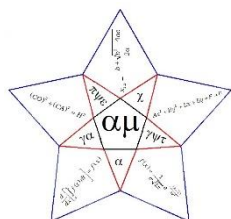




INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

*CENTRO DE ESTUDIOS CIENTÍFICOS Y  
TECNOLOGICOS No. 16 "HIDALGO"*



**ACADEMIA DE MATEMÁTICAS**

ALGEBRA

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

AUTOR: ING. SABINO KEB QUEB

# INDICE

	PAG.
I. Presentación.	1
II. UNIDAD I.	
1. RAP 1.	
a. Conjunto de Números Reales.	4
b. Propiedades de los Números Reales.	10
2. RAP 2.	
a. Operaciones con Números Enteros.	12
b. Operaciones con Números Racionales.	13
c. Operaciones con Números Irracionales.	13
d. Operaciones con Números Reales.	14
3. RAP 3.	
a. Problemas con Razones y Proporciones.	15
b. Problemas con mcm y mcd.	16
c. Problemas con Notación Científica.	18
III UNIDAD II.	
4. RAP 1.	
a. Introducción al Álgebra.	20
b. Lenguaje algebraico.	20
c. Eliminación de signos de agrupación y reducción de términos semejantes.	21
d. Operaciones básicas con polinomios.	23
e. División Sintética.	24
f. Operaciones básicas combinadas de polinomios.	24
5. RAP 2.	
a. Factorización por termino común.	25
b. Factorización por Agrupamiento de términos.	25
c. Producto notable binomios conjugados y Factorización de una diferencia de cuadrados.	25
d. Productos notables de binomios con termino común, sin termino común, al cuadrado y trinomio al cuadrado.	26
e. Producto notable Lineal-Cuadrático y Factorización de una suma o diferencia de cubos.	27
f. Producto notable binomio al cubo y Factorización de un polinomio de cubo perfecto.	28
g. Factorización por evaluación.	28
h. El mcm de varios polinomios.	28
6. RAP 3.	
a. Simplificación de una fracción algebraica.	29
b. Operaciones básicas con fracciones algebraicas.	29

IV. UNIDAD III.

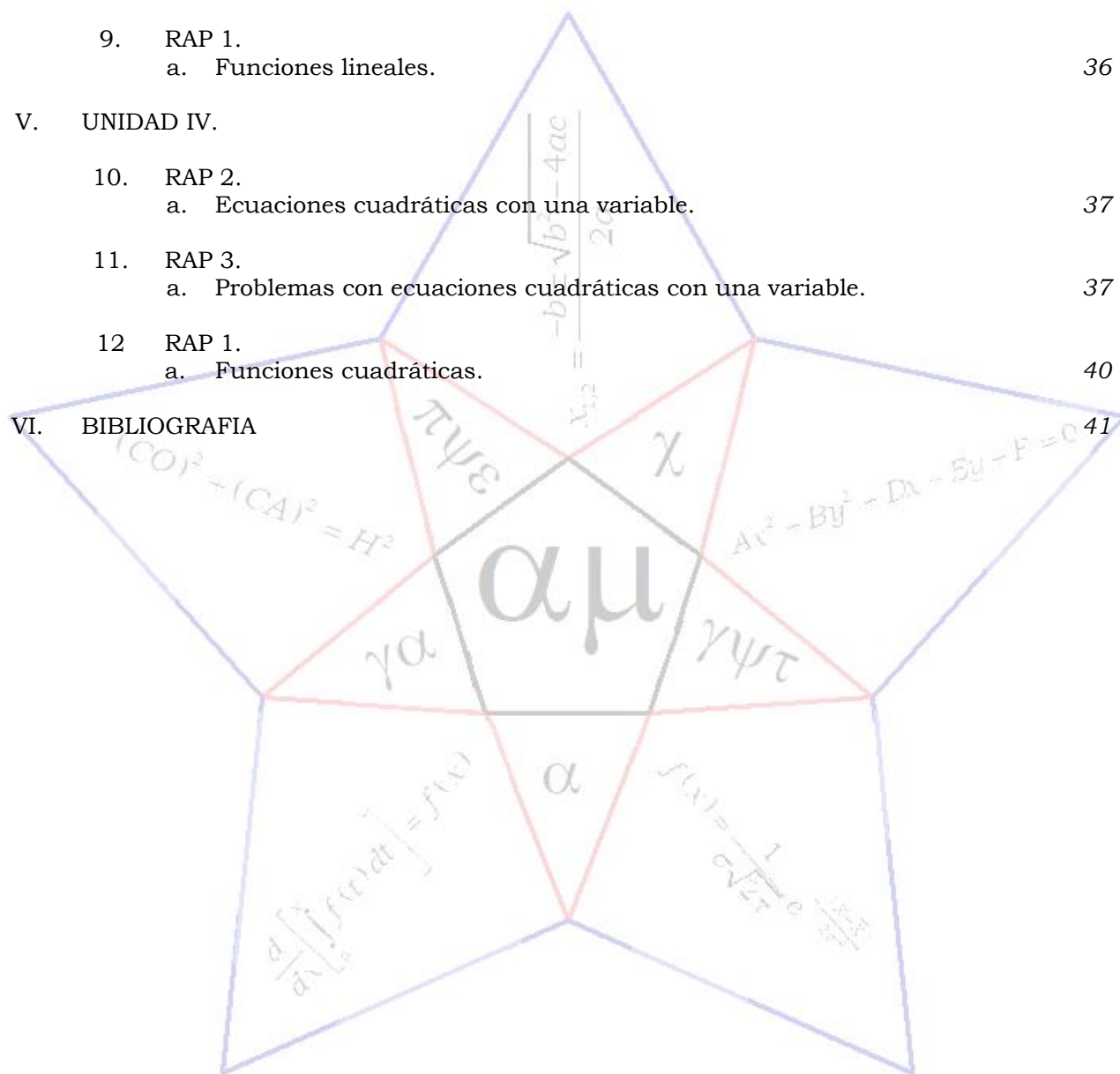
7. RAP 2.
  - a. Ecuaciones lineales con una variable. 31
  - b. Ecuaciones lineales con dos y tres variables. 31
8. RAP 3.
  - a. Problemas con ecuaciones lineales de una variable. 32
  - b. Problemas con sistemas de ecuaciones con dos variables 35
9. RAP 1.
  - a. Funciones lineales. 36

V. UNIDAD IV.

10. RAP 2.
  - a. Ecuaciones cuadráticas con una variable. 37
11. RAP 3.
  - a. Problemas con ecuaciones cuadráticas con una variable. 37
12. RAP 1.
  - a. Funciones cuadráticas. 40

VI. BIBLIOGRAFIA

41



## PRESENTACIÓN

Este material de apoyo al curso de Álgebra está dirigido a los estudiantes, no pretende sustituir las clases o el trabajo en el aula; se ha elaborado con la intención de que el estudiante cuente con una guía para complementar sus conocimientos o reafirmarlo, además de fortalecer las habilidades adquiridas en clase.

Si el estudiante realiza estos ejercicios de manera continua y metódica al repaso de la teoría y la resolución de los ejercicios conforme se van desarrollando los temas en clases, seguramente adquirirá confianza en el trabajo propio y alcanzará el éxito en las evaluaciones correspondientes.

Se reitera que estos ejercicios no forman parte de la planeación que el profesor seguramente elabora; los ejercicios no están destinados a ser resueltos en clase, son el resultado de una recopilación no exhaustiva de ejercicios que son propuestas de evaluaciones realizadas anteriormente.

A pesar de que se revisó el material es posible que presente errores, por lo que de antemano se agradece todo tipo de observaciones y aclaraciones al respecto.

Es bien sabido que el Álgebra en su acepción más común, álgebra elemental, es el lenguaje de la matemática superior, razón suficiente para que la enseñanza-aprendizaje de esta asignatura se considere fundamental en el bachillerato, cualquiera que sea la modalidad de éste. Se hace necesario que el estudiante cuente con material de un nivel apropiado, que satisfaga requisitos mínimos de rigor y precisión, características con las que debe de contar, en principio, todo lenguaje forma. Así como el manejo eficiente del lenguaje y de los procesos algebraicos, permitiendo al estudiante desarrollar las competencias para enfrentar niveles superiores de la matemática, como son los contenidos de las asignaturas de Trigonometría, Geometría Analítica y el Cálculo.

Por lo tanto, es imprescindible desarrollar las competencias a través de los resultados de aprendizaje propuestos en el programa de estudios y al mismo tiempo, desarrollar las competencias genéricas.

Por tal motivo en el presente problemario, se clasifican los ejercicios en 4 tipos que son:

Ejercicios para Evaluación Formativa, estos ejercicios son para que el estudiante practique en casa y en clase, de esta forma el estudiante podrá externar sus dudas o validar su trabajo realizado con su docente.

Ejercicios de Evaluación Continua, estos ejercicios son ejemplos que el docente podría poner en una evaluación continua para observar el avance del estudiante.

Ejercicios de Evaluación Ordinaria, estos ejercicios son ejemplos que el docente podría poner en una evaluación ordinaria.

Ejercicios de Evaluación Integradora, estos ejercicios son ejemplos que el docente podría poner en una evaluación integradora.

## PROGRAMA SINTÉTICO

<b>COMPETENCIA GENERAL DE LA UNIDAD DE APRENDIZAJE:</b> Resuelve problemas de aritmética y problemas algebraicos lineales y cuadráticos en situaciones teóricas y reales de su entorno académico, personal y social, que a su vez sea parte de su formación propedéutica y tecnológica	
<b>COMPETENCIA PARTICULAR DE CADA UNIDAD DIDACTICA</b>	<b>RAP</b>
1. NUMEROS REALES.  Emplea las operaciones aritméticas y sus propiedades, en los diferentes conjuntos de números, para la solución de problemas relacionados con su entorno académico, personal y social.	1.1 Relaciona los diferentes conjuntos de números que dan origen a los números reales y su implicación con la evolución humana.
	1.2 Realiza operaciones fundamentales con números reales que se relacionan con situaciones de su entorno.
	1.3 Emplea los algoritmos de las operaciones aritméticas en solución de problemas de su ámbito personal, social y global.
2. EXPRESIONES ALGEBRAICAS.  Utiliza conceptos, propiedades y relaciones algebraicas en la solución de ejercicios de su entorno académico.	2.1 Reconoce expresiones algebraicas, sus elementos y propiedades en operaciones con polinomios en su ámbito académico.
	2.2 Identifica productos notables y la factorización de expresiones algebraicas en un ambiente matemático.
	2.3 Utiliza los productos notables y la factorización en operaciones con fracciones algebraicas en su ámbito académico.
3. FUNCIONES Y ECUACIONES LINEALES.  Emplea las funciones y ecuaciones lineales en la solución de problemas que se presentan en su entorno académico, personal y social.	3.1 Identifica elementos de las funciones lineales a partir de representaciones tabulares, gráficas y algebraicas en su ámbito personal y social.
	3.2 Elabora modelos que den lugar a ecuaciones y/o sistemas lineales a partir de situaciones de la vida cotidiana y las ciencias.
	3.3 Utiliza modelos en la solución de problemas que dan lugar a ecuaciones y sistemas lineales en situaciones de la vida cotidiana y las ciencias
4. FUNCION Y ECUACIONES CUADRATICAS.  Emplea las funciones y ecuaciones cuadráticas en la solución de problemas que se presentan en situaciones de su entorno académico, personal y social.	4.1 Identifica elementos de las funciones cuadráticas a partir de representaciones tabulares, gráficas y algebraicas en su ámbito académico, personal y social.
	4.2 Elabora modelos que den lugar a ecuaciones cuadráticas a partir de situaciones de la vida cotidiana y las ciencias.
	4.3 Utiliza modelos en la solución de problemas que dan lugar a ecuaciones cuadráticas o sistemas cuadrático-lineal en su ámbito académico, personal y social.

## COMPETENCIAS GENERICAS

COMPETENCIA GENERICA	UNIDAD			1			2			3			4		
	RAP			1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
1. Se conoce y valora, así mismo y aborda problemas y retos teniendo en cuenta los objetivos que persigue.															
2. Es sensible al arte y participa en la apreciación e interpretación de sus expresiones en distintos géneros.															
3. Elige y práctica estilo de vida saludables.															



4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos conceptos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiadas.												
5. Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos. 5.1. Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus casos contribuye al alcance de sus objetivos. 5.2. Ordena información de acuerdo con categorías, jerarquías y relaciones. 5.3. Identifica los sistemas y reglas o principios modulares que subyace. 5.4. Construye hipótesis diseña y aplica modelos para probar su validez. 5.5. Sintetiza evidencias obtenidas mediante la experimentación para producir conclusiones y formular nuevas preguntas. 5.6. Utiliza las tecnologías de la información y comunicación para procesar e interpretar información.	X	X	X							X	X	X
6. Sustenta una postura personal sobre temas de interés y relevancia general considerando otros puntos de vista de manera crítica y reflexiva.												
7. Aprende por iniciativa e interés propio a lo largo de la vida. 7.1. Define y da seguimiento a sus procesos de construcción de conocimiento. 7.2. Identifica las actividades que le resultan de menor y mayor interés y dificultad, reconociendo y controlando sus relaciones frente a retos y obstáculos. 7.3. Articula saberes de diversos campos y establece relaciones entre ellos y su vida cotidiana.				X	X	X						
8. participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos. 8.1. Propone maneras de solucionar un problema o desarrollar un proyecto en equipo, definiendo un curso de acción con pasos específicos. 8.2. Aporta puntos de vista con apertura y considera los de otras personas de manera reflexiva. 8.3. Asume una actitud constructiva, congruente con los conocimientos y habilidades con los que cuenta dentro de distintos equipos de trabajo.							X	X	X			
9. Participa con una coincidencia cívica y ética en la vida de su comunidad, región, México y el mundo.												
10. Mantiene una actitud respetuosa hacia la interculturalidad y la diversidad de creencia, valores, ideas y prácticas sociales.												
11. Contribuye al desarrollo sustentable de manera crítica, con acciones responsables.												

# ÁLGEBRA

## COMPETENCIA GENERAL DE LA UNIDAD DE APRENDIZAJE:

**Resuelve problemas de aritmética y problemas algebraicos lineales y cuadráticos en situaciones teóricas y reales de su entorno académico, personal y social, que a su vez sea parte de su formación propedéutica y tecnológica.**

## UNIDAD I

### NUMEROS REALES.

**Emplea las operaciones aritméticas y sus propiedades, en los diferentes conjuntos de números, para la solución de problemas relacionados con su entorno académico, personal y social.**

**RAP 1: Relaciona los diferentes conjuntos de números que dan origen a los números reales y su implicación con la evolución humana.**

Ejercicio para Evaluación Formativa I. Realiza la siguiente lectura para que puedas contestar correctamente el crucigrama que se pone al final.

**CONJUNTOS DE NUMEROS** El conjunto de números está compuesto de diferentes subconjuntos de números, en la siguiente lectura los iremos describiendo del más sencillo al más complejo.

**UNIDAD.** La unidad está representada por el número uno, cuyo símbolo es “1”. Este elemento es la base con el cual se construyen el resto de los números naturales y teniendo propiedades específicas que lo hacen considerarse aparte de los demás.

**CERO.** Es el signo numérico de valor nulo, se denota por el símbolo “0”, que en notación posicional ocupa los lugares donde no hay una cifra significativa. Si está situado a la derecha de un número entero se multiplica por 10 su valor; colocado a la izquierda, no lo modifica. Ejemplos:

$$20 = 2(10)$$

$$04 = 4$$

Utilizándolo como número, se pueden realizar con él operaciones aritméticas como: sumas, restas, multiplicaciones y radicales. Pero, por ser la expresión del valor nulo (nada, nadie, ninguno, eliminación, cancelación, etc.), no puede dividir, ya que da lugar a una operación sin sentido o ilógica.

Es el elemento del conjunto ordenado de los números enteros que sigue al -1 y precede al 1. Algunos matemáticos lo consideran perteneciente al conjunto de los naturales ya que estos también se pueden definir como el conjunto que nos permite contar el número de elementos que contienen los demás conjuntos, y el conjunto vacío tiene ningún elemento, igual que la unidad también tiene sus propias propiedades.

**NÚMEROS NATURALES.** El conjunto de los números naturales está formado por la unidad y los números cardinales y ordinales, son los que nos ayudan a contar y para determinar la cantidad de elementos que tiene un conjunto (cardinalidad); también se le emplea para ordenar los elementos de un conjunto (ordinalidad).

Son los primeros números que emplean las distintas civilizaciones, ya que las tareas de contar y de ordenar son las más elementales que se pueden realizar en el tratamiento de las cantidades. El conjunto de los números naturales está denotado por la letra  $\mathbb{N}$  y es un conjunto infinito.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Unidad} \\ \text{Números cardinales} \\ \text{Números ordinales} \end{array} \right\} \text{Números naturales (N)} \quad \mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, \dots\}$$

Este conjunto de números puede realizar operaciones de suma y multiplicación sin restricción.

**NÚMEROS ENTEROS.** El conjunto de los números enteros está formado por el subconjunto de los enteros negativos, el cero y el subconjunto enteros positivos. Se denota por la letra  $\mathbb{Z}$ , es un conjunto infinito y a cada número entero tiene un antecesor y un sucesor.

- Enteros positivos. Los enteros positivos están formados por los números naturales, se denotan el símbolo de los números enteros con un signo más de exponente  $\mathbb{Z}^+$ .

- Enteros negativos. Los enteros negativos son los simétricos de los enteros positivos, se denotan el símbolo de los números enteros con un signo más de exponente  $\mathbb{Z}^-$ .

Los números negativos nos permiten obtener nuevas cantidades (como los saldos deudores) u ordenar por encima o por debajo de un cierto elemento de referencia (Alturas bajo el nivel del mar o por encima del nivel del mar).

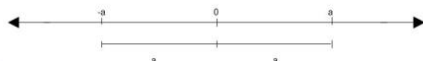
$$\left. \begin{array}{l} \mathbb{Z}^+ \\ 0 \\ \mathbb{Z}^- \end{array} \right\} \text{Números enteros (Z)} \quad \mathbb{Z} = \{\dots, -20, -19, -18, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, 23, 24, 25, \dots\}$$

También llamados números dirigidos o números con signo, ya que se pueden interpretar geoméricamente en términos de dirección, el cero es el punto de simetría de este conjunto al representarlos en una recta numérica, donde cada número entero tiene un valor relativo de acuerdo en la posición que ocupe esté en la recta numérica, entre más alejado este a la izquierda de cero tendrá un valor menor por su posición y si está más alejado de cero a la derecha será de un valor mayor por su posición. También tienen un valor absoluto, el cual es la distancia que hay entre cero y el número entero, por lo tanto:

-a – Es un número menor a cero por lo tanto se coloca a la izquierda de él, como lo indica su valor relativo.

a – Es un número mayor a cero por lo tanto se coloca a la derecha de él, como lo indica su valor relativo.

Pero observamos que el valor absoluto de ambos valores (-a y a) es a que es la distancia que cada uno tiene con respecto a cero.



El valor absoluto se denota por un número dentro de dos rectas verticales  $|a|$ ; y definimos que el valor absoluto de un número es:

$$|a| = \begin{cases} a & \text{si } a \geq 0 \\ -(-a) & \text{si } a < 0 \end{cases}$$

Ejemplos:

$|7| = 7$ , como podemos observar cómo 7 es mayor que cero solo lo reescribimos sin las barras como dice la definición.



$|-11| = -(-11) = 11$ , como observamos  $-11$  es menor a cero por lo tanto aplicamos la propiedad del doble negativo para obtener su valor absoluto.

Los números enteros positivos son de dos tipos de acuerdo al teorema fundamental de la aritmética.

- Números primos. El conjunto de los números primos está compuesto de números que tienen a lo más 2 factores, los cuales son la unidad y ellos mismos. Tomando en cuenta que por esta razón el número 1 no es primo. Ejemplos:

NUMERO	FACTORES	RAZON
2	1 y 2	$(1)(2) = 2$
11	1 y 11	$(1)(11) = 11$

- Números compuestos. Es el conjunto de números que está formado por dos o más factores que son números primos iguales y/o diferentes.

NUMERO	FACTORES	RAZON
4	1, 2 y 4	$(1)(4) = 4$ $(1)(2)(2) = 4$
20	1, 2, 4, 5, 10 y 20	$(1)(20) = 20$ $(1)(2)(10) = 20$ $(1)(4)(5) = 20$ $(1)(2)(2)(5) = 20$

A este conjunto de números se les puede sumar, restar, multiplicar y potenciar sin restricción; y La división y radicación solo se permitido si genera otro número entero.

**NÚMEROS RACIONALES**. El conjunto de los números racionales son todos aquellos números que pueden expresarse en un cociente de dos números enteros, es decir en forma de fracción  $\left(\frac{a}{b}; \text{donde } b \neq 0\right)$ . Los números enteros son racionales porque se les puede expresar como un cociente de dos números enteros  $\left(a = \frac{a}{1}\right)$ .

A los números no enteros se les conoce como fraccionarios, donde una fracción es un símbolo  $\frac{a}{b}$ , de tal forma que  $a$  y  $b$  son enteros ( $b \neq 0$ ), y se lee  $a$  sobre  $b$ , El número  $a$  es llamado numerador y el número  $b$  es llamado denominador.

$$\frac{a}{b} = \frac{\text{numerador}}{\text{denominador}}; \text{ Donde } b \neq 0$$

Como fracción las clasificamos en fracciones propias, impropias y mixtas. Las propias que son cuando el numerados es menor al denominador ( $a < b$ ), impropias cuando el numerador es mayor al denominador ( $a > b$ ) y las mixtas que son fracciones impropias representadas en una parte entera más una parte que es una fracción propia. Ejemplo:

$$\frac{3}{4} - \text{Fracción propia.}$$

$$\frac{5}{3} - \text{Fracción impropia.}$$

$$5\frac{1}{2} - \text{Fracción mixta.}$$

La fracción mixta solo se emplea en aritmética, porque causa confusión con la operación del producto de un número entero por una fracción, por esta razón la fracción mixta se transformará a fracción impropia.

Las fracciones también se expresan en forma de decimales, debemos tener en cuenta que hay tres tipos de ellos, los exactos, los periódicos y los aperiódicos; donde los dos primeros los podemos representar en cocientes de dos números enteros, y el tercero es un caso que veremos más adelante.

$$\frac{a}{b} = \frac{\text{dividendo}}{\text{divisor}} = \text{cociente}$$

Decimales exactos que tienen decimales finitos, son el resultado de realizar la división de una fracción donde en el denominador tiene factores de 2 y/o 5 exclusivamente. Ejemplo:

$$\frac{7}{5} = 1.4$$

$$\frac{1}{50} = 0.02$$

$$\frac{3}{2} = 1.5$$

Decimales periódicos que tienen decimales infinitos, se obtienen cuando en el denominador tiene factores diferentes de 2 y/o 5; y de los cuales se pueden catalogar en 2 tipos puros o mixtos, es decir, que después del punto decimal exista una secuencia de números que se repitan o que después del punto decimal exista números que no se repitan seguidos de una secuencia que se repita, respectivamente; a la secuencia de números que se repiten se les coloca una raya en la parte superior, que indica que esa cifra se repite consecutivamente. Ejemplos:

$$\frac{15}{7} = 2.142857; \frac{1}{9} = 0.\overline{1} \} \text{Periodicos puros}$$

$$\frac{268}{165} = 1.624; \frac{1}{6} = 0.\overline{16} \} \text{Periodicos mixtos}$$

El conjunto de los números racionales se denota por la letra  $\mathbb{Q}$ , también es un conjunto infinito, pero a diferencia de los enteros no hay un número consecuente inmediato ( $-5, -4, -3$  o  $10, 11, 12$ ); pues entre cada dos números racionales existen infinitos números.

$$\left. \begin{array}{l} \mathbb{Z} \\ \text{Decimales exactos} \\ \text{Decimales periodicos} \end{array} \right\} \text{Fracciones} \} \mathbb{Q}$$

A este conjunto de números se les puede sumar, restar, multiplicar y potenciar sin problemas, la división con su respectiva restricción y para el radical solo se realizará si se obtiene otro número racional.

NÚMEROS IRRACIONALES. El conjunto de los números irracionales son todos aquellos números que no son racionales, es decir, que no pueden representarse como cociente de dos números enteros; la expresión decimal de estos números consta de infinitas cifras aperiódicas (no se repiten), denominados decimales aperiódicos, por ejemplo:

$$\sqrt{2}, -\sqrt[3]{5}, 3\sqrt[3]{11}, -\pi, -\frac{\sqrt{3}}{3}, e^{-4}.$$

Debemos de tener en cuenta que  $\sqrt{2}$  ó  $-\sqrt[3]{5}$  no es una operación aritmética si no la representación de un número que consta de decimales aperiódicos; así como el número  $\frac{3}{4}$  es un número racional. Por lo tanto, tendremos que  $\sqrt[n]{a}$  es un número irracional, siempre y cuando  $n$  sea impar y si  $n$  es par  $a > 0$ .

Los números irracionales se clasifican en números algebraicos los cuales llevan ese nombre por satisfacer una ecuación polinomial y trascendentales los cuales no satisfacen una ecuación polinomial.

$\sqrt{3}$  - Número irracional algebraico.

$\pi$  - Número irracional trascendental.

El conjunto de los números irracionales se denota con la letra  $\mathbb{Q}^c$ .

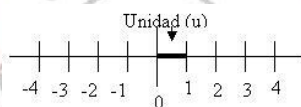
$$\left. \begin{array}{l} \text{Números algebraicos} \\ \text{Números trascendentales} \end{array} \right\} \text{Decimales aperiódicos} \} \mathbb{Q}^c$$

A este conjunto de números se les puede sumar, restar, multiplicar, potenciar sin restricción, la división y el radical con sus respectivas restricciones.

**NÚMEROS REALES.** El conjunto de los números reales es la unión de los conjuntos de los números racionales e irracionales; los cuales pueden expresarse mediante su símbolo numérico en forma decimal exacto, periódico o aperiódico en el caso que no sea entero.

Se pueden representar geoméricamente sobre una recta del siguiente modo: a uno de los puntos de la recta se le asocia el cero, 0. Se toma hacia la derecha otro punto al que se asocia el 1. La distancia del 0 al 1 se denomina segmento unidad y con ella se pueden representar sobre una recta de acuerdo con:

A cada segmento de unidad consecutiva que coincida con el punto a la izquierda o derecha de cero representará un número entero.



Los restantes números reales (rationales or irracionales) se sitúan sobre la recta, bien valiéndose de construcciones geométricas exactas, bien mediante aproximaciones decimales. Es importante el hecho de que a cada punto de la recta le corresponde un número real y que cada número real tiene su lugar en la recta (correspondencia biunívoca). Por eso a la recta graduada de tal manera se la denomina recta real.

El conjunto de los números reales se denota por la letra  $\mathbb{R}$ .

$$\left. \begin{array}{l} \mathbb{Q} \\ \mathbb{Q}^c \end{array} \right\} \mathbb{R}$$

A este conjunto de números se les puede sumar, restar, multiplicar, potenciar sin problemas, para la división y el radical con su respectiva restricción.

**NÚMEROS IMAGINARIOS.** Es aquel número no real que se asocia con la unidad imaginaria  $i = \sqrt{-1}$ ; donde cada número imaginario puede escribirse como  $bi$ , donde  $b$  es un número real e  $i$  la unidad imaginaria, donde  $i^2 = -1$ .

De lo anterior se deduce que la raíz cuadrada de un numero negativo lo transformamos en un número imaginario de la siguiente forma.

$$\begin{aligned} \sqrt{-12} &= \sqrt{12(-1)} \\ \sqrt{-12} &= \sqrt{2^2 \cdot 3} \sqrt{(-1)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{-9} &= \sqrt{9(-1)} \\ \sqrt{-9} &= \sqrt{3^2} \sqrt{(-1)} \end{aligned}$$

$$\sqrt{-12} = \sqrt{2^2} \sqrt{3} i$$

$$\sqrt{-12} = 2\sqrt{3} i$$

$$\sqrt{-9} = 3i$$

A este conjunto de números se les puede sumar, restar, multiplicar, potenciar y radicar sin problemas, para la división se realiza siempre y cuando el denominador no sea cero.

**NÚMEROS COMPLEJOS.** El conjunto de los números complejos es la unión de los conjuntos de números reales y los números imaginarios, escribiéndose de la forma:

$$a + bi \quad 2 - 4i \quad 4 + 3\sqrt{15} i$$

Donde  $a$  y  $b$  son números reales y diferente de cero ( $a \neq 0; b \neq 0$ ) e  $i$  la unidad imaginaria; siendo  $a$  la parte real y  $bi$  la parte imaginaria.

El conjunto de los números complejos se denota por la letra  $c$ .

$$\left. \begin{array}{l} \mathbb{R} \\ \text{Imaginarios} \end{array} \right\} \mathbb{C}$$

A este conjunto de números se les puede sumar, restar, multiplicar, potenciar y radicar sin problemas, para la división se realiza siempre y cuando el denominador no sea cero. atendiendo las propiedades de los números complejos.

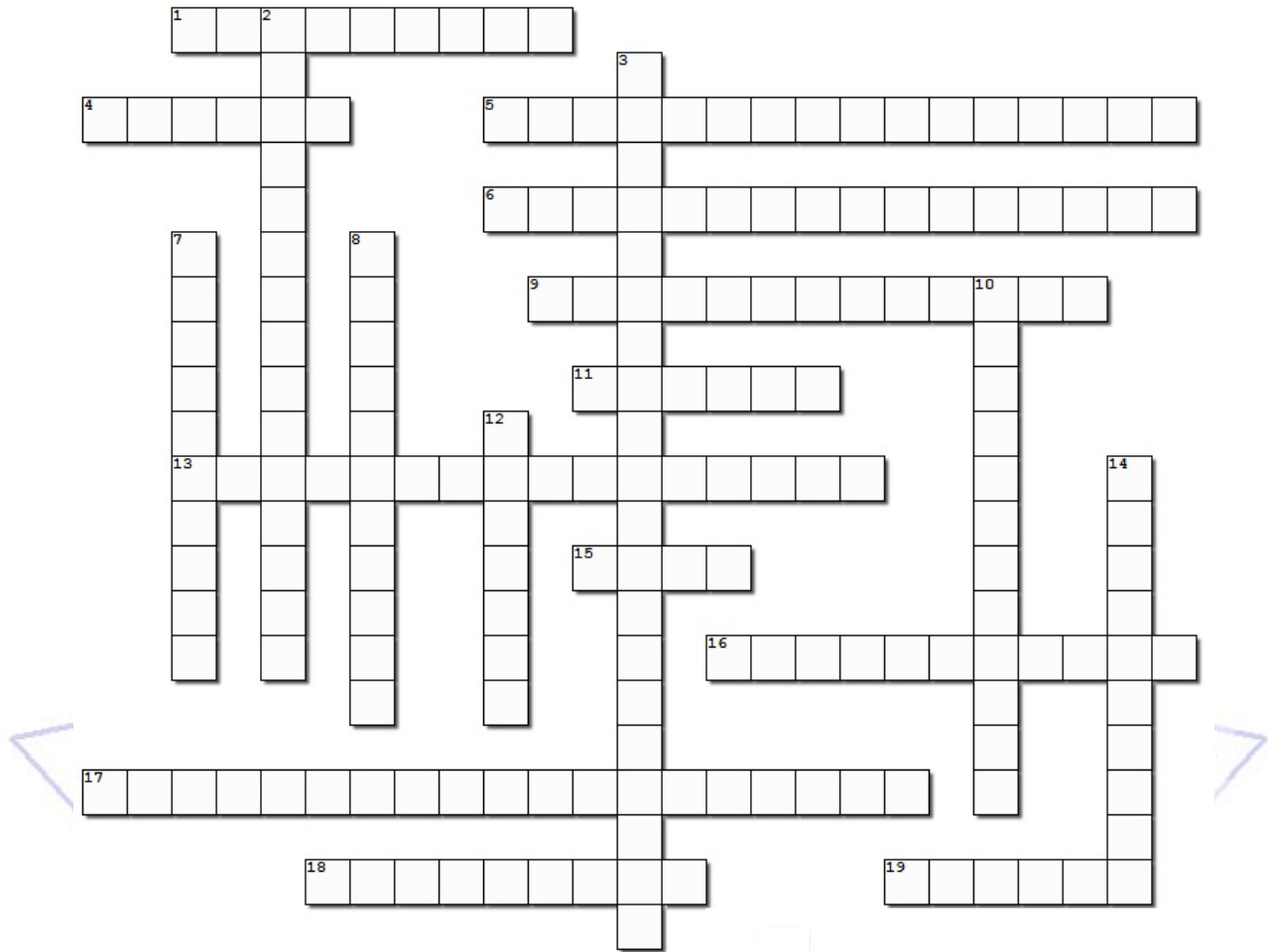
Completa el siguiente crucigrama colocando el nombre del conjunto al cual pertenecen los números que se enlistan.

#### HORIZONTALES

1. 2.41423..., -1.13452..., 0.96734...
4. -5, -3, -2, -1
5.  $\frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{7}{4}, \frac{11}{7}$
6. 5.1, 3.003, 0.024, 0.25
9.  $\frac{1}{3}, \frac{4}{1}, \frac{8}{5}, \frac{14}{7}$
11. -27, -2, 0, 5, 17
13.  $-\pi, -\sqrt{2}, 1, \frac{3}{2}$
15. 0
16.  $3i, 2, -3 + i, 5 + 2i$
17. +1, +2, +3, +5
18. 1
19. 2, 7, 11, 23

#### VERTICALES

2. 2.35, 7.07, 11.145, 23.0337
3.  $\pi, e, \log 5, \tan 43$
7. 4, 18, 42, 100
8.  $-\sqrt[4]{3}, \sqrt{5}, \frac{\sqrt{2}}{2}, -\sqrt[3]{2}$
10.  $-\frac{7}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}, \sqrt[3]{2}$
12.  $3i, \sqrt{-5}, i, -\sqrt{-2}$
14. 1, 2, 3, 4



Ejercicio para evaluación formativa II. Realiza la siguiente lectura para contestar la relación de columnas al final de esta.

## PROPIEDADES DE LOS NUMEROS REALES

Para la mejor comprensión y uso del álgebra se debe tener siempre en cuenta el uso de las propiedades de los números reales, para un despeje correcto y propio.

Si  $a$ ,  $b$  y  $c$  son números reales, se establecen lo siguiente.

### PROPIEDADES DE IGUALDAD.

*Propiedad reflexiva*

*Propiedad simétrica*

*Propiedad transitiva*

*Propiedad de sustitución*

*Propiedad de la suma*

*Propiedad de la cancelación de la suma*

*Propiedad de la resta*

*Propiedad de la cancelación de la resta*

$$a = a.$$

Si  $a = b$ , entonces  $b = a$ .

Si  $a = b$  y  $b = c$ , entonces  $a = c$ .

Si  $a = b$ , entonces  $a$  puede sustituir a  $b$  en cualquier expresión algebraica para obtener una expresión equivalente.

Si  $a = b$ , entonces  $a + c = b + c$ .

Si  $a + c = b + c$ , entonces  $a = b$ .

Si  $a = b$ , entonces  $a - c = b - c$ .

Si  $a - c = b - c$ , entonces  $a = b$ .



*Propiedad de la multiplicación*

Si  $a = b$ , entonces  $ac = bc$ .

*Propiedad de la cancelación de la multiplicación*

Si  $ac = bc$ , entonces  $a = b$ .

*Propiedad de la división*

Si  $a = b$ , entonces  $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ ; si  $c \neq 0$ .

*Propiedad de la cancelación de la división*

Si  $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ , entonces  $a = b$ ; si  $c \neq 0$ .

*Propiedad de la potencia.*

Si  $a = b$ , entonces  $a^n = b^n$ ; si  $a$  y  $b$  diferentes de 1 y 0.

*Propiedad de la cancelación de la potencia*

Si  $a^n = b^n$ , entonces  $a = b$ ; si  $c \neq 0$ .

*Propiedad del radical*

Si  $a = b$ , entonces  $\sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{b}$ ; si  $n$  par  $a$  y  $b$  mayores que 0.

*Propiedad de la cancelación del radical*

Si  $\sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{b}$ , entonces  $a = b$ ; si  $n$  par  $a$  y  $b$  mayores que 0.

#### PROPIEDADES ASOCIATIVAS.

$$(a+b)+c=a+(b+c)$$

*Propiedad asociativa de la suma.*

$$(ab)c=a(bc)$$

*Propiedad asociativa de la multiplicación.*

#### PROPIEDADES DISTRIBUTIVA.

$$a(b+c)=ab+ac.$$

#### PROPIEDAD DE LA CERRADURA.

$a+b$  Es un número real ( $\mathbb{R}$ ).

$a-b$  Es un número real ( $\mathbb{R}$ ).

$ab$  Es un número real ( $\mathbb{R}$ ).

$a^b$  Es un número real ( $\mathbb{R}$ ).

$\frac{a}{b}$  Es igual a un número real ( $\mathbb{R}$ ), siempre y cuando  $b \neq 0$ .

$\sqrt[n]{a}$  Es un número real ( $\mathbb{R}$ ), si  $b$  impar, pero es igual a un número real ( $\mathbb{R}$ ), si  $b$  - par y  $a > 0$ .

#### PROPIEDADES CONMUTATIVAS.

$$a+b=b+a$$

*Propiedad conmutativa de la suma.*

$$ab=ba$$

*Propiedad conmutativa de la multiplicación.*

#### PROPIEDADES DEL 0 Y 1.

*Identidad aditiva*

La suma de 0 y cualquier número real es igual al número mismo  $a+0=0+a=a$ .

*Propiedad de la multiplicación por 0*

El producto de cualquier número real por 0 es igual a 0.  $a(0)=0(a)=0$ .

*Identidad multiplicativa*

El producto de 1 por cualquier número real es igual al número mismo  $1(a)=a(1)=a$ .

#### PROPIEDADES DEL INVERSO.

$$a+(-a)=-a+a=0$$

Para todo número real  $a$ , existe un número real  $-a$ ; de tal forma que al sumarlos nos den cero. También conocido como número simétrico.

$$a\left(\frac{1}{a}\right)=\frac{1}{a}(a)=1$$

Para todo número real  $a$  diferente de cero, existe otro número real  $\frac{1}{a}$ ; de tal forma que al multiplicarlos nos den la unidad. También conocido como número recíproco.

# REGLA DEL DOBLE NEGATIVO.

Si  $a$  representa cualquier número real, entonces:  $-(-a) = a$

Relaciona la columna de la izquierda con la de la derecha, asigna la propiedad correspondiente a cada afirmación:

- |  |  |
|--|--|
| a) $25 + (-25) = 0$  | ( ) 1. Propiedad de la cerradura de la división.                       |
| b) $(\sqrt{7} + 1) + \frac{1}{4} = \sqrt{7} + \left(1 + \frac{1}{4}\right)$  | ( ) 2. Propiedad del inverso multiplicativo.                           |
| c) $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{5}{4}$ y $\frac{5}{2} - \frac{5}{4} = \frac{5}{4} \Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{5}{2} - \frac{5}{4}$ | ( ) 3. Propiedad de la sustitución.                                    |
| d) $\pi(12 \times 5) = (\pi \times 12)5$   | ( ) 4. Propiedad conmutativa de la multiplicación.                     |
| e) $\sqrt{27} + 0 = \sqrt{27}$   | ( ) 5. Propiedad del inverso aditivo.                                  |
| f) $-3 = -3$   | ( ) 6. Propiedad asociativa de la suma.                                |
| g) $1 \cdot \sqrt{2} = \sqrt{2}$   | ( ) 7. Propiedad transitiva.   |
| h) $(-5)(-3) = 15$   | ( ) 8. Propiedad de cerradura de la suma.                              |
| i) $4 + 1 = 5 \Leftrightarrow 5 = 1 + 4$   | ( ) 9. Propiedad distributiva de la multiplicación respecto a la suma. |
| j) $5 + 3 = 8$   | ( ) 10. Propiedad de cerradura de la multiplicación.                   |
| k) $5 \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{5} \cdot 5$   | ( ) 11. Propiedad simétrica.   |
| l) $\sqrt{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = 1$   | ( ) 12. Propiedad de la cerradura de la resta.                         |
| m) $(-4)^3 = -64$  | ( ) 13. Propiedad asociativa de la multiplicación.                     |
| n) $\frac{5}{3} \left(4 + \frac{1}{2}\right) = 4 \cdot \frac{5}{3} + \frac{5}{3} \cdot \frac{1}{2}$  | ( ) 14. Propiedad reflexiva.   |
| ñ) $\frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2}$   | ( ) 15. Propiedad de la cerradura de la potencia.                      |
| o) $\frac{24}{12} = 2$   | ( ) 16. Propiedad del neutro multiplicativo.                           |
| p) $4 - 7 = -3$  | ( ) 17. Propiedad conmutativa de la suma.                              |
|  | ( ) 18. Propiedad del neutro aditivo.                                  |

**Rap 2: Realiza operaciones fundamentales con números reales que se relacionan con situaciones de su entorno.**

Ejercicio para Evaluación formativa III. Realiza las siguientes operaciones de números enteros aplicando sus propiedades, simplificando a la mínima cantidad pasó a paso para justificar tus resultados.

- $[(3 + 2) \div 5] - [(8 + 10) \div 2]$
- $[(9 + 6 - 3) \div 4][(8 - 2) \div 3] \div [(5 - 3) \div 2]$
- $[2 - 3(-1) - 4]^2 - \sqrt{100} + \sqrt{121} - 15 \cdot 7 - 2$
- $600 + \{20 - [3 \cdot 4] + 5[18 - (16 - 11) \cdot 3 + (15 - 12) \cdot 4]\}$
- $\{(-2)^3 - (-3)^2\} + [(-1)(-3)]^2 + [(-10) \div 5]^3 + 4^2$
- $3(-2) - \{(-1) + [-5(2) - 8 + (-7 - 5) - 3(-2)] - 7(-1)\}$
- $-30 + (-10) + \left\{8 + \left[-3 \cdot 2 \cdot 6 - (-16)\left(\frac{27}{3}\right)\right]\right\}$

- 8)  $500 - \{[(31-18-9)(8) \div 4][ (15 - \overline{9+6} - 3) \div 3] + 16 \div (12-8+4)\} - 35$
- 9)  $\{[(-2)^3 + 3(2)^2][(-3)^2 - 5]\} + \{[(-1)(-1)+2][(-1)(-2)(-3)][(-2)+|-7|]\}$
- 10)  $|-22-|-14-13-10||-|25+17+38||-|-8+6-34|+7|$
- 11)  $|-7[|-8-54-36|+|43+4+32|-|-51-63-2|]|$
- 12)  $\frac{-5[(-3)+(-2)]}{(3-2)(-5)} \div \frac{(-3)(-2)-4}{(-1)(-1)+1}$
- 13)  $\frac{(-1)(-2)(-4)}{-1-(-2)} \div \frac{6[(-1)(-5)-(-7)]}{[(-1)+(-2)][5+(-2)]}$
- 14)  $\frac{1024}{16} - 32 - \left\{ \left[ -12\left(\frac{72}{12}\right) + 2\left(-\frac{91}{13}\right) \right] \div 2 \right\}$
- 15)  $\frac{6[(-3)-(-8)]}{(-1)(-2(-3))} \div \frac{-5[-12-(-8)]}{1-2-3}$

**Ejercicio para Evaluación Formativa IV.** Realiza las siguientes operaciones de números racionales aplicando sus propiedades, simplificándola a la mínima expresión paso a paso para justificar tus resultados.

- 1)  $\frac{5}{6} - \frac{2}{15}$
- 2)  $\frac{1 - \frac{3}{5} - \frac{1}{6}}{1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{5}}$
- 3)  $\frac{\frac{2}{6} - \left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{2}{4} - \frac{1}{3}\right) + 1}{\frac{2}{8}}$
- 4)  $\left(\frac{5}{2} + \frac{7}{8} - \frac{5}{6}\right) - \left(\frac{5}{8} - \frac{7}{6} + \frac{1}{12}\right) + \left(-\frac{7}{12} + \frac{7}{8} - \frac{9}{4}\right)$
- 5)  $\frac{\left(\frac{2}{9} + \frac{5}{12}\right) - \left(\frac{7}{24} + \frac{1}{12}\right)}{\left(\frac{5}{24} - \frac{7}{18}\right) - \left(-\frac{13}{12} - \frac{5}{18}\right)}$
- 6)  $\frac{\left[\frac{7}{12} - \frac{7}{6} + \frac{11}{24}\right] \frac{8}{3}}{\frac{6}{5} \left[\frac{11}{12} - \frac{5}{4} + \frac{5}{9}\right]}$
- 7)  $\frac{\frac{3}{4} - 2 - \left(-\frac{7}{8} - \frac{7}{12}\right) \frac{3}{2} + \frac{1}{12}}{\frac{2}{3} \left(\frac{5}{12} - \frac{1}{4}\right) - 2 - \frac{2}{9} + \frac{5}{12}}$
- 8)  $\frac{1 + \frac{1}{2} + \frac{1 - \frac{1}{3}}{2}}{\frac{2\left(\frac{1}{2}\right)}{\frac{5}{6}} - \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{6}}}$
- 9)  $\frac{\left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right)}{\left(1 + \frac{1}{2}\right)\left(1 + \frac{1}{3}\right)\left(1 + \frac{1}{4}\right)}$
- 10)  $\frac{\frac{5}{6} + \left(\frac{1}{3} \div \frac{2}{3}\right)}{-\frac{1}{3} \div \left(-\frac{2}{3} + \frac{5}{6}\right)}$
- 11)  $\left[ \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^4 \left(\frac{3}{2}\right)^2}{2\left(\frac{1}{3}\right)^2} \right]^2$
- 12)  $\left[ \frac{3^3 \left(\frac{1}{3}\right)^3}{2^3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{3}\right)^2} \right]^2$

$$13) \sqrt{\frac{1}{4}} + \sqrt{1 - \frac{8}{9}} + \sqrt{1 - \frac{3}{4}}$$

$$14) \frac{\sqrt{\frac{16}{36}} + \sqrt[3]{\frac{8}{27}}}{\sqrt{\frac{25}{16}} - \sqrt[3]{\frac{1}{8}}}$$

$$15) \frac{\left(2 - \frac{1}{4}\right)^2 - \left(\frac{5}{2} - 3\right)^3}{\sqrt{1 + \frac{1}{8} + \frac{7}{16}}}$$

**Ejercicio para Evaluación Formativa V.** Realiza las siguientes operaciones de números racionales aplicando sus propiedades, simplificándolos a la mínima expresión paso a paso para justificar tus resultados.

$$1) 4\sqrt[3]{5} - 5\sqrt[3]{40} + \sqrt[3]{320} + 2\sqrt[3]{135}$$

$$3) 5\sqrt{5} - 2\sqrt{20} + 3\sqrt{45} - \sqrt{180}$$

$$5) 2\sqrt{2}(\sqrt{6} - 2\sqrt{5})$$

$$7) (\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3})$$

$$9) 5\sqrt{120} \div 6\sqrt{40}$$

$$11) 8\sqrt{30} \div 10\sqrt{10}$$

$$13) \frac{3}{\sqrt{3}}$$

$$15) \frac{5}{3\sqrt[3]{2}}$$

$$17) \frac{5}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$$

$$19) \frac{2}{\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3}}$$

$$2) 2\sqrt{192} - 3\sqrt{147} - 4\sqrt{432}$$

$$4) 4\sqrt{162} - 4\sqrt{50} + 9\sqrt{72} - 12\sqrt{288}$$

$$6) (\sqrt{5} + \sqrt{2})^3$$

$$8) \frac{3}{5}\sqrt{500} \div \frac{3}{2}\sqrt{20}$$

$$10) 6\sqrt[3]{324} \div 2\sqrt[3]{12}$$

$$12) \frac{9}{\sqrt[3]{32}}$$

$$14) \frac{2}{\sqrt[3]{3}}$$

$$16) \frac{1}{\sqrt{128}}$$

$$18) \frac{5 + \sqrt{2}}{3 - \sqrt{5}}$$

$$20) \frac{\sqrt[3]{7} - 2}{5 - \sqrt[3]{7}}$$

**Ejercicio para Evaluación Formativa VI:** Realiza las siguientes operaciones de números reales, aplicando sus propiedades y simplificando a la mínima expresión paso a paso para justificar tus resultados.

$$1) (-\sqrt{3})\left(\frac{1}{4} - 2\right)$$

$$3) \frac{5}{6}\sqrt{6} + \frac{4}{5} - 3$$

$$5) \pi + \frac{\sqrt{3}}{5} - 10$$

$$7) 5\left(\frac{4}{e}\right) + \frac{1}{3}$$

$$9) \frac{2}{\sqrt{7}} - \sqrt{3}$$

$$2) \frac{1}{5}\left(\sqrt{3} + \frac{5}{3}\right)$$

$$4) \frac{6}{\sqrt{7}} - \frac{7}{5} + 2$$

$$6) -\frac{3}{\pi} + \frac{\pi}{5} - \frac{\sqrt{3}}{\pi}$$

$$8) \sqrt{80} + \frac{1}{2}e - \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$10) \frac{-2\left(\frac{3}{\sqrt{5}}\right) - \sqrt{5}}{4}$$

$$11) \frac{2\left(\frac{-2+\frac{3}{2}}{-4}\right)-5}{-7}$$

$$13) \frac{4\left(-\frac{1}{5}\right)-\frac{2}{3}}{-\frac{\sqrt{5}}{3}}$$

$$15) \frac{-5+\sqrt{(-3)^2-4(2)(-2)}}{2\left(\frac{3}{5}\right)}$$

$$17) \frac{3-\left(-\frac{1}{2}\right)}{1+3\left(-\frac{1}{2}\right)}$$

$$19) \sqrt{[-4-(-5)]^2+[0-2]^2}$$

$$12) \frac{-\frac{\sqrt{3}}{5}-4\left(-\frac{2}{3}+\frac{6}{9}\right)}{-2}$$

$$14) \frac{\left|3\left(-\frac{2}{3}\right)+5\left(\frac{1}{10}\right)-3\right|}{\sqrt{(1)^2+\left(\frac{3}{4}\right)^2}}$$

$$16) -\frac{1}{3}-\frac{\sqrt{50}}{6}$$

$$18) \frac{-(-2)^3-\sqrt{6^2-4(3)(0)}}{2(-4)}$$

$$20) \sqrt{[5-4]^2+\left[\frac{1}{2}-\left(-\frac{1}{4}\right)\right]^2}$$

**RAP 3: Emplea los algoritmos de las operaciones aritméticas en solución de problemas de su ámbito personal, social y global.**

Ejercicio para Evaluación Formativa VII: Resuelve los siguientes problemas que involucran a las razones y las proporciones, aplicando sus propiedades, justificando paso a paso tus resultados.

1. La razón de los gastos a las entradas de un restaurante es de 5 a 8. ¿Cuáles fueron las entradas en un mes si los gastos fueron de \$3675?
2. En una colonia de la ciudad hay 12000 niños que ingresaran a la primaria en el próximo ciclo escolar, y se sabe que la razón maestro-alumno es de 1 es a 30. Los padres de familia consideran que deben contratarse más profesores para que la razón anterior sea 1 es a 25, ¿cuántos maestros más se necesitan?
3. Una empresa dedicada a los servicios de las computadoras, capacita a su personal para que cada uno le pueda dar mantenimiento a 23 computadoras diariamente. a) ¿De cuantos técnicos consta su planta laboral si les da mantenimiento a 1081 computadoras diariamente? b) ¿Cuánto personal debe despedir, si solo le va a dar mantenimiento a 391 computadoras?
4. Juan, Bety y Luis se reparten los problemas que tienen de tarea en el siguiente orden 3 de cada doce los hará Bety, 4 de cada 12 los realizará Luis y 5 de cada 12 los resolverá Juan ¿Cuántos ejercicios hace cada uno de ellos si el total son 420 ejercicios?
5. Como resultado de un negocio se ha decidido repartir las ganancias de manera que el dueño del negocio le tocan \$7 y los trabajadores \$11. ¿Cuánto le toca a cada uno si se reparten \$2520?
6. Si el corazón de un hombre adulto en condiciones normales bombea 5 lts de sangre por minuto ¿Cuántos litros bombea en un día?
7. Un automóvil en condiciones normales recorre 12 Km por litro de gasolina ¿Cuántos litros requiere para recorrer 1000 Km?



8. Un hombre en reposo respira aproximadamente 780 veces en una hora ¿Cuántas veces respirara en 1 semana?
9. Un avión en condiciones normales de vuelo consume 10 toneladas de combustible en un recorrido de 2500 Km ¿Cuántas toneladas consumirá en un viaje de 4200 Km.
10. Si por el consumo de  $40 \text{ m}^3$  de agua se paga \$208 ¿Cuánto se pagará por el consumo de  $25 \text{ m}^3$ ?
11. En un internado hay 420 niños que con el suministro de víveres que se tiene se pueden alimentar por 30 días, ¿Cuántos días se alimentarían 680 niños con los mismos suministros?
12. un tanque de agua tarda 90 minutos en llenarse con dos surtidores que tiene el mismo gasto, si deseo que se llene en 15 minuto ¿En cuánto surtidores de más necesito con el mismo gasto para realizar el llenado?
13. Una cuadrilla formada por ocho hombres ha cavado en veinte días una zanja de cuatrocientos metros cúbicos, ¿Cuánto se incrementa el tiempo si la cuadrilla cava la misma zanja con seis hombres menos?
14. La pavimentación de un kilómetro de calle se realiza en 16 horas con 24 trabajadores; ¿cuántos trabajadores se necesitan contratar para que la pavimentación se realice en 6 horas?
15. Una tropa de soldados de 1300 hombres tiene víveres para 4 meses para el viaje que realizara, si se desea que los víveres duren 10 días más ¿Cuántos soldados no realizarán el viaje? (considerar 30 días por mes).
16. La entrada de agua a una piscina se hace a través de dos tubos. Con el agua proveniente de un tubo, la piscina se llena en 8 horas; si se emplea el otro tubo, se necesitan 12 horas para llenar la piscina. Estando la piscina vacía, ¿cuánto tiempo se necesitará para llenarla si se permite que el agua entre simultáneamente por los dos tubos?
17. Una cuadrilla de trabajadores puede hacer un colado de  $28 \text{ m}^2$  en 12 horas y otra cuadrilla de trabajadores puede hacer el mismo trabajo en 10 horas. Si las dos cuadrillas trabajan juntas, ¿en cuánto tiempo podrán hacer el mismo colado?
18. Ezequiel se come 1Kg de carnitas en  $\frac{1}{2} \text{ h}$ , Felipe se come lo mismo en  $\frac{3}{4} \text{ h}$  y Alfonso en 1 h ¿En cuánto tiempo se comerían 2 Kg entre los tres?
19. A tres pintores se les encomienda pintar las paredes de una casa con una superficie de muros en  $248 \text{ m}^2$ , cada uno pinta  $1 \text{ m}^2$  en aproximadamente 5, 7 y 10 minutos ¿Cuántas horas se tardaran los 3 en pintar las paredes de la casa?
20. Juan hace un problemario en 18 h, su novia lo acabaría en 10 h ¿En cuánto tiempo lo acabarían entre los dos?

Ejercicio para Evaluación Formativa VIII: Realiza los siguientes problemas que involucran los mcd y mcm, aplicando sus propiedades y justificando cada una de las respuestas.

1. Edith, Verónica y Andrea son atletas, Edith recorre la pista de 400 metros en 80 segundos, Verónica la recorre en 90 segundos y Andrea en 105 segundos. Si comienzan a correr al mismo tiempo y en el mismo lugar, ¿después de cuánto tiempo se volverán a encontrar las tres en algún lugar de la pista?

2. Se compran tres rollos de listón, uno rosa de 4 metros otro azul de 7 metros y otro verde de 5.5 metros. Se desea cortarlos para tener listones de la misma medida, ¿de qué medida debe ser cada listón?
3. Las luces intermitentes de la marquesina de un teatro funcionan a base de 3 tipos de focos que se encienden alternadamente cada 21, 28, y 35 segundos respectivamente. a) ¿Cuántos segundos después de haber encendido la marquesina estarán todos encendidos por primera vez? b) En todo el periodo del tiempo anterior ¿Cuántas veces encendieron los focos que tienen intermitencia cada 28 segundos?
4. Se tienen 3 rollos de mecate de 160, 210 y 100 metros respectivamente; se quiere cortar trozos del mismo tamaño en los 3 rollos. a) ¿De qué medida será cada trozo? b) ¿Cuántos trozos se obtienen de cada rolo?
5. Tres satélites artificiales dan una vuelta completa a la tierra en 504, 576 y 720 minutos, respectivamente. Si hoy se alinean los tres satélites sobre un punto de la superficie terrestre ¿dentro de cuánto tiempo volverán a alinearse?
6. Un comerciante adquiere 4 costales de frijol uno de 18 kg, otro de 36 Kg y uno más de 42 Kg ¿en bolsas de que capacidad le conviene más empacarlo para que sea el mínimo número de bolsas utilizadas y todas de la misma capacidad?
7. El biorritmo se basa en ciclos de días, el intelectual dura 33 días, el físico 28 y el anímico 23 ¿Cada cuantos días coinciden los tres ciclos?
8. Para llegar al andén de una estación del metro se deben bajar tres tramos de escaleras, el primer tramo tiene 288 cm, el segundo tiene 336 cm y el tercero 304 cm. Si todos los escalones deben ser de la misma altura ¿Cuántos escalones tienen cada tramo de escalera?
9. Para comprar un número exacto de docenas de pelotas que cuesta \$80 la docena o un número exacto de docenas de lápices que cuesta \$60 la docena ¿Cuál es la menor cantidad de dinero necesaria para la compra?
10. Se quiere envasar 161 kg, 253 Kg y 207 Kg de plomo en tres cajas, de modo que los bloques de plomo de cada caja tengan el mismo peso y el mayor posible ¿Cuánto pesa cada pedazo de plomo y cuántos caben en cada caja?
11. Hallar la menor capacidad posible de un depósito que se puede llenar en un número exacto de minutos abriendo simultáneamente tres llaves que vierten: la 1<sup>ra</sup>  $10\frac{1}{min}$ , la 2<sup>da</sup>  $12\frac{1}{min}$  y la 3<sup>ra</sup>  $30\frac{1}{min}$  y cuantos minutos tardaría en llenarse.
12. Tres camiones de carga transportan arena a un almacén, el primero contenía 840 Kg, el segundo 1540 Kg y el tercero 3080 Kg. Posteriormente se empaca este material en costales del mismo tamaño, si se desea que los costales tengan la mayor cantidad posible de arena. a) ¿Cuál es el peso de cada costal? b) ¿Cuántos costales se requieren?
13. ¿Cuál será la menor longitud de una varilla que se puede dividir en pedazos de 8 cm, 9 cm o 15 cm de longitud sin que sobre ni falte nada y cuantos pedazos de cada longitud se podrán sacar de esa varilla?
14. Una persona camina un número exacto de recorriendo las distancias de 6.5 m, 8 m y 10 m ¿Cuál es la mayor longitud posible de cada paso?

15. Hallar el menor número de bombones necesarios para repartir entre tres clases de 20, 25 y 30 alumnos respectivamente, de modo que cada alumno reciba un número exacto de bombones y cuántos bombones recibirá cada alumno de la 1<sup>ra</sup>, 2<sup>da</sup> y 3<sup>ra</sup> clase respectivamente.

16. ¿Cuál es la mayor longitud de una regla con la que puede medirse exactamente el largo y el ancho de una sala que tiene 8.5 m de largo y 5.95 m de ancho?

17. Tres galgos arrancan juntos en una carrera en una pista circular. Si el primero se tarda 10 segundos en dar una vuelta a la pista, el segundo en 11 segundos y el tercero en 12 segundos, ¿Cuántos segundos tendrán que pasar para que los galgos atraviesen juntos por la línea de meta y cuantas vueltas habrán dado?

18. Compré cierto número de trajes por \$2050. Vendí una parte recolectando \$1500 cobrando por cada traje lo mismo que me había costado. Hallar el valor mayor posible de cada traje y en ese supuesto ¿Cuántos trajes me quedan?

19. Tres aviones salen de una misma ciudad, el 1<sup>er</sup> cada 8 días, el 2<sup>do</sup> cada 10 días y el 3<sup>er</sup> cada 20 días. Si salen juntos de ese aeropuerto el día 2 de Enero, ¿Cuáles serán las dos fechas más próximas en que volverán a salir juntos? (el año no es bisiesto).

20. Si se tienen tres extensiones de 3675, 1575 y 2275 metros cuadrados de superficie respectivamente y se quieren dividir en parcelas iguales ¿Cuál ha de ser la superficie de cada parcela para que el número de parcelas de cada una sea el menor posible?

Ejercicio para evaluación Formativa IX: Transforma los siguientes decimales a notación científica y la notación científica a decimales.

- |                          |                           |                         |
|--------------------------|---------------------------|-------------------------|
| 1) 3 900                 | 2) $2.7 \times 10^2$      | 3) 17 000               |
| 4) $4.12 \times 10^{-5}$ | 5) 0.068                  | 6) $-2.365 \times 10^6$ |
| 7) - 547 000             | 8) $-7.56 \times 10^{-7}$ | 9) -0.000 78            |
| 10) $8.67 \times 10^0$   |                           |                         |

Ejercicio para Evaluación Formativa X: Realiza los siguientes problemas que involucren la notación científica, aplicando sus propiedades y justificando cada una de las respuestas.

1. Considerando que 1 in equivale a 2.54 cm, convierte:

- |                                    |                               |
|------------------------------------|-------------------------------|
| a) 0.000 000 000 124 in a cm.      | b) 0.000 000 26 cm a in.      |
| c) 24 800 000 000 000 000 in a cm. | d) 3 560 000 000 000 cm a in. |

2.- Calcula los valores equivalentes de:

- |  |  |
|--|--|
| a) $0.000\ 000\ 000\ 32\ \frac{Km}{h}$ a $\frac{mm}{s}$ .        | b) $0.000\ 000\ 025\ 6\ \frac{mm}{s}$ a $\frac{Km}{h}$ . |
| c) $3\ 560\ 000\ 000\ 000\ 000\ \frac{Km}{h}$ a $\frac{mm}{s}$ . | d) $242\ 000\ 000\ 000\ \frac{mm}{s}$ a $\frac{Km}{h}$ . |

3. Una micra equivale a 0.000 1 cm y una pulgada equivale a 25.4 mm. Determina cuántas micras tiene una pulgada.

4. Un restaurante de hamburguesas afirma haber vendido alrededor de 14 mil millones de hamburguesas en Estados Unidos el año pasado. Habiendo aproximadamente 215 millones de habitantes en Estados Unidos. ¿Cuántas hamburguesas representa esta venta por persona?

5. Calcula cuántos kilómetros equivale  $25 \times 10^{-4}$  in, sabiendo que 1 mm equivale a 0.039 4 in.
6. El tiempo promedio que una imagen de película aparece en la pantalla es aproximadamente  $6.4 \times 10^{-2}$  segundos. ¿Cuántas imágenes se proyectarán durante dos horas de cine?
7. Un año luz es igual a  $3.1 \times 10^{16}$  ft. Si una milla es igual a 5 280 ft; ¿cuántas millas tiene un año luz?
8. Un microbio puede generar 392 000 000 000 000 microbios en un día, ¿cuántos microbios generarán 10 microbios en una semana?
9. La luz viaja aproximadamente a  $3 \times 10^5$  km por segundo. Esta tarda cerca de 500 segundos en llegar a la tierra desde el sol. ¿Cuál es la distancia aproximada del sol a la tierra, expresa el resultado en metros y centímetros?
10. El diámetro de la galaxia se estima en 100,000 años luz, expresa este diámetro en metros y centímetros.
11. Los científicos calculan que cada segundo el sol convierte alrededor de 700 millones de toneladas de hidrógeno en helio. Si el sol contiene cerca de  $1.49 \times 10^{27}$  toneladas de hidrógeno; ¿cuántos años tardará aproximadamente en agotarse la provisión de hidrógeno del Sol?
12. Un pársec, equivale a 3.26 años luz. La estrella Alfa Centauri está a 1.3 pársec de la Tierra; ¿cuál es esa distancia en metros?
13. La masa de una partícula es de  $4.3 \times 10^{-7}$  gramos, ¿cuál es la masa de 5 millones de esas partículas?
14. Cierta computadora puede realizar sesenta y cinco millones de multiplicaciones en un segundo; ¿cuántas multiplicaciones puede realizar la computadora en: a) un minuto? b) una hora? c) un día? d) un año?
15. Un microbio puede generar doscientos ochenta y un billones de microbios en 24 horas; aproximadamente ¿cuántos microbios generarán: a) 10 microbios en 24 horas? b) 1 000 microbios en 2 horas? c) 1 000 000 de microbios en una semana?
16. Si la masa de la Tierra es de aproximadamente  $5.975 \times 10^{24}$  kilogramos, y cada gramo equivale a  $2.205 \times 10^{-3}$  lb ¿Cuál es la masa de la Tierra en libras?
17. En un cultivo de bacterias se ha observado que cada segundo hay dos mil millones de nuevas bacterias. ¿Cuántas bacterias habrá después de: a) 7 segundo y medio? b) 10 minutos y cuarto? c) Un año y dos tercios?
18. El Sol queda a unos  $1.497 \times 10^8$  kilómetros de distancia de la Tierra, y cada metro equivale a  $6.214 \times 10^{-4}$  millas ¿Cuál es la distancia del sol a la tierra en millas?
19. Para proyectar una imagen en una pantalla un cañón de electrones necesita disparar 16 000 electrones cada segundo, ¿cuántos electrones se disparan en: a) Un minuto y medio? b) Tres cuartos de hora? c) Dos días y un tercio? d) Tres años y cuarto?
20. La imagen en un televisor está formada por 525 líneas, cada imagen aparece 30 veces cada segundo. Determina cuántas líneas aparecen en el televisor durante 3 horas y media.
21. La masa de un cometa es de unos  $10^{16}$  gramos; cuando el cometa se acerca al Sol, su material se evapora con una rapidez de  $10^7$  gramos por segundo. Calcula la vida del cometa si aparece cada 50 años y permanece 10 días cerca del Sol.
22. El nitrógeno líquido, a temperatura ambiente se evapora a razón de  $1 \text{ cm}^3$  cada segundo, en una hora y media, ¿cuántos litros de nitrógeno líquido se pueden evaporar?



## UNIDAD II

### EXPRESIONES ALGEBRAICAS.

Utiliza conceptos, propiedades y relaciones algebraicas en la solución de ejercicios de su entorno académico.

**RAP 1: Reconoce expresiones algebraicas, sus elementos y propiedades en operaciones con polinomios en su ámbito académico.**

Ejercicio para Evaluación Formativa XI: Clasifica con *M* a los monomios y con *T* a los que no lo son:

1.  $\frac{3}{5}xy^2z^3$ .      2)  $\frac{4}{x^2}$ .      3)  $\frac{ab^2c}{\sqrt{5}}$ .      4)  $x\sqrt{y}$ .      5)  $\frac{1}{xy}$ .      6)  $\frac{ab}{9}$ .

Ejercicio para Evaluación Formativa XII: Clasifica cada expresión con *P* si es un polinomio y con *M* si se trata de un multinomio:

1.  $5a - b$ .      2.  $x^2y^3 - \frac{1}{3} + x^3y^2 - 8y^4$ .      3.  $\frac{1}{x^2} - xy^3 + \frac{1}{xy}$ .  
4.  $-3 - \frac{x^3}{4} + \sqrt{5}xyz$ .      5.  $x - 2\sqrt{x}y^3 + y^2$ .      6.  $\sqrt{5}m - \frac{5}{6}n + \frac{1}{\sqrt{3}}$ .  
7.  $\frac{2}{5}a^2b - \frac{ab^2}{2} + \frac{3}{4a^3}$ .

Ejercicio para Evaluación Formativa XIII: Indica el número real que aparece como coeficiente y señala el grado absoluto y relativo correspondiente a los coeficientes variables que contenga cada monomio:

1.  $1.4x^2$ .      2)  $\frac{1}{3}xyz$ .      3)  $-\sqrt{3}a$ .      4)  $\frac{r^5}{5}$ .      5)  $-\frac{5y^3}{9}$ .      6)  $-\frac{\sqrt{3}xy}{4}$ .

Ejercicio para Evaluación Formativa XIV: Indica el grado absoluto y relativo con respecto a cada una de sus variables.

1.  $-a^3rz^4 + 8r^2z + 4z^2 - 9a^5r^4$       2.  $5 - t^3 + 6t - 7t^2$       3.  $3x^3y^2 - 25y^3 + 6x^2 - 7$   
4.  $a^3 - 3a^2b + a^4b^3 - ab^5 - 10$       5.  $w^2u^3 - \frac{1}{3} + u^3w^2 - 8w^4$       6.  $4a^2b^2 - 5ab^3 + b^4$

Ejercicio para Evaluación Formativa XV: En cada serie de términos, únicamente dos de ellos son semejantes, subráyalos:

- 1)  $-2x^3$ ,  $3x$ ,  $8y^3$ ,  $5x^3$ .      2)  $7xy^2w$ ,  $7xy^2w^2$ ,  $-6x^2yw$ ,  $14xy^2w^2$ .  
3)  $-3^3xy^2$ ,  $3^2y^2x$ ,  $6xy^2$ ,  $3x^2y$ .      4)  $-w$ ,  $-x$ ,  $3w$ ,  $wx$ .  
5)  $ab^2c$ ,  $a^2bc$ ,  $3b^2ac$ ,  $3a^2bc^2$ .      6)  $\frac{1}{3}a^2\sqrt{b}$ ,  $5b^2\sqrt{a}$ ,  $-6\sqrt{a}b^2$ ,  $2\sqrt{a^2b}$ .

Ejercicio para Evaluación Continua I: Relaciona la columna de las expresiones algebraicas (izquierda), con la columna de su respectivo enunciado común (derecha).

1.  $(a^2 + b^2)^3$ .      ( ) A. El séxtuplo del cuadrado de un número cualquiera.  
2.  $(a - b)^3$ .      ( ) B. La suma de tres números cualesquiera por la diferencia de estos.



3.  $3x^2 + 2x - 21$ .

4.  $\frac{x^2 - y^2 - z^2}{2}$ .

5.  $a^3 + b^3 - 12$ .

6.  $2x + \frac{1}{2}x$ .

7.  $(a - b) + 3x$ .

8.  $m(a + x)$ .

9.  $(x + y + z)(x - y - z)$ .

10.  $6a^2$ .

11.  $2\sqrt{x^2}$ .

12.  $x^2 + 2x + 21$ .

13.  $\left(\frac{a+b}{2}\right)^3$ .

14.  $(x^3 - y^3)^2$ .

15.  $\sqrt[3]{2ab}$ .

16.  $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)^2$ .

17.  $\sqrt[3]{3x^2}$ .

18.  $k, k+1$ .

19.  $\frac{a+b}{4}$ .

20.  $m^2 - n^2$ .

21.  $3x^2 + 5$ .

22.  $2a - x^3$ .

23.  $a - \frac{x}{3}$ .

( )

( )

( )

( )

( )

( )

( )

( )

( )

( )

( )

( )

( )

( )

( )

( )

( )

( )

( )

( )

C. El doble de la raíz cuadrada del cuadrado de un número cualquiera.

D. El triple del cuadrado de un número cualquiera, más el doble de este menos veintiún unidades.

E. La semidiferencia de los cuadrados de tres números cualesquiera.

F. La suma de los cubos de dos números cualesquiera menos doce unidades.

G. El doble de un número cualquiera, más la mitad de este.

H. Un número cualquiera menos la tercera parte de otro.

I. La diferencia de dos números cualesquiera, más el triple de otro.

J. El producto de un número cualquiera por la suma de otros dos.

K. El cubo de la mitad de la suma de dos números cualesquiera.

L. El cuadrado de la diferencia de los cubos de dos números cualesquiera.

M. La raíz cúbica del triple del cuadrado de un número cualquiera.

N. La raíz cúbica del doble de dos números cualesquiera.

O. El cuadrado de la suma de los recíprocos de dos números cualesquiera.

P. El doble de un número cualquiera menos el cubo de otro.

Q. El triple del cuadrado de un número cualquiera aumentado en cinco.

R. La diferencia de los cuadrados de dos números cualesquiera.

S. La cuarta parte de la suma de dos números cualesquiera.

T. Dos números cualesquiera consecutivos.

U. El cubo de la diferencia de dos números cualesquiera.

V. El cubo de la suma de los cuadrados de dos números cualesquiera.

Ejercicio para Evaluación Continua II: Transforma a lenguaje algebraico los siguientes enunciados.

1. La mitad del triple de un número cualquiera más cinco unidades.
2. La tercera parte de un número cualquiera menos doce unidades.
3. El doble de la suma de tres números cualesquiera.
4. El doble de la diferencia de dos números cualesquiera.
5. El triple producto de tres números cualesquiera.
6. La suma del doble producto de dos números más el cubo de otro.
7. El triple del cuadrado de un número cualquiera más otro.
8. La mitad de la diferencia de dos números cualesquiera.
9. El triple de la suma de tres números cualesquiera.

10. El triple de la diferencia de dos números cualesquiera.
11. La suma de dos números cualesquiera más el doble de otro.
12. El doble del cubo de un número cualesquiera más cuatro.
13. El cuadrado del cociente de dos números cualesquiera.
14. La suma de los cuadrados de tres números cualesquiera menos tres.
15. La semidiferencia de los cuadrados de dos números cualesquiera.
16. La suma de dos números cualesquiera por la diferencia de los mismos.
17. La raíz cuadrada de la mitad de un número cualquiera.
18. La raíz cubica del doble producto de tres números cualesquiera.
19. El doble de la raíz cúbica de la diferencia de dos números cualesquiera.
20. El triple del cubo de un número cualquiera más el doble del cuadrado del mismo menos siete.
21. La diferencia del doble de las abscisas y el triple de la ordenada.
22. El cuadrado de un número cualquiera disminuido en cinco veces es igual a ochenta y cuatro.
23. El doble de un número cualesquiera aumentado en la mitad del mismo número.
24. La suma de los cuadrados de dos números cualesquiera enteros consecutivos es igual a ciento ochenta y uno.
25. El cuadrado de la suma de dos números es igual al cuadrado del primero, más el doble producto del primero por el segundo, más el cuadrado del segundo.
26. El cubo de la suma de dos números cualesquiera es igual al cubo del primer número más el triple del cuadrado del primer por el segundo número, más el triple del primero por el cuadrado del segundo, más el cubo del segundo.
27. La diferencia de los cubos de dos números cualesquiera es igual a la diferencia de los mismos números, multiplicando por el cuadrado del primero, más el producto del primero por el segundo, más el cuadro del segundo.

Ejercicio para Evaluación Continua III: Elimina los signos de agrupación y reduce los términos semejantes para simplificar las siguientes expresiones, aplicando las propiedades de los números reales.

1.  $5a - (-3a - 1)$ .
2.  $-8 - (-3xy + 10)$ .
3.  $2x - (-5x + 4)$ .
4.  $5t - 3(2t - t)$ .
5.  $4r^2 - 2r[2(2r - 3)]$ .
6.  $3\{2[4(y + 1)] - 5\}$ .
7.  $-[-(a - 2b) - (a + 2b) - (-a - 3b)]$ .
8.  $3x + 2y - \{2x - [3x - (2y - 3x) - 2x] - y\}$ .
9.  $-\{6a - [3a - (a - b) - 4b] + c\}$ .
10.  $-\{5t - w - [3w - (z - w + 2t) - 4t] + z\}$ .
11.  $3pq - \{-(2pq + 4p) + [3q - (-pq + p + 2pq)]\}$ .
12.  $-\{a - 2ab + b - [3a + 5ab + 6b - (a - b) + 5]\}$ .
13.  $6t + \{-5 + 4w - [4t - 2w + (-2t + 6) + 1] - 5w\} + 3$ .
14.  $2w - \{3w + [4w - (w - 2u) + 3u] - 4u\} + 2u$ .
15.  $7b + \{3b - [5a - b - (3a - 2b) - b] - 2a\} + 11$ .
16.  $3x - \{2x + [3x - 2y - (5x - 4y) - 2x] - 5y\} - 17$ .
17.  $4t - \{3v + [4t - (3v - 4t) - 3v] - 4t\} - 3v$ .
18.  $(2x^2y + 3xm - 3yx^2 + 6mx) - (-x^2 - 5mx - 7yx^2 + 5mx)$ .
19.  $5t - 4r - 3\{-2e + r - 2[-5t + 3(-2r - 5e) - 8t] + 3e\} - 2r$ .

20.  $5 - \{3x - 2x[x + 3 - 8(3x - 2) + 5x] - 3(4 - x^2 + x) - 8x + 3x^2\}$ .
21.  $-\frac{5}{3}a + \left\{2a - \left[\frac{5}{6}a - \left(\frac{1}{3}a + b\right) - (a + b) + \frac{2}{5}\right] - \frac{4}{10}\right\} + \frac{1}{5}$ .
22.  $\frac{2}{3}\left\{\frac{5}{6}x^2y^3 - \frac{3}{4}\left[\frac{4}{9}xy - \frac{3}{8}(x^3y^2 - x^2y^3 - \frac{4}{3}) - yx - \frac{3}{4}y^3x^2 - \frac{2}{5}\right]\right\}$ .
23.  $-\frac{4}{5}\left\{a^2b^3 - \frac{5}{6}\left[\frac{2}{3}b^2a^3 - \frac{2}{3}\left(\frac{3}{2}ba - \frac{4}{3}a^2b^3 - \frac{3}{8}\right) - \frac{2}{3}ab\right] - \frac{5}{6}ab\right\}$ .

Ejercicio para Evaluación Ordinaria I: Realiza las siguientes operaciones de polinomios, reduciendo el resultado a la mínima expresión.

- Sumar los polinomios  $5x^2 - 10 + 4x$  y  $7x - 3x^2 - 3$ .
- Sumar los polinomios  $2ab - 9b^2 - 6a^2 - 6$  y  $2a^2 + 9 - 3b^2 + 4ab$ .
- Sumar los polinomios  $-6 + 4ax - 3ab$ ,  $-5ab - 2ax - 10$  y  $ax - 1 + 8ab$ .
- Sumar los polinomios  $m^2 - 3m + 1$ ,  $m^2 - 6 + 9m$  y  $-2m^2 + 3$ .
- Sumar los polinomios  $18xy + x^2 + 2y^2 - 6$ ,  $-8y^2 + 5 + 10x^2 - xy$  y  $-8 + 3x^2 - y^2 + 4xy$ .
- Sumar los polinomios  $\frac{1}{2}x^2 + xy - \frac{2}{3}y^2$  y  $-\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{5}xy + \frac{1}{3}y^2$ .
- Sumar los polinomios  $a^3 + a^2b - ab^2$ ,  $ab^2 - 2a^2 - ab^2$  y  $6a^2b + 4ab^2 + a^3$ .
- Sumar los polinomios  $3y - 7 + z + 2x$ ,  $8 + 4x - z - 2y$  y  $y - 3x - 2z - 4$ .
- Sumar los polinomios  $x^4 - ax^3 - 5$ ,  $-2ax^3 - bx + 7$  y  $-2x^4 + ax^3 + 4bx^2 - 9$ .
- Sumar los polinomios  $-\frac{1}{5}a^2 - \frac{3}{2}ab - \frac{2}{3}b^2$ ,  $\frac{5}{2}a^2 - \frac{4}{3}ab + \frac{3}{5}b^2$  y  $-\frac{5}{3}a^2 + \frac{4}{5}ab - \frac{1}{2}b^2$ .
- Restar  $5x^2 - 10 + 4x$  del polinomio  $7x - 3 - 3x^2$ .
- De  $-7y^2 + 3x^2 - 4xy$ , restar  $-3xy + 4y^2 + 2x^2$ .
- Restar  $7 + 2x^3 - 3x^2y$  del polinomio  $x^3 - 2x^2y - y^3$ .
- De  $4x - 2x^3 - 3x^2 - 7 + x^4$ , restar  $3 - 5x + x^2 - 3x^3 + 2x^4$ .
- Restar  $\frac{3}{4}a + \frac{3}{5}c - \frac{2}{3}b$  del polinomio  $-\frac{1}{4}a + \frac{1}{3}b - \frac{2}{5}c$ .
- De  $\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{6}xy + \frac{5}{2}y^2$ , restar  $\frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{9}xy + \frac{3}{2}y^2$ .
- A la resta de  $42x^2 + 68y^2$ , menos  $86x^2 - 72y^2$ , restarle el polinomio  $51y^2 + 94z^2$ .
- A la resta de  $13a + 22b - 8ab$ , menos  $-ab - 25a + 18b$ , restarle el polinomio  $-8b + 35ab + 10a$ .
- A la resta de  $16y - 13 + 10x$ , menos  $-18 - 10x + 12y$ , restarle el polinomio  $15x + 20y - 30$ .
- A la resta de  $\frac{3}{4}a^2 + \frac{1}{6}b^2 - \frac{1}{8}c^2$ , menos  $-\frac{1}{8}a^2 + \frac{1}{12}b^2 - \frac{7}{8}c^2$ , restarle el polinomio  $\frac{1}{2}a^2 - \frac{3}{4}b^2$ .
- $(-4abc^5)(-3a^2b^3)(2b^5c^7)$ .
- $\left(-\frac{14}{25}x^3y^4w^5\right)\left(\frac{15}{28}x^5w^4\right)\left(\frac{1}{2}y\right)$ .
- $4m^2n^3(-2mn - 3m^2n^2 - 5m^3n^2)$ .
- $-5a^2b^3(2a^3bc + 3b^2c - 4c^4)$ .
- $(y^2 + 3y - 4)(y^2 + 2y)$ .
- $(2z^2 + wz - 3w^2)(z^2 - 3wz + w^2)$ .
- $(2x - y)(x - 3y)(y - 2)$ .
- $(a + 2)(a - 1)(a^2 + 3a - 2)$ .
- $(m^4 - 4m^3n^2 + 7m^2n^5 - 9n^3)(-3m^4 - 5m^3n^3)$ .
- $(3r^2t^4 - 5s^3t^2)(6r^6s^2 + 9r^3s^8t^5 - t^8 - s^9)$ .

31.  $\left(\frac{1}{2}x^2 + 2x - \frac{2}{3}\right)(x^2 - 4).$
32.  $\left(\frac{3}{4}y + 1\right)\left(4y - \frac{1}{3}\right).$
33.  $(24a^3b^7c^4) \div (18a^2b^3c^4).$
34.  $(-24a^4b^5xy^3) \div (8a^4b^3xy^2).$
35.  $(xy^3z^2 - 4x^3y^2z + 3x^2y^2z^2) \div (xy^2z).$
36.  $(20a^4b^6c^2 - 5a^5b^4c^3 + 15a^3b^7c^5) \div (-5a^3b^4c^2).$
37.  $(4x^2 - 5x^4 + 6x^3 - 11x + 2x^5) \div (1 - 3x + 2x^2).$
38.  $(a^5 + 10 - 27a - a^4 + 7a^2) \div (5 - a + a^2).$
39.  $(6m^3 - 10m^2 - 2m + 2) \div (m^2 - 3m - 2).$
40.  $(8x^3 - y^3) \div (2x - y).$
41.  $(y^4 - b^3y - by^3 - 2b^4) \div (y^2 + b^2).$
42.  $(x^2y - 12xy^2 - 6x^3 + 36y^3) \div (2x - 3y).$

Ejercicio para Evaluación Ordinaria II: Realiza las siguientes divisiones, empleando el proceso de división sintética.

1.  $(2x^3 - 3x^2 + 4x - 5) \div (x - 2).$
2.  $(4y - 12 - 4y^3 + 3y^2 + y^4) \div (y - 3).$
3.  $(-6t^2 + 15 + 5t^3) \div (t - 4).$
4.  $(31w - 7w^3 + 10 + 5w^2 + w^4) \div (w - 5).$
5.  $(p^4 - 2 + p^8) \div (p + 1).$
6.  $(m^5 + 32) \div (m + 2).$
7.  $(x^3 - 19x + 30) \div (x - 3).$
8.  $(3a^3 - 4a^2 - a + 8) \div (a + 4).$
9.  $(3n^3 - 18 - 7n^2 + n^4 - 27n) \div (n - 3).$
10.  $(20 - 5y^2 + 4y^3 - 11y) \div (y - 2).$

Ejercicio para Evaluación Integradora I: Realiza las siguientes operaciones de polinomios combinadas.

1. Dados los polinomios  $P = 2y^4 + y^3 + 3y^2$ ;  $Q = y^3 - 3y^2 - 6y$  &  $R = y^3 - 3y^4 + 2y^2$  calcula las siguientes operaciones:

- a.  $P + (R \times Q).$
- b.  $R + (P - Q).$
- c.  $(P \times R) \div Q.$
- d.  $P - Q \times R.$
- e.  $(-R - P) \div Q.$

2. Dados los polinomios  $A = x^3 - 7x^2 + 2x$ ;  $B = 5x^3 + 8x^2 - 7$ ;  $C = 5x^3 - 3x + 10$  &  $D = 6x^2 + 4x - 2$ , calcula las siguientes operaciones:

- a.  $(A + D) - (C + B).$
- b.  $[C \times (B - D)] \div A.$
- c.  $(A + B) \times (D - C).$
- d.  $(B - A) + (D - C)$
- e.  $(A \times C) + (B - D)$

3. Dados los polinomios  $A = 4a^3 - 7a^2 + 2a - 4$ ;  $B = 3a^3 + 8a^2 + 3a - 7$ ;  $C = a^3 - 3a + 10$  &  $D = a^3 - 6a^2 + 4a - 2$ , calcula las siguientes operaciones:

- a.  $(A + B) - (C + D).$
- b.  $[B \times (A - D)] \div C.$
- c.  $(A + D) \times (C - B).$



d.  $(C-D) \div (B-A)$ . e.  $(A \times D) \div (A-B)$

4. Dados los polinomios  $A = 6y^3 - 2y^2 + 3y - 1$ ;  $B = y^4 - 5y^2 + 6$ ;  $C = 5y^5 + 7y^4 - y^2 + 4y + 1$  &  $D = -4y^5 - 6y^3 + y - 8$ , calcula las siguientes operaciones:

a.  $(B+D)-(A+B)$ . b.  $[A \times (D-C)] \div B$ . c.  $(D-C) \times (A+B)$ .  
d.  $(C-D) \div (B-A)$ . e.  $(A \times C) \div (D-C)$ .

5. Dados los polinomios  $A = 3b^3 - 5b^2 - 4b - 8$ ;  $B = b^3 + 2b - 4$ ;  $C = b^2 - b + 10$  &  $D = 2b - 5$ , calcula las siguientes operaciones:

a.  $(A-D)+(C-B)$ . b.  $[D \times (A-B)] \div C$ . c.  $(A-B) \times (D+C)$ .  
d.  $(B+A) \div (C-D)$ . e.  $(A \times D) \div (C-B)$

**RAP 2: Identifica productos notables y la factorización de expresiones algebraicas en un ambiente matemático.**

Ejercicio para Evaluación Formativa XVI: Factorizar hasta obtener termino irreducibles en cada polinomio, aplicando el procedimiento de Factor común.

- |  |  |
|--|--|
| 1. $4x^5 - 12x^3 - 20x^2$ .            | 2. $3a^3b^3 - 6a^2b^2 + 12ab$ .        |
| 3. $4m^2n - 12mn + 8mn^2 - 16m^2n^2$ . | 4. $4x^2y^2 - 8x^3y^3 + 16x^2y^4$ .    |
| 5. $-20a^3b^2 - 15a^4b + 35a^2b^4$ .   | 6. $18x^3y - 24x^2y^2 + 12xy^2 - xy$ . |
| 7. $9m^2 - 12mn + 15m^3n^2 - 24mn^3$ . | 8. $35m^4 - 21m^3x - 14m^2x^2$ .       |
| 9. $(x+y)(x-y) + 2(x+y)$ .             | 10. $(a-1)(a+2) - (a-1)(2a-3)$ .       |
| 11. $4x(r-s) + 3y(s-r)$ .              | 12. $x^2y(x-y) + x^2y^2(x-y)$ .        |

Ejercicio para Evaluación Formativa XVII: Factoriza hasta la mínima expresión los polinomios que siguientes, aplicando el procedimiento de Agrupamiento de términos.

- |                                    |  |
|------------------------------------|--|
| 1. $2ab - ac + 2b^2 - bc$ .        | 2. $x^2 + 2xy - 2x - 4y$ .             |
| 3. $x^2 - xy + xw - yw$ .          | 4. $m^3 - 2m^2 - 3m + 6$ .             |
| 5. $3xy - 2y^2 + 2yw - 3xw$ .      | 6. $2x^2 - 2xy + 7ay - 7ax$ .          |
| 7. $x^3 + 3x^2 - 6y - 2xy$ .       | 8. $ab^3 - 3b^2 + ab - 3$ .            |
| 9. $2x^2 - xy + xw - 2x - w + y$ . | 10. $8n + 2dm + cn - dn - 16m - 2cm$ . |
| 11. $6a^2 - 4ac - 15ab + 10bc$ .   |  |

Ejercicio para Evaluación Formativa XVIII: Construye el conjugado de cada binomio.

- |                   |                       |
|-------------------|-----------------------|
| 1. $x^2 + 3x$ .   | 2. $x^3 - y^3$ .      |
| 3. $-2x + 4$ .    | 4. $-2w - 2z$ .       |
| 5. $1 + x^2y^6$ . | 6. $-x^4y^3z^5 - 9$ . |

Ejercicio para Evaluación Formativa XIX: Desarrollar los binomios conjugados aplicando la regla del producto notable.

- |                                 |   |
|---------------------------------|---|
| 1. $(-5y^2 + 3x)(-5y^2 - 3x)$ . | 2. $(x^4 - y^4)(x^4 + y^4)$ .           |
| 3. $(2b - 3a^2)(2b + 3a^2)$ .   | 4. $(-7xy - 2x^2y^2)(-7xy + 2x^2y^2)$ . |
| 5. $(x^2 + y^2)(x^2 - y^2)$ .   | 6. $(-2y^2 + 9x^3)(-9x^3 - 2y^2)$ .     |



Ejercicio para Evaluación Formativa XX: Factoriza las siguientes diferencias de cuadrados, hasta obtener términos irreducibles.

- |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|
| 1. $x^4 - y^2$ .         | 2. $16 - 9y^2$ .         |
| 3. $y^8 - 49$ .          | 4. $10^2 a^4 b^4 - 81$ . |
| 5. $(a-1)^2 - b^2$ .     | 6. $x^2 y^4 - (w-1)^2$ . |
| 7. $(1+b)^2 - (c-d)^2$ . | 8. $(x-y)^2 - (r-s)^2$ . |
| 9. $x^{16} - 1$ .        | 10. $-x^8 + 81$ .        |
| 11. $16a^8 - b^4$ .      | 12. $-625 + 16p^4$ .     |

Ejercicio para Evaluación Formativa XXI: Desarrolla el producto de binomios con término común aplicando su regla de producto notable.

- |                              |                          |
|------------------------------|--------------------------|
| 1. $(y+5)(y-12)$ .           | 2. $(w+8)(w-2)$ .        |
| 3. $(t-9)(t+7)$ .            | 4. $(x-5)(x-8)$ .        |
| 5. $(a-9)(a-10)$ .           | 6. $(y^2+1)(y^2-6)$ .    |
| 7. $(h^3-4)(h^3+3)$ .        | 8. $(-n+6)(-n-4)$ .      |
| 9. $(y-3)(5+y)$ .            | 10. $(-1+x)(-9+x)$ .     |
| 11. $(-6+a^2)(a^2-5)$ .      | 12. $(xy^2-8)(xy^2-9)$ . |
| 13. $(x^2y^3+5)(x^2y^3+5)$ . | 14. $(a-9)(a-9)$ .       |

Ejercicio para Evaluación Formativa XXII: Desarrolla los binomios sin término común, aplicando su regla correspondiente.

- |                         |                           |
|-------------------------|---------------------------|
| 1) $(3x+1)(2x+3)$ .     | 2) $(2w+3)(w+4)$ .        |
| 3) $(-5x+2)(3+2x)$ .    | 4) $(-3x-10)(-4x-9)$ .    |
| 5) $(7x^2-3)(7x^2-3)$ . | 6) $(-3-2x^2)(-3-2x^2)$ . |

Ejercicio para Evaluación Formativa XXIII: Desarrolla los siguientes binomios al cuadrado aplicando su regla correspondiente.

- |                       |                            |
|-----------------------|----------------------------|
| 1. $(-3x^2+4y^3)^2$ . | 2. $(9w+2y)^2$ .           |
| 3. $(7x^2-3x)^2$ .    | 4. $(-xy-3)^2$ .           |
| 5. $(-x^2-y^2)^2$ .   | 6. $(2x^2y^3-3x^3y^2)^2$ . |
| 7. $(-x^4+y^4)^2$ .   | 8. $(-1+x^2y^2)^2$ .       |

Ejercicio para Evaluación Formativa XXIV: Desarrollar los trinomios cuadráticos aplicando la regla de binomio al cuadrado y la propiedad asociativa.

- |                          |                         |
|--------------------------|-------------------------|
| 1) $(x^2+x+1)^2$ .       | 2) $(3x^3+4x+3)^2$ .    |
| 3) $(x^2y-2xy^2-xy)^2$ . | 4) $(-a^3+b^3-c^3)^2$ . |

Ejercicio para Evaluación Formativa XXV: Factoriza los siguientes TCP, aplicando el procedimiento correspondiente.

- |                         |                        |
|-------------------------|------------------------|
| 1. $9x^2+6x+1$ .        | 2. $4x^2+12xy+9y^2$ .  |
| 3. $16a^2-40ab+25b^2$ . | 4. $49w^2+28wr+4r^2$ . |

5.  $16a^2 - 72ab + 81b^2$ .

7.  $x^2 + 4y^2 + 4xy$ .

6.  $100h^2 - 140hk + 49k^2$ .

8.  $w^4 + 81t^2 - 18w^2t$ .

Ejercicio para Evaluación Formativa XXVI: Factoriza los siguientes trinomios  $a=1$ , aplicando el procedimiento correspondiente.

1.  $a^2 + 17a + 72$ .

3.  $x^2 - 10 - 3x$ .

5.  $75 + x^2 - 20x$ .

2.  $y^2 + 12 - 8y$ .

4.  $9p - 36 + p^2$ .

6.  $x^2 + x - 132$ .

Ejercicio para evaluación Formativa XXVII: Factoriza los siguientes trinomios  $a \neq 1$ , aplicando el procedimiento correspondiente.

1.  $6x^2 - 13x + 6$ .

3.  $4x^2 + 21x + 26$ .

5.  $3x^2 - 5x - 2$ .

7.  $2x^2 - 11x + 5$ .

9.  $12y^2 + 17y - 5$ .

11.  $3x^2 - 4x - 15$ .

13.  $2x^2 - 3xy - 9y^2$ .

15.  $4v^2 + 9w^2 + 15vw$ .

2.  $2x^2 + 5x + 2$ .

4.  $9x^2 + 12x - 5$ .

6.  $15x^2 - 19x + 6$ .

8.  $6x^2 + 3 + 11x$ .

10.  $8w^4 - 10w^2 + 3$ .

12.  $3x^2 + 2xy - y^2$ .

14.  $4a^2 - 19ab + 12b^2$ .

16.  $3x^2 - x - 10$ .

Ejercicio para Evaluación Formativa XXVIII: Factoriza los siguientes trinomios cuadráticos identificando el procedimiento correspondiente, para determinar aquellos que no se pueden factorizar.

1)  $x^2 + x + 1$ .

3)  $4x^2 - 4x + 1$ .

5)  $15a^2 + 26a + 8$ .

7)  $t^2 + 3t - 1$ .

9)  $9w^2 + 6w - 1$ .

11)  $y^2 + 6y + 9$ .

13)  $w^2 + 7w + 12$ .

15)  $4y^2 - 23y - 15$ .

2)  $6x^2 - 5x - 6$ .

4)  $a^2 - 17a + 70$ .

6)  $49 - 56w + 16w^2$ .

8)  $x^2 + x - 42$ .

10)  $y^2 - 3y - 40$ .

12)  $2b^2 + 3b - 14$ .

14)  $25 + 10t + t^2$ .

16)  $4y^2 - 23y + 15$ .

Ejercicio para Evaluación Formativa XXIX: Desarrolla los siguientes productos Lineales-Cuadráticos, aplicando la regla correspondiente.

1)  $(x+1)(x^2 - x + 1)$ .

3)  $(3b^3 + 2a^2)(9b^6 - 6a^2b^3 + 4a^4)$ .

5)  $(x^3y - 2w^2)(x^6y^2 - 2x^3yw^2 + 4w^4)$ .

2)  $(y-5)(y^2 + 5y + 25)$ .

4)  $(2p-3q)(4p^2 + 6pq + 9q^2)$ .

6)  $(t^3 + 4)(t^6 - 4t^3 + 16)$ .

Ejercicio para Evaluación Formativa XXX: Factoriza las siguientes sumas o diferencias de cubos, aplicando su procedimiento correspondiente.

1.  $8 + x^3$ .

3.  $125w^3 - 64r^6$ .

5.  $729m^9 + w^6$ .

2.  $1 - 27y^3$ .

4.  $216p^3 + 343$ .

6.  $1000x^6 - y^{12}$ .

Ejercicio para Evaluación Formativa XXXI: Desarrollar los siguientes binomios al cubo, aplicando la regla correspondiente.

- 1)  $(x^2 + 2x)^3$ .
- 2)  $(xy - x^2)^3$ .
- 3)  $(-y^2 + 3x^2)^3$ .
- 4)  $(-4ab^2 - 2a^2b)^3$ .
- 5)  $(2x^2y^3 - 3x^3y^2)^3$ .

Ejercicio para Evaluación Formativa XXXII: Factoriza los siguientes polinomios de cubo perfecto, aplicando el procedimiento correspondiente.

- 1)  $a^3 - 3a^2 + 3a - 1$ .
- 2)  $125a^3 + 225a^2b + 135ab^2 + 27b^3$ .
- 3)  $8x^6 - 84x^4y^3 + 294x^2y^6 - 343y^9$ .
- 4)  $64 - 48w^2 + 12w^4 - w^6$ .
- 5)  $a^3b^3 + 18a^2b^2 + 108ab + 216$ .

Ejercicio para Evaluación Formativa XXXIII: Factorizar los siguientes polinomios, aplicando el procedimiento de factorización por evaluación y si es necesario alguno de los procedimientos anteriormente visto.

1.  $5x^3 + x^2 - 5x - 1$ .
2.  $x^3 - 7x - 6$ .
3.  $x^3 + 5x^2 - 4x - 20$ .
4.  $x^3 + 6x^2 + 6x + 5$ .
5.  $x^5 + x^4 - 6x^3 - 13x^2 - 13x - 6$ .
6.  $x^3 + x^2 - 21x + 4$ .
7.  $5x^3 - 9x^2 + 4x - 12$ .
8.  $6x^3 + 17x^2 - 4x - 3$ .
9.  $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ .
10.  $x^5 - 3x^3 + 3x^2 + 2x - 3$ .
11.  $x^3 - 4x^2 - 4x - 5$ .
12.  $10x^4 + x^3 - 37x^2 - 16x + 12$ .
13.  $2x^3 - 5x^2 - 13x + 30$ .

Ejercicio para Evaluación Continua IV: Factoriza los siguientes polinomios en términos irreducibles, aplicando los procedimientos vistos anteriormente.

- 1)  $3ax^2 - 3a$ .
- 2)  $a^3 - 3a^2 - 28a$ .
- 3)  $x^4 - 3x^2 - 4$ .
- 4)  $5a^4 + 5a$ .
- 5)  $n^4 - 81$ .
- 6)  $x^2 + y^2 - w^4 - 2xy$ .
- 7)  $a^2 + 2ab - 16 + b^2$ .
- 8)  $1 + my - y^2 - my^3$ .
- 9)  $a^2 + b^2 - c^2 - 2ab$ .
- 10)  $x^5 + x^3 - 2x$ .
- 11)  $x^3 - y^3 - x^2 - y^2 + 2xy$ .
- 12)  $1 - a^8$ .
- 13)  $a^6 - 1$ .
- 14)  $a^4 + b^4 - 2a^2b^2$ .
- 15)  $a^4 + 2a^3 - a^2 - 2a$ .
- 16)  $a^4 + a^3 - 9a^2 - 9a$ .
- 17)  $1 - a^2 + 2ax - x^2$ .
- 18)  $1 - a^2 - 9n^2 - 6an$ .

Ejercicio para Evaluación Ordinaria III: Determina el m. c. m. de cada grupo de polinomios.

- 1)  $4abc$ ;  $6a^2b^2c$ ;  $10a^3c^4$ .
- 2)  $120x^4$ ;  $30xy^3$ ;  $25x^2y^2z$ .
- 3)  $35a^2b^2c$ ;  $56a^2b^2c^3$ ;  $64abc^3$ .
- 4)  $x^3 - 2x^2y$ ;  $x^2 - 4y^2$ ;  $x^2 + 4y^2 - 4xy$ .
- 5)  $x^2 + x - 2$ ;  $x^2 - 4x + 3$ ;  $x^2 - x - 6$ .
- 6)  $x^3 - x$ ;  $x^3 + x$ ;  $x^2 - x^4$ .
- 7)  $x^3 + 8$ ;  $x^2 - 4$ ;  $x^2 - 5x + 6$ .
- 8)  $2y^2 - y - 3$ ;  $4y^2 - 4y - 3$ ;  $2y^2 + 3y + 1$ .

**RAP 3: Utiliza los productos notables y la factorización en operaciones con fracciones algebraicas en su ámbito académico.**

Ejercicio para Evaluación Formativa XXXIII: Simplificar las fracciones que siguen a su mínima expresión.

1.  $\frac{16x^2y^2}{24x^3y}$
2.  $\frac{36a^3b^4c}{64a^5b^2c^3}$
3.  $\frac{48p^4q^5r^2}{72p^6q^2x^7}$
4.  $\frac{xy+x}{y^2-1}$
5.  $\frac{3a-ab}{b^2-9}$
6.  $\frac{2x^2y-2xy^2}{x^2-2xy+y^2}$
7.  $\frac{c^2-5c+6}{4-c^2}$
8.  $\frac{x^2+x-20}{2x^2+10x}$
9.  $\frac{x^3-y^3}{x^2-y^2}$
10.  $\frac{a^2-a-2}{a^2+a-6}$
11.  $\frac{ax-ay-x+y}{ax+ay-x-y}$
12.  $\frac{(x-y)^2-a^2}{x^2-(a+y)^2}$
13.  $\frac{x^2-a^2+2ab-b^2}{x^2+a^2-b^2+2ax}$
14.  $\frac{(x^3-1)(x^2-1)}{(x-1)^2(x+1)^3}$
15.  $\frac{9y^2-6xy+x^2}{9y^2-9xy+2x^2}$

Ejercicio para Evaluación Integradora II: Efectúa las operaciones de suma y/o resta de fracciones algebraicas, simplificando tus resultados a la mínima expresión.

1.  $\frac{a-2b+3}{15} + \frac{2a-3b-4}{15} - \frac{a+b-12}{15}$
2.  $\frac{x-2}{x^2} + \frac{x^2+1}{x^2} + \frac{1}{x^2}$
3.  $\frac{3x^2}{x^2-9} - \frac{4x+2}{x^2-9} + \frac{2x^2+2x-11}{x^2-9}$
4.  $\frac{1}{x^3-y^3} + \frac{y^2}{x^3-y^3} - \frac{x^2+1}{x^3-y^3}$
5.  $(x-1) + \frac{-2}{x^2-1}$
6.  $(x+y) + \frac{x^2+y^2}{x-y}$
7.  $(a^2+2ab+b^2) - \frac{a^4+b^4}{a^2-2ab+b^2}$
8.  $\frac{a-2b+3}{15} - \frac{2a-3b-4}{20} + \frac{a+b-12}{30}$
9.  $-\frac{2x}{x^2+xy} - \frac{2y}{x^2-xy}$
10.  $\frac{-a}{a-2} + \frac{a-1}{a+1} - \frac{6}{a^2-a-2}$
11.  $\frac{6x+2y}{x^2-y^2} - \frac{2}{x+y} - \frac{3}{x-y}$
12.  $\frac{4x}{x^2-4} - \frac{3x}{x^2-x-2} + \frac{2}{x^2+3x+2}$
13.  $\frac{1}{r-5} + \frac{r}{r^2-4r-5} + \frac{r+5}{r^2+2r+1}$
14.  $\frac{3x-1}{x-1} + \frac{2x-1}{x-2} + \frac{3}{x^2-3x+2} + \frac{3x-7}{3-3x}$
15.  $\frac{2x-3}{x+2} + \frac{3x-1}{1-x} + \frac{9x-3}{x^2+x-2} - \frac{1}{2-2x}$
16.  $\frac{u+1}{u^2+2u-15} + \frac{u+6}{u^2-4u+3} - \frac{u+2}{u^2+4u-5}$
17.  $\frac{3a}{2a^2-2a-4} - \frac{a-1}{4a^2+8a-32} - \frac{10a-1}{8a^2+40a+32}$
18.  $\frac{x-2}{2x^2-5x-3} + \frac{x-3}{2x^2-3x-2} + \frac{2x-1}{x^2-5x+6}$
19.  $\frac{2ux^2y}{3a^2b^3c} \cdot \frac{9ab^4c^2}{3uxy^5}$
20.  $\frac{2a-2}{3a^2-75} \cdot \frac{a^2-4a-5}{3a+3}$
21.  $\frac{4x^2-1}{2x^2-5x-3} \cdot \frac{x^2+x-12}{4x^2-8x+3} \cdot \frac{2x^2+3x-9}{x^2+7x+12}$
22.  $\frac{y^2+y+1}{xy+y} \cdot \frac{xy-y}{y^2-y+1} \cdot \frac{y^3+1}{y^3-1}$

$$23. \frac{x^3 - 9x^2 + 27x - 27}{6x^2 - 19x + 3} \cdot \frac{6x^2 + 35x + 36}{x^2 + 37x + 36}.$$

$$25. \frac{x^2 - 3xy - 10y^2}{x^2 - 2xy - 8y^2} \cdot \frac{x^2 - 16y^2}{x^2 + 4xy} \cdot \frac{x^2 - 6xy}{x + 2y}.$$

$$27. \frac{24a^3b^4c}{5w^4xy} \div \frac{18a^2b^3c^2}{25wxy^3}.$$

$$29. \frac{\frac{x^3 - 8}{x^2 + 7x + 10}}{\frac{x^2 + 2x + 4}{3x^2 + 6x}}.$$

$$31. \left( \frac{8y^2 - 2y - 3}{3y^2 - y - 10} \div \frac{10y^2 + y - 2}{3y^2 + 20y + 25} \right) \div \frac{5y^2 + 8y - 4}{12y^2 + 11y - 5}.$$

$$32. \left( \frac{6x^2 + 13xy + 5y^2}{2xy - x^2} \cdot \frac{y^2 - 4x^2}{2x^2 - 7xy + 3y^2} \right) \div \frac{3x^2 - 4xy - 15y^2}{2x^2 - 4xy}.$$

$$33. \left( \frac{m^3 + 4m^2n + 4mn^2}{3m^2n - 5mn^2 - 2n^3} \div \frac{m^3 + 6m^2n + 12mn^2 + 8n^3}{27m^3 - n^3} \right) \frac{m^2 - 4n^2}{9m^2 - 3mn + n^2}.$$

$$34. \left( \frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} \right) \div \left( \frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y} \right).$$

$$36. \left( x - \frac{2x-1}{x^2+2} \right) \div \left( x^2 + 1 + \frac{x-1}{x} \right).$$

$$38. \frac{x + \frac{x-1}{x+1}}{x - \frac{x-1}{x+1}}.$$

$$40. \frac{\frac{x^2}{x^2 - y^2} - 1}{\frac{2x}{y-x} + 2}.$$

$$42. \frac{\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a-b}}{\frac{1}{x^2 - b^2} + \frac{1}{a+b}}.$$

$$24. \left( \frac{a^2 - a - 2}{a^4 - 1} \right) \left( \frac{a^2 - 2a + 1}{a^2 + a - 6} \right) \left( \frac{a}{a-1} - \frac{1}{a+1} \right)$$

$$26. \frac{x^4 + 27x}{x^3 - x^2 + x} \cdot \frac{x^4 + x}{x^4 - 3x^3 + 9x^2} \cdot \frac{1}{x(x+3)^2} \cdot \frac{x^2}{x-3}.$$

$$28. \frac{\frac{1}{a^2 - a - 30}}{\frac{2}{a^2 + a - 42}}.$$

$$30. (x^2 - y^2) \div \left( \frac{2x^2 + 3xy + y^2}{3x^2 + xy - 4y^2} \div \frac{2x+y}{x^2 - 2xy + y^2} \right).$$

$$35. \left( a + 2 - \frac{7a+9}{a+3} \right) \div \left( a - 4 + \frac{5a-1}{a+1} \right).$$

$$37. \frac{16x^2 - 24xy + 9y^2}{16x - 12y} \div \frac{64x^3 - 27y^3}{32x^2 + 24xy + 18y^2}.$$

$$39. \frac{\frac{x+y}{x} - \frac{x-y}{x+y}}{\frac{x-y}{x} - \frac{x+y}{x+y}}.$$

$$41. \frac{\frac{x}{y^2} - \frac{y}{x^2}}{\frac{1}{x^2} + \frac{1}{xy} + \frac{1}{y^2}}.$$

$$43. \frac{\frac{(x+y)^2 + (x-y)^2}{(x+y)^2 - (x-y)^2}}{\frac{x^4 - y^4}{2x^2y - 2xy^2}}.$$



## UNIDAD III

### FUNCIONES Y ECUACIONES LINEALES.

**Emplea las funciones y ecuaciones lineales en la solución de problemas que se presentan en su entorno académico, personal y social.**

**RAP 2: Elabora modelos que den lugar a ecuaciones y/o sistemas lineales a partir de situaciones de la vida cotidiana y las ciencias.**

Ejercicio para Evaluación ordinaria IV: Determina el conjunto solución de las siguientes ecuaciones lineales.

1.  $8x - 4 + 3x = 7x + 14 + x$ .
2.  $3x - (2x - 1) = 7x - (3 - 5x) + (24 - x)$ .
3.  $x - (2x + 1) = 8 - (3x + 3)$ .
4.  $10(x - 9) - 9(5 - 6x) = 2(4x - 1) + 5(2x + 1)$ .
5.  $(3x - 4)(2x + 1) + 4 = 6x^2 - 5x$ .
6.  $2 - \frac{x-1}{40} = \frac{2x-1}{4} - \frac{4x-5}{8}$ .
7.  $3x - \frac{2x}{5} = \frac{x}{10} - \frac{7}{4}$ .
8.  $\frac{x-2}{3} - \frac{x-3}{4} = \frac{x-4}{5}$ .
9.  $\frac{x-1}{2} - (x-3) = \frac{x+3}{3} + \frac{1}{6}$ .
10.  $\frac{3}{5} + \frac{3}{2x-1} = 0$ .
11.  $\frac{2x}{2x+3} + \frac{6}{4x+6} = 5$ .
12.  $\frac{2}{4x-1} = \frac{3}{4x+1}$ .
13.  $\frac{1}{2x-1} = \frac{4}{8x-4}$ .
14.  $\frac{x^3+8}{x+2} = 4 + x^2 - 2x$ .
15.  $\frac{3}{2x-4} - \frac{5}{x+3} = \frac{2}{x-2}$ .
16.  $\frac{3}{x-4} = \frac{2}{x-3} + \frac{8}{x^2-7x+12}$ .
17.  $\frac{3x-1}{x^2+7x+12} = \frac{1}{2x+6} + \frac{7}{6x+24}$ .
18.  $\frac{3x}{x-2} = 1 + \frac{6}{x-2}$ .
19.  $\frac{4}{x+2} + \frac{1}{x-2} = \frac{5x-6}{x^2-4}$ .
20.  $2 + \frac{3}{3x-1} = \frac{9x}{3x-1}$ .

Ejercicio para evaluación continua V: Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones empleando el método gráfico, utiliza papel milimétrico para realizar tus graficas.

1.  $\begin{cases} x+y=6 \\ x-y=2 \end{cases}$
2.  $\begin{cases} 4x-2y=8 \\ 2x-y=2 \end{cases}$
3.  $\begin{cases} 2x-8=2y \\ x=4+y \end{cases}$
4.  $\begin{cases} \frac{1}{3}y-x=1 \\ 3x-y=-3 \end{cases}$
5.  $\begin{cases} 2x-y=5 \\ x-y=1 \end{cases}$
6.  $\begin{cases} 3x=y-6 \\ y=3x-9 \end{cases}$

Ejercicio para Evaluación Ordinaria V: Obtén el conjunto solución de los siguientes sistemas de ecuaciones empleando al menos dos métodos para comprobar tus resultados.

1.  $\begin{cases} x+3y=6 \\ 5x-2y=13 \end{cases}$
2.  $\begin{cases} 2x-\frac{7}{2}=5y \\ \frac{4}{3}x=\frac{10}{3}y+\frac{7}{3} \end{cases}$
3.  $\begin{cases} 4x+5y=5 \\ -10y-4x=-7 \end{cases}$
4.  $\begin{cases} 2y-5x=6 \\ 5x-2y=13 \end{cases}$

$$\begin{array}{llll}
 5. \begin{cases} y = \frac{6x+9}{5} \\ 27+18x = 15y \end{cases} & 6. \begin{cases} x-5y = 8 \\ -7x+8y = 25 \end{cases} & 7. \begin{cases} x = 8+5y \\ -5y = -4-x \end{cases} & 8. \begin{cases} 9x+16y = 5 \\ 4y-3x = 0 \end{cases} \\
 9. \begin{cases} 12x+14y = 20 \\ -14y-12x = -19 \end{cases} & 10. \begin{cases} 7x-4y = 5 \\ 9x+8y = 13 \end{cases} & 11. \begin{cases} 7x-15y = 1 \\ -x-6y = 8 \end{cases} & 12. \begin{cases} 6y = 27-x \\ 2y = \frac{27-x}{3} \end{cases} \\
 13. \begin{cases} 3x-2y = 9 \\ 5x+8y = -60 \end{cases} & 14. \begin{cases} 3x-4y = 0 \\ -3x+4y = -24 \end{cases} & 15. \begin{cases} y-2x = -4 \\ 28-7y = 14x \end{cases} & 16. \begin{cases} 10x-3y = 36 \\ 2x+5y = -4 \end{cases} \\
 17. \begin{cases} 3(x+2) = 2y \\ 2(y+5) = 7x \end{cases} & 18. \begin{cases} (x-y)-(6x+8y) = (10x+5y+3)-(y-5) \\ (x+y)-(9y-11x) = 2y-2x \end{cases} \\
 19. \begin{cases} 30x-(8-x) = 2y+30 \\ 5x-29 = x-(5-4y) \end{cases} & 20. \begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = \frac{1}{2} \\ \frac{2}{x} + \frac{5}{y} = \frac{23}{12} \end{cases} & 21. \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{2}{y} = \frac{7}{6} \\ \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = \frac{4}{3} \end{cases} \\
 22. \begin{cases} x+y+z = 11 \\ x-y+3z = 13 \\ 2x+2y-z = 7 \end{cases} & 23. \begin{cases} 7x+10y+4z = -2 \\ 5x-2y+6z = 38 \\ 3x+y-z = 21 \end{cases} & 24. \begin{cases} 4x-y+z = 4 \\ 2y-z+2x = 2 \\ 6x+3z-2y = 12 \end{cases} & 25. \begin{cases} 3x-2y = 1 \\ 4x+z = -28 \\ x+2y+3z = -46 \end{cases} \\
 26. \begin{cases} 2x+y-z = 1 \\ x-2y+2z = 3 \\ 3x-2y+z = 2 \end{cases} & 27. \begin{cases} x+y-z = 1 \\ 2x+2y-3z = 1 \\ 4x-2y-z = 1 \end{cases} & 28. \begin{cases} x-y-z = 0 \\ x+2y-5z = 2 \\ 3x-2y-4z = 1 \end{cases} & 29. \begin{cases} x+z = y \\ 2(x+z) = 3y-1 \\ 2(y+z) = 3(1-x-z) \end{cases} \\
 30. \begin{cases} x+2y = z+1 \\ 3x = 2(y+z) \\ 3(x+z) = 4(y+1) \end{cases} & 31. \begin{cases} 3(x+z) = 1-y \\ 2(y-z) = 3-x \\ 2(x-y) = z-1 \end{cases} & 32. \begin{cases} \frac{x}{4} - \frac{y}{8} - \frac{z}{2} = 1 \\ \frac{x}{3} - \frac{y+z}{2} = \frac{8}{3} \\ \frac{x-y}{6} - \frac{z}{3} = 1 \end{cases} & 33. \begin{cases} \frac{x+y+7}{3} - \frac{z}{2} = 0 \\ \frac{x-z}{4} + \frac{y}{8} + 1 = 0 \\ \frac{z}{2} - \frac{2x+y}{6} - \frac{5}{3} = 0 \end{cases} \\
 34. \begin{cases} \frac{y+6}{2} - \frac{x-z}{3} = 1 \\ \frac{y+6}{3} - \frac{x-z}{6} = 0 \\ \frac{x-2y-5}{3} - \frac{z}{2} = 1 \end{cases} & 35. \begin{cases} 3(x-1)+2(y-1) = 1-z \\ \frac{1}{2} - \frac{x+z}{5} = \frac{y}{10} \\ \frac{x+y}{2} - \frac{x+y}{3} = \frac{z+1}{6} \end{cases} & 36. \begin{cases} 2(x+z) = 3(y+2) \\ \frac{x+z}{3} - \frac{y}{2} = 1 \\ \frac{x+z}{2} - \frac{3y+2}{4} = 1 \end{cases} \\
 37. \begin{cases} 3(x-z)-2(x+y+z) = 1 \\ \frac{x-z}{2} - y = \frac{1}{4} \\ \frac{y-z}{2} - \frac{x-1}{6} = \frac{2x-1}{3} \end{cases} & & & 
 \end{array}$$

**RAP 3: Utiliza modelos en la solución de problemas que dan lugar a ecuaciones y sistemas lineales en situaciones de la vida cotidiana y las ciencias.**

Ejercicio para Evaluación Integradora IV: Resuelve los siguientes problemas que involucran ecuaciones lineales con una sola variable.

1. Tres hermanos que nacieron en años consecutivos, tienen 72 años entre los tres, ¿qué edad tiene cada uno?

2. Arturo tiene 9 años más que Raúl y Felipe tiene 4 años más que Raúl, si entre los tres acumulan 61 años, ¿cuál es la edad de cada uno?
3. Juan tiene 25 canicas menos que Luis y Oscar tiene 13 canicas más que Luis, ¿cuántas canicas tiene cada uno, si entre los tres tienen 144?
4. Laura mide 10 *cm* más que Martha y 13 *cm* menos que Fabiola, ¿cuál es la altura de cada una si entre las tres acumulan una estatura de 498 *cm*?
5. Elizabeth, Olivia y Eunice se van al cine, Eunice gasta \$ 27 más que Olivia y Olivia gasta \$ 5 más que Elizabeth, ¿cuánto dinero gastó cada una si en total gastaron \$ 202?
6. Por una hamburguesa, unas papas y un refresco se pagaron \$ 33, el refresco costó \$ 7 menos que las papas y las papas \$ 4 menos que la hamburguesa, ¿cuánto costó cada alimento?
7. Rubén pagó \$ 94 por una libreta, un estuche de plumas y un juego de geometría. El juego de geometría costó \$ 5 más que la libreta y la libreta costó \$ 20 menos que el estuche de plumas. ¿Cuánto costó cada artículo?
8. En una secundaria particular, en tercero hay 4 alumnos menos que en segundo y 8 menos que en primero, si en la escuela hay 123 alumnos inscritos en los tres grados, ¿cuántos alumnos hay en cada grado?
9. Un par de zapatos y un sweater cuestan \$ 98. Si el sweater cuesta \$ 16 más que los zapatos. ¿Cuánto nos cobrarán por 2 pares de zapatos y 3 suéteres?
10. Perla tiene el doble de dinero que Fernanda, y Lupita tiene la tercera parte de dinero que Perla. Si entre las tres tienen \$ 220. ¿Cuánto dinero tiene cada una?
11. Hace dos meses Pancho fue con su novia a comer hamburguesas, por dos hamburguesas unas papas a la francesa y dos refrescos les cobraron \$ 42 a) Si la hamburguesa es \$ 2 más cara que las papas y el refresco costó un \$ 1 menos que la mitad del precio de las papas, ¿Cuánto costó cada una? b) Dentro de 3 meses se cree que habrá una inflación del 15% en todos los alimentos. ¿Cuánto pagaría si ahora pide 3 hamburguesas, 2 papas y 3 refrescos?
12. Hace 6 años se plantó un árbol y media 4 *m* menos que su altura actual, se predice que dentro de 7 años medirá 16 *m* y medio de altura, el triple de su altura al plantarlo. ¿Cuál es el tamaño del árbol actualmente?
13. Hace 9 años, cuando nació Roy, media 37 *cm* menos que su altura actual; se predice que dentro de 8 años medirá 168 *cm*, el doble de su altura al nacer. ¿Cuándo mide actualmente Roy?
14. Un tren sale de una estación con dirección norte; dos horas más tarde, un segundo tren sale de la misma estación con dirección sur y viaja  $37 \frac{\text{Km}}{\text{h}}$  más rápido que el primero. Seis horas después de la salida del segundo tren, las dos máquinas están separadas una distancia de 580 *Km*. Calcula la velocidad de cada tren.
15. Un autobús sale de la central camionera con dirección Oriente, 3 horas más tarde sale otro autobús de la misma estación con dirección Oriente, viajando  $20 \frac{\text{Km}}{\text{h}}$  más rápido que el primero; 4 horas después

de la salida del segundo autobús, están separados una distancia de  $700\text{ Km}$  . Calcula que distancia recorrió cada uno.

16. Una piraña tiene una velocidad aproximada de  $35\frac{\text{cm}}{\text{s}}$  , pero solo es capaz de mantener esa velocidad durante una distancia de  $1.5\text{ m}$  ; si un charal que se mueve a la tercera parte de la velocidad de la piraña y que se encuentra a un tercio de metro de la piraña, trata de huir de ella, ¿Será capaz la piraña de alcanzar al charal antes del metro y medio?

17. Tú mejor amigo va a visitar a su novia, cuando llega su suegro sale huyendo a una velocidad de  $2\frac{\text{m}}{\text{s}}$  ; después de haber recorrido  $13\text{ m}$  , lo comienza a perseguir su suegro con una velocidad de  $2.9\frac{\text{m}}{\text{s}}$  . Debido a la edad del señor, esta velocidad solo la puede mantener por una distancia de  $42\text{ m}$  ¿Será capaz tu amigo de huir de su suegro?

18. Una persona comienza a caminar a lo largo de una carretera recta, a razón de  $4.5\frac{\text{Km}}{\text{h}}$  hacia el siguiente pueblo que está a  $8\text{ Km}$  de distancia. Después de  $10\text{ min.}$  lo levanta un automóvil que lo lleva a la ciudad en  $15\text{ min.}$  ¿Cuál era la velocidad del automóvil?

19. Calcula a qué velocidad debe ir un motociclista para que termine un recorrido de  $50\text{ Km}$  en una hora si durante los primeros  $10\text{ min.}$  viaja a una velocidad de  $60\frac{\text{Km}}{\text{h}}$  .

20. ¿Cuánta agua se debe agregar a  $1.8\text{ l}$  de una solución ácida al 34% para generar una solución ácida al 23%?

21. Una solución con 20% de alcohol se mezcla con agua para disminuir la concentración, si se tienen  $5\text{ l}$  de la solución. ¿Cuánta agua se debe de agregar para que la concentración se reduzca al 5%?

22. ¿Cuánta agua se debe agregar a  $7\text{ l}$  de una solución con el 85% de alcohol, para producir una nueva solución con el 30% de alcohol?

23. A  $12\text{ l}$  de una solución con el 15% de alcohol, ¿cuánta agua se debe evaporar para que la solución resultante tenga 90% de alcohol?

24. ¿Cuánta agua se debe evaporar de  $5\text{ l}$  de una solución con el 10 por ciento de alcohol para que la solución resultante tenga el 65% de alcohol?

25. ¿Cuántos litros resultarán de una solución con el 0.05% de éter, después de evaporar  $0.8\text{ l}$  de agua, de una solución con el 0.035% de éter?

26. ¿Cuántos litros quedan de una solución ácida al 0.08%, si se evaporan  $0.05\text{ l}$  de agua de una solución ácida al 0.018%?

27. ¿Cuántos litros se obtendrán de una solución salina al 0.07%, al evaporar  $0.09\text{ l}$  de agua de una solución al 0.022%?

28. ¿Cuántos litros de una solución ácida al 20% se deben mezclar con  $2\text{ l}$  de otra solución al 70%, para obtener una solución ácida al 30%?



29. ¿Cuántos litros resultarán de una solución ácida al 25% si se mezclan 3l de una solución ácida al 15% con otra solución ácida al 65%?

30. ¿Cuántos litros de ácido se deben agregar a 1.5l de una solución ácida al 12% para generar una solución ácida al 57%?

Ejercicio para Evaluación Integradora V. Resuelve los siguientes problemas que involucran sistemas de ecuaciones lineales con dos variables.

1. Marco tiene 150 monedas, tiene 12 monedas de a peso más que monedas de dos pesos. ¿Cuántas monedas de a peso y de a dos pesos tiene?

2. Cuatro naranjas y cinco manzanas cuestan \$20. Tres naranjas y 4 manzanas cuestan \$15.60. ¿Cuánto cuesta una naranja y una manzana?

3. Ofelia tiene 18 años más que su hijo. Hace un año, ella tenía tres veces la edad de su hijo. ¿Qué edad tienen en el presente?

4. El perímetro del rectángulo es de 160 m. Si  $\frac{1}{4}$  del largo es igual al doble del ancho. Encuentra las dimensiones del rectángulo.

5. Un grupo de estudiantes de la CECyT 16 fueron a un concierto; pero solo había boletos para que algunos se sentaran hasta abajo y otros en medio del auditorio. El costo de los boletos eran de \$70 hasta abajo y \$90 en medio. Si asistieron 29 alumnos y gastaron \$2250 en total ¿Cuántos alumnos se sentaron abajo y cuántos en medio?

6. La docena de rosas cuesta \$20 y la de margaritas \$18; ¿cuántas docenas se vendió de cada una si el jueves pasado se recolectó \$992 con 51 docenas vendidas?

7. Si se quiere obtener 850 g de una mezcla con el 5% de levadura y lo demás de harina, y solo se cuenta con una que tiene el 3% de levadura y otra con el 8.5% de levadura ¿Cuánto debiera utilizar de cada una?

8. Dos hermanos viven en dos ciudades diferentes separadas una distancia de 712.5 Km, para evitar cansancio por el viaje tan largo deciden reunirse en una ciudad intermedia, en promedio el hermano menor maneja  $5 \frac{\text{Km}}{\text{h}}$  más rápido que el mayor ¿A qué velocidad promedio viajó cada uno si el mayor manejó 3 horas y el menor cuatro horas y media?

9. Por 100 g de tornillo y  $\frac{3}{4}$  Kg de clavos se paga \$ 8.35, y por 500 g de clavos y 150 g de tornillos se paga \$ 6.90. ¿Cuál era el precio por kilogramo de cada uno?

10. Un sastre tiene 60 m<sup>2</sup> de tela de algodón y 80 m<sup>2</sup> de tela de lana. Para hacer un saco se necesitan 2 m<sup>2</sup> de tela de algodón y 4 m<sup>2</sup> de tela de lana. Para hacer un abrigo se necesitan 3 m<sup>2</sup> de tela de algodón y 2 m<sup>2</sup> de tela de lana. ¿Cuántos sacos y cuántos abrigos debe fabricar el sastre para obtener una utilidad máxima, si cada saco lo vende a \$20 y cada abrigo a \$30?

11. Se mezclan dos soluciones de alcohol, una al 8% y otra al 15%, ¿cuántos litros se deben mezclar de cada una para obtener 100l al 12.2%?



12. A partir de una solución salina al 26%, y otra al 73%, se quiere obtener una solución salina al 53%, ¿cuánto se debe utilizar de cada una para obtener 1.25l?

13. ¿Cuántos litros de una solución con el 40% de alcohol, deben agregarse a otra solución con el 80% de alcohol, para obtener 30l de una nueva solución que tenga 70% de alcohol?

14. Un automóvil sale de la ciudad de México hacia la ciudad de Veracruz a una velocidad constante de 90 kilómetros por hora; dos horas después otro automóvil sale de la ciudad de Veracruz hacia la ciudad de México a una velocidad constante de 110 kilómetros por hora. ¿Cuánto tiempo pasará para que se encuentren los dos automóviles si ambas ciudades se encuentran a 450 kilómetros de distancia una de la otra?

15. En una cafetería se cuenta con 125 cucharadas de café y 60 de azúcar. Para hacer café cortado se necesitan 3 cucharadas de café y media de azúcar; para hacer café negro se requiere de una cucharada de café y una de azúcar, ¿Cuántos cafés de cada tipo debieran hacer para optimizar sus recursos?

**RAP 1: Identifica elementos de las funciones lineales a partir de representaciones tabulares, gráficas y algebraicas en su ámbito personal y social.**

Ejercicio para Evaluación continua VI: Grafica las siguientes funciones realizando una tabulación considerando que los valores de la variable independiente pertenecen al conjunto de los números enteros.

1.  $f(x) = x.$

2.  $f(x) = -2x.$

3.  $f(x) = -\frac{1}{3}x.$

4.  $f(x) = 1 - x.$

5.  $f(x) = x + 1.$

6.  $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}.$

7.  $f(x) = \frac{5}{2} - \frac{1}{2}x.$

8.  $f(x) = \frac{3}{5}x - 3.$

9.  $f(x) = -\frac{2}{3}x + 2.$

10.  $f(x) = \frac{3}{4}x - \frac{7}{4}.$

Ejercicio para Evaluación Continua VII: Grafica las siguientes funciones lineales determinando la pendiente y las intersecciones con los ejes de coordenadas.

1.  $f(x) = -2x.$

2.  $f(x) = \frac{4}{5}x.$

3.  $f(x) = x + 6.$

4.  $f(x) = -x - 8.$

5.  $f(x) = \frac{5}{2}x + 3.$

6.  $f(x) = 2 - \frac{3}{4}x.$

7.  $f(x) = 2x + \frac{5}{4}.$

8.  $f(x) = \frac{1}{2}x.$

9.  $f(x) = \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}.$

10.  $f(x) = \frac{3}{4} - \frac{3}{2}x.$

## UNIDAD IV

### FUNCION Y ECUACIONES CUADRATICAS.

**Emplea las funciones y ecuaciones cuadráticas en la solución de problemas que se presentan en situaciones de su entorno académico, personal y social.**

**RAP 2: Elabora modelos que den lugar a ecuaciones cuadráticas a partir de situaciones de la vida cotidiana y las ciencias.**

Ejercicio para Evaluación Ordinaria VI: Obtén el conjunto solución de las siguientes ecuaciones cuadráticas, utilizando el método más apropiado para cada caso.

1.  $x - 5 = \frac{6}{x}(5 - x).$
2.  $9 + \frac{6}{x} + \frac{1}{x^2} = 0.$
3.  $\frac{4}{5}x^2 = 4x - 5.$
4.  $2x^2 + x - 6 = 0.$
5.  $9x^2 - 49 = 0.$
6.  $3x = \frac{2}{x} - 1.$
7.  $x^2 + 4x + 7 = 0.$
8.  $6x - x^2 - 10 = 0.$
9.  $121 - x^2 = 0.$
10.  $\frac{3}{5}x^2 - 7 = 0.$
11.  $13 - x^2 = 0.$
12.  $4x^2 + 25 = 0.$
13.  $x^2 + 77 = 18x.$
14.  $1 + 3x^2 = -7.$
15.  $0.5x^2 + 0.2x - 0.07 = 0.$
16.  $7x^2 = -3x.$
17.  $x^2 = x.$
18.  $x(x + 5) = \frac{1}{2}.$
19.  $2x(x - 6) = 18.$
20.  $\sqrt{2x - 1} + \sqrt{x + 3} = 3.$
21.  $15x^2 - 5 + 30x = 15 + 9x.$
22.  $\frac{5x - 8}{x - 1} = \frac{7x - 4}{x + 2}.$
23.  $\sqrt{2x + 10} - \sqrt{x + 19} = -1.$
24.  $\frac{x + 3}{x - 1} = \frac{5x - 1}{x + 7} + \frac{5x - 1}{x + 7}.$

**RAP 3: Utiliza modelos en la solución de problemas que dan lugar a ecuaciones cuadráticas o sistemas cuadrático-lineal en su ámbito académico, personal y social.**

Ejercicio para Evaluación Integradora VI: Resuelve los siguientes problemas que involucran ecuaciones cuadráticas, aplicando el procedimiento visto en clases.

- 1.- El número D de diagonales de un polígono convexo de n lados está dado por  $D = \frac{n(n-3)}{2}$ .  
¿Cuántos lados tiene un polígono con 35 diagonales?
- 2.- Un cable de 10 metros de longitud, se utiliza para sostener a una antena; si la distancia de la base de la antena, al punto donde se fijó a la antena, es la misma distancia de la base de la antena al punto donde se fijó al piso. Calcula la altura de la antena si el cable se fija 2 metros abajo de la parte más alta de ella.
- 3.- La suma de los cuadrados de tres enteros consecutivos es 110, ¿cuáles son esos números?
- 4.- Encuentra tres enteros consecutivos tales que el cuadrado del tercero menos el cuadrado del primero es igual al doble del cuadrado del segundo.
- 5.- Dos hombres parten de un punto y caminan formando un ángulo recto; la velocidad de uno es  $1 \frac{\text{Km}}{\text{h}}$  mayor que la del otro. Después de una hora, la distancia entre ellos es de 5 km; calcula la velocidad de cada hombre.

- 6.- Calcula el lado de un cuadrado, cuya diagonal es 5 cm mayor que uno de los lados.
- 7.- Una de las dimensiones de un cuadrado se incrementa en 2 unidades, produciendo una figura que tiene  $120 \text{ cm}^2$  de área. Calcula las dimensiones de la figura original.
- 8.- Si la longitud de un lado de un cuadrado se aumenta en 4 m, el área del cuadrado se vuelve 9 veces mayor que el área inicial. ¿Cuál era el perímetro del cuadrado inicial?
- 9.- Un rectángulo tiene de largo 10 unidades más que el ancho con una superficie de  $600 \text{ cm}^2$ . Calcula el perímetro.
- 10.- El área de un rectángulo es de  $228 \text{ cm}^2$ ; calcula el perímetro si el ancho es 7 unidades menor que el largo.
- 11.- Calcula el perímetro del rectángulo cuyo lado mayor es cinco unidades menor que el doble del lado menor, y su área es de  $375 \text{ cm}^2$ .
- 12.- Calcula el perímetro de un rectángulo cuyo ancho es 6 unidades menor que el largo y tiene una superficie de  $85 \text{ cm}^2$ .
- 13.- Un rectángulo tiene de largo 4 unidades más que el triple de su ancho y una superficie de  $480 \text{ cm}^2$ , calcula el perímetro de este.
- 14.- Calcula el perímetro de un rectángulo que tiene un área de  $500 \text{ cm}^2$  y: a) Su largo es el cuádruplo de su ancho, b) Su ancho es la tercera parte de su largo, c) Su largo es 7 unidades más grande que el triple del ancho y d) Su ancho es 5 unidades mayor que la cuarta parte de su largo.
- 15.- Se quiere construir una alberca que tenga una superficie de  $500 \text{ m}^2$  y que su ancho sea la mitad de lo que mide el largo, alrededor de la alberca se quiere poner un pasillo de ancho uniforme de 2.5 metros. Calcula la superficie del pasillo.
- 16.- Se cuenta con  $31 \text{ m}^2$  de pasto que se desean colocar alrededor de una estatua de base rectangular de 3 por 8 metros. Calcula el ancho uniforme que debe tener una franja de pasto alrededor de la estatua.
- 17.- Una pintura tiene un marco de 20 por 12 cm. Si la pintura ocupa  $84 \text{ cm}^2$  de área, ¿cuál es el ancho del borde del marco?
- 18.- En una hoja se quiere hacer un dibujo de tal forma que alrededor de él y entre el borde de la hoja quede un espacio de 3 cm de ancho uniforme, calcula las dimensiones de la hoja y del dibujo si sabe que el largo de la hoja es 3 veces el ancho y la superficie del dibujo es de  $400 \text{ cm}^2$ .
- 19.- Una mujer quiere usar la cuarta parte de su patio rectangular que mide 4.8 por 10 m, para sembrar un jardín. ¿Calcula con cuántos metros de malla de alambre lo debe cercar, si pretende que el largo del jardín sea 4 m. mayor que su ancho?
- 20.- En un terreno cuyo ancho es la tercera parte del largo, se planea construir un edificio de tal forma que alrededor de él y entre el borde del terreno, quede un espacio de 12 m de ancho

uniforme para áreas verdes, calcula la superficie que ocupara el edificio si la superficie del terreno es de  $3,468 \text{ m}^2$ .

21.- Al rededor de una cancha de fútbol se desea dejar un espacio libre de 15 m de ancho uniforme para colocar gradas. Calcula las dimensiones del terreno, así como la superficie destinada para gradas, si la cancha debe tener un ancho que sea la mitad del largo y tanto la cancha como gradas deben estar en un terreno de  $11,900 \text{ m}^2$ .

22.- A una habitación de forma cuadrada se le quiere poner loseta en el piso, de tal forma que al rededor quede de color negro con 50 cm de ancho uniforme y en la parte interna de color blanco. Calcula las dimensiones del cuarto y la superficie que cubrió la loseta blanca, si la loseta negra cubrió una superficie de  $25 \text{ m}^2$ .

23.- Un terreno cuyo largo era 20 unidades mayor al ancho, lo modifican en sus dimensiones para permitir que una calle principal pase por el frente y una secundaria por un costado, de tal forma que el largo se va disminuido en un 10% y el ancho en 4 unidades, quedando con una superficie de  $360 \text{ m}^2$ , ¿Cuántos metros cuadrados le quitaron y que porcentaje representa del terreno original?

24.- Un artista va a pintar un mural de  $60 \text{ m}^2$  en una pared que mide 18 m. de largo por 11 m. de alto. ¿Cuáles serían las dimensiones del mural, si se pretende dejar alrededor del mural, un borde de ancho uniforme?

25.- Un salón de recepciones tiene forma cuadrada y se quiere colocar en el centro un tapete cuadrado dejando un pasillo alrededor de 2 m de ancho. Se sabe que el área del tapete mide  $80 \text{ m}^2$  menos que el área del salón. ¿Cuánto mide el lado del salón?

26.- Al rededor de un transformador de alta potencia se acostumbra a dejar una franja amarilla de ancho uniforme para avisar que no deben de pisar esa zona, de acuerdo con la potencia se sabe que la franja debe de ser de un ancho de un metro. Calcula las dimensiones del transformador si su largo es el triple del ancho, y el área que se pintó de amarillo es de  $15 \text{ m}^2$ .

27.- Se desea construir una alberca que tenga una superficie de  $240 \text{ m}^2$  y que su ancho excede en 2 metros a la tercera parte de su largo. Alrededor de la alberca se quiere construir un pasillo con un ancho uniforme de 4 m. Calcula la superficie del pasillo.

28.- Alrededor de una alberca que tiene un largo que es el doble de su ancho, se quiere poner un pasillo que tenga una superficie de  $220 \text{ m}^2$ . con un ancho uniforme. Calcula este ancho si el terreno que incluye a la alberca y al pasillo tiene una superficie de  $558 \text{ m}^2$ .

29.- Alrededor de un mesa de  $8 \text{ m}^2$ , se deja una franja libre de 1.5 m. de ancho uniforme, para colocar sillas y permitir un movimiento libre para las personas; la mesa y la franja, ocupan un espacio que tiene de ancho la tercera parte del largo. Calcula las dimensiones de la mesa y el área de la franja libre.

30.- Dentro de un terreno de  $1,675 \text{ m}^2$  se construye una casa con un ancho que equivale a la tercera parte de su largo y con una franja de jardín de 2 m. de ancho uniforme entre ala casa y el borde del terreno. Calcula las dimensiones de la casa.

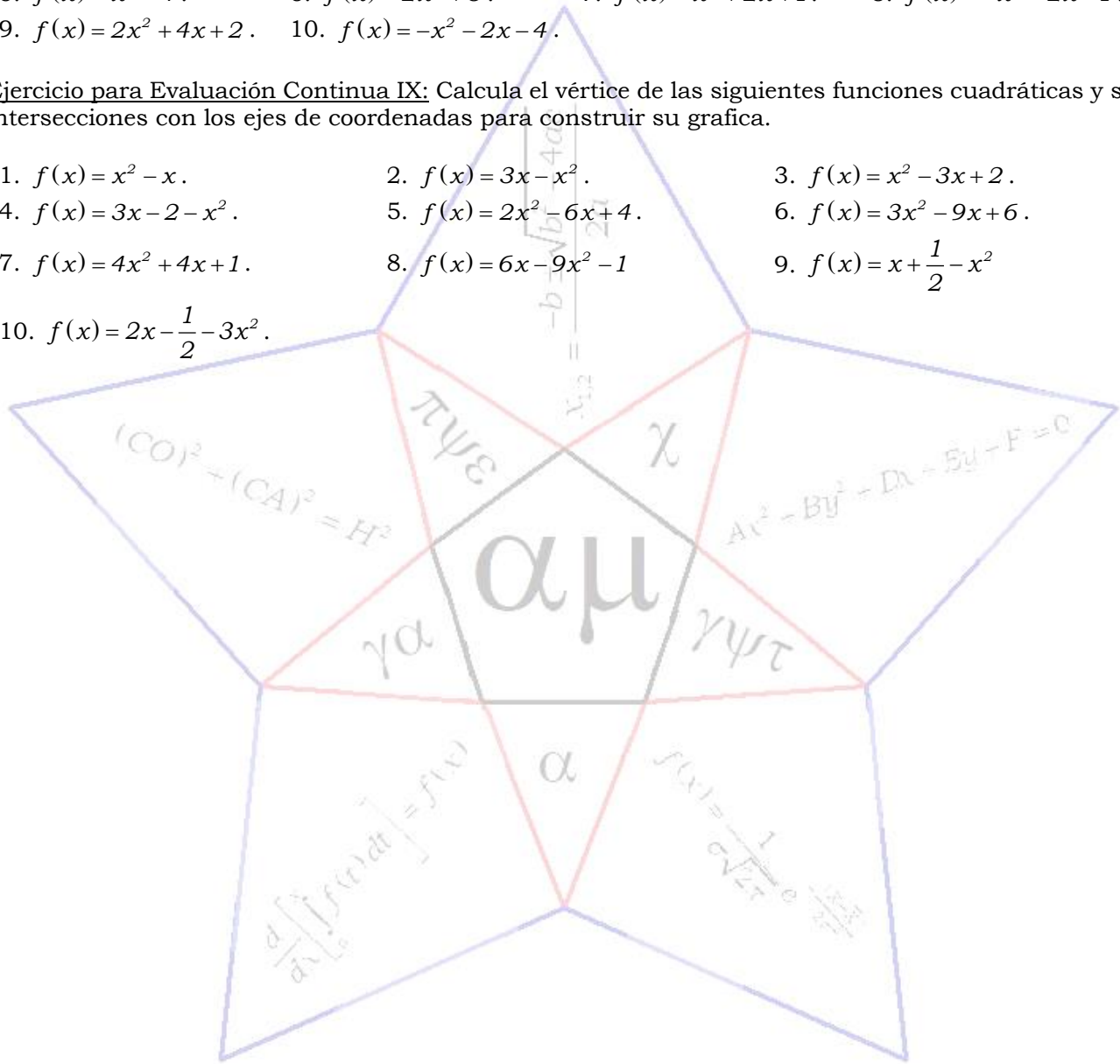
**RAP 1: Identifica elementos de las funciones cuadráticas a partir de representaciones tabulares, gráficas y algebraicas en su ámbito académico, personal y social.**

Ejercicio para Evaluación Continua VIII: Aplicando la tabulación construye la gráfica de las siguientes funciones cuadráticas.

1.  $f(x) = 3x^2$
2.  $f(x) = -\frac{1}{2}x^2$
3.  $f(x) = x^2 - 3x$
4.  $f(x) = -2x^2 - 4x$
5.  $f(x) = x^2 - 4$
6.  $f(x) = 2x^2 + 3$
7.  $f(x) = x^2 + 2x + 1$
8.  $f(x) = -x^2 - 2x - 1$
9.  $f(x) = 2x^2 + 4x + 2$
10.  $f(x) = -x^2 - 2x - 4$

Ejercicio para Evaluación Continua IX: Calcula el vértice de las siguientes funciones cuadráticas y sus intersecciones con los ejes de coordenadas para construir su grafica.

1.  $f(x) = x^2 - x$
2.  $f(x) = 3x - x^2$
3.  $f(x) = x^2 - 3x + 2$
4.  $f(x) = 3x - 2 - x^2$
5.  $f(x) = 2x^2 - 6x + 4$
6.  $f(x) = 3x^2 - 9x + 6$
7.  $f(x) = 4x^2 + 4x + 1$
8.  $f(x) = 6x - 9x^2 - 1$
9.  $f(x) = x + \frac{1}{2} - x^2$
10.  $f(x) = 2x - \frac{1}{2} - 3x^2$





## BIBLIOGRAFIA

- Autor(es):** Gustavson, David R  
**Año de publicación:** 2013  
**Título del libro:** *Algebra Intermedia*  
**Lugar de publicación:** México, DF  
**Editorial:** Cengage Learning
- Autor(es):** Swokowsky, E.W. y Cole, J.A.  
**Año de publicación:** 2013  
**Título del libro:** *Algebra con Geometría Analítica*  
**Lugar de publicación:** México, DF  
**Editorial:** Cengage Learning
- Autor(es):** Louis Leithold  
**Año de publicación:** 2005  
**Título del libro:** *Álgebra*  
**Lugar de publicación:** México DF  
**Editorial:** Oxford
- Autor(es):** Alfonse Gobram  
**Año de publicación:** 1990  
**Título del libro:** *Algebra Elemental*  
**Lugar de publicación:** México .DF.  
**Editorial:** Grupo Editorial Iberoamericana
- Autor(es):** Ortiz Campos  
**Año de publicación:** 2000  
**Título del libro:** *Matemáticas 2 Álgebra y funciones.*  
**Lugar de publicación:** México.  
**Editorial:** Publicaciones Cultural.
- Autor(es):** Dr. Aurelio Baldor  
**Año de publicación:** 2017  
**Título del libro:** *Álgebra*  
**Lugar de publicación:** México  
**Editorial:** Grupo Editorial Patria
- Autor(es):** Juan Antonio Cuéllar  
**Año de publicación:** 2010  
**Título del libro:** *Álgebra*  
**Lugar de publicación:** México  
**Editorial:** Mc. Grall Hill
- Autor(es):** Bernnett, Ziegler, Byleen  
**Año de publicación:** 2000  
**Título del libro:** *Álgebra*  
**Lugar de publicación:** México  
**Editorial:** Mc. Grall Hill