

COMPLETO

Sol. $\text{Sec } B = \frac{7}{5} = \frac{H.}{C.A.}$ IV: Cuadrante

$\text{Sen } B = \frac{C.O.}{H.} = \frac{-\sqrt{24}}{7}$



$\text{Cos } B = \frac{C.A}{H} = \frac{5}{7} \Rightarrow B = \text{Arc Cos}\left(\frac{5}{7}\right)$

$\tan B = \frac{C.O}{C.A} = \frac{-\sqrt{24}}{5}$ Angulo Completo

$360° - B =$

$\text{Ctg } B = \frac{C.A.}{C.O.} = \frac{5}{-\sqrt{24}}$

$B = 44.42$

$\text{Csc } B = \frac{H.}{C.O.} = \frac{7}{-\sqrt{24}}$

$\angle B = 315.58$

68

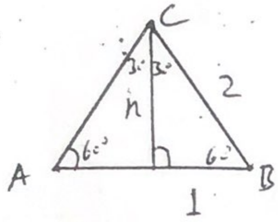
Miércoles

04/Mayo/05

Funciones para los Ángulos Notables de 30°, 45° y 60°

A):- Funciones para 30° y 60°

Se considera un triangulo equilatero de 2 unidades por lado, se traza su bisectriz y altura; se calcula el valor de la altura para determinar a todas las funciones



$h = \sqrt{2^2 - 1^2}$

$h = \sqrt{4-1}$

$h = \sqrt{3}$

$\Rightarrow \operatorname{Sen} 30° = \frac{1}{2}$

$\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\operatorname{ctg} 30° = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$

$\sec 30° = \frac{2}{\sqrt{3}}$

$\csc 30° = \frac{2}{1} = 2$

$\operatorname{Sen} 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos 60° = \frac{1}{2}$

$\tan 60° = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$

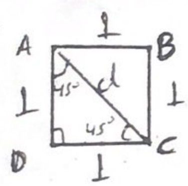
$\operatorname{ctg} 60° = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\sec 60° = \frac{2}{1} = 2$

$\csc 60° = \frac{2}{\sqrt{3}}$

B):- Funciones para 45°

Se considera un cuadrado de una unidad por lado, se traza una diagonal por cualquiera de los cuatro vertices, para obtener dos triangulos rectangulos isosceles con angulos agudos de 45°; se calcula el valor de la diagonal para determinar las 6 funciones



$d = \sqrt{1^2 + 1^2}$

$d = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$

HALLAR $\cos(60° + \theta)$ si $\operatorname{SEN} \theta = \frac{3}{5}$

$\operatorname{SEN}(30° + \theta)$ si $\cos \theta = \frac{4}{5}$

$\Rightarrow \operatorname{Sen} 45° = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\cos 45° = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\tan 45° = \frac{1}{1} = 1$

$\operatorname{ctg} 45° = \frac{1}{1} = 1$

$\sec 45° = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$

$\csc 45° = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$

69

Ejercicio: Calcular $\operatorname{Sen}^2 30° + \operatorname{Sen}^2 45° = (\operatorname{Sen} 30°)^2 + (\operatorname{Sen} 45°)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$

$= \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{4+2}{4}$

* Jueves 05 y Viernes 06/05/05 No hay clases

Lunes 09/05/05

Identidades Trigonométricas

EQUIVALENCIAS

Las identidades trigonométricas son igualdades de expresiones trigonométricas, que una vez que se demuestran se pueden utilizar para demostrar otras identidades más complejas y para resolver ecuaciones trigonométricas. Se tienen tres tipos de identidades:

I.- Identidades Trigonométricas Elementales Lineales

II.- Identidades trigonométricas Pitagóricas Cuadráticas.

III.- Identidades trigonométricas Complejas

I.- Identidades Trigonométricas Elementales Lineales

Las identidades trigonométricas elementales lineales se demuestran a partir de las definiciones y con las funciones recíprocas ya demostradas.

Ejemplos

1.- Demostrar que $\frac{\text{Sen}A}{\text{Cos}A} = \tan A$: $\frac{\frac{C.O.}{H}}{\frac{C.A.}{H}} = \frac{C.O. \times \cancel{H}}{C.A. \times \cancel{H}} = \frac{C.O.}{C.A.} = \tan A$

2.- Demostrar que $\frac{\text{Cos}A}{\text{Sen}A} = \text{ctg}A$: $\frac{\frac{C.A.}{H}}{\frac{C.O.}{H}} = \frac{C.A. \times \cancel{H}}{C.O. \times \cancel{H}} = \frac{C.A.}{C.O.} = \text{ctg}A$

3.- Demostrar que $\frac{\tan A}{\text{Sen}A} = \text{Sec}A$: $\frac{\frac{C.O.}{C.A.}}{\frac{C.O.}{H}} = \frac{\cancel{C.O.} \times H}{\cancel{C.O.} \times C.A.} = \frac{H}{C.A.} = \text{Sec}A$

4.- Demostrar que $\text{Sen}A \cdot \text{Csc}A = 1$: $\text{Sen}A \cdot \frac{1}{\text{Sen}A} = 1$

5.- Demostrar que $\text{Cos}A \cdot \text{Sec}A = 1$: $\text{Cos}A \cdot \frac{1}{\text{Cos}A} = 1$

6.- Demostrar que $\tan A \cdot \text{ctg}A = 1$: $\tan A \cdot \frac{1}{\tan A} = 1$

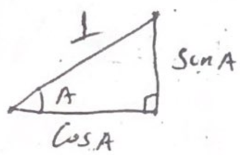
70

Martes 10/Mayo/05 "No hubo clases"

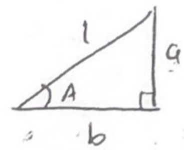
Miercoles 11/Mayo/05

II.- Identidades pitagoricas

A.)- Se considera el siguiente triangulo rectangulo



Verificacion:



$Sen\,A = \frac{a}{1} \Rightarrow Sen\,A = a$

$Cos\,A = \frac{b}{1} \Rightarrow Cos\,A = b$

Aplicando el teorema de pitagoras

$(Sen\,A)^2 + (Cos\,A)^2 = 1^2$

$\Rightarrow \boxed{Sen^2 A + Cos^2 A = 1}$

Verificacion Numerica

1º Para $A = 30°$

Ejercicios: Verificacion para 45° y 60°

$\Rightarrow Sen^2 30° + Cos^2 30° = 1$

$(Sen\,30°)^2 + (Cos\,30°)^2 = 1$

$\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 1$

$\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$

$\frac{4}{4} = 1$

Despejes

De $Sen^2 A + Cos^2 A = 1$

$\Rightarrow$ 1.- $Sen^2 A = 1 - Cos^2 A$

2.- $Cos^2 A = 1 - Sen^2 A$

3.- $Sen\,A = \sqrt{1 - Cos^2 A}$

4.- $Cos\,A = \sqrt{1 - Sen^2 A}$

5.- $1 - Cos^2 A = (1 - Cos\,A)(1 + Cos\,A)$

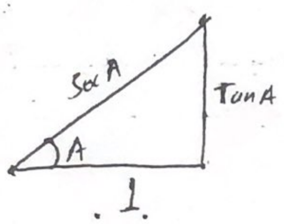
$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

6.- $1 - Sen^2 A = (1 - Sen\,A)(1 + Sen\,A)$

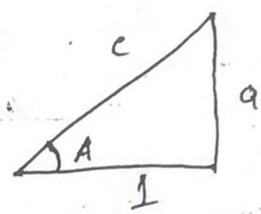
Jueves 12/Mayo/05

Identidades Pitagoricas

1.- Ahora consideramos el siguiente triangulo rectangulo



Verificacion:



$\tan A = \frac{a}{1} \Rightarrow \tan A = a$

$\cdot \sec A = \frac{c}{1} \Rightarrow \sec A = c$

Luego Aplicando El teorema De Pitagoras

$\Rightarrow (\sec A)^2 = (\tan A)^2 + (1)^2$

$\boxed{\sec^2 A = \tan^2 A + 1}$

Verificacion Numerica

- Para $A = 30^\circ$

Ejercicios: Verificacion para 45° y 60°

$\sec^2 30^\circ = \tan^2 30^\circ + 1$

$(\sec 30^\circ)^2 = (\tan 30^\circ)^2 + 1$

$\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + 1$

$\frac{4}{3} = \frac{1}{3} + 1$

$\frac{4}{3} = \frac{1}{3} + \frac{3}{3}$

$\frac{4}{3} = \frac{4}{3}$

Despejes

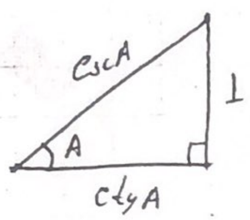
De $\sec^2 A = \tan^2 A + 1$

- $\sec A = \sqrt{\tan^2 + 1}$
- $\sec^2 A - \tan^2 A = 1$
- $(\sec A + \tan A)(\sec A - \tan A) = 1$
- $\tan^2 A = \sec^2 A - 1$
- $\tan^2 A = (\sec A + 1)(\sec A - 1)$
- $\tan A = \sqrt{\sec^2 A - 1}$

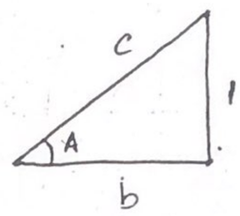
Viernes 13/Mayo/05

Identidades Pitagoricas

C).- Finalmente consideramos el siguiente triangulo rectangulo



Verificación



$ctg A = \frac{b}{1} \Rightarrow ctg A = b$

$csc A = \frac{c}{1} \Rightarrow csc A = C$

Luego Aplicamos El teorema De Pitagoras

$\Rightarrow (csc A)^2 = (ctg A)^2 + (1)^2$

$\therefore \boxed{csc^2 A = ctg^2 A + 1}$

Verificacion Numerica

1.- Para $A = 30^\circ$ Ejercicios: Verificacion para 45° y 60°

$\Rightarrow csc^2 30^\circ = ctg^2 30 + 1$

$(csc 30^\circ)^2 = (ctg 30)^2 + 1$

$(2)^2 = (\sqrt{3})^2 + 1$

$4 = 3 + 1$

$4 = 4$

Despejes

De $csc^2 A = ctg^2 A + 1$

$\Rightarrow$

1.- $csc A = \sqrt{ctg^2 A + 1}$

2.- $csc^2 A - ctg^2 A = 1$

3.- $(csc A + ctg A)(csc A - ctg A) = 1$

4.- $ctg^2 A = csc^2 A - 1$

5.- $ctg^2 A = (csc A + 1)(csc A - 1)$

6.- $ctg A = \sqrt{csc^2 A - 1}$

.- Identidades Trigonométricas Complejas

s identidades trigonométricas complejas se demuestran a partir de los ELEMENTALES de las pitagóricas

Ejemplos

Demostrar las siguientes identidades

$$\frac{\cos A \cdot \sec A}{\tan A} = \operatorname{ctg} A$$

Solución: $\dfrac{\cos A \cdot \sec A}{\tan A} = \dfrac{1}{\tan A} = \operatorname{ctg} A$

$$\frac{\operatorname{sen} A}{\cos A} + \frac{\cos A}{\operatorname{sen} A} = \frac{\sec A}{\operatorname{sen} A}$$

Demostración: $\dfrac{\operatorname{sen} A}{\cos A} + \dfrac{\cos A}{\operatorname{sen} A} = \dfrac{\operatorname{sen}^2 A + \cos^2 A}{\cos A \cdot \operatorname{sen} A} = \dfrac{1}{\cos A \cdot \operatorname{sen} A} = \dfrac{1}{\cos A} \cdot \dfrac{1}{\operatorname{sen} A} = \boxed{\dfrac{\sec A}{\operatorname{sen} A}} = \sec A \cdot \csc A$

$$\cos^2 B - \operatorname{sen}^2 B = \cancel{2\sec^2 B - 1} = 2\cos^2 B - 1$$

Solución: $\cos^2 B - \operatorname{sen}^2 B = \cos^2 B - (1 - \cos^2 B) = \cos^2 B - 1 + \cos^2 B = 2\cos^2 B - 1$

$$\csc^2 B = \frac{1}{1 - \cos^2 B}$$

Demostración: $\dfrac{1}{1 - \cos^2 B} = \dfrac{1}{\operatorname{sen}^2 B} = \left(\dfrac{1}{\operatorname{sen} B}\right)^2 = (\csc B)^2 = \csc^2 B$

Martes 17/Mayo/05

Ecuaciones Trigonométricas

Una ecuación trigonométrica es un arreglo especial de expresiones trigonométricas que pueden representar el modelo matemático de un problema en ciencias. Se tienen dos tipos de ecuaciones trigonométricas, las lineales ($2\operatorname{Sen}x = 1$) y las cuadráticas ($\operatorname{Sen}^2 x - 2\operatorname{Sen}x + 5 = 0$).
Resolver una ecuación trigonométrica consiste en determinar el valor del ángulo x que satisfaga la igualdad planteada, aplicando los artificios algebraicos ya conocidos, las identidades trigonométricas y las funciones inversas.

I.- Ecuaciones trigonométricas lineales

Ejemplos

1.- Resolver la ecuación $2\operatorname{Sen}x - 1 = 0$

Sol $2\operatorname{Sen}x = 1$

$\operatorname{Sen}x = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow x = \operatorname{Arc}\operatorname{Sen}\left(\frac{1}{2}\right) = 30^\circ$

2.- Resolver la ecuación $4\cos x - 3 = 0$

Sol $4\cos x = 3$

$\cos x = \frac{3}{4}$

$\rightarrow x = \operatorname{Arc}\cos\left(\frac{3}{4}\right)$ $x = 41.40^\circ$

3.- Resolver la ecuación $3\tan 2x - 4 = 0$

Sol. $3\tan 2x = 4$

$\tan 2x = \frac{4}{3}$ $\therefore x = \frac{1}{2}\operatorname{Arc}\tan\left(\frac{4}{3}\right)$

$\Rightarrow 2x = \operatorname{Arc}\tan\left(\frac{4}{3}\right)$ $2x = 53.13^\circ$ $x = 26.56^\circ$

4.- Resolver la ecuación $\operatorname{Sen}x - \operatorname{Sen}x\cos x = 0$

Sol Factorizando $\operatorname{Sen}x(1-\cos x) = 0$

1ra $\operatorname{Sen}x = \frac{0}{1-\cos x}$

$\operatorname{Sen}x = 0$

$x = \operatorname{Arc}\operatorname{Sen}(0) = 0^\circ$

2da $1-\cos x = \frac{0}{\operatorname{Sen}x}$

$1-\cos x = 0$

$-\cos x = -1$

$\cos x = 1$

$\therefore x = \operatorname{Arc}\cos(1)$

$x = 0^\circ$

5. Resolver la ecuación. $\tan x + \tan x\cos x = 0$

Sol Factorizando 1ra $\tan x(1+\cos x) = 0$

$\tan x = 0$

$\rightarrow x = \operatorname{Arc}\tan(0) = 0^\circ$

2da $1+\cos x = 0$

$\cos x = -1$

$x = \operatorname{Arc}\cos(-1)$

7.5

6.- Resolver la ecuación $\cos x + \cos x\tan x = 0$

Sol Factorizando, $\cos x(1+\tan x) = 0$

1ra $\cos x = 0$

$x = \operatorname{Arc}\cos(0) =$

2da $1+\tan x = 0$

$\tan x = -1$

Miércoles 18/Mayo/05

II.- Ecuaciones trigonométricas cuadráticas

1.- Resolver la ecuación $2 Sen^2 x - 5 Sen x + 2 = 0$

$a x^2 + b x + c = 0$

Sol. con $a = 2$, $b = -5$ y $c = 2$

$\Rightarrow Sen x = \dfrac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(2)(2)}}{2(2)}$

$Sen x = \dfrac{5 \pm \sqrt{25-16}}{4} = \dfrac{5 \pm \sqrt{9}}{4} = \dfrac{5 \pm 3}{4}$

$Sen x_1 = \dfrac{5+3}{4} = \dfrac{8}{4}$ $\therefore x_1 = Arc Sen(2) =$ No existe

$Sen x_2 = \dfrac{5-3}{4} = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2}$

$\therefore x_2 = Arc Sen\left(\dfrac{1}{2}\right) = 30°$

2.- Resolver la ecuación $2 Cos^2 x - 3 Cos x - 2 = 0$

$a x^2 + b x + c = 0$

Sol. con $a = 2$, $b = -3$ y $c = -2$

$\Rightarrow Cos x = \dfrac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(2)(-2)}}{2(2)}$

$Cos x = \dfrac{3 \pm \sqrt{9+16}}{4} = \dfrac{3 \pm \sqrt{25}}{4} = \dfrac{3 \pm 5}{4}$

$Cos x_1 = \dfrac{3+5}{4} = \dfrac{8}{4} = 2$ $\therefore x_1 = Arc Cos(2) =$ No existe

$Cos x_2 = \dfrac{3-5}{4} = -\dfrac{2}{4} = -\dfrac{1}{2}$

$\therefore x_2 = Arc Cos\left(-\dfrac{1}{2}\right) = 120°$

3.- Resolver la ecuación $tan^2 x + 5 tan x + 6 = 0$

$a x^2 + b x + c = 0$

Sol. $a = 1$, $b = 5$, $c = 6$

como $a = 1$ se puede factorizar

$(tan x + 3)(tan x + 2) = 0$

$\Rightarrow tan x_1 = -3$ $\therefore x_1 = Arc tan(-3) = -71.56$

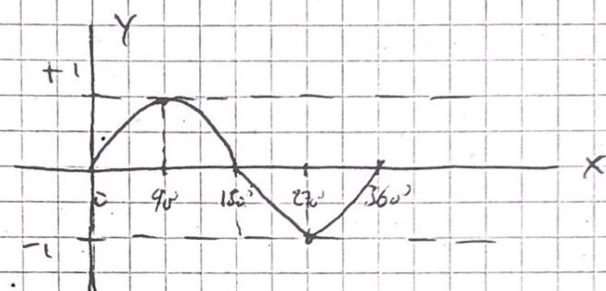
$tan x_2 = -2$ $\therefore x_2 = Arc tan(-2) = -63.43$

Jueves 19/Mayo/05

Grafica De Funciones trigonometricas

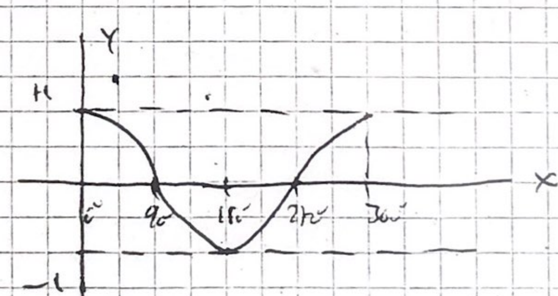
1.- Grafica de $y = Sen(x)$
tabulando

x	Sen(x)	y
0°	Sen(0°)	0
15°		
90°	Sen(90°)	1
180°	Sen(180°)	0
270°	Sen(270°)	-1
360°	Sen(360°)	0



2.- Grafica de $y = Cos(x)$
tabulando

x	Cos(x)	y
0°	Cos(0°)	1
15°		
90°	Cos(90°)	0
180°	Cos(180°)	-1
270°	Cos(270°)	0
360°	Cos(360°)	1



Viernes 20/Mayo/05

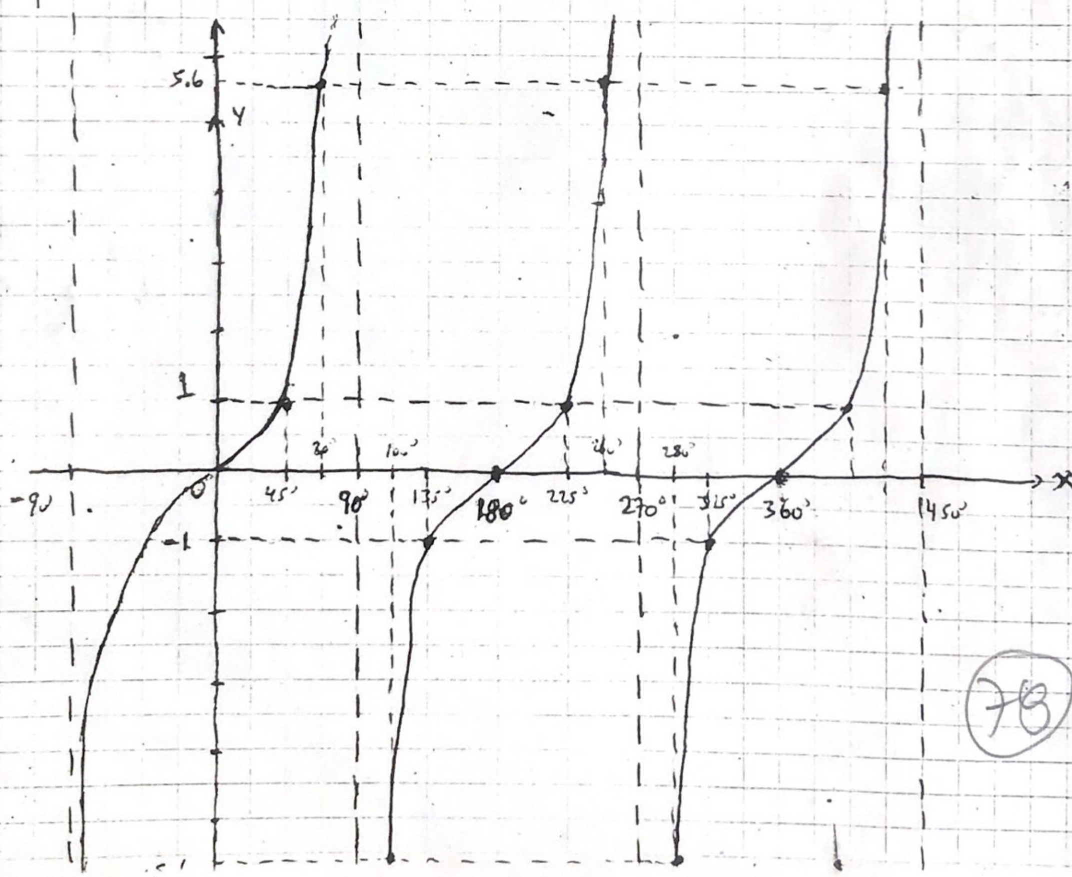
3.- Gráfica de $y = \tan(x)$

Tabulando

x	tan(x)	y
0°	tan(0°)	0
45°	tan(45°)	1
80°	tan(80°)	5.6
90°	tan(90°)	$\pm\infty$
100°	tan(100°)	-5.6
135°	tan(135°)	-1
180°	tan(180°)	0
225°	tan(225°)	1
260°	tan(260°)	5.6
270°	tan(270°)	$\pm\infty$
280°	tan(280°)	-5.6
315°	tan(315°)	-1
360°	tan(360°)	0

Infinito: La gráfica se va al infinito y luego regresa con la parte positiva y en la parte negativa (90°)

Infinito: La gráfica se va al infinito (270°)



78

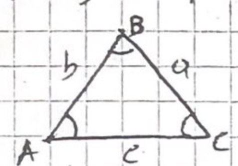
Lunes 23/Mayo/05

Solución De Triangulos ~~(Rectangulos)~~ OBLICUANGULOS

Un triángulo oblicuángulo es aquel que no es rectangulo; es decir, las propiedades trigonométricas se expanden para los demás triangulos.
Resolver un triangulo oblicuangulo consiste en determinar los lados y ángulos faltantes a partir de ciertos datos, aplicando la ley de los senos, la ley de los cosenos y finalmente calcular su área por medio de la fórmula de Herón.

1.- Ley de los Senos

En un triangulo cualquiera los lados son proporcionales a los senos de los ángulos opuestos.



Es decir, se cumple que:

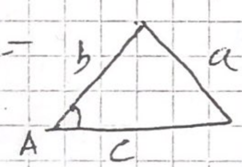
$$\frac{a}{\operatorname{Sen} A} = \frac{b}{\operatorname{Sen} B} = \frac{c}{\operatorname{Sen} C}$$

La ley se aplica cuando los datos son lados y ángulos opuestos.

2.- Ley de los Cosenos

Esta ley se aplica cuando los datos son dos lados y ángulo formado por estos lados; de donde se tienen tres casos.

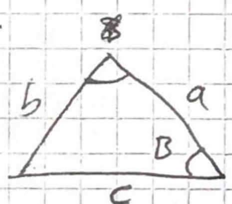
A) -



$$\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \operatorname{Cos} A$$

$$\therefore a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2bc \cdot \operatorname{Cos} A}$$

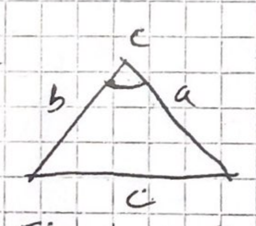
B).-



$$\Rightarrow b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \operatorname{Cos} B$$

$$\therefore b = \sqrt{a^2 + c^2 - 2ac \operatorname{Cos} B}$$

C).-



$$\Rightarrow c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \operatorname{Cos} C$$

$$\therefore c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \operatorname{Cos} C}$$

3.- Fórmula De Herón De Alejandria

Ya conocidos los tres lados de un triangulo cualquiera, se puede calcular su área por medio de la siguiente fórmula

$$A = \sqrt{Sm(Sm-a)(Sm-b)(Sm-c)}$$

con $Sm = \frac{a+b+c}{2}$ = Semiperimetro del triangulo dado.

79

Martes

24/Mayo/05

Ejemplo

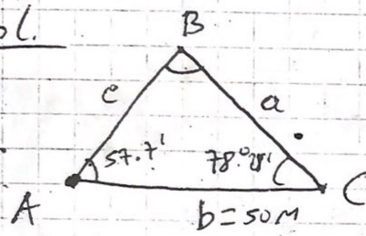
Resolver el triangulo Oblicuangulo cuyos datos son

$b = 50\ m$

$A = 57^\circ 7'$

$C = 78^\circ 28'$

Sol.



Valor del $\measuredangle B$

$\measuredangle B = 180^\circ - [57.7' + 78^\circ 28']$

Aplicando Ley de los senos

Valor del lado a

$$\frac{a}{\operatorname{Sen} A} = \frac{b}{\operatorname{Sen} B}$$

$$\boxed{a = \frac{b \operatorname{Sen} A}{\operatorname{Sen} B}} =$$

Valor del lado c

$$\frac{c}{\operatorname{Sen} C} = \frac{b}{\operatorname{Sen} B}$$

$$\boxed{c = \frac{b \operatorname{Sen} C}{\operatorname{Sen} B}} =$$

Valor del área

$$A = \sqrt{Sm(Sm-a)(Sm-b)(Sm-c)}$$

Con $Sm = \frac{a+b+c}{2}$

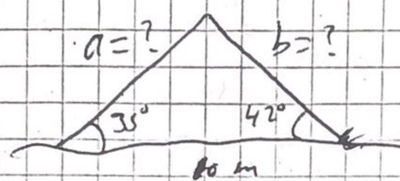
80

Miercoles

25/Mayo/05

Problema

Una torre transmision de radio fue derrumbada por un huracan y termino el la posicion indicada



B1

Jueves
26/Mayo/05 :

Fin de curso, se procede a revisar sus asistencias totales y portafolios de evidencias

$SEN A = \frac{1}{CSC A}$ (1)

$COS A = \frac{1}{SEC A}$ (2)

$TAN A = \frac{1}{COT A}$ (3)

$COT A = \frac{1}{TAN A}$ (4)

$SEC A = \frac{1}{COS A}$ (5)

$CSC A = \frac{1}{SEN A}$ (6)

$\frac{SEN A}{COS A} = TAN A$ (7)

$\frac{COS A}{SEN A} = COT A$ (8)

$\frac{TAN A}{SEN A} = SEC A$ (9)

$SEN A \cdot CSC A = 1$ (10)

$COS A \cdot SEC A = 1$ (11)

$TAN A \cdot COT A = 1$ (12)

$SEN^2 A + COS^2 A = 1$ (13)

$SEC^2 A = TAN^2 A + 1$ (14)

$CSC^2 A = CTG^2 A + 1$ (15)

32