

# Difference method for solving boundary value problems for elliptic type equations

## Тasks 1

**п.1.** Програмне забезпечення для розв'язання модельної задачі (8.9), (8.10) модифікувати для розв'язання задачі індивідуального завдання ЛР № 7, та побудувати графік наближеного розв'язку.

**Постановка задачі.** Використовуючи *різницький сітковий метод* та *ітераційний метод (ІМ) верхньої релаксації* (або *ІМ Зейделя*) розв'язати крайову задачу для рівняння

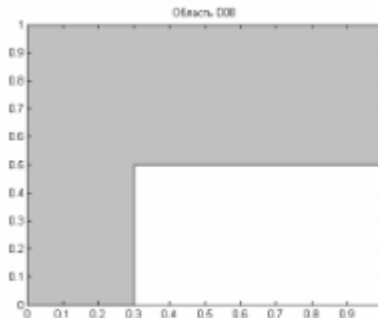
$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2} = -x(1-x^{2+g})y(1-y^2), \\ (x,y) \in D \end{cases}$$

з крайовими умовами, визначеними у варіанті завдання.

Тут введено позначення:

$g$  – номер групи;

$k$  – номер за списком студента в групі, визначає геометрію області  $D$ :



```
% параметри модельної задачі :  
a=1; b=1;  
Hx=0.005; Hy=0.01;  
  
Nx=201; Ny=101;  
Nx11=61; Ny11=61;  
  
ro=1.965; e=1e-8; kmax=20000;  
Nx1=Nx-1; Ny1=Ny-1;  
X=0:Hx:a;  
Y=0:Hy:b;  
HxH=1./(Hx.*Hx); HyH=1./(Hy.*Hy);  
C=ro.*0.5./(HxH+HyH); A=HxH.*C; B=HyH.*C; D=ro-1;
```

% формування крайових умов та початкового наближення :

```
U=zeros(Ny,Nx);
```

```
% (0 <= X < 0.3) & (0= Y)
```

```
for i=1:Nx11
```

```
    U(1,i)=lr7_mx11(X(i));
```

```
end
```

```
% (0 <= X < 0.3) & (1 = Y)
```

```
for i=1:Nx11
```

```
    U(Ny,i)=lr7_mx12(X(i));
```

```
end
```

```
% (0.3 <= X <= a) & (0.5 = Y)
```

```
for i=Nx11:Nx
```

```
    U(Ny11,i)=lr7_mx21(X(i));
```

```
end
```

```
% (0.3 <= X <= a) & (1 = Y)
```

```
for i=Nx11:Nx
```

```
    U(Ny1,i)=lr7_mx22(X(i));
```

```
end
```

```
k=0;
```

```
Fla=0;
```

```
while ~Fla && k<kmax
```

```
    Fla=1;
```

```
    k=k+1;
```

```
    for j=2:Ny11-1
```

```
        i=Nx11;
```

```
        u=U(j,i);
```

```
        UU=A.*2.*0.*(U(j,i+1)-Hx.*lr7_my11(Y(j)))+...
```

```
        B.*(U(j-1,i)+U(j+1,i))-D.*u+C.*lr7_f(X(i),Y(j));
```

```
        if Fla
```

```
            Fla=abs(UU-u)<e;
```

```
        end
```

```
        U(j,i)=UU;
```

```
        i=1;
```

```
        u=U(j,i);
```

```
        UU=A.*2.*0.*(U(j,i+1)-Hx.*lr7_my21(Y(j)))+B*(U(j-1,i)+U(j+1,i))-...
```

```
        D.*u+C.*lr7_f(X(i),Y(j));
```

```
        if Fla
```

```
            Fla=abs(UU-u)<e;
```

```
        end
```

```
        U(j,i)=UU;
```

```
    for i=2:Nx11-1
```

```
        u=U(j,i);
```

```

        UU=A.*(U(j,i-1)+U(j,i+1))+B.*(U(j-1,i)+U(j+1,i))-...
        D.*u+C.*lr7_f(X(i),Y(j));
        if Fla
            Fla=abs(UU-u)<e;
        end
        U(j,i)=UU;
    end
end
j=Ny11;
for i=2:Nx11-1
    u=U(j,i);
    UU=A.*(U(j,i-1)+U(j,i+1))+B.*(U(j-1,i)+U(j+1,i))-...
    D.*u+C.*lr7_f(X(i),Y(j));
    if Fla
        Fla=abs(UU-u)<e;
    end
    U(j,i)=UU;
end

for j=Ny1+1:Ny-1
    i=Nx11;
    u=U(j,i);
    UU=A.*2.0.*(U(j,i+1)-Hx.*lr7_my12(Y(j)))+...
    B.*(U(j-1,i)+U(j+1,i))-D.*u+C.*lr7_f(X(i),Y(j));
    if Fla
        Fla=abs(UU-u)<e;
    end

    U(j,i)=UU;
    i=1;
    u=U(j,i);
    UU=A.*2.0.*(U(j,i+1)-Hx.*lr7_my21(Y(j)))+B*(U(j-1,i)+U(j+1,i))-...
    D.*u+C.*lr7_f(X(i),Y(j));
    if Fla
        Fla=abs(UU-u)<e;
    end
    U(j,i)=UU;

    for i=2:Nx11-1
        u=U(j,i);
        UU=A.*(U(j,i-1)+U(j,i+1))+B.*(U(j-1,i)+U(j+1,i))-...
        D.*u+C.*lr7_f(X(i),Y(j));
        if Fla
            Fla=abs(UU-u)<e;
        end
        U(j,i)=UU;
    end
end
j=Ny1;

```

```

for i=2:Nx11-1
    u=U(j,i);
    UU=A.*(U(j,i-1)+U(j,i+1))+B.*(U(j-1,i)+U(j+1,i))-...
    D.*u+C.*lr7_f(X(i),Y(j));
    if Fla
        Fla=abs(UU-u)<e;
    end
    U(j,i)=UU;
end

for j=Ny11+1:Ny1-1
    i=Nx-1;
    u=U(j,i);
    UU=A.*2.0.*(U(j,i+1)-Hx.*lr7_my12(Y(j)))+B*(U(j-1,i)+U(j+1,i))-...
    D.*u+C.*lr7_f(X(i),Y(j));
    if Fla
        Fla=abs(UU-u)<e;
    end

    U(j,i)=UU;
    i=1;
    u=U(j,i);
    UU=A.*2.0.*(U(j,i+1)-Hx.*lr7_my21(Y(j)))+B*(U(j-1,i)+U(j+1,i))-...
    D.*u+C.*lr7_f(X(i),Y(j));
    if Fla
        Fla=abs(UU-u)<e;
    end

    U(j,i)=UU;

    for i=2:Nx-1
        u=U(j,i);
        UU=A.*(U(j,i-1)+U(j,i+1))+B*(U(j-1,i)+U(j+1,i))-...
        D.*u+C.*lr7_f(X(i),Y(j));
        if Fla
            Fla=abs(UU-u)<e;
        end
        U(j,i)=UU;
    end
end
end
% побудова графіку розв'язку :
k

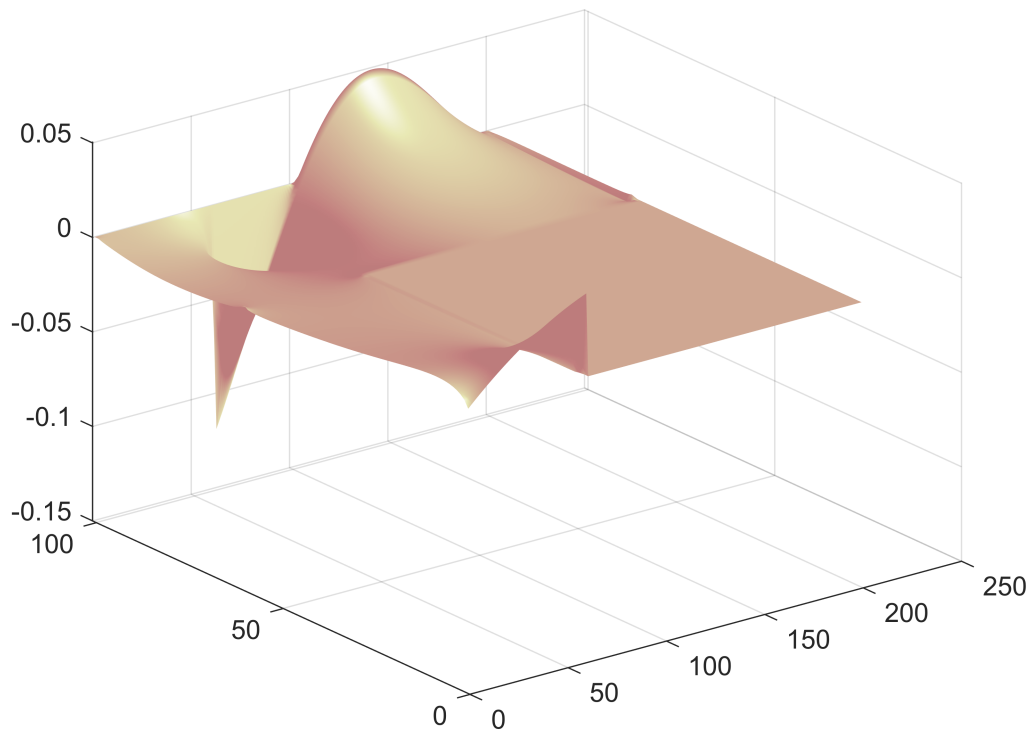
```

k = 20000

```

surf1(U);
shading interp;
colormap(pink);

```



```

function f=lr7_f(x,y)
    % Функція f(x,y)
    f=-x.*(1-x.^3).*y.*(1-y.^2);
end

function u=lr7_mx11(x)
    % Крайові умови на (0 ≤ X < 0.3) & (0 = Y)
    u=0.21.*x.*(1-x);
end

function u=lr7_mx12(x)
    % Крайові умови на (0 ≤ X < 0.3) & (1 = Y)
    u=0;
end

function u=lr7_mx21(x)
    % Крайові умови на (0.3 ≤ X ≤ a) & (0.5 = Y)
    u=0;
end

function u=lr7_mx22(x)
    % Крайові умови на (0.3 ≤ X ≤ a) & (1 = Y)
    xx=2.*x;

```

```

    u=xx.*(1-x).^2.*(xx-1);
end

function u=lr7_my11(y)
    % Крайові умови на  $(0 < y < 0.5) \wedge (x = 0.5)$ 
    u=0.4.*y.*(1-y);
end

function u=lr7_my12(y)
    % Крайові умови на  $(0.5 < y < 1) \wedge (x = 1)$ 
    u=y.*(1-y);
end

function u=lr7_my21(y)
    % Крайові умови на  $(0 < y < 1) \wedge (x = 0)$ 
    u=0;
end

```