

Lunes 31 de Enero del 2005

### Sistemas Logarítmicos

Los sistemas logarítmicos universales más usados, con los que resuelven los problemas. Algunos son los siguientes:

1.- Sistema Logarítmico Vulgar de base 10:  $\log_{10} x = \log x$

$$x = 10^{\log x} = 10^{\log_{10} x}$$

2.- Sistema Logarítmico Natural o Neperiano de base  $e = 2.71828182845\ldots$

$$\log_e x = \ln x$$

Recordando q. e:  $\log_b x = L \Leftrightarrow x = b^L$

### Ejemplos

1:- a)-  $\log .8 = -0.09691 \Leftrightarrow .8 = 10^{-0.09691}$

b)-  $\ln .8 = -0.22314 \Leftrightarrow .8 = e^{-0.22314}$

1)2- TAREA:  
a)-  $\log 9 = 0.95424 \Leftrightarrow 9 = 10^{0.95424}$

b)-  $\ln 9 = 2.19722 \Leftrightarrow 9 = e^{2.19722}$

2)3- a)-  $\log 10 = 1 \Leftrightarrow 10 = 10^1$

b)-  $\ln e = 1 \Leftrightarrow e = e^1$

4- a)-  $\log 66 = 1.81954 \Leftrightarrow 66 = 10^{1.81954}$

b)-  $\ln 66 = 4.18965 \Leftrightarrow 66 = e^{4.18965}$

Martes 1 / Febrero / 05

I.  $\log_b x + \log_b y = \log_b (x \cdot y)$

Verificación:  $\log 12 + \log 5 = \log (12 \cdot 5)$   
 $1.079 + 0.698 = \log 60$   
 $1.777 = 1.778$

II.  $\log_b x - \log_b y = \log_b \left(\frac{x}{y}\right)$

Verificación:  $\log 60 - \log 30 = \log \left(\frac{60}{30}\right)$        $\left\{ \begin{array}{l} \ln 60 - \ln 30 = \ln \left(\frac{60}{30}\right) \\ 4.09 - 3.40 = \ln 2 \\ 0.69 = 0.69 \end{array} \right.$   
 $1.77 - 1.47 = \log 2$   
 $0.3 = 0.30$

III.  $\log_b x^n = n \log_b x$

Verificación:  $\log 6^4 = 4 \log 6$        $\left\{ \begin{array}{l} \ln 6^4 = 4 \ln 6 \\ \ln 1296 = 4 (1.778) \\ 7.167 = 7.164 \end{array} \right.$   
 $\log 1296 = 4 (0.778)$   
 $3.1112 = 3.112$

IV.  $\log_b \sqrt[n]{x} = \frac{1}{n} \log_b x$

Verificación:  $\log \sqrt[3]{24} = \frac{1}{3} \log 24$        $\left\{ \begin{array}{l} \ln \sqrt[3]{24} = \frac{1}{3} \ln 24 \\ \ln 2.884 = \frac{1}{3} (3.173) \\ 1.059 = 1.059 \end{array} \right.$   
 $\log 2.884 = \frac{1}{3} (1.3802)$   
 $0.459 = 0.460$

V.  $\log_b b = 1 \Leftrightarrow b = b^1$

Ejemplos: 1.  $\log_5 5 = 1 \Leftrightarrow 5 = 5^1$       3.  $\log 10 = 1 \Leftrightarrow 10 = 10^1$   
2.  $\log_9 9 = 1 \Leftrightarrow 9 = 9^1$       4.  $\ln e = 1 \Leftrightarrow e = e^1$

VI.  $\log_b 1 = 0 \Leftrightarrow 1 = b^0$

Ejemplos: 1.  $\log_3 1 = 0 \Leftrightarrow 1 = 3^0$   
2.  $\log_8 1 = 0 \Leftrightarrow 1 = 8^0$

VII.  $\log_b 0 \xrightarrow{\text{tiendo}} -\infty \Leftrightarrow 0 = b^{-\infty} = \frac{1}{b^\infty} = \frac{1}{\infty} = 0$

Ejemplo:  $\log_0 0 \xrightarrow{\text{tiendo}} -\infty \Leftrightarrow 0 = 10^{-\infty} = \frac{1}{10^\infty} = \frac{1}{\infty} = 0$

(15)

Miercoles 2/Febrero/85

De acuerdo a los conceptos y propiedades estudiados anteriormente se define a la función logarítmica de la siguiente forma:  $y = \log_b x$ . Utilizando los sistemas logarítmicos más usuales podemos trazar la gráfica de las siguientes funciones logarítmicas:

$$1.- y = \log_{10} x = \log x$$

$$e = 2.718281...$$

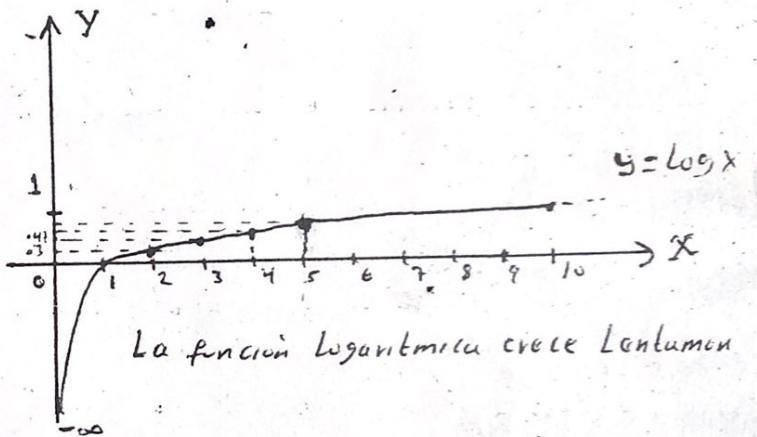
$$2.- y = \log_e x = \ln x$$

Para visualizar su comportamiento general.  $y = 10^x$

$$1.- y = \log x$$

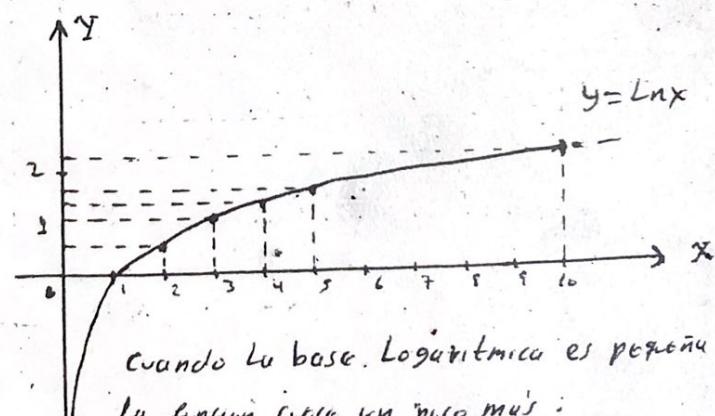
Tabulación

x	$\log x$	y
0	$\log 0 \rightarrow -\infty$	
1	$\log 1 = 0$	
2	$\log 2 = .30$	
3	$\log 3 = .47$	
4	$\log 4 = .60$	
5	$\log 5 = .69$	
...		
10	$\log 10 = 1$	



$$2.- y = \ln x$$

x	$\ln x$	y
0	$\ln 0 \rightarrow -\infty$	
1	$\ln 1 = 0$	
2	$\ln 2 = .69$	
3	$\ln 3 = 1.09$	
4	$\ln 4 = 1.38$	
5	$\ln 5 = 1.60$	
...		
10	$\ln 10 = 2.30$	



(16)

Jueves 3/Febrero/05

## Ecuaciones Exponenciales y Logarítmicas

### I.- Ecuaciones Exponenciales

Una ecuación exponencial básica es de la forma  $a^x = b$  donde el exponente  $x$  es la incógnita que se debe despejar aplicando los sistemas logarítmicos más usuales aprovechando sus propiedades, en las dos miembros de la ecuación, es decir; LAS PROPIEDADES DE LOS LOGARITMOS EN AMBOS MIEMBROS DE LA ECUACIÓN;

$$\log a^x = \log b \quad \text{Equivalentemente} \quad \ln a^x = \ln b \quad \text{ES DECIR;}$$

APLICANDO PROPIEDAD

$$\Rightarrow x \log a = \log b$$

$$\Rightarrow x \ln a = \ln b$$

DESPESJANDO  $x$

∴

$$x = \frac{\log b}{\log a}$$

$$∴ x = \frac{\ln b}{\ln a}$$

Ejemplos -

1.- Resolver la ecuación exponencial  $3^x = 62$

Solución: Aplicamos logaritmos:  $\log 3^x = \log 62$

Aplicamos propiedad:  $x \log 3 = \log 62$

$$\text{Despejamos } x : \quad x = \frac{\log 62}{\log 3} = \frac{1.79}{0.47} = 3.80$$

2.- Resolver la ecuación exponencial  $5^{x+1} = 96$

Solución: Aplicamos logaritmos:  $\ln 5^{x+1} = \ln 96$

Aplicamos propiedad:  $x+1 \ln 5 = \ln 96$

$$\text{Despejamos } x+1 : \quad x+1 = \frac{\ln 96}{\ln 5}$$

$$\text{Despejamos } x : \quad x = \frac{\ln 96}{\ln 5} - 1 = \frac{4.56}{1.60} - 1 = 2.85 - 1$$

$$x = 1.85$$

(17)

Jueves 3 / Febrero / 05

3.- Resolver la ecuación exponencial  $2^x \cdot 2^3 = 75$

Solución: Simplificamos:  $2^{x+3} = 75$

Aplicamos Logaritmos:  $\log 2^{x+3} = \log 75$

" Propiedad:  $x+3 \log 2 = \log 75$

Despejamos  $x+3$ :  $x+3 = \frac{\log 75}{\log 2}$

Despejamos  $x$ :  $x = \frac{\log 75}{\log 2} - 3 = \frac{1.87}{0.30} - 3 = 6.23 - 3$

$$\boxed{x = 3.23}$$

4.- Resolver la ecuación exponencial  $\frac{4^{2x}}{4^2} = 50$

Solución: Simplificamos:  $4^{2x-2} = 50$

Aplicamos logaritmos:  $\ln 4^{2x-2} = \ln 50$

" Propiedad:  $2x-2 \ln 4 = \ln 50$

Despejamos  $2x-2$ :  $2x-2 = \frac{\ln 50}{\ln 4}$

Despejamos  $2x$ :  $2x = \frac{\ln 50}{\ln 4} + 2$

Despejamos  $x$ :  $x = \frac{1}{2} \left( \frac{\ln 50}{\ln 4} + 2 \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{3.91}{0.38} + 2 \right)$

$$x = \frac{1}{2} (2.83 + 2) = \frac{1}{2} (0.83) = 0.41$$

$$\boxed{x = 0.41}$$

$$v = 2.4109$$

(18)

Viernes - 4 / Febrero / 05

### Mas Ejemplos

5.- Resolver la ecuación exponencial  $5^x + 5^{x+1} = 60$

Solución: Simplificamos  $5^x + 5^x \cdot 5^1 = 60$

Factorizamos  $5^x (1 + 5^1) = 60$

$$5^x (6) = 60$$

$$5^x = \frac{60}{6}$$

Forma Básica

$$\boxed{5^x = 10}$$

Aplicamos logaritmos:  $\log 5^x = \log 10$

$$\Rightarrow x \cdot \log 5 = \log 10$$

$$\therefore x = \frac{\log 10}{\log 5} = \frac{1}{0.69} = \boxed{1.44}$$

$$5^{1.44} = \frac{10 \cdot 15}{5^{1.44} + 5} =$$

6.- Resolver la ecuación exponencial  $4^{x+2} + 4^x = 80$

Solución: Simplificamos  $4^x \cdot 4^2 + 4^x = 80$

Factorizamos  $4^x (4^2 + 1) = 80$

$$4^x (16 + 1) = 80$$

$$4^x (17) = 80$$

$$4^x = \frac{80}{17} = \frac{80}{15}$$

Forma Básica

$$\boxed{4^x = 4.70}$$

Aplicamos logaritmos:  $\ln 4^x = \ln 4.70$

$$\Rightarrow x \cdot \ln 4 = \ln 4.70$$

$$\therefore x = \frac{\ln 4.70}{\ln 4} = \frac{1.54}{1.38} = \boxed{1.11}$$

$$\frac{1.6739}{1.3862}$$

$$= \boxed{1.202}$$

COMPROBACIÓN

$$4^{1.11+2} + 4^{1.11} =$$

$$4^{3.11} + 4^{1.11} = 4.54 + 4.65 = 9.19$$

PACTA (06)

Ejercicio: Resolver la ecuación  $3^{x+2} + 3^x = 50$

Solución:

$$3^x \cdot 3^2 + 3^x = 50$$

$$3^x (3^2 + 1) = 50$$

$$3^x (9 + 1) = 50$$

$$3^x (10) = 50$$

$$3^x = \frac{50}{10}$$

$$\boxed{3^x = 5}$$

$$\Rightarrow \log 3^x = \log 5$$

$$x \cdot \log 3 = \log 5$$

$$\therefore x = \frac{\log 5}{\log 3} = \frac{0.69}{0.47} = \boxed{1.46}$$

$$3^{1.46+2} + 3^{1.46} = 50$$

$$3^{3.46} + 3^{1.46} = 50$$

$$44.75 + 4.97 = 49.72$$

(19)

Lunes 7 / Febrero / 05

## II.- Ecuaciones Logarítmicas

Una ecuación logarítmica básica es de la forma:  $\log_b x = L$  que se despeja aplicando su antilogaritmo  $x = b^L$ . En ocasiones se tienen varios términos, en donde aplicando las propiedades de los logaritmos se puede reducir a la forma básica.

Ejemplos

1.- Resolver la ecuación  $\log_5 x = 2$

Sol. Aplicamos el antilogaritmo:  $x = 5^2$   
 $x = 25$

2.- Resolver la ecuación  $\log_2 x + \log_2 x + 1 = 1$

Sol. Aplicamos la propiedad:  $\log_b x + \log_b y = \log_b x \cdot y$

$$\Rightarrow \log_2 x(x+1) = 1$$

Multiplicamos:  $\log_2 x^2 + x = 1$

Aplicamos antilogaritmo:  $x^2 + x = 2^1$   
 $x^2 + x = 2$

Resolvemos la ecuación algebraica:  $x^2 + x - 2 = 0$

$$(x+2)(x-1) = 0$$

$$\therefore x_1 = -2 \quad x_2 = 1 \quad \text{Se toma la sol. positiva.}$$

3.- Resolver la ecuación  $\log_3(x^2-9) - \log_3(x+3) = 2$

Sol. Aplicamos la propiedad:  $\log_b x - \log_b y = \log_b \frac{x}{y}$

$$\Rightarrow \log_3 \frac{x^2-9}{x+3} = 2$$

Dividimos o simplificamos:  $\log_3 \frac{(x+3)(x-3)}{x+3} = 2$

$$\log_3 x-3 = 2$$

Aplicamos Antilogaritmo:  $x-3 = 3^2$

Despejamos x:  $x = 9 + 3$

$$x = 12$$

(20)

Martes 8 / Febrero / 05

### Cambio De Base

El logaritmo de cualquier numero  $a$  en cualquier base  $b$  se calcula por medio de la siguiente ecuación logarítmica  $\log_b a = x$  que al aplicar el antilogaritmo se convierte en una ecuación exponencial  $a = b^x$  y aplicando cualquiera de los dos sistemas logarítmicos usuales se obtienen las fórmulas generales del cambio de bases dadas:

$$a) - \log a = \log b^x$$

$$\Rightarrow \log a = x \log b$$

$$\therefore x = \frac{\log a}{\log b}$$

$$b) - \ln a = \ln b^x$$

$$\Rightarrow \ln a = x \ln b$$

$$\therefore x = \frac{\ln a}{\ln b}$$

### Ejemplos

#### 1.- Verificación

$$\text{Calcular } \log_5 70 =$$

Sol.

$$\text{Se resuelve } \log_5 70 = x$$

$$\Rightarrow 70 = 5^x$$

$$\text{Aplicamos logaritmos } \log 70 = \log 5^x \rightarrow \text{Equivalentemente } \ln 70 = \ln 5^x$$

$$\Rightarrow \log 70 = x \log 5$$

$$\therefore x = \frac{\log 70}{\log 5} = \frac{1.84}{0.69} = 2.6$$

$$\Rightarrow \ln 70 = x \ln 5$$

$$\therefore x = \frac{\ln 70}{\ln 5} = \frac{4.24}{1.60} = 2.6$$

#### 2.- Aplicación Directa De Las Fórmulas

$$\text{Calcular } \log_2 24 =$$

$$a) - x = \frac{\log 24}{\log 2} = \frac{1.38}{0.30} = 4.6$$

$$\therefore \boxed{\log_2 24 = 4.6}$$

$$b) - x = \frac{\ln 24}{\ln 2} = \frac{3.17}{0.69} = 4.59 = 4.6$$

$$\therefore \boxed{\log_2 24 = 4.6}$$

Nota: Se le entregó al grupo la guía de estudios para el primer examen de conocimientos

(2.1)

# GUIA DE GEOMETRIA Y TRIGONOMETRIA DEL PRIMER EXAMEN DEPARTAMENTAL

1.- Gráfica las siguientes funciones

- a)  $y = 2 - 3x$
- b)  $y = 9 - x^2$
- c)  $y = 4^{x-1}$
- d)  $y = \log_3 x$
- e)  $y = x^3 + 1$

2.- Resuelva las siguientes ecuaciones exponenciales

- a)  $4^{3x+1} = 2^{x+7}$
- b)  $5^{x+1} + 5^x = 570$
- c)  $3^{2x-3} = 3$
- d)  $3^{x-1} = 4$

3.- Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas

- a)  $\log_3(x^2 - 2x) - \log_3(x - 2) = 2$
- b)  $\log_5(2x + 4) - \log_5(x + 1) = 1$
- c)  $\log(x + 2) + \log(x - 1) = 1$
- d)  $\log(x - 9) + \log(100x) = 3$
- e)  $\log_3(x + 1) + \log_3 2 = \log_3 4 + \log_3 5$

4.- Calcula el complemento de los ángulos

- a)  $42^\circ 24' 35''$
- b)  $7^\circ 17' 44''$
- c)  $27^\circ$

5.- Calcule el suplemento de:

- a)  $27^\circ 37' 15''$
- b)  $4.5 \text{ Rad.}$
- c)  $47^\circ$
- d)  $143^\circ 19' 53''$
- e)  $68^\circ 13' 45''$

6.- Transforma los siguientes ángulos:

- a)  $35^\circ 59' 60''$  a rad.
- b)  $3\pi/5$  rad. A grados, minutos y segundos
- c)  $750^\circ$  a Radianes
- d)  $14.5$  Rad. En grados, minutos y segundos
- e)  $270^\circ$  en Radianes

(22)

## HOJA DE RESULTADOS

Ecuaciones exponenciales:

- a)  $x=1$
- b)  $x=2.829$
- c)  $x=-1$
- d)  $x=1$
- e)  $x=1$

Ecuaciones logarítmicas:

- a)  $x=9$
- b)  $x=3$
- c)  $x=3$
- d)  $x=10$
- e)  $x=9$

Complemento de los ángulos

- a)  $47^{\circ}35'25''$
- b)  $82^{\circ}42'16''$
- c)  $63^{\circ}$

Calcule el suplemento:

- a)  $152^{\circ}22'45''$
- b)  $0.641 \text{ rad}$
- c)  $133^{\circ}$
- d)  $36^{\circ}40'7''$
- e)  $111^{\circ}46'15''$

Transformar los ángulos:

- a)  $R=0.628$
- b)  $G=98^{\circ}$
- c)  $R=13.098$
- d)  $G=830^{\circ}47'19.6''$
- e)  $\text{Rad}=1.5\pi$

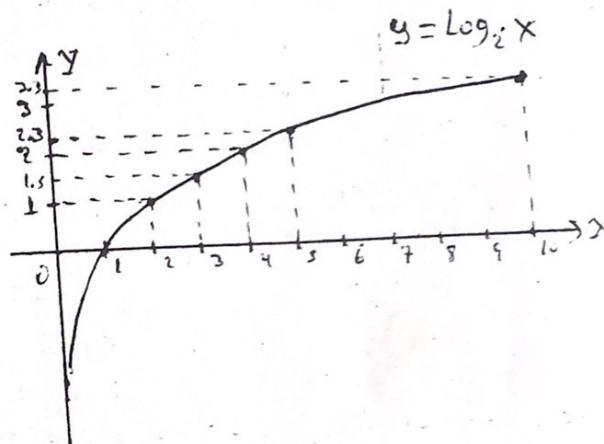
Miércoles 9/ Febrero/05

Grafica de Funciones Logarítmicas Con Cambio De Base  
 Con el cambio de base se puede graficar a cualquier función logarítmica en cualquier base  $b$ :  $y = \log_b x$  como por ejemplo  $1 - y = \log_2 x$  y  $2 - y = \log_5 x$

1- Gráfica de  $y = \log_2 x$

x	tabulación		y
	$\log_2 x$		
0	$\log_2 0 \rightarrow$	-∞	{ Propiedades
1	$\log_2 1 =$	0	Generales
2	$\log_2 2 =$	1	
3	$\log_2 3 = \frac{\log 3}{\log 2} = \frac{0.477}{0.301} = 1.58$		
4	$\log_2 4 = \frac{\log 4}{\log 2} = \frac{0.602}{0.301} = 2$		
5	$\log_2 5 = \frac{\log 5}{\log 2} = \frac{0.699}{0.301} = 2.3$		
10	$\log_2 10 = \frac{\log 10}{\log 2} = \frac{1}{0.301} = 3.3$		

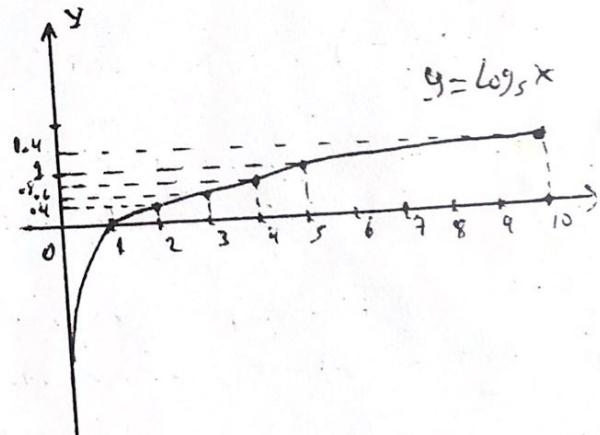
Gráfica



2- Gráfica de  $y = \log_5 x$

x	tabulación		y
	$\log_5 x$		
0	$\log_5 0 \rightarrow$	-∞	{ Prop.
1	$\log_5 1 =$	0	Generales
2	$\log_5 2 = \frac{\log 2}{\log 5} = \frac{0.301}{0.699} = 0.43$		
3	$\log_5 3 = \frac{\log 3}{\log 5} = \frac{0.477}{0.699} = 0.68$		
4	$\log_5 4 = \frac{\log 4}{\log 5} = \frac{0.602}{0.699} = 0.86$		
5	$\log_5 5 = 1$	1	
10	$\log_5 10 = \frac{\log 10}{\log 5} = \frac{1}{0.699} = 1.4$		

Gráfica

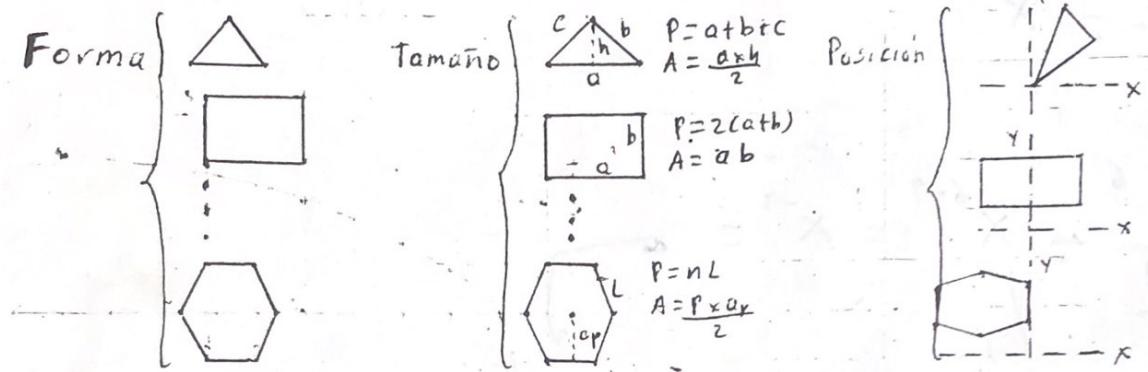


Fin de la Unidad I.- Funciones Exponentiales y Logarítmicas

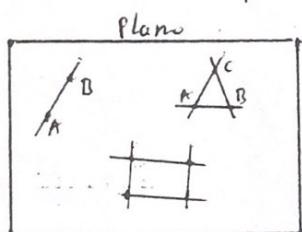
Jueves 10 / Febrero / 05

## Unidad II.- Geometría Conceptos Básicos

1.- Geometría: Es la disciplina matemática que estudia las propiedades y características de todos los figuras geométricas, desde el punto de vista de su forma, tamaño y posición.



2.- Plano: Un plano es una superficie lisa que contiene una infinidad de puntos, en los cuales se pueden trazar figuras geométricas

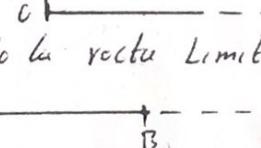


3.- Punto: Es la porción más pequeña del plano que carece de dimensiones.

4.- Recta: Es un conjunto de puntos que tienen la misma dirección y se prolongan indefinidamente en ambos extremos

5.- Semirrecta: Es una parte de la recta que comienza en un punto fijo llamado origen y se prolonga indefinidamente en un solo extremo

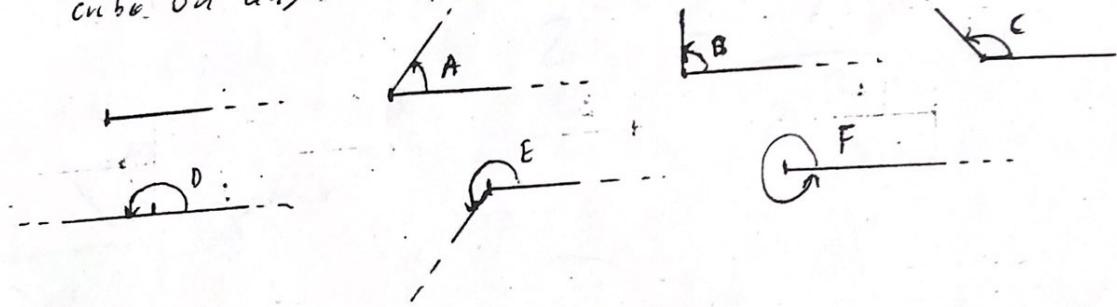
6.- Segmento De Rectas: Es una porción de la recta limitada en ambos extremos por un punto fijo.



Jueves 10/Febrero/05

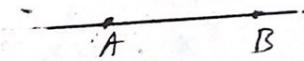
Continuación

7.- Ángulo: Cuando una semirrecta gira en torno a su origen describe un ángulo respecto a su posición inicial.



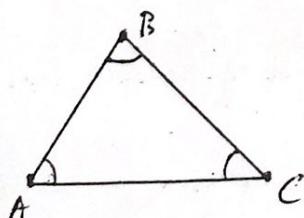
8.- Axioma: Es una proposición clara y evidente que se acepta como una verdad sin ser demostrada.

Por ejemplo: Por dos puntos en un plano se puede trazar una sola recta



9.- Teorema: Es una proposición que para ser aceptada como verdad se necesita demostrar.

Por ejemplo: La suma de los ángulos internos de cualquier triángulo ~~desconocido~~ es igual a  $180^\circ$ .



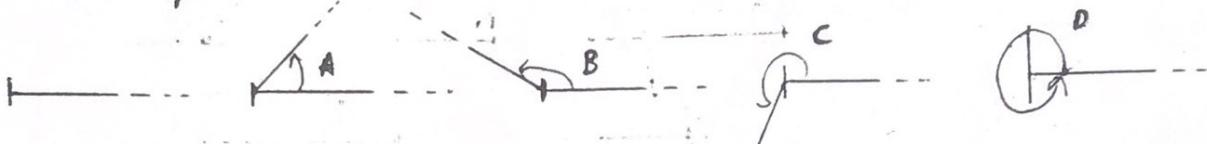
$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

(26)

Viernes 11/Febrero/05

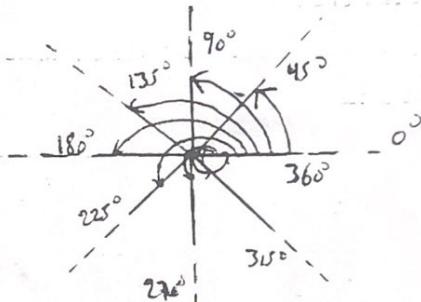
## Medida y Clasificación de Ángulos

Cuando la semirrecta gira en torno a su origen el máximo ángulo que se puede formar es cuando da una vuelta completa y regresa a su posición inicial:



De donde se establece el sistema sexagesimal que consiste en dividir al ángulo de vuelta en 360 partes iguales llamadas grados sexagesimales teniéndose así una medida para cualquier ángulo bien definido entre  $0^\circ$  y  $360^\circ$ .

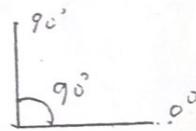
Es decir.



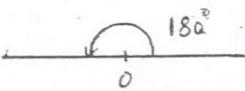
### Clasificación

A) - Respecto a su medida se clasifican en:

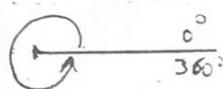
1 - Ángulos Rectos: Son aquellos ángulos que miden  $90^\circ$ .



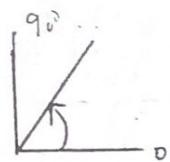
2 - Ángulos Llanos: Son aquellos ángulos que miden  $180^\circ$ .



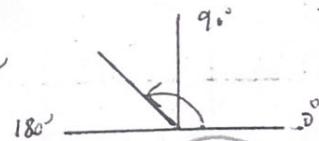
3 - Ángulos De Vuelta: Son aquellos ángulos que miden  $360^\circ$ .



B) - Subclasiificación respecto al Ángulo Recto.



1 - Ángulos Agudos: Son aquellos que miden entre  $0^\circ$  y  $90^\circ$ .



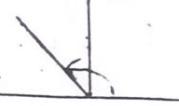
2 - Ángulos Obtusos: Son aquellos que miden entre  $90^\circ$  y  $180^\circ$ .

Viernes 11/Feb/10  
Continuación

C).- Subclaseificación respecto AL ANGULO LLANO

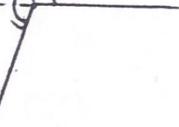
1.- Angulos Convexos: son aquellos que miden entre  $0^\circ$  y  $180^\circ$

$90^\circ$



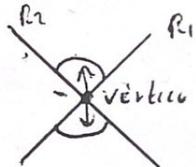
2.- Angulos Concavos: son aquellos que miden entre  $180^\circ$  y  $360^\circ$

$180^\circ$

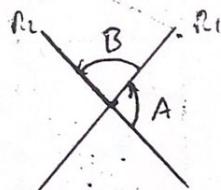


D).- Subclaseificación Respecto A DOS RAYOS QUE SE CURTAN

1.- Angulos Opositos por El Vértice: tienen un vértice común, son opuestos y por construcción iguales

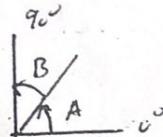


2.- Angulo Adyacentes: tienen un lado común



Nota: Los angulos adyacentes si suman:

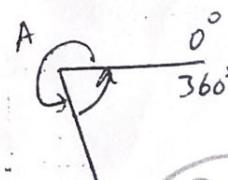
$90^\circ$  Se llaman complementarios



$180^\circ$  Se llaman suplementarios



$360^\circ$  Se llaman conjugados



(28)

### Sistemas De Medición De Ángulos

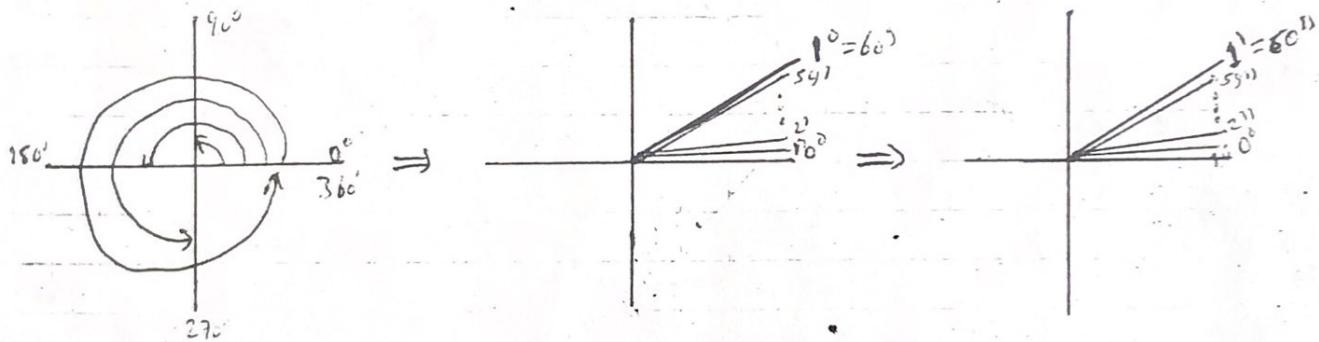
Se tienen varios sistemas de medida de ángulos como el sexagesimal ( $360^\circ$ ), el centesimal ( $400^\circ$ ) y el circular en radianes (6.3 Punto)

Nosotros estudiaremos al sistema sexagesimal y el circular en radianes por separado y luego estableceremos la relación entre ellos.

#### I.- Sistema Sexagesimal

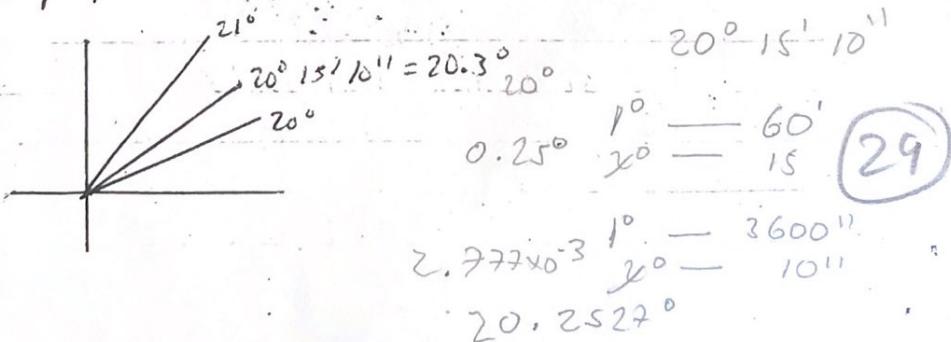
Ya sabemos que el sistema sexagesimal consiste en la división del ángulo de vuelta en  $360^\circ$ , de tal forma que un grado a su vez se puede dividir en 60 partes iguales llamadas minutos ( $1^\circ = 60'$ ) y - Luego un minuto se divide en 60 partes iguales llamadas segundos ( $1' = 60''$ ); esto para poder medir a un ángulo cualquier con exactitud.

Graficamente se tiene lo siguiente



Se tienen transductores sexagesimales para medir ángulos con precisión en la marina, el ejército y las empresas aeronáuticas.

Un ángulo en grados con minutos y segundos ( $20^\circ 15' 10''$ ) no se puede utilizar para realizar operaciones o cálculos matemáticos para obtener nuevos resultados de un problema; por lo que se debe convertir a la parte proporcional en decimales ( $20.3^\circ$ )



Martes 15 / Febrero / 05

Conversion De Grados Decimales A Grados Con Minutos Y Segundos  
Para convertir un grado ángulo en grados decimales a grados -  
con minutos y segundos, por ejemplo  $23.28^\circ$  se realiza el -  
siguiente procedimiento.

1º. Se toma a la parte decimal ( $.28$ ) y se multiplica por  $60$   
para obtener la parte proporcional de los minutos.

Es decir;

$$\begin{array}{r} .28 \\ \times 60 \\ \hline 00 \\ 168 \\ \hline 16.80 \end{array}$$

Quiere decir que se tienen  $16.8$  minutos.

2º. Si en la operación anterior resultan nuevamente decimales ( $.80$ ) se vuelven a tomar, y se vuelven a multiplicar por  $60$  para obtener la parte proporcional de los segundos

Es decir;

$$\begin{array}{r} .80 \\ \times 60 \\ \hline 00 \\ 48 \\ \hline 48.0 \end{array}$$

Quiere decir que se tienen  $48$  segundos.

"En la calculadora se utiliza  
la función  $\boxed{\text{GGG}}$ "

$$23.28^\circ = 23^\circ 16' 48''$$

### Ejemplos

Convertir los siguientes grados decimales a grados con minutos y segundos

$$1.- 62.7^\circ = 62^\circ 42' 0''$$

Sol.  $.7$

$$\begin{array}{r} \times 60 \\ \hline 00 \\ 42 \\ \hline 42.0 \end{array}$$

Minutos

$$3.- 201.8^\circ = 201^\circ 48' 0''$$

Sol.  $.8$

$$\begin{array}{r} \times 60 \\ \hline 00 \\ 48 \\ \hline 48.0 \end{array}$$

Minutos

$$2.- 121.35^\circ = 121^\circ 21' 0''$$

Sol.  $.35$

$$\begin{array}{r} \times 60 \\ \hline 00 \\ 210 \\ \hline 21.00 \end{array}$$

Minutos

$$4.- 315.29^\circ = 315^\circ 17' 24''$$

Sol.  $.29$

$$\begin{array}{r} \times 60 \\ \hline 00 \\ 174 \\ \hline 17.40 \end{array}$$

(30)

Sol.  $.47$

$$\begin{array}{r} \times 60 \\ \hline 00 \\ 282 \\ \hline 28.20 \end{array}$$

Minutos

$$\Rightarrow \begin{array}{r} \times 60 \\ \hline 00 \\ 240 \\ \hline 24.00 \end{array}$$

Segundos

Miercoles 16 / Febrero / 05

Conversión De Grados Con Minutos Y Segundos A Grados Decimales

Para convertir un ángulo con grados minutos y segundos por ejemplo  $23^{\circ} 27' 33''$  a su forma decimal, se debe realizar el siguiente procedimiento:

1º Se toman a los segundos  $33''$  y se dividen entre  $60$  para obtener la parte decimal de los minutos.

Es decir:  $\frac{33''}{60} = .55'$  Quiero decir que se tienen  $27.55'$  minutos

2º Se toman a los minutos restantes  $27.55'$  y se vuelve a dividir entre  $60$  para obtener la parte decimal de los grados.

Es decir:  $\frac{27.55'}{60} = .459^{\circ}$  Quiero decir que se tienen  $23.459^{\circ}$

### Ejemplos

Convertir los siguientes ángulos en grados con minutos y segundos a su forma decimal.

$$1. - 101^{\circ} 23' 17'' = 101.388^{\circ}$$

$$\begin{array}{r} 17'' = .28' \\ \hline 60 \\ 28' = .38^{\circ} \end{array}$$

$$3. - 301^{\circ} 11' 22'' = 301.189^{\circ}$$

$$\begin{array}{r} 22'' = .36' \\ \hline 60 \\ 11.36' = .189^{\circ} \end{array}$$

$$2. - 231^{\circ} 36' = 231.6^{\circ}$$

$$\begin{array}{r} 36' = .6^{\circ} \\ \hline 60 \end{array}$$

$$4. - 123^{\circ} 19' = 123.316^{\circ}$$

$$\begin{array}{r} 19' = .316^{\circ} \\ \hline 60 \end{array}$$

### Ejercicios

1.- Calcular el complemento del ángulo  $A = 33.75^{\circ}$  y expresar su resultado en grados con minutos y segundos!

$$\begin{array}{l} \text{Sol: } A+B=90^{\circ} \quad \therefore B=90^{\circ}-33.75^{\circ} \\ \Rightarrow 33.75^{\circ}+B=90^{\circ} \quad \boxed{B=56.25} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Conversion:} \\ \frac{.25}{60} = \frac{1}{240} \text{ minutos} \end{array} \Rightarrow 56.25^{\circ}=56^{\circ}15'0''$$

2.- Calcular el suplemento del ángulo  $A = 85^{\circ} 16' 23''$  y expresar su resultado en su forma decimal

$$\begin{array}{l} \text{Sol: } A+B=180^{\circ} \quad \Rightarrow 85.27^{\circ}+B=180^{\circ} \\ \text{Conversion: } 85^{\circ}16'23''=85.27^{\circ} \quad \therefore B=180^{\circ}-85.27^{\circ} \\ \begin{array}{r} 23'' = .38' \\ \hline 60 \\ 16.38' = .27^{\circ} \end{array} \quad \boxed{B=94.73^{\circ}} \end{array}$$

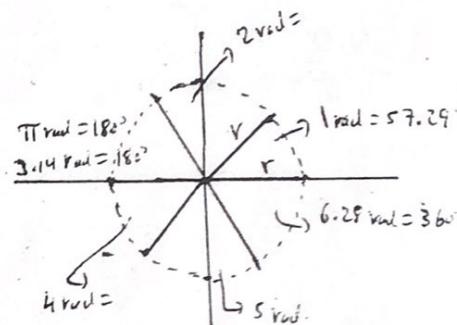
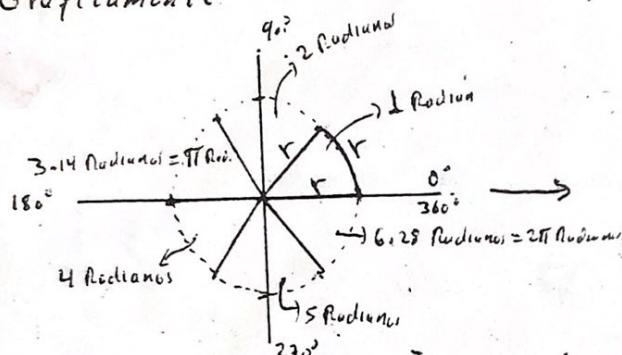
(31)

Jueves 17/Febrero/05

## II.- Sistema Circular En Radianes

Este sistema consiste en la división del ángulo de vuelta en aproximadamente 6.28 partes iguales llamadas radianos; de tal forma que cada radian está definido en sus tres parámetros por la magnitud del radio de la circunferencia que define al ángulo de vuelta.

Gráficamente



Relación con el sistema Sexagesimal

Por construcción  $\pi$  radianos = 180°

$$\Rightarrow 3.1416 \text{ radianos} = 180^\circ$$

$$\therefore 1 \text{ radian} = \frac{180^\circ}{3.1416}$$

$$1 \text{ radian} = 57.29^\circ$$

Formulas De Conversión

1.- De Radianes a Grados

$$1 \text{ radian} \rightarrow 57.29^\circ$$

$$n \text{ radianos} \rightarrow x^\circ$$

$$\therefore x^\circ = n \text{ rad} (57.29^\circ)$$

2.- De Grados a Radianos

$$1 \text{ radian} \rightarrow 57.29^\circ$$

$$x^\circ \rightarrow n \text{ rad}$$

$$\therefore x^\circ = \frac{n^\circ}{57.29^\circ}$$

Ejemplo: Convertir 2.3 radianes a grados

$$\text{Sol. } x^\circ = 2.3 \text{ rad} (57.29^\circ)$$

$$x^\circ = 131.7^\circ$$

Ejemplo: Convertir 208° a radianos

$$\text{Sol. } x \text{ rad} = \frac{208^\circ}{57.29^\circ} = 3.6 \text{ radianos}$$

3.- Conversión en términos de  $\pi = 180^\circ$

Ejemplo: Convertir  $\frac{3\pi}{5}$  radianos a grados

$$\text{Sol. } \frac{3\pi}{5} = \frac{3(180^\circ)}{5} = 540^\circ / 108^\circ$$

$$\text{Así también: } \frac{\pi}{6} = 30^\circ \quad \frac{\pi}{4} = 45^\circ \quad \frac{\pi}{3} = 60^\circ \quad \dots \text{ etc.}$$

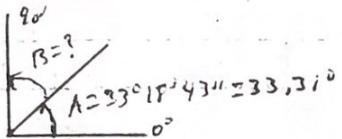
(32)

ernes 18/Febrero/05

EJERCICIOS

Calcular el complemento del ángulo  $A = 33^\circ 18' 43''$  y expresar su resultado en radianos.

SOL. Figura



$$\Rightarrow A + B = 90^\circ$$

$$B = 90^\circ - 33.31^\circ$$

$$B = 56.69^\circ$$

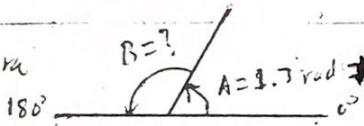
Complemento

$$X_{\text{rad}} = \frac{56.69}{57.29}$$

$$X_{\text{rad}} = 0.98 \text{ radianos.}$$

Calcular el suplemento del ángulo  $A = 1.3$  radianos y expresar su resultado en grados con minutos y segundos.

SOL. Figura



$$\Rightarrow A + B = 180^\circ$$

$$74.47^\circ + B = 180^\circ$$

$$B = 180^\circ - 74.47^\circ$$

$$B = 105.53^\circ$$

Suplemento

Grados, Minutos y Segundos

1° 0' 53"

$\times 60$

37.8 minutos

$\times 60$

2.8 segundos

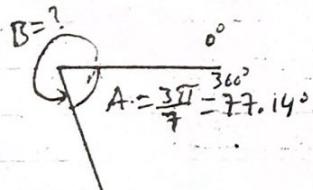
$\times 60$

48.36 segundos

$$105.53^\circ = 105^\circ 31' 48''$$

Calcular el conjugado del ángulo  $A = \frac{3\pi}{7}$  radianos y expresar su resultado en grados con minutos y segundos.

SOL. Figura



$$\Rightarrow A + B = 360^\circ$$

$$77.14^\circ + B = 360^\circ$$

$$B = 360^\circ - 77.14^\circ$$

$$B = 282.86^\circ$$

Conjugado

Grados, minutos y segundos:

1° 0' 86"

$\times 60$

51.6 minutos

2' 0' 6"

$\times 60$

36 Segundos

$$282.86^\circ = 282^\circ 51' 36''$$

(33)

Lunes 21 / Febrero / 05

Se revisaron los ejercicios de la guía de estudios que tienen cierto grado de dificultad como:

1º La solución de la ecuación exponencial  $5^{x+1} + 5^x = 570$

Sol.  $5^{x+1} + 5^x = 570$

$$\Rightarrow 5^x \cdot 5^1 + 5^x = 570 \quad \text{Aplicando logaritmos}$$

$$\text{Factorizando } 5^x (5^1 + 1) = 570 \quad \log 5^x = \log 570$$

$$5^x (6) = 570 \quad x \log 5 = \log 570$$

$$5^x = \frac{570}{6} \quad x = \frac{\log 570}{\log 5}$$

$$5^x = 95$$

2º La solución de la ecuación logarítmica  $\log_3(x+1) + \log_3 2 = \log_3 45$

Sol. Aplicando propiedades  $\log_3(x+1) + \log_3 2 = \log_3 45$

$$\log_3(x+1) = \log_3 45 - \log_3 2$$

$$\log_3(x+1) = \log_3 \frac{45}{2}$$

$$\log_3(x+1) - \log_3 10 = 0$$

$$\log_3 \left( \frac{x+1}{10} \right) = 0$$

Aplicando Antilogaritmo  $\frac{x+1}{10} = 10^0$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{aligned} x+1 &= 10 \\ x &= 10-1 = 9 \end{aligned}}$$

3º les pedí que se juntaran por equipos para trabajar el proyecto para que cada equipo me escribiera el problema específico que habían escogido y así analizar la aportación de los matemáticos a su pro

(34)

Rensando los conceptos matemáticos que constituyen los pilares que tiene que la función exponencial es un concepto fundamental para analizar el crecimiento de la basura y la contaminación en general; por lo que procede a darles la información necesaria para entender respecto al modelo matemático por medio de la función exponencial que nos determina el crecimiento natural de la población la cual se puede adaptar al crecimiento natural de la basura en toneladas. Se anexa la información:

$$P(t) = A e^{kt}$$

$A$  = Población inicial

$k$  = Constante de crecimiento = Natividad  
- Mortalidad

$t$  = tiempo transcurrido

$P(t)$  = tamaño de la población en el tiempo  $t$  considerado

Que se puede adaptar a la forma:

$$P(t) = A e^{kt}$$

$A$  = toneladas de basura en un año ocupado inicial ( $A_0$ )

$k = 1$  = crecimiento uniforme en cada año

$t$  = tiempo transcurrido 1 año (2001), 2 años (2002), ... etc

$P(t)$  = tamaño o cantidad de toneladas por año ... etc

Para analizar el crecimiento de la basura los sugirió que se tomara como punto de partida las toneladas de basura producidas en el año 2000 de la ciudad de México y del país en general, de lo cual me comentaron los alumnos que no lograron encontrar ese dato en particular, por lo que encontraron el dato del año pasado 2004 de la ciudad de México; de donde los propuso que de ahí se partiera para realizar los cálculos y analizar el crecimiento de la basura en los próximos 5 años como mínimo.

Un equipo investigó las toneladas de basura ~~que~~ anuales producidas por varios países; a ellos les propuso que calcularan las funciones exponenciales correspondientes a cada país y que los imprimieran para de cierta manera visualizar que país contaminaba más en un año y la acumulación global de basura que se espera también.

A los equipos que están investigando los puntos de energía alternativa quebraron las celdas solares; los propuso que en sus objetivos principales es que desarrollen una maqueta bien fundamentada para posteriormente solicitar el apoyo a las autoridades para elaborar un prototipo.

Para los equipos que están investigando la hidrodesulfuración los propuso la idea de realizar una maqueta bien fundamentada para posteriormente desarrollarla en hidrodesulfuración de vía real para comprender su funcionamiento y promoverla a la comunidad de la escuela.

Viernes 25 / Febrero / 05

Comencé a revisar los cuerpos de evidencias para tener el reporte parcial del avance que se los informaría a los padres de familia.

Les di asesores personalizados a los alumnos que tenían dudas en los conceptos que se examinarían el día Lunes 28 de Febrero de 8 a 10 hrs. que también sorteó una evidencia más del avance de los alumnos.

Lunes 28 / Febrero / 05

Continué revisando cuerpos y dando asesores para el examen "nuestros días" de 7-8 hrs.

Martes 01 / Marzo / 05

Continué revisando cuerpos y se anexó examen de conocimientos A y C y calificando exámenes.

Miércoles 02 / Marzo / 05

Continué revisando cuerpos y calificando exámenes.

Jueves 03 / Marzo / 05

Continué revisando cuerpos y calificando exámenes.

Viernes 04 / Marzo / 05

Revisé los últimos cuerpos y exámenes para obtener su reporte para se anexa lista de reporte del avance parcial.