

$$13) a) \underbrace{\cos 2x + 2}_{1 - 2\sin^2 x} = \sqrt{3} \underbrace{\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)}_{-\sin x} \quad b) \left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$$

$$1 - 2\sin^2 x + 2 = -\sqrt{3}\sin x$$

$$1 - 2\sin^2 x + 2 + \sqrt{3}\sin x = 0$$

$$-2\sin^2 x + \sqrt{3}\sin x + 3 = 0$$

$$2\sin^2 x - \sqrt{3}\sin x - 3 = 0$$

$$\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin x = \sqrt{3}$$

\emptyset

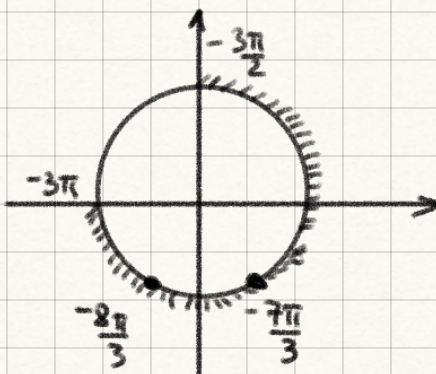
$$x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k$$

$$x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi l$$

$$k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{x^2 = 4}{x = \pm 2}$$

$$b) \left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$$



$$\frac{\log_4(64x)}{\log_4 x - 3} + \frac{\log_4 x - 3}{\log_4(64x)} \geq \frac{\log_4 x^4 + 16}{\log_4^2 x - 9}$$

Положим $t = \log_4 x$, заметим, что $x > 0$, поэтому $\log_4 x^4 = 4 \log_4 x$

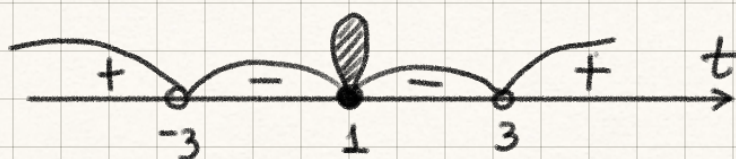
$$\frac{t+3}{t-3} + \frac{t-3}{t+3} \geq \frac{4t+16}{t^2-9}$$

$$\frac{t+3}{t-3} + \frac{t-3}{t+3} - \frac{4t+16}{t^2-9} \geq 0$$

$$\frac{(t+3)^2 + (t-3)^2 - (4t+16)}{(t-3)(t+3)} \geq 0$$

$$\frac{2t^2 - 4t + 2}{(t-3)(t+3)} \geq 0 \quad \begin{matrix} 2t^2 - 4t + 2 = (t-1)^2 \\ | :2 \end{matrix}$$

$$\frac{(t-1)^2}{(t-3)(t+3)} \geq 0$$



$$t < -3 \quad \text{или} \quad t = 1 \quad \text{или} \quad t > 3$$

$$\log_4 x < -3 \quad \text{или} \quad \log_4 x = 1 \quad \text{или} \quad \log_4 x > 3$$

$$\left[\log_4 x < \log_4 \frac{1}{64} \right] \rightarrow 0 < x < \frac{1}{64} \leftarrow$$

$$x = 4$$

$$x > 64$$

$$\text{Ответ: } (0; \frac{1}{64}) \cup \{4\} \cup (64; +\infty).$$

N16

Задание 17 № 509205. Григорий является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары, но на заводе, расположенном во втором городе, используется более совершенное оборудование. В результате, если рабочие на заводе, расположенном в первом городе, трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят $3t$ единиц товара; если рабочие на заводе, расположенном во втором городе, трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят $4t$ единиц товара.

За каждый час работы (на каждом из заводов) Григорий платит рабочему 500 рублей.

Григорий готов выделять 5 000 000 рублей в неделю на оплату труда рабочих. Какое наибольшее количество единиц товара можно произвести за неделю на этих двух заводах?

1) Пусть на первом заводе работают суммарно x^2 часов в неделю
на втором заводе работают суммарно y^2 часов в неделю

$$2) \quad 500 (x^2 + y^2) = 5\,000\,000 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 10\,000$$

3) на первом заводе производят $3x$ ед. товара
на втором заводе производят $4y$ ед. товара

$$f = 3x + 4y \text{ нужно найти } f_{\max}, \quad x^2 + y^2 = 10\,000.$$

Как найти f_{\max} ?

1 способ

$$f(x) = 3x + 4 \cdot \sqrt{10\,000 - x^2}$$

$$f'(x) = 3 + 4 \cdot \frac{1}{2\sqrt{10\,000 - x^2}} \cdot (-2x)$$

$$f'(x) = 3 - \frac{4x}{\sqrt{10\,000 - x^2}}$$

$$f'(x) = \frac{3\sqrt{10\,000 - x^2} - 4x}{\sqrt{10\,000 - x^2}}$$

$$f'(x) = 0 :$$

Как найти f_{\max} ?

2 способ

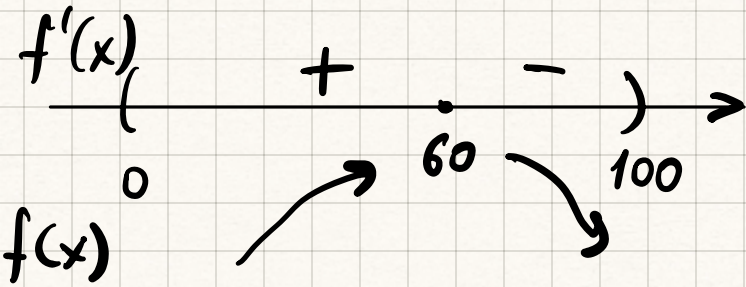
$$3\sqrt{10000-x^2} = 4x$$

$$9(10000-x^2) = 16x^2$$

$$90000 = 25x^2$$

$$x^2 = 3600$$

$$x = 60$$



$$x_{\max} = 60$$

$$y = \sqrt{10000 - 3600} = 80$$

$$f = 3 \cdot 60 + 4 \cdot 800 = \boxed{500}$$

Ölsen: 500 kg.

18. Найдите все значения a , при котором из которых уравнение

$$\sqrt{x^4 - x^2 + a^2} = x^2 + x - a \text{ имеет ровно три различных корня.}$$

1. $\sqrt{f(x)} = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g^2(x), \\ g(x) \geq 0. \end{cases}$

2.
$$\begin{cases} x^4 - x^2 + a^2 = (x^2 + x - a)^2, & (1) \\ x^2 + x - a \geq 0 & (2) \end{cases}$$

(1): $x^4 - x^2 + a^2 = x^4 + x^2 + a^2 + 2x^3 - 2ax^2 - 2ax$

$$2x^3 + 2x^2 - 2ax^2 - 2ax = 0$$

$$x(x^2 + x - a \cdot x - a) = 0$$

$$x \cdot (x^2 + (1-a) \cdot x - a) = 0$$

$$x_1 = -1; x_2 = a$$

$$x \cdot (x+1)(x-a) = 0 \quad \text{отсюда}$$

$$x=0; x=-1; x=a$$

Исходное уравнение имеет три разл. корня, когда числа $0; -1; a$ различны и для каждого из них выполнено условие $x^2 + x - a \geq 0$.

1) Рассмотрим условия совпадения ^{чисел} ~~корней~~:

при $a=0$ и $a=-1$ уравнение имеет не более 2^x разл-х корней.

2) При $a \neq 0$ и $a \neq -1$ числа $0, -1, a$ различные

$$\text{При } x=0: 0^2+0-a \geq 0, a \leq 0$$

$$\text{При } x=-1: 1-1-a \geq 0, a \leq 0$$

$$\text{При } x=a: a^2+a-a \geq 0 \text{ верно } \forall a$$

3) Таким образом иск. уравнение имеет ровно

три различных корня при

$$a \in (-\infty; -1) \cup (-1; 0).$$

$$\text{Ответ: } (-\infty; -1) \cup (-1; 0).$$

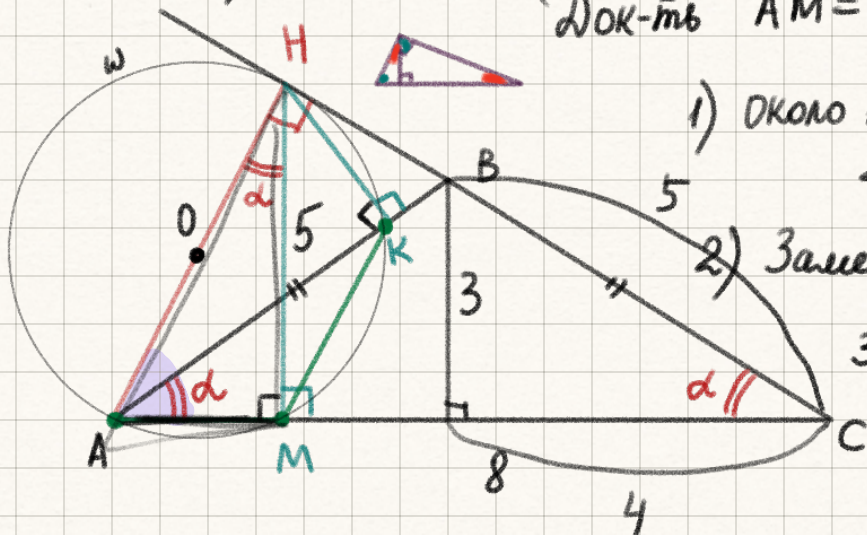
№17 а)

Док-ть $AM = MK$.

1) Около $\triangle HKM$ и описать окружность, т.к. $\angle AMH = \angle AKH = 90^\circ$ (AH — диаметр)

2) Заметим равные углы на рис. ???

3) $\overset{\frown}{AM} = \overset{\frown}{KM}$, значит $AM = MK$.



б) Найдите MK , если $AB = 5$, $AC = 8$.

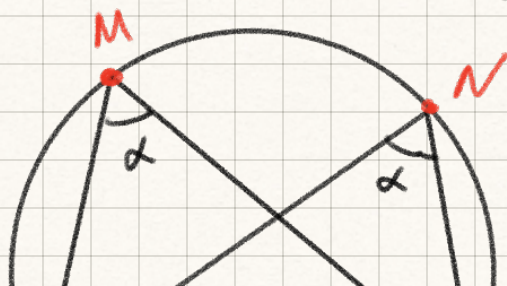
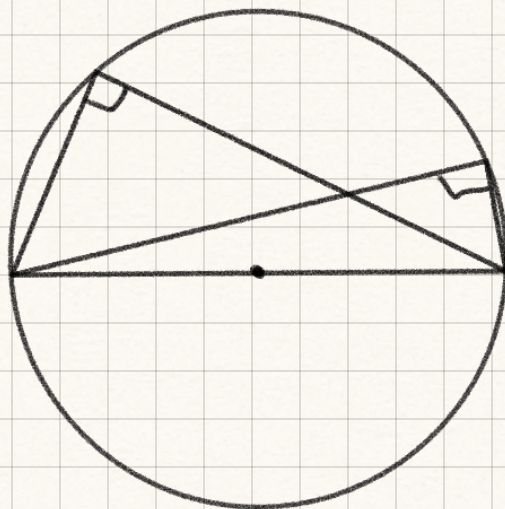
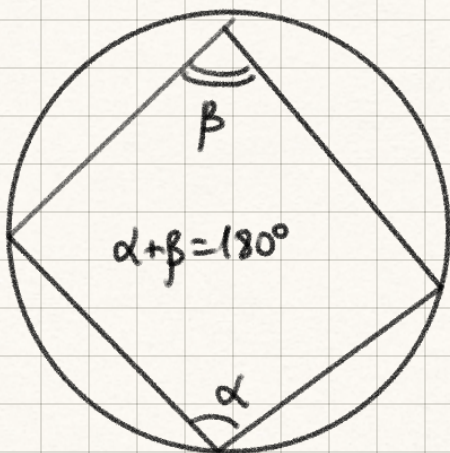
$$\triangle AHM: \frac{AM}{AH} = \cos \angle HAM$$

$$\triangle AHC: AM = \underbrace{AH}_{AC \cdot \cos \angle HAM} \cdot \cos \angle HAM = AC \cdot \cos^2 \angle HAM = AC \cdot \cos \angle HAM$$

$$= AC \cdot \sin^2 \alpha = AC \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2 = 8 \cdot \frac{9}{25} = \frac{72}{25}$$

Угол:

Вспом. окружность!



на дугу сверху

