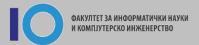


Фундаментали податочни структури

- НИЗИ и динамички ЛИСТИ-

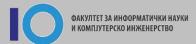
АЛГОРИТМИ И ПОДАТОЧНИ СТРУКТУРИ

- предавања -



Содржина

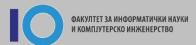
- □ Низи
- □ Операции со низи
- Динамички поврзани листи



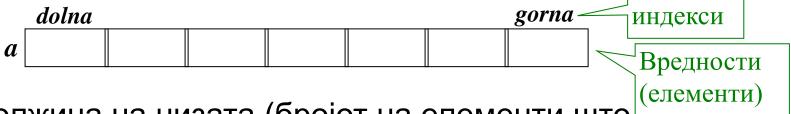
- последователно множество на мемориски локации
- множество на подредени парови

(индекс, вредност)

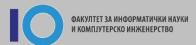
 при што за секое појавување на индекс, постои соодветна вредност асоцирана за тој индекс



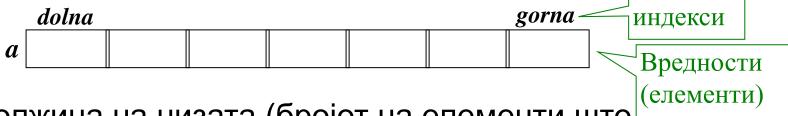
- □ Индексите се единствени и фиксирани за секоја вредност.
- Индексите се во ранг од dolna граница до gorna граница:



- Должина на низата (бројот на елементи што содржат вредности) е вредност која се задава на почеток кога се формира низата
- Секоја вредност на низата може да се пристапи, со користење на нејзиниот индекс, во O(1) време.



- Индексите се единствени и фиксирани за секоја вредност.
- Индексите се во ранг од dolna граница до gorna граница:



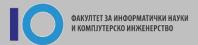
- Должина на низата (бројот на елементи што содржат вредности) е вредност која се задава на почеток кога се формира низата
- Секоја вредност на низата може да се пристапи, со користење на нејзиниот индекс, во O(1) време.

ВАЖНО: Секогаш се специфицира максималниот индекс дозволен во низата



□ Својства:

- Низите чуваат повеќе елементи од ист тип под заедничко име
- Елементите во низата може да се пристапуваат по случаен редослед, користејќи го индексот
- Меморијата за низата е предефинирана, нема потреба од дополнителен меморсики простор
- Низите се статички структури, нивната големина е финксна и не може да се промени после декларација



- Функции (операции) кои се изведуваат над низата се:
 - Изминување
 - Додавање
 - Бришење
 - Пребарување
 - Сортирање
- Анализа на перформансите за секоја од операциите



Изминување

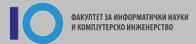
- Изминување на низа е процес на посетување на секој од елементите по еднаш
- □ Изминувањето е потребно кога:
 - Се бројат елементите на низа
 - Се печатат елементите на низата
 - Се пресметува сума на елементите на низата
 - Итн ...



- Вметнувањето е процес на вклучување еден или повеќе нови елементи во низата
- Вметнување елемент во низа може да се изведе:
 - На почеток на низата
 - На било кој индекс во низата
 - На крај на низата

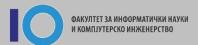


Проблем: за дадена низа a[left...right], да се вметне вредност val во a[ins]. Ако е потребно, да се поместат вредностите надесно, за да се овозможи простор (Претпоставуваме дека left ≤ ins ≤ right.)





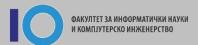
Анимација:



Анимација:

- 1. копирај го a[ins...right-1] во a[ins+1...right].
- 2. копирај го val во a[ins].
- 3. заврши.

```
left = 0123456 = rightaThecatsatonthemousemat
```



Анимација:

- 1. копирај го a[ins...right-1] во a[ins+1...right].
- 2. копирај го val во a[ins].
- 3. заврши.

```
left = 0123456 = rightaThecatcatsatonthemouse
```

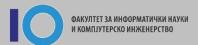
val fat ins 1



Анимација:

- 1. копирај го a[ins...right-1] во a[ins+1...right].
- 2. копирај го val во a[ins].
- 3. заврши.

val fat ins 1



Анимација:

- 1. копирај го a[ins...right-1] во a[ins+1...right].
- 2. копирај го val во a[ins].

ins

3. заврши.

fat

```
left = 0123456 = rightaThefatcatsatonthemouse
```



Анализа за вметнувањето

□ Анализа (се бројат копирањата (доделувањата)):

Heка n = right - left + 1 е должината на низата.

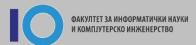
Чекор 2 изведува само едно копирање.

Чекор 1 се спроведува од 0 до n—1 копирања, во просек (n—1)/2 копирања.

Просечен број на копирања =

$$(n-1)/2 + 1 = n/2 + 1/2$$

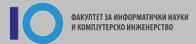
Сложеноста на алгоритамот е O(n).



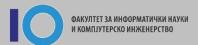
Анализа за вметнувањето

- Колкава е сложеноста за најдобриот и за најлошиот случај?
- Најдобар случај вметнување елемент на крај од низата
 - Нема потреба од извршување на чекор 1
 - Се извршува само чекор 2, односно само 1 копирање
 Сложеноста на алгоритамот е O(1).
- Најлош случај вметнување елемент на почеток на низа
 - Чекор 1 се спроведува од 0 до n-1 и врши n копирања
 - Чекор 2 изведува само 1 копирање
 - Вкупно n+1 копирања

Сложеноста на алгоритамот е O(n).



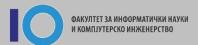
- Бришење елемент во низа е процес на отстранување на конкретен елемент и реорганизација на низата
- Бришењето исто така може да се изведе на различни начини:
 - Бришење на почеток на низата
 - Бришење на крај на низата
 - Бришење на било кој индекс од низата



Проблем: за дадена низа a[left...right], да се избрише вредност val во a[del]. Ако е потребно, да се поместат вредностите налево, за да се пополни празнината (Претпоставуваме дека left ≤ del ≤ right.)



Анимација:



Анимација:

- 1. копирај a[del+1...right] во a[del...right-1].
- 2. ослободи го a[right]
- 3. заврши.

left = 012345
$$6 = right$$
aThefatcatsatonthemouse



Анимација:

- 1. копирај a[del+1...right] во a[del...right-1].
- 2. промени го right=right-1
- 3. заврши.

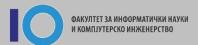
left = 012345
$$6 = right$$
aThecatsatonthemouse mouse



Анимација:

- 1. копирај a[del+1...right] во a[del...right-1].
- 2. промени го right = right-1
- 3. заврши.

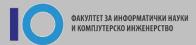
$$left = 0$$
123456 = rightaThecatsatonthemouse



Анимација:

- 1. копирај a[del+1...right] во a[del...right-1].
- 2. промени го right = right-1
- 3. заврши.

$$left = 0$$
1234 $5 = right$ aThecatsatonthemouse



Анализа за бришењето

□ Анализа (се бројат копирањата (доделувањата))
 Нека n = right - left + 1 е должина на низата.
 Чекор 1 се изведува помеѓу 0 и n-1 копирања.
 Просечен број копии =
 (n-1)/2 = n/2 - 1/2

Сложеноста на алгоритамот е O(n).



Анализа за бришењето

- □ Колкава е сложеноста за најдобриот и за најлошиот случај?
- Најдобар случај бришење елемент на крај од низата
 - Нема потреба од извршување на чекор 1
 - Се извршува само чекор 2, една операција

Сложеноста на алгоритамот е O(1).

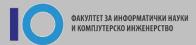
- Најлош случај бришење елемент на почеток
 - Чекор 1 се спроведува од 1 до n-1 и врши n-1 копирања
 - Чекор 2 изведува само 1 операција
 - Вкупно n–1+1 операции

Сложеноста на алгоритамот е O(n).



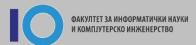
Пребарување

- Пребарување елемент во низа е процес на наоѓање конкретен елемент во низата од вредности.
- Во овој процес се одлучува дали клучниот елемент по кој пребаруваме е присутен во низата или не.
- Во општ случај сложеноста на алгоритамот е O(n).
 - Специфичен случај е кога низата е сортирана и сложеноста е O(logn) (подоцна во материјалот)



Сортирање

- Сортирање на низа е процес во кој елементите се подредуваат според некој кориснички дефиниран редослед. На пример: нумерички, алфабетски и сл.
- Стандардно сортирачкиот процес се прави во растечки редослед.



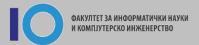
N-димензионални низи

Дефиниција за n-димензионална низа:

Ако имаме *n*+1 подредени парови на вредности, каде првите *n* елементи го сочинуваат индексот, а последниот елемент е вредноста асоцирана на тој индекс

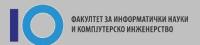
 $(idx_1, idx_2, ..., idx_n, value)$

■ Кога n=2 тогаш имаме матрица



$$\begin{bmatrix} -27 & 3 & 4 \\ 6 & 82 & -0.3 \\ 109 & -64 & 4 \\ 12 & 8 & 9 \\ 3.4 & 36 & 27 \end{bmatrix}$$

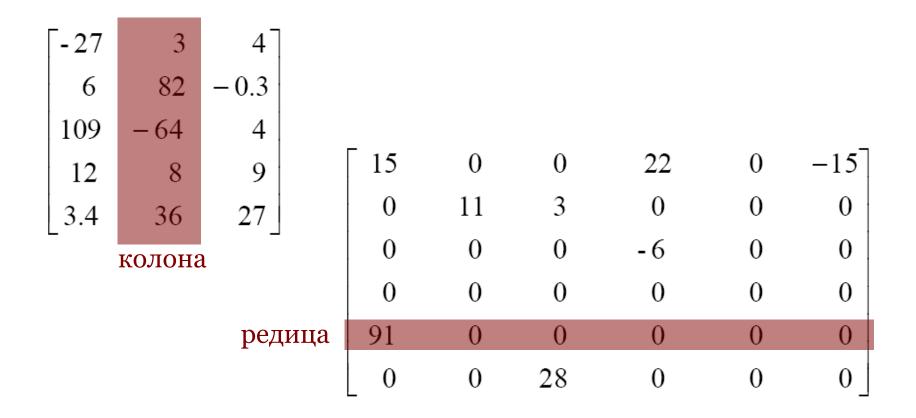
Г 15	0	0	22	0	157
15	0	0	22	0	-15
0	11	3	0	0	0
0	0	0	-6	0	0
0	0	0	0	0	0
91	0	0	0	0	0
0	0	28	0	0	0]



[-27	3	4 7		
6	82	-0.3		
109	-64	4		
12	8	9		
3.4	36	27]		
колона				

T 15	0	0	22	0	-15
0	11	3	0	0	0
0	0	0	- 6	0	0
0 91	0	0	0	0	0
91	0	0	0	0	0
0	0	28	0	0	0







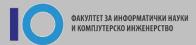
- □ Димензија на матрицата (mxn)
 - т редици
 - n колони
- □ Број на елементи m*n
- Ако m=n тогаш матрицата е квадратна
- Пристап до елемент во матрицата A[i][j]



Ретки (sparse) матрици

15	0	0	22	0	-15]
0	11	3	0	0	0
0	0	0	- 6	0	0
0	0	0	0	0	0
91	0	0	0	0	0
0	0	28	0	0	0

- Матрици кои имаат многу елементи со вредност 0 (нула)
- Проблем: Трошат многу меморија!

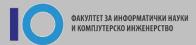


Ретки матрици

Репрезентација:

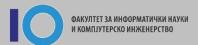
(i, j, value)

- Првиот елемент е димензијата на матрицата и бројот на ненулти елементи
- Позиција и вредност на ненултите елементи

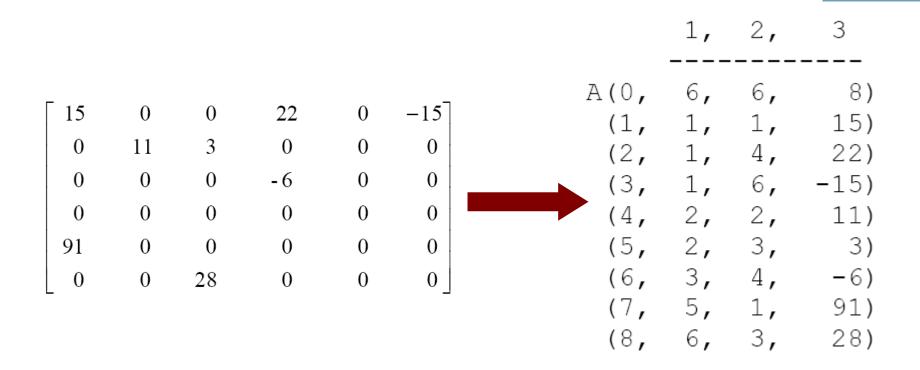


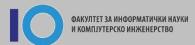
Ретки матрици

15	0	0	22	0	-15
0	11	3	0	0	0
0	0	0	-6	0	0
0	0	0	0	0	0
91	0	0	0	0	0
0	0	28	0	0	0

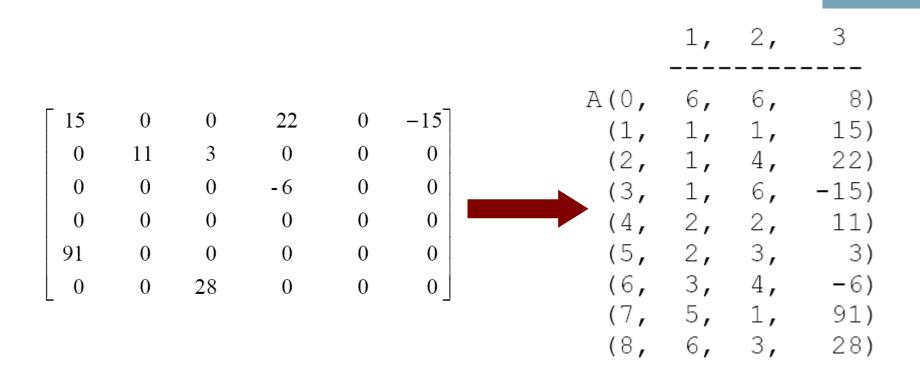


Ретки матрици





Ретки матрици



За дома: Да се предложат соодветни репрезентации на долно/горно триаголни матрици!



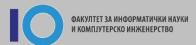
Потреба од динамички структури

- Лошата страна на низите е тоа што не може да се промени нивната големина во време на извршување.
 - Програмата ќе ни падне кога сакаме да го додадеме n+1 виот елемент, а сме резервирале простор за n елементи
- □ Што е со динамичките низи?
 - автоматски растат во должина кога се обидуваме да направиме внес на нов елемент
 - При иницијализација се започнува со должина 1, после се дуплира должината во 2, односно од n во 2n секогаш кога ќе снемаме простор.
- Примери: vector во C++, ArrayList во Јава



Потреба од динамички структури

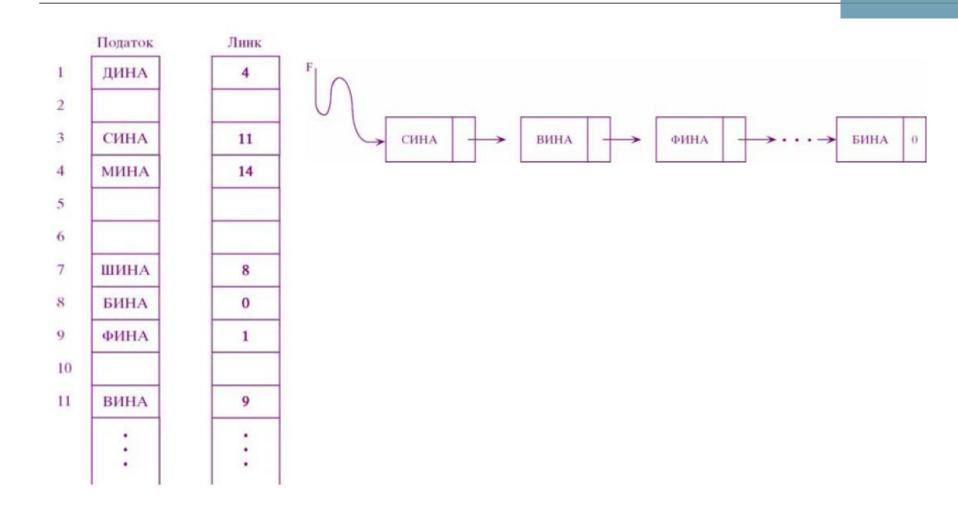
- Во општ случај велиме дека секој од n-те елементи ќе се помести во просек 2 пати, па според тоа сложеноста на работа со динамички низи е исто така O(n)
 - Исто како однапред да сме обезбедиле доволно меморија за сместување на сите елементи

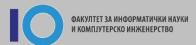


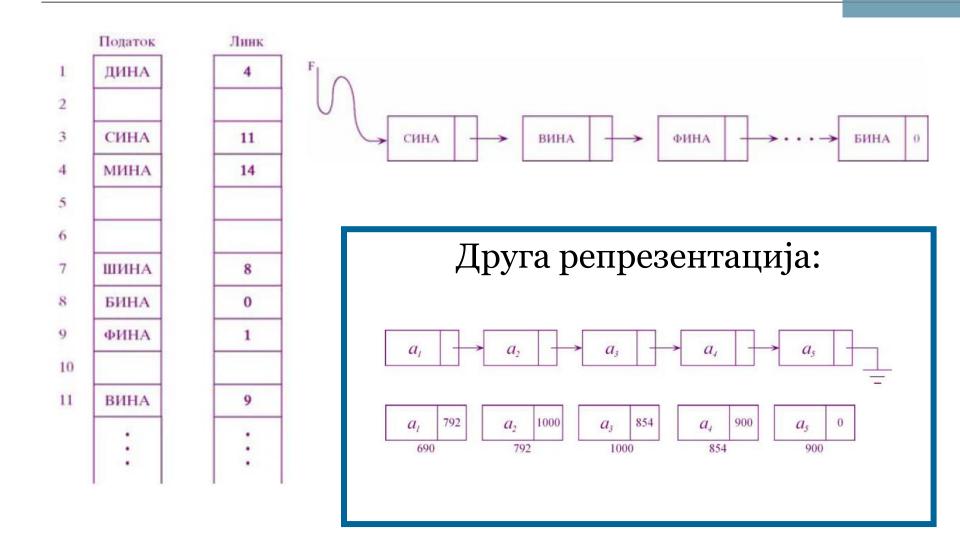
- Еднострано поврзана листа Single Linked List SLL
- Подреденоста на елементите се запазува, меѓутоа нема потреба да има и мемориски континуитет
- Репрезентација: множество на подредени елементи, каде секој елемент е опишан со вредност на јазелот(теме) (data) и покажувач кон следниот јазел (link)

data link





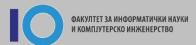






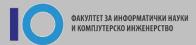
- Секој јазол (освен последниот) има наследник, и секој јазол (освен првиот) има претходник.
- Должина на листата е бројот на јазлите.
- Празна листа не содржи ниту еден јазол.
- □ Во поврзаните листи може:
 - Да се достапува/чита/брише до секој елемент (јазол).
 - Да се менуваат врските, а со тоа да се менува структурата на листата
 - Ова не е можно кај низите



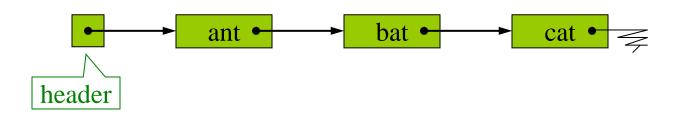


- Секој јазол (освен последниот) има наследник, и секој јазол (освен првиот) има претходник.
- Должина на листата е бројот на јазлите.
- Празна листа не содржи ниту еден јазол.
- □ Во поврзаните листи може:
 - Да се достапува/чита/брише до секој елемент (јазол).
 - Да се менуваат врските, а со тоа да се менува структурата на листата
 - Ова не е можно кај низите



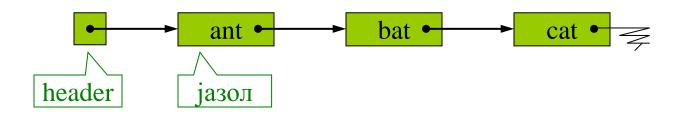


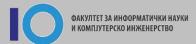
- Секој јазол (освен последниот) има наследник, и секој јазол (освен првиот) има претходник.
- Должина на листата е бројот на јазлите.
- Празна листа не содржи ниту еден јазол.
- □ Во поврзаните листи може:
 - Да се достапува/чита/брише до секој елемент (јазол).
 - Да се менуваат врските, а со тоа да се менува структурата на листата
 - Ова не е можно кај низите



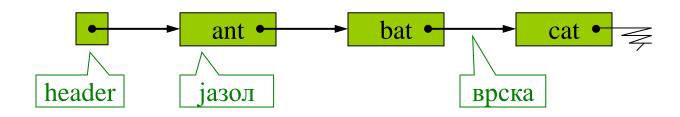


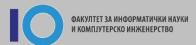
- Секој јазол (освен последниот) има наследник, и секој јазол (освен првиот) има претходник.
- Должина на листата е бројот на јазлите.
- Празна листа не содржи ниту еден јазол.
- □ Во поврзаните листи може:
 - Да се достапува/чита/брише до секој елемент (јазол).
 - Да се менуваат врските, а со тоа да се менува структурата на листата
 - Ова не е можно кај низите



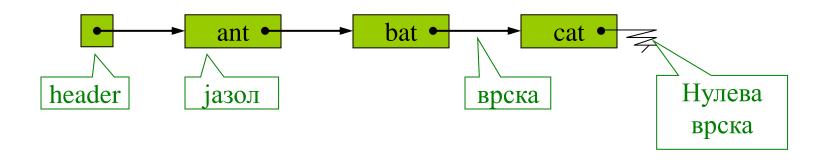


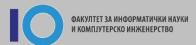
- Секој јазол (освен последниот) има наследник, и секој јазол (освен првиот) има претходник.
- Должина на листата е бројот на јазлите.
- Празна листа не содржи ниту еден јазол.
- □ Во поврзаните листи може:
 - Да се достапува/чита/брише до секој елемент (јазол).
 - Да се менуваат врските, а со тоа да се менува структурата на листата
 - Ова не е можно кај низите



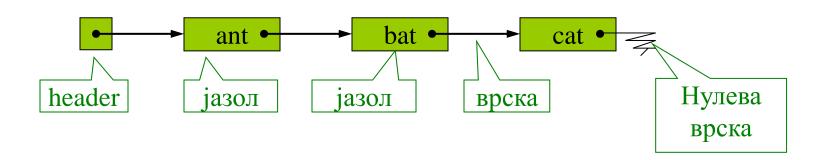


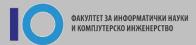
- Секој јазол (освен последниот) има наследник, и секој јазол (освен првиот) има претходник.
- Должина на листата е бројот на јазлите.
- Празна листа не содржи ниту еден јазол.
- □ Во поврзаните листи може:
 - Да се достапува/чита/брише до секој елемент (јазол).
 - Да се менуваат врските, а со тоа да се менува структурата на листата
 - Ова не е можно кај низите



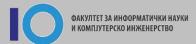


- Секој јазол (освен последниот) има наследник, и секој јазол (освен првиот) има претходник.
- Должина на листата е бројот на јазлите.
- Празна листа не содржи ниту еден јазол.
- □ Во поврзаните листи може:
 - Да се достапува/чита/брише до секој елемент (јазол).
 - Да се менуваат врските, а со тоа да се менува структурата на листата
 - Ова не е можно кај низите

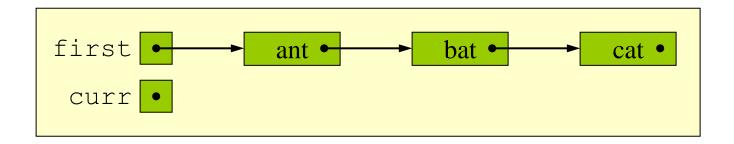


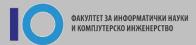


- □ Операции на SLL:
 - креирање празна листа
 - изминување на листата
 - вметнување елемент во листата
 - бришење елемент од листата
 - пронаоѓање елемент во листата
 - бришење на листата
 - И.Т.Н.

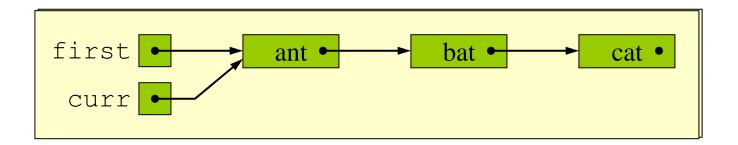


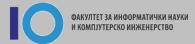
```
public void printFirstToLast () {
// Print all elements in this SLL, in first-to-last order.
    for (SLLNode curr = this.first;
        curr != null; curr = curr.succ)
        System.out.println(curr.element);
}
```



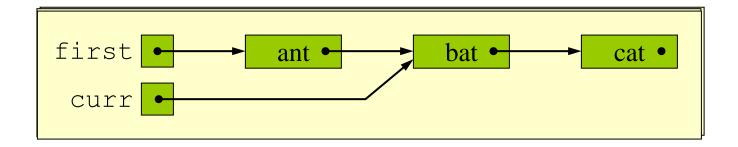


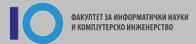
```
public void printFirstToLast () {
// Print all elements in this SLL, in first-to-last order.
    for (SLLNode curr = this.first;
        curr != null; curr = curr.succ)
        System.out.println(curr.element);
}
```



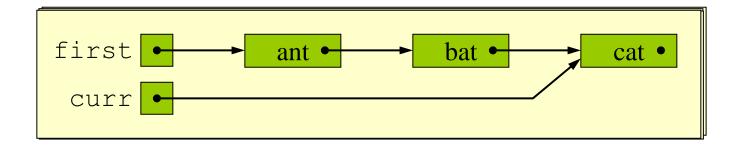


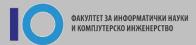
```
public void printFirstToLast () {
  // Print all elements in this SLL, in first-to-last order.
  for (SLLNode curr = this.first;
      curr != null; curr = curr.succ)
      System.out.println(curr.element);
}
```



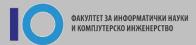


```
public void printFirstToLast () {
  // Print all elements in this SLL, in first-to-last order.
  for (SLLNode curr = this.first;
      curr != null; curr = curr.succ)
      System.out.println(curr.element);
}
```

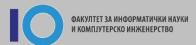




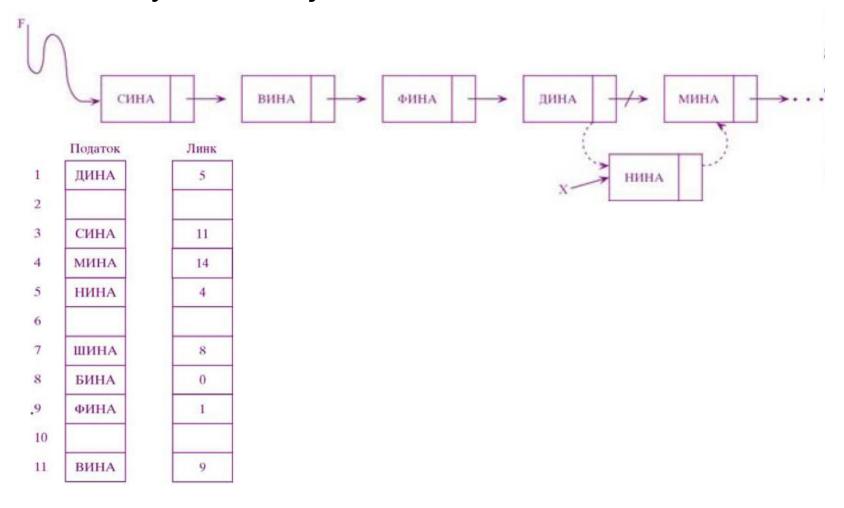
- Вметнување на јазел во SLL вклучува 4 случаи:
 - 1. Вметнување во празна листа
 - 2. Вметнување на почеток во непразна SLL
 - Вметнување на крај во непразна SLL
 - 4. Вметнување измеѓу два јазли во непразна SLL
 - При вметнување јазел, треба да се внимава на линковите на неговите претходници/следбеници на тој јазел

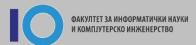


- Алгоритам за вметнување јазол во SLL:
 - 1. се избира јазел кој моментално не се користи во достапниот мемориски простор
 - 2. се доделува соодветната вредност на инфо полето од јазелот
 - 3. вредноста на линк полето се пополнува со адресата на јазелот кој треба да биде следбеник на новиот јазел
 - 4. вредноста на линк полето на јазелот кој ќе биде претходник на новиот јазел треба да се промени со адресата на новиот јазел



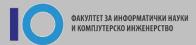
Вметнување на јазел во листата:





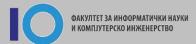
Вметнување на јазел во листата:





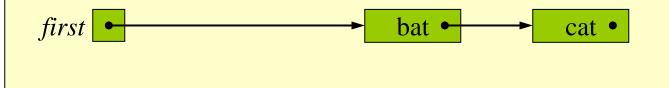
Анимација (вметнување пред првиот јазол):

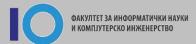
- Направи го јазолот ins нов јазол со инфо elem и следбеник null.
- Постави следбеник на јазолот ins да биде first.
- 3. Постави го first да биде ins.
- **4**. Заврши.



□ Анимација (вметнување пред првиот јазол):

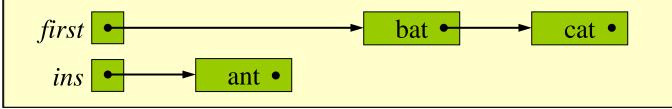
- 1. Направи го јазолот *ins* нов јазол со инфо *elem* и следбеник null.
- 2. Постави следбеник на јазолот *ins* да биде *first*.
- Постави го first да биде ins.
- 4. Заврши.

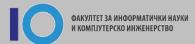




□ Анимација (вметнување пред првиот јазол):

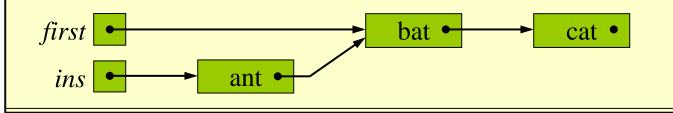
- 1. Направи го јазолот *ins* нов јазол со инфо *elem* и следбеник null.
- 2. Постави следбеник на јазолот *ins* да биде *first*.
- 3. Постави го first да биде ins.
- 4. Заврши.

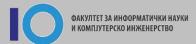




Анимација (вметнување пред првиот јазол):

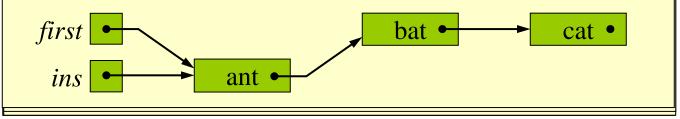
- 1. Направи го јазолот *ins* нов јазол со инфо *elem* и следбеник null.
- 2. Постави следбеник на јазолот *ins* да биде *first*.
- 3. Постави го first да биде ins.
- 4. Заврши.

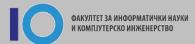




□ Анимација (вметнување пред првиот јазол):

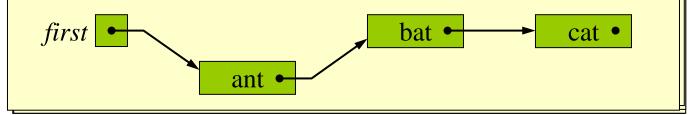
- 1. Направи го јазолот *ins* нов јазол со инфо *elem* и следбеник null.
- 2. Постави следбеник на јазолот *ins* да биде *first*.
- 3. Постави го first да биде ins.
- 4. Заврши.





Анимација (вметнување пред првиот јазол):

- 1. Направи го јазолот *ins* нов јазол со инфо *elem* и следбеник null.
- 2. Постави следбеник на јазолот *ins* да биде *first*.
- 3. Постави го first да биде ins.
- 4. Заврши.



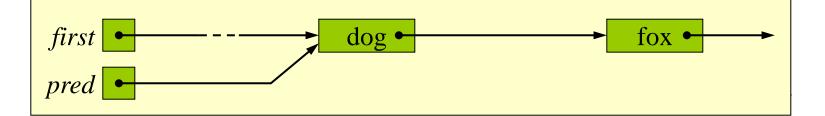


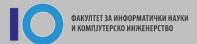
□ Анимација (вметнување после средишен јазол):



□ Анимација (вметнување после средишен јазол):

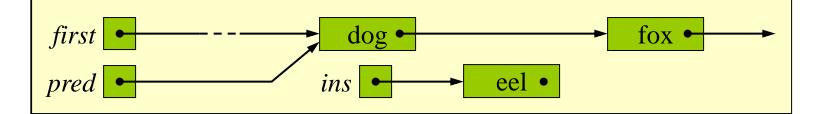
- 1. Направи го јазолот *ins* нов јазол со инфо *elem* и следбеник null.
- 2. постави следбеник на јазолот *ins* да биде следбеникот на *pred*
- 3 постави го следбеникот на *pred* да биде *ins*
- 4. Заврши.

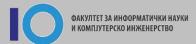




□ Анимација (вметнување после средишен јазол):

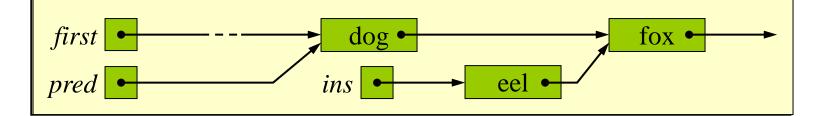
- 1. Направи го јазолот *ins* нов јазол со инфо *elem* и следбеник null.
- 2. постави следбеник на јазолот *ins* да биде следбеникот на *pred*
- 3 постави го следбеникот на *pred* да биде *ins*
- 4. Заврши.

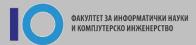




□ Анимација (вметнување после средишен јазол):

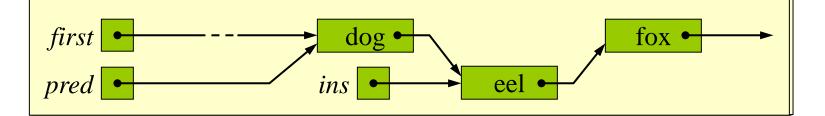
- 1. Направи го јазолот *ins* нов јазол со инфо *elem* и следбеник null.
- 2. постави следбеник на јазолот *ins* да биде следбеникот на *pred*
- 3 постави го следбеникот на *pred* да биде *ins*
- 4. Заврши.

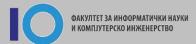




□ Анимација (вметнување после средишен јазол):

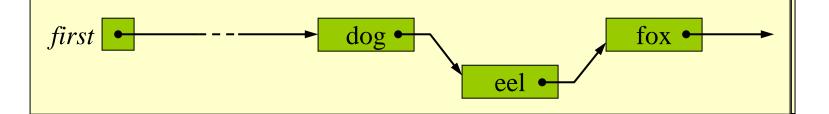
- 1. Направи го јазолот *ins* нов јазол со инфо *elem* и следбеник null.
- 2. постави следбеник на јазолот *ins* да биде следбеникот на *pred*
- 3 постави го следбеникот на *pred* да биде *ins*
- 4. Заврши.





□ Анимација (вметнување после средишен јазол):

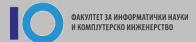
- 1. Направи го јазолот *ins* нов јазол со инфо *elem* и следбеник null.
- 2. постави следбеник на јазолот *ins* да биде следбеникот на *pred*
- 3 постави го следбеникот на *pred* да биде *ins*
- Заврши.





Еднострано поврзани листи

- □ Бришење на јазел од листата:
 - се избира елемент кој претходи на елементот кој сакаме да го избришеме
 - вредноста на линк полето на претходникот треба да се промени со вредноста на адресата сместена во линк полето на јазелот кој се брише



Еднострано поврзани листи

□ Бришење на јазел од листата:



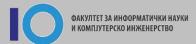


Еднострано поврзани листи

- □ Бришењето јазел во SLL вклучува 4 случаи:
 - 1. Бришење од листа со единствен јазол
 - 2. Бришење на првиот јазол (но не и последен)
 - 3. Бришење на последниот јазол (но не и прв)
 - 4. Бришење средишен јазол
 - При бришење јазел, треба да се внимава на линковите на неговите претходници/следбеници на тој јазел

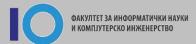


Анимација (бришење на првиот јазол):



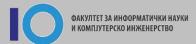
Анимација (бришење на првиот јазол):

Да се избрише првиот јазол во дадена SLL: Нека *succ* е следбеникот на првиот јазол Го поставуваме следбеникот на јазолот *first* на *succ* 3. Заврши. ant bat •

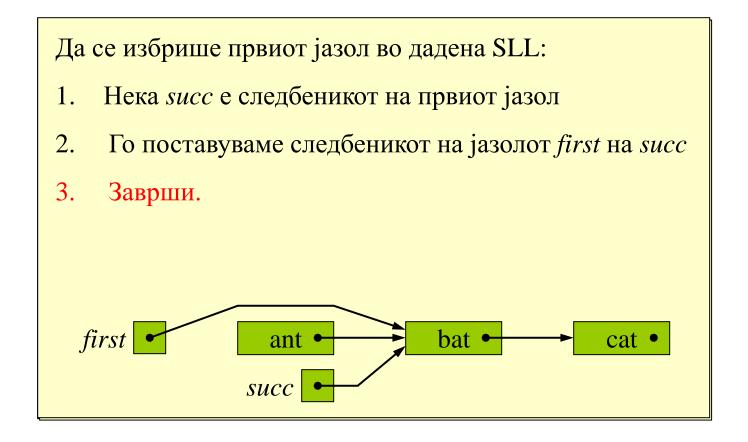


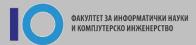
Анимација (бришење на првиот јазол):

Да се избрише првиот јазол во дадена SLL: Нека *succ* е следбеникот на првиот јазол Го поставуваме следбеникот на јазолот *first* на *succ* 3. Заврши. bat •

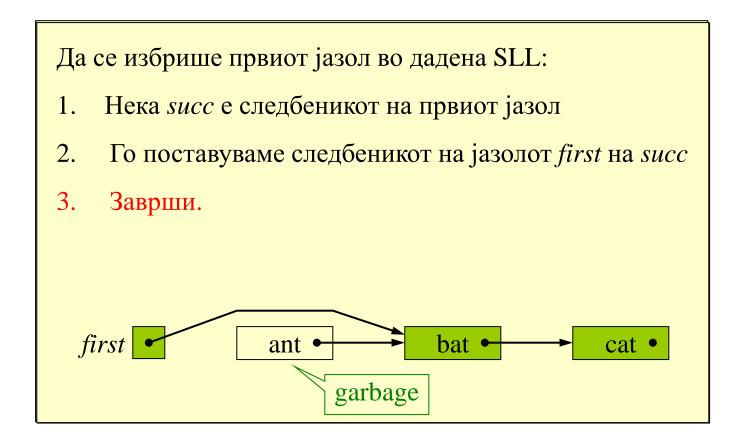


Анимација (бришење на првиот јазол):

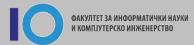


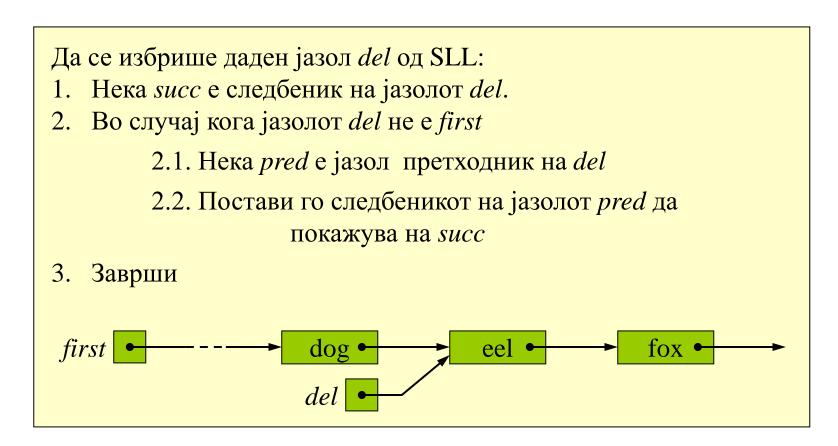


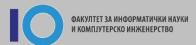
Анимација (бришење на првиот јазол):

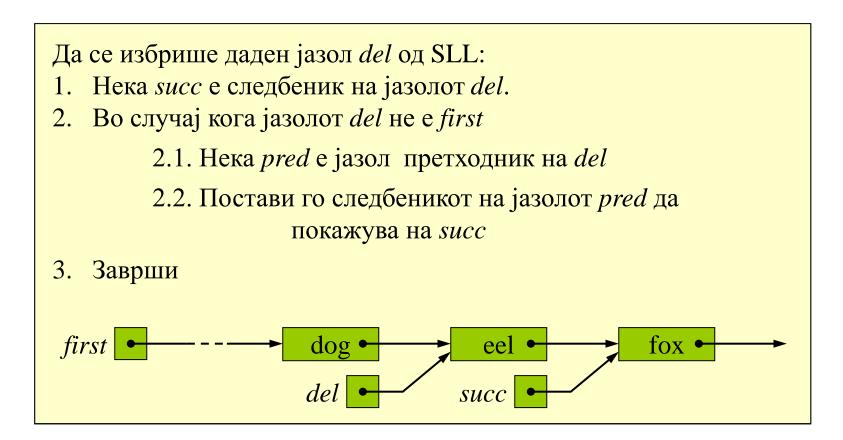


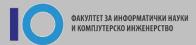


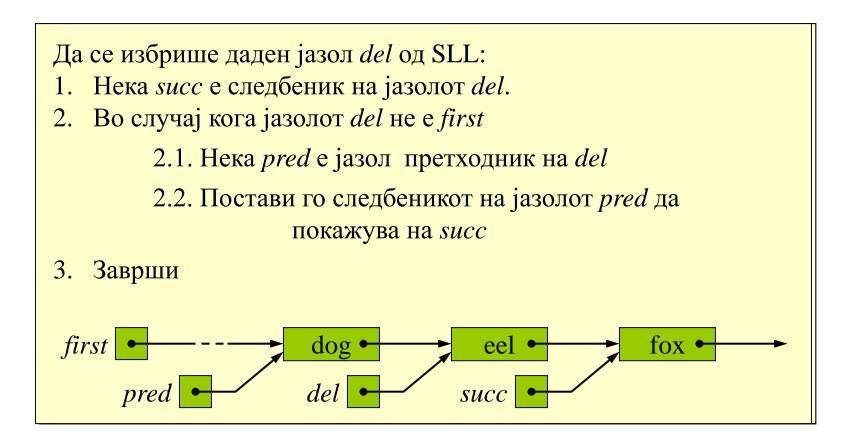


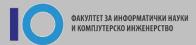


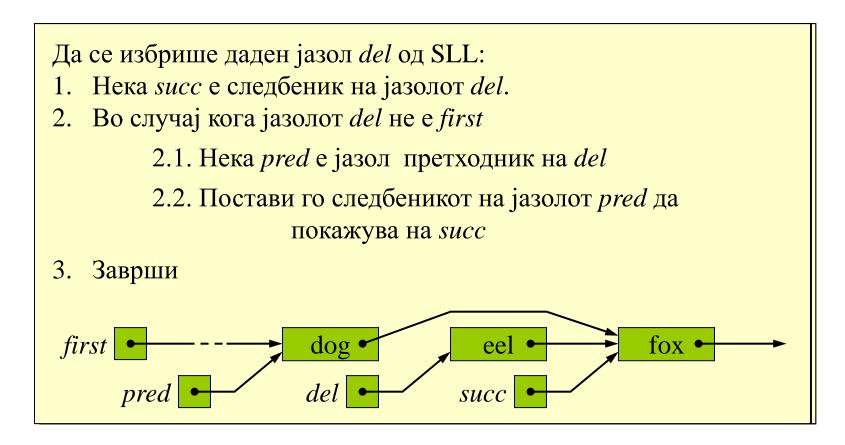


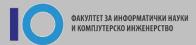


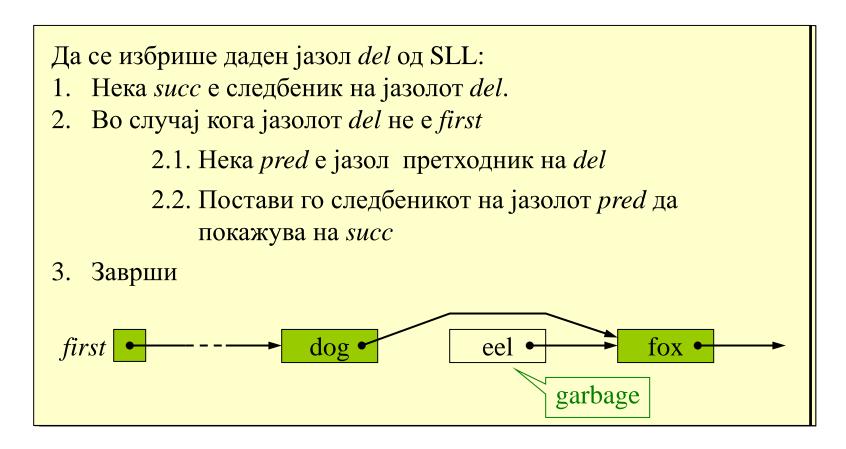


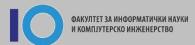












Предности и недостатоци

- □ Предности за користење SLL:
 - листите никогаш не можат да се наполнат и секогаш ќе има место за додавање на нови елементи (освен доколку не се наполни меморијата)
 - додавањето и бришењето на елемент е поедноставно отколку кај низите
- Недостатоци за користење SLL:
 - кај листите потребна е дополнителна меморија за чување на покажувачите (следбениците) кои реално не носат корисна информација
 - листите не овозможуваат ефикасен пристап до произволен елемент, туку треба да се измине цела листа за да се стигне до даден елемент