## Memoria práctica 1

Rafael Sánchez, Miguel Baquedano

7 de marzo de 2019

Revisión del 7 de marzo de 2019 a las 21:35.

# Índice general

Ι	Eje	rcicios	5
1.	Dis	ancia coseno	7
	1.1.	Implementación distancia coseno	7
		1.1.1. Pseudocódigo	7
		1.1.2. Comentarios	7
		1.1.3. Pruebas	7
	1.2.	Ordenación según distancia coseno	7
		1.2.1. Pseudocódigo	7
		1.2.2. Comentarios	8
		1.2.3. Pruebas	8
	1.3	Clasificador por distancia coseno	8
	1.0.	1.3.1. Pseudocódigo	8
		1.3.2. Comentarios	8
		1.3.3. Pruebas	8
		1.3.3. Truebas	0
2.	Raí	es de una función	9
		Implementación Newton-Raphson	9
		2.1.1. Pseudocódigo	9
		2.1.2. Comentarios	9
		2.1.3. Pruebas	9
	2.2.	Una raíz para una lista de semillas	9
	2.2.	2.2.1. Pseudocódigo	9
		2.2.2. Comentarios	10
		2.2.3. Pruebas	10
	2.3.	Todas las raíces para una lista de semillas	10
	2.3.	2.3.1. Pseudocódigo	10
		· ·	
		2.3.2. Comentarios	10
		2.3.3. Pruebas	10
3.	Cor	binación de listas	11
		Combinación elemento - lista	11
		3.1.1. Pseudocódigo	11
		3.1.2. Comentarios	11
		3.1.3. Pruebas	11
	3.2.	Combinación lista-lista	11
	0.2.	3.2.1. Pseudocódigo	11
		3.2.2. Comentarios	11
		3.2.3. Pruebas	12
	3.3.	Producto cartesiano n-ario	12
	ა.ა.	3.3.1. Pseudocódigo	12
		3.3.2. Comentarios	12
		5.5.5. Pruedas	12
4.	Árh	oles de verdad	13
		Funciones de derivación	13
	1.1.	4.1.1. Dougloué direc	19

ÍNDICE GENERAL

	4.2.	4.1.2. Comentarios 4.1.3. Pruebas Construcción del árbol de verdad 4.2.1. Pseudocódigo 4.2.2. Comentarios 4.2.3. Pruebas	13 13 13 13 13 13
5.	Bús	queda en anchura	<b>15</b>
	5.1.	Ilustración del algoritmo5.1.1. Grafo especial5.1.2. Caso típico5.1.3. Caso típico	15 15 15 16
		Pseudocódigo	16
	5.3.	BFS de ANSI Common Lisp	16
		Comentarios al código de BFS en ANSI Common Lisp	16
	5.5. 5.6.	BFS camino más corto	16 17
	5.7.	Bucle infinito en grafo con ciclos	17
		Corrección del código	17
II	$\mathbf{C}$	ódigo	19
6.	Dist	ancia coseno	21
6.	6.1.	Implementación distancia coseno	21
6.	6.1. 6.2.	Implementación distancia coseno	$\frac{21}{22}$
6.	6.1. 6.2.	Implementación distancia coseno	21
	6.1. 6.2. 6.3.	Implementación distancia coseno	21 22 23 <b>25</b>
	6.1. 6.2. 6.3. <b>Raí</b> 7.1.	Implementación distancia coseno Ordenación según distancia coseno Clasificador por distancia coseno  es de una función Implementación Newton-Raphson	21 22 23 25 25
	6.1. 6.2. 6.3. <b>Raí</b> 7.1. 7.2.	Implementación distancia coseno Ordenación según distancia coseno Clasificador por distancia coseno  es de una función Implementación Newton-Raphson Una raíz para una lista de semillas	21 22 23 25 25 25
	6.1. 6.2. 6.3. <b>Raí</b> 7.1.	Implementación distancia coseno Ordenación según distancia coseno Clasificador por distancia coseno  es de una función Implementación Newton-Raphson	21 22 23 25 25
7.	6.1. 6.2. 6.3. <b>Raí</b> 7.1. 7.2. 7.3.	Implementación distancia coseno Ordenación según distancia coseno Clasificador por distancia coseno  es de una función Implementación Newton-Raphson Una raíz para una lista de semillas Todas las raíces para una lista de semillas  abinación de listas	21 22 23 25 25 25 26 27
7.	6.1. 6.2. 6.3. <b>Raí</b> 7.1. 7.2. 7.3. <b>Cor</b> 8.1.	Implementación distancia coseno Ordenación según distancia coseno Clasificador por distancia coseno  es de una función Implementación Newton-Raphson Una raíz para una lista de semillas Todas las raíces para una lista de semillas Combinación de listas Combinación elemento - lista	21 22 23 25 25 26 27
7.	6.1. 6.2. 6.3. <b>Raí</b> 7.1. 7.2. 7.3. <b>Cor</b> 8.1. 8.2.	Implementación distancia coseno Ordenación según distancia coseno Clasificador por distancia coseno  es de una función Implementación Newton-Raphson Una raíz para una lista de semillas Todas las raíces para una lista de semillas Combinación de listas Combinación elemento - lista Combinación lista-lista	21 22 23 25 25 26 27 27 28
7.	6.1. 6.2. 6.3. <b>Raí</b> 7.1. 7.2. 7.3. <b>Cor</b> 8.1. 8.2.	Implementación distancia coseno Ordenación según distancia coseno Clasificador por distancia coseno  es de una función Implementación Newton-Raphson Una raíz para una lista de semillas Todas las raíces para una lista de semillas Combinación de listas Combinación elemento - lista	21 22 23 25 25 26 27
7. 8.	6.1. 6.2. 6.3. <b>Rafe</b> 7.1. 7.2. 7.3. <b>Con</b> 8.1. 8.2. 8.3.	Implementación distancia coseno Ordenación según distancia coseno Clasificador por distancia coseno  es de una función Implementación Newton-Raphson Una raíz para una lista de semillas Todas las raíces para una lista de semillas  abinación de listas Combinación elemento - lista Combinación lista-lista Producto cartesiano n-ario	21 22 23 25 25 26 27 27 28
7. 8.	6.1. 6.2. 6.3.  Raí 7.1. 7.2. 7.3.  Con 8.1. 8.2. 8.3. Árb 9.1.	Implementación distancia coseno Ordenación según distancia coseno Clasificador por distancia coseno  es de una función Implementación Newton-Raphson Una raíz para una lista de semillas Todas las raíces para una lista de semillas  Combinación de listas Combinación elemento - lista Combinación lista-lista Producto cartesiano n-ario  oles de verdad Funciones de derivación	21 22 23 <b>25</b> 25 25 26 <b>27</b> 27 28 28 29
7. 8.	6.1. 6.2. 6.3. <b>Raí</b> 7.1. 7.2. 7.3. <b>Con</b> 8.1. 8.2. 8.3. <b>Árb</b>	Implementación distancia coseno Ordenación según distancia coseno Clasificador por distancia coseno  es de una función Implementación Newton-Raphson Una raíz para una lista de semillas Todas las raíces para una lista de semillas  abinación de listas Combinación elemento - lista Combinación lista-lista Producto cartesiano n-ario	21 22 23 25 25 26 27 27 28 28
7. 8. 9.	6.1. 6.2. 6.3.  Raí 7.1. 7.2. 7.3.  Con 8.1. 8.2. 8.3.  Árb 9.1. 9.2.	Implementación distancia coseno Ordenación según distancia coseno Clasificador por distancia coseno  es de una función Implementación Newton-Raphson Una raíz para una lista de semillas Todas las raíces para una lista de semillas  Combinación de listas Combinación elemento - lista Combinación lista-lista Producto cartesiano n-ario  oles de verdad Funciones de derivación	21 22 23 <b>25</b> 25 25 26 <b>27</b> 27 28 28 29
7. 8. 9.	6.1. 6.2. 6.3.  Raí 7.1. 7.2. 7.3.  Con 8.1. 8.2. 8.3.  Árb 9.1. 9.2.	Implementación distancia coseno Ordenación según distancia coseno Clasificador por distancia coseno Clasificador por distancia coseno  es de una función Implementación Newton-Raphson Una raíz para una lista de semillas Todas las raíces para una lista de semillas  abinación de listas Combinación elemento - lista Combinación lista-lista Producto cartesiano n-ario  oles de verdad Funciones de derivación Construcción del árbol de verdad	21 22 23 25 25 25 26 27 27 28 28 29 30

## Parte I

# **Ejercicios**

## Distancia coseno

### 1.1. Implementación distancia coseno

#### 1.1.1. Pseudocódigo

Dados dos vectores  $u, v \in \mathbb{R}^n$ , se define la distancia coseno entre ellos como:

$$1 - \frac{< u, v >}{||u||_2 ||v||_2}$$

Es claro que nuestro código tendrá la estructura

```
\begin{array}{c} \operatorname{dist-cos} \ (u,\ v) \ : \\ \operatorname{return} \ (\ 1 - \operatorname{scalar-prod}(x,\ y) \ ) / (\operatorname{norm}(x) \ * \operatorname{norm}(y)) \ ) \end{array}
```

Por lo que dividiremos nuestra función en diversas subrutinas.

#### 1.1.2. Comentarios

Tanto la implementación recursiva como la iterativa de la distancia coseno considera que la distancia coseno entre  $u \in \mathbb{R}^m$  y  $v \in \mathbb{R}^n$  con m < n es la de la extensión del vector u a  $\mathbb{R}^n$  con sus últimas coordenadas nulas.

#### 1.1.3. Pruebas

- 1. (cosine-distance '(1 2) '(1 2 3)) --> 0.40238565
- 2. (cosine-distance nil '(1 2 3)) --> NIL
- 3. (cosine-distance '() '()) --> NIL
- 4. (cosine-distance-rec '(0 0) '(0 0)) --> NIL

### 1.2. Ordenación según distancia coseno

#### 1.2.1. Pseudocódigo

El pseudocódigo de nuestra rutina es el siguiente:

```
 \begin{array}{l} {\rm sort-cos-dist\,(vec\,,\ list\,\,,\ threshold\,)}: \\ {\rm si\ semejanza\,(\,list\,[0]\,,\ vec\,)\,\,>\,\,threshold\,:} \\ {\rm inserta\,-en-orden\,(\,list\,[0]\,,\ sort-cos-dist\,(vec\,,\ list\,++,\ threshold\,))} \\ {\rm si\ no:} \\ {\rm sort-cos-dist\,(vec\,,\ list\,++,\ threshold\,)} \\ \end{array}
```

Donde list++ hace referencia al resto de la lista.

#### 1.2.2. Comentarios

En la implementación hemos usado distintas funciones auxiliares para cumplir con la descomposición funcional que sigue el pseudocódigo.

Además, la función inserta-en-orden la implementamos de forma general permitiendo pasar por parámetro la función de comparación.

#### 1.2.3. Pruebas

- 1. (order-vectors-cosine-distance '(1 2 3) '()) --> NIL
- 2. (order-vectors-cosine-distance '() '((4 3 2) (1 2 3))) --> NIL
- 3. (order-vectors-cosine-distance '(1 2 3) '((32 454 123) (133 12 1) (4 2 2)) 0.5) --> ((4 2 2) (32 454 123))

### 1.3. Clasificador por distancia coseno

#### 1.3.1. Pseudocódigo

```
\begin{array}{c} {\rm clasifica\,(\,categorias\,,\,\,\,textos\,,\,\,\,fdistancia\,)\,:} \\ {\rm return\,\,\,concatena\,(\,mejor-cat\,(\,categorias\,,\,\,\,textos\,[\,0\,]\,,\,\,\,fdistancia\,)\,,} \\ {\rm clasifica\,(\,categorias\,,\,\,\,textos++,\,\,\,fdistancia\,))} \end{array}
```

Donde mejor-cat devuelve una tupla (categoría óptima, distancia a ella) para cada texto, y concatena añade un objeto (tupla en este caso), a una lista de objetos.

#### 1.3.2. Comentarios

La rutina se desarrolló con una función auxiliar que construye el par (categoría, distancia). La complejidad temporal del algoritmo es  $O(m \cdot n)$  con m = #categorias, n = #textos. Se podría mejorar con memoria auxiliar.

#### 1.3.3. Pruebas

1. (time (get-vectors-category categories texts #'cosine-distance-rec))

```
Real time: 0.0010296 sec.
Run time: 0.0 sec.
Space: 4624 Bytes
((2 0.5101813) (1 0.18444908))
```

2. (time (get-vectors-category categories texts #'cosine-distance-mapcar))

```
Real time: 9.973E-4 sec.
Run time: 0.0 sec.
Space: 11344 Bytes
((2 0.5101813) (1 0.18444908))
```

- 3. (get-vectors-category '(()) '(()) #'cosine-distance-rec) --> NIL
- 4. (get-vectors-category '((1 4 2) (2 1 2)) '((1 1 2 3)) #'cosine-distance-rec) --> ((2 0.40238565))
- 5. (get-vectors-category '(()) '((1 1 2 3) (2 4 5 6)) #'cosine-distance-rec) --> NIL

Como era de esperar, la implementación iterativa tarda menos en la ejecución puesto que no tiene que deshacer la recursión. Sin embargo, puede verse como mapcar hace mayor uso de memoria que la pila de llamadas recursivas.

## Raíces de una función

### 2.1. Implementación Newton-Raphson

#### 2.1.1. Pseudocódigo

```
\label{eq:Newton-Raphson} \begin{array}{ll} Newton-Raphson~(f,~df,~max-iter~,~x0~,~tol~)~:\\ hasta~que~f~(x0)~o~df~(x0)~=~0:\\ si~|h|~<~tol~:\\ devolver~x0\\ si~no:\\ Newton-Raphson~(f,~df,~--max-iter~,~x0-h~,~tol~) \end{array}
```

Por lo que dividiremos nuestra función en diversas subrutinas. En este caso,  $h: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$  tal que  $h(x) = \frac{f(x)}{\mathrm{d}f(x)}$ .

#### 2.1.2. Comentarios

Podría mejorarse considerando tolerancia en altura.

#### 2.1.3. Pruebas

```
    (newton #'(lambda(x) (* (- x 4) (- x 1) (+ x 3))) #'(lambda (x) (- (* x (- (* x 3) 4)) 11)) 20 3.0) --> 4.000084
    (newton #'(lambda(x) (* (- x 4) (- x 1) (+ x 3))) #'(lambda (x) (- (* x (- (* x 3) 4)) 11)) 10 100.0) --> NIL
```

### 2.2. Una raíz para una lista de semillas

#### 2.2.1. Pseudocódigo

```
one-root(f, df, max-iter, semillas, tol):
    si (solucion <- Newton-Raphson(f, df, max-iter, semilla[0], tol):
        devolver solución
    si no:
        one-root(f, df, max-iter, semillas++, tol)</pre>
```

Donde semillas++ hace referencia al resto de la lista.

#### 2.2.2. Comentarios

Simplemente encapsula el hacer varias pruebas con Newton-Raphson hasta que se encuentra la primera solución.

#### 2.2.3. Pruebas

```
1. (one-root-newton \#'(lambda(x) (* (- x 4) (- x 1) (+ x 3))) \#'(lambda(x) (- (* x (- x 3) 4)) 11)) 20 '(0.6 3.0 -2.5)) --> 0.99999946
```

```
2. (one-root-newton \#'(lambda(x) (* (- x 4) (- x 1) (+ x 3))) \#'(lambda(x) (- (* x (- x 3) 4)) 11)) 1 '(3.0 -2.5)) --> NIL
```

### 2.3. Todas las raíces para una lista de semillas

#### 2.3.1. Pseudocódigo

```
all-root(f, df, max-iter, semillas, tol):
    para s en semillas:
        l.append(Newton-Raphson(f, df, semilla, tol))
    devuelve l
```

#### 2.3.2. Comentarios

La rutina se implementa fácilmente con el uso de una expresión lambda y mapcar. Para eleminar los NIL del resultado puede implementarse usando mapcan.

#### 2.3.3. Pruebas

```
1. (all-roots-newton \#'(lambda(x) (* (- x 4) (- x 1) (+ x 3))) \#'(lambda(x) (- (* x (- (* x 3) 4)) 11)) 20 '(0.6 3.0 -2.5)) --> (0.99999946 4.000084 -3.0000203)
```

```
2. (all-roots-newton \#'(lambda(x) (* (- x 4) (- x 1) (+ x 3))) \#'(lambda(x) (- (* x (- (* x 3) 4)) 11)) 20 '(0.6 3.0 10000.0)) --> (0.99999946 4.000084 NIL)
```

```
3. (list-not-nil-roots-newton \#'(lambda(x) (* (- x 4) (- x 1) (+ x 3))) \#'(lambda (x) (- (* x (- (* x 3) 4)) 11)) 20 '(0.6 3.0 10000.0)) --> (0.99999946 4.000084)
```

## Combinación de listas

#### 3.1. Combinación elemento - lista

#### 3.1.1. Pseudocódigo

```
lista = []
comb-elt-lst(elt lst):
    para cada l en lst:
        lista.append( par(elt l) )
    devuelve lista
```

#### 3.1.2. Comentarios

La implementación es algo más delicada. Hemos orientado esta función a las siguientes, de tal forma que distinguimos si elt es un elemento o un conjunto (podría serlo). Además, tenemos que considerar un caso especial cuando la lista es (NIL), es decir,  $\{\emptyset\}$ .

#### 3.1.3. Pruebas

```
    (combine-elt-lst 'a '(1 2 3)) --> ((A 1) (A 2) (A 3))
    (combine-elt-lst 'a nil) --> NIL
    (combine-elt-lst nil nil) --> NIL
    (combine-elt-lst nil '(a b)) --> ((A) (B))
```

#### 3.2. Combinación lista-lista

#### 3.2.1. Pseudocódigo

La función a implementar es exactamente el producto cartesiano binario.

```
cart-binary(a, b):
    lista = []
    para cada ai en a:
        l.append(comb-elt-lst(ai, b))
    deuvelve l
```

#### 3.2.2. Comentarios

Hemos implementado la función haciendo uso de mapcan para obtener el resultado del producto escalar. Además, como operación bien definida, NIL es el 0 y (NIL) es el 1 de la operación.

#### 3.2.3. Pruebas

```
1. (combine-lst-lst '(a b c) '(1 2)) --> ((A 1) (A 2) (B 1) (B 2) (C 1) (C 2))
2. (combine-lst-lst nil nil) --> NIL
```

3. (combine-lst-lst '(a b c) nil) --> NIL

4. (combine-lst-lst nil '(a b c)) --> NIL

5. (combine-lst-lst '(1 2 3) '(nil)) --> (1 2 3)

#### 3.3. Producto cartesiano n-ario

#### 3.3.1. Pseudocódigo

Siguiendo el estándar de implementación de operaciones n-arias a partir de binarias, el pseudocódigo se resume usando una reducción.

```
cart-nary(lists):
   devuelve (reduce (cart-binary, lists))
```

#### 3.3.2. Comentarios

Gracias a esta implementación, hemos conseguido una forma elegante de implementar el producto cartesiano n-ario.

#### 3.3.3. Pruebas

```
1. (combine-list-of-lsts '((a b c) (+ -) (1 2 3 4))) --> ((A + 1) (A + 2) (A + 3) (A + 4) (A - 1) (A - 2) (A - 3) (A - 4) (B + 1) (B + 2) (B + 3) (B + 4) (B - 1) (B - 2) (B - 3) (B - 4) (C + 1) (C + 2) (C + 3) (C + 4) (C - 1) (C - 2) (C - 3) (C - 4))
```

```
2. (combine-list-of-lsts '(() (+ -) (1 2 3 4))) --> NIL
```

- 3. (combine-list-of-lsts '((a b c) () (1 2 3 4)))  $\rightarrow$  NIL
- 4. (combine-list-of-lsts '((a b c) (1 2 3 4) ())) --> NIL
- 5. (combine-list-of-lsts '((1 2 3 4)))  $\longrightarrow$  (1 2 3 4)
- 6. (combine-list-of-lsts '(nil)) --> NIL
- 7. (combine-list-of-lsts nil) --> NIL

## Árboles de verdad

#### 4.1. Funciones de derivación

#### 4.1.1. Pseudocódigo

Son diversas funciones y el pseudocódigo se omite por que no aporta mucho ya que el código es simple. Se basan en el álgebra de Boole y las leyes de De Morgan.

#### 4.1.2. Comentarios

Hemos implementado el desarrollo a forma normal negativa de la negación de: la negación, la conjunción, la disyunción, el condicional y el bicondicional, además de el desarrollo a forma normal negativa de estos dos últimos.

#### 4.1.3. Pruebas

```
1. (double-neg '(! (! A))) --> A
2. (neg-bicond '(! (<=> A B))) --> (V (\lambda A (! B)) (\lambda B (! A)))
```

### 4.2. Construcción del árbol de verdad

#### 4.2.1. Pseudocódigo

Nuestra función ha de comprobar si alguna rama del árbol es satisfacible.

```
truth-tree(fbf):
    tree <- construye-arbol(fbf)
    para cada rama en tree:
        si rama es satisfacible:
        devuelve SAT
    devuelve UNSAT</pre>
```

#### 4.2.2. Comentarios

En el pseudocódigo, la lista **tree** se corresponde con una lista de listas, cada una representando una rama del árbol de verdad. La función **construye-arbol** se encarga de ir generando la lista, convirtiendo a forma normal negativa con las funciones de derivación y separando en ramas cada v que encuentra. Después, la función encargada de comprobar si una rama es satisfacible simplemente busca por un literal que haya visto conforme va deshaciendo recursivamente la rama.

#### 4.2.3. Pruebas

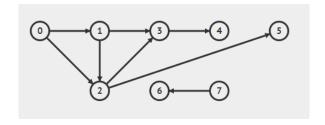
```
1. (truth-tree '(! (! A))) --> T
```

- 2. (truth-tree '( $\wedge$  A (! A))) --> NIL
- 3. (truth-tree '(V A (! A))) --> T
- 4. (truth-tree '( $\land$  (V A B))) --> T
- 5. (truth-tree '(\( (! B) B)) --> NIL
- 6. (truth-tree '(<=> (=> ( $\land$  P Q) R) (=> P (v (! Q) R)))) --> T

## Búsqueda en anchura

## 5.1. Ilustración del algoritmo

### 5.1.1. Grafo especial



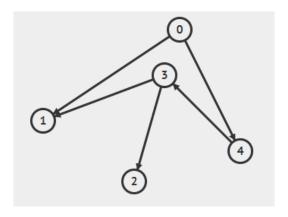
Empezando en el nodo 1 obtendríamos:

1->3->4

1->2->5

Y no llegaríamos ni a 0, ni a 6 ni a 7.

### 5.1.2. Caso típico

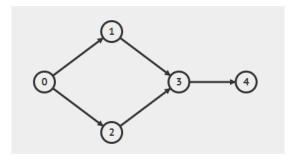


Empezando en el nodo 0 obtendríamos:

0->1

0->4->3->2

#### 5.1.3. Caso típico



Empezando en el nodo 0 obtendríamos: 0->1->3->4 0->2

### 5.2. Pseudocódigo

```
BFS(grafo G, nodo_inical s){
  para cada nodo u de G{
    estado [u]=NO_VISITADO
    distancia [u] = INFINITO
    padre[u] = null
  estado [s]=VISITADO
  distancia[s]=0
  crear_cola(Q);
  Encolar (Q, s)
  while (!vacia(Q)){
    u = extraer(Q)
    para cada v de adyacencia [u] {
       if (estado [v] == NO_VISITADO) {
         estado [v] = VISITADO
         distancia[v] = distancia[u]+1
         padre[v]=u
         Encolar(Q, v)
    }
  }
}
```

### 5.3. BFS de ANSI Common Lisp

## 5.4. Comentarios al código de BFS en ANSI Common Lisp

Tanto 5.3 como 5.4 se resuelven en el código entregado. Se pueden ver en 10.1.

#### 5.5. BFS camino más corto

La función hace uso de BFS para encontrar un camino entre dos nodos. Una forma sencilla de ver que BFS encuentra el camino más corto entre dos nodos es ver que BFS es un caso especial de Dijkstra con costes 1. Como Dijkstra es completo y óptimo, BFS lo es.

### 5.6. Evaluación de shortest-path

El trace de la función esclarece por completo el funcionamiento de la evaluación.

```
    Trace: (SHORTEST-PATH 'A 'F '((A D) (B D F) (C E) (D F) (E B F) (F)))
    Trace: (BFS 'F '((A)) '((A D) (B D F) (C E) (D F) (E B F) (F)))
    Trace: (BFS 'F '((D A)) '((A D) (B D F) (C E) (D F) (E B F) (F)))
    Trace: (BFS 'F '((F D A)) '((A D) (B D F) (C E) (D F) (E B F) (F)))
    Trace: BFS ⇒ (A D F)
    Trace: BFS ⇒ (A D F)
    Trace: SHORTEST-PATH ⇒ (A D F)
    Trace: SHORTEST-PATH ⇒ (A D F)
```

BFS va añadiendo nodos a la lista que inicialmente solo contiene a A, que es el nodo inicial. Añade D que es su único vecino, y finalmente F.

### 5.7. Bucle infinito en grafo con ciclos

En este caso, entramos en un bucle infinito. Se puede comprobar si evaluamos la siguiente expresión:

```
(shortest-path 'b 'g '((a b c d e) (b a d e f) (c a g) (d a b e g h)
(e a b d g h) (f b h) (g c d e h) (h d e f g)))
```

### 5.8. Corrección del código

Se puede ver en el código entregado. Se basa en usar una lista auxiliar para llevar una cuenta de qué nodos hemos visitado ya.

Parte II

Código

## Distancia coseno

### 6.1. Implementación distancia coseno

```
;;; scalar-product-rec (x y)
   ;;; Calcula el producto escalar de dos vectores x e y de forma recursiva
  ;;; Se asume que los dos vectores de entrada tienen la misma longitud.
5
6
   ;;; INPUT: x: vector, representado como una lista
            y: vector, representado como una lista
   ;;; OUTPUT: producto escalar de x e y
8
9
   (defun scalar-product-rec (x y)
10
11
    (if (or (null x) (null y))
12
13
        (+
          (* (car x) (car y))
14
15
          (scalar-product-rec (cdr x) (cdr y)))))
  ;;; squared-norm-rec (x)
  ;;; Calcula la norma al cuadrado de un vector x
  ;;; INPUT: x: vector, representado como una lista
   ;;; OUTPUT: norma al cuadrado de x
6
   (defun squared-norm-rec (x)
8
    (scalar-product-rec x x))
  ;;; cosine-distance-rec (x y)
   ;;; Calcula la distancia coseno de un vector de forma recursiva
   ;;; Se asume que los dos vectores de entrada tienen la misma longitud.
4
6
   ;;; \textit{ INPUT: } x: \textit{ vector}, \textit{ representado como una lista}
7
             y: vector, representado como una lista
   ;;; OUTPUT: distancia coseno entre x e y
9
10
   (defun cosine-distance-rec (x y)
     (unless (or (= 0 (squared-norm-rec x)) (= 0 (squared-norm-rec y)))
11
12
        (-
13
14
          (/
15
            (scalar-product-rec x y)
16
             (* (squared-norm-rec x) (squared-norm-rec y)))))))
17
  2 ;;; scalar-product-map car (x y)
  ;;; Calcula el producto escalar de dos vectores x e y usando mapcar
```

```
;;; Se asume que los dos vectores de entrada tienen la misma longitud.
   ;;; INPUT: x: vector, representado como una lista
                y: vector, representado como una lista
   ;;;
   ;;; OUTPUT: producto escalar de x e y
8
9
   (\mathbf{defun} \ \mathrm{scalar-product-map} (\mathbf{x} \ \mathbf{y})
10
11
      (apply #'+
        (mapcar #'* x y)))
12
1
   ;;; squared-norm-mapcar(x)
   ; ; ; \ Calcula \ la \ norma \ al \ cuadrado \ de \ un \ vector \ x
   ;;; INPUT: x: vector, representado como una lista
   ;;; OUTPUT: norma al cuadrado de x
5
6
7
   (defun squared-norm-mapcar (x)
     (scalar-product-mapcar x x))
   ; \; ; \; \; cosine-distance-map car
   ;;; Calcula la distancia coseno de un vector usando mapcar
    ;;; Se asume que los dos vectores de entrada tienen la misma longitud.
   ;;; INPUT: x: vector, representado como una lista
    ;;; \quad y: \ vector \, , \ representado \ como \ una \ lista \\ ;;; \ \textit{OUTPUT:} \ distancia \ coseno \ entre \ x \ e \ y
   ;;;
8
10
    (defun cosine-distance-mapcar (x y)
      (unless (or (= 0 (squared-norm-mapcar x)) (= 0 (squared-norm-mapcar y)))
11
12
13
            1
14
15
              (scalar-product-mapcar x y)
16
              (sqrt
17
                (* (squared-norm-mapcar x) (squared-norm-mapcar y)))))))
```

### 6.2. Ordenación según distancia coseno

```
(defun likelihood (x y)
     (- 1 (cosine-distance-mapcar x y)))
   (defun less-likelihood (x y vector)
     (< (likelihood x vector) (likelihood y vector)))
1
   (defun insert-in-descending-order (vector element lst less-function)
2
     (IF (NULL lst)
3
         (CONS element lst)
         (IF (funcall less-function element (CAR lst) vector)
4
             (CONS (CAR lst) (insert-in-descending-order vector element (CDR lst) less-function))
             (CONS element lst))))
   ; ; ; \ order-vectors-cosine-distance
   ;;; Devuelve aquellos vectores similares a una categoria
   ;;; INPUT: vector: vector que representa a una categoria,
                      representado como una lista
   ;;;
               lst-of-vectors vector de vectores
   ;;;
               confidence-level: Nivel de confianza (parametro opcional)
   ;;;
   ;;; OUTPUT: Vectores cuya semejanza con respecto a la
              categoria es superior al nivel de confianza,
   ; ; ;
10 ;;;
               ordenados
   ; ; ;
```

### 6.3. Clasificador por distancia coseno

```
1
   (defun get-min-category (categories text distance-measure)
2
     (IF (NULL categories)
          (NIL 3)
3
         (let ((current-distance (funcall distance-measure (CDR text) (CDR (CAR categories))))
4
5
               (last-pair (get-min-category (CDR categories) text distance-measure)))
           (IF (< current-distance (NTH 1 last-pair))
6
               (CONS (CAR (CAR categories)) (LIST current-distance))
8
               last-pair))))
1
   ;;; get-vectors-category (categories vectors distance-measure)
   ;;; Clasifica a los textos en categorias .
4
5
   ;;; INPUT : categories: vector de vectores, representado como
6
                          una lista de listas
   ;;;
7
               texts:
                           vector de vectores, representado como
   ;;;
8
   ;;;
                          una lista de listas
               distance-measure: funcion de distancia
10
   ;;; OUTPUT: Pares formados por el vector que identifica la categoria
11
               de\ menor\ distancia\ ,\ junto\ con\ el\ valor\ de\ dicha\ distancia
12
13
   (defun get-vectors-category (categories texts distance-measure)
14
     (UNLESS (OR (NULL (CAR categories)) (NULL (CAR texts)));
         (UNLESS (OR (NULL texts))
15
             (CONS
16
17
               (get-min-category categories (CAR texts) distance-measure)
18
               (get-vectors-category categories (CDR texts) distance-measure)))))
```

## Raíces de una función

### 7.1. Implementación Newton-Raphson

```
;;; Calcula el incremento en el eje X para la siguiente iteración del
4
   ;;; método de Newton.
   ;;; INPUT: current-point: punto actual del eje X.
6
               f: funcion cuyo cero se desea encontrar
   ;;;
               df: derivada de f
8
   ;;;
    ;;; OUTPUT: incremento para la siguente iteración
9
10
   (defun h-value (current-point f df)
11
       (funcall f current-point)
12
       (funcall df current-point)))
1
   ; ; ; \; \textit{Estima el cero de una funcion mediante Newton-Raphson}
   ;;; \mathit{INPUT} : \mathit{f}: \mathit{funcion} \mathit{cuyo} \mathit{cero} \mathit{se} \mathit{desea} \mathit{encontrar}
               df: derivada de f
7
               max-iter: maximo numero de iteraciones
   ; ; ;
8
               x0: estimacion inicial del cero (semilla)
   ;;;
               tol: tolerancia para convergencia (parametro opcional)
9
   ;;; OUTPUT: estimacion del cero de f o NIL si no converge
11
12
   (defun newton (f df max-iter x0 & optional (tol 0.001))
13
     (UNLESS (OR (= (funcall df x0) 0) (= max-iter 0))
          (let ((h (h-value x0 f df)))
14
15
           (IF (< (ABS h) tol)
16
               (newton f df (- max-iter 1) (- x0 h) tol)))))
17
```

## 7.2. Una raíz para una lista de semillas

```
;;; one-root-newton
  ;;; Prueba con distintas semillas iniciales hasta que Newton
3
   ;;; converge
  ;;; INPUT: f : funcion de la que se desea encontrar un cero
            df : derivada de f
  ;;;
            max-iter : maximo numero de iteraciones
  ;;;
9
  ;;;
            semillas : semillas con las que invocar a Newton
10
            tol : tolerancia para convergencia ( parametro opcional )
  ; ; ;
```

```
11 ;;;
12 ;;; OUTPUT: el primer cero de f que se encuentre , o NIL si se diverge
13 ;;; para todas las semillas
14 ;;;
15 (defun one-root-newton (f df max-iter semillas &optional (tol 0.001))
16 (UNLESS (NULL semillas)
17 (let ((solution (newton f df max-iter (CAR semillas) tol)))
18 (IF (NULL solution)
19 (one-root-newton f df max-iter (CDR semillas) tol)
20 solution))))
```

### 7.3. Todas las raíces para una lista de semillas

```
; \; ; \; \; all-roots-newton
   ;;; Prueba con distintas semillas iniciales y devuelve las raices
3
   ;;; encontradas por Newton para dichas semillas
   ; ; ;
   ;;; \textit{ INPUT: } f: \textit{ funcion de la que se desea encontrar un cero}
              df: derivada de f
   ;;;
              max-iter: maximo numero de iteraciones
   ;;;
9
              semillas:\ semillas\ con\ las\ que\ invocar\ a\ Newton
   ;;;
10
   ;;;
              tol : tolerancia para convergencia ( parametro opcional )
11
   ;;; OUTPUT: las raices que se encuentren para cada semilla o nil
12
                si para esa semilla el metodo no converge
14
   (defun \ all-roots-newton \ (f \ df \ max-iter \ semillas \ \&optional \ (tol \ 0.001))
15
     (mapcar #'(lambda(seed) (newton f df max-iter seed tol)) semillas))
   (defun list-not-nil-roots-newton (f df max-iter semillas &optional ( tol 0.001))
      (mapcan (lambda (x) (UNLESS (NULL x) (list x))) (all-roots-newton f df max-iter semillas tol
         )))
```

## Combinación de listas

```
;;; to-list
  ;;; Si x no es una lista, devuelve la lista que contiene a x.
4
  ;;; INPUT: x: objeto a enlistar
7
  ;;; OUTPUT: Si\ x\ no\ es\ una\ lista , la lista que contiene a x .
            Si x es una lista, delvuelve la propia x.
   (defun to-list (x)
9
    (IF (listp x)
10
11
      (list x)))
12
13
14
15
  ;;; merge-two-lst
  ;;; Concatena dos listas sin modificar las originales
17
18
  ;;; INPUT: lst1: lista a unir
           lst2: lista a unir
20
21
   ;;; OUTPUT: listas unidas
  (defun merge-two-lst (lst1 lst2)
23
24
    (IF (NULL lst1)
25
        1st2
26
        (CONS (CAR lst1) (merge-two-lst (CDR lst1) lst2))))
```

#### 8.1. Combinación elemento - lista

```
;;; combine-elt-lst
   ;;; Combina un elemento dado con todos los elementos de una lista
   ;;; INPUT: elem: elemento a combinar
            lst: lista con la que se quiere combinar el elemento
   ;;;
   ;;; OUTPUT: lista con las combinacion del elemento con cada uno de los
9
             de la lista
10
   (defun combine-elt-lst (elt lst)
    (IF (EQUAL lst '(NIL))
12
13
        (to-list elt)
14
     (mapcar
        (lambda (x)
15
          (if (listp elt) ; Si elt es un conjunto
16
17
              (merge-two-lst elt (list x))
            (list elt x)))
18
19
        lst)))
```

### 8.2. Combinación lista-lista

```
2 \quad ; \; ; \; \; combine-lst-lst
3\quad ;;;\; Calcula\;\; el\;\; producto\;\; cartesiano\;\; de\;\; dos\;\; listas
   ;;; INPUT: lst1: primera lista
         lst2: segunda \ lista
6
   ;;;
   ;;; OUTPUT: producto cartesiano de las dos listas
9
   (defun combine-lst-lst (a b)
10
11
    (mapcan
       (lambda (ai)
12
        (combine-elt-lst ai b))
13
14
```

#### 8.3. Producto cartesiano n-ario

## Árboles de verdad

#### 9.1. Funciones de derivación

```
;;; double-neg(x)
  ;;; Deshace la doble negacion de una fbf
  ;;; INPUT: formula bien formada x representada como lista
  ; ; ; \textit{ OUTPUT: } \textit{ la fbf } \textit{x sin la doble negacion}
  (defun double-neg (x)
    (CAR (CDR (CAR (CDR x)))))
1
  ;;; Aplica las formula de De Morgan a la negacion de un conjuncion
  ; ; ; \textit{ INPUT: formula bien formada} \quad x \textit{ representada como lista}
  ;;; OUTPUT: la fbf x tras aplicar De Morgan
   .
7
  (defun neg-conj (x)
   (cons +or+ (combine-elt-lst +not+ (CDR (CAR (CDR x))))))
  ;;; neg-disj(x)
3 ;;; Aplica las formula de De Morgan a la negacion de una disjuncion
  ;;; INPUT: formula bien formada x representada como lista
  ;;; OUTPUT: la fbf x tras aplicar De Morgan
  (defun neg-disj (x)
    (cons +and+ (combine-elt-lst +not+ (CDR (CAR (CDR x))))))
  ;;; implies (x)
  ;;; Transforma la implicacion x en un disjuncion aplicando las
  ;;; reglas de derivacion
  ;;; INPUT: formula bien formada x representada como lista
  ;;; OUTPUT: la fbf x tras la regla de derivacion
   (defun implies (x)
9
    (let ((literals (CDR x) ))
10
    (list +or+ (list +not+ (CAR literals)) (CAR (CDR literals)))))
  ;;; neg-implies (x)
  ;;; Transforma la negacion de una implicacion x en un conjuncion aplicando
  ;;; las reglas de derivación y De Morgan
  ;;; INPUT: formula bien formada x representada como lista
6 \quad ; ; ; \; \textit{OUTPUT:} \; \; la \; \; fbf \; \; x \; \; tras \; \; la \; \; regla \; \; de \; \; derivacion \; \; y \; \; De \; Morgan
```

```
(defun neg-implies (x)
    (let ((literals (CDR (CDR x) ))))
    (list +and+ (CAR literals) (cons +not+ (CDR literals)))))
10
  ;;; bicond(x)
  ;;; Transforma la doble implicacion x en una conjuncion de disjunciones
   ;;; aplicando las reglas de derivacion
  ;;; INPUT: formula bien formada x representada como lista
  ;;; OUTPUT: la fbf x tras la regla de derivacion
   (defun bicond (x)
9
    (let ((literals (CDR x) ))
10
    (list +and+ (implies (cons +cond+ literals) ) (implies (cons +cond+ (reverse literals) ))))
  ;;; neq-bicond(x)
  ;;; Transforma la negacion de una doble implicacion x en una disjuncion
  ;;; de conjunciones aplicando las reglas de derivacion y De Morgan
   ;;; INPUT: formula bien formada x representada como lista
  ;;; OUTPUT: la fbf x tras la regla de derivacion y De Morgan
   (defun neg-bicond (x)
    (let ((literals (CDR (CDR x) ))))
    (\ list\ +or+\ (\ neg-implies\ (\ list\ +not+\ (cons\ +cond+\ literals\ ))\ )\ (\ neg-implies\ (\ list\ +not+\ (cons\ +cond+\ literals\ ))\ )
10
        +cond+ (reverse literals) ))))))
```

#### 9.2. Construcción del árbol de verdad

```
; \; ; \; \; expand-truth-tree-aux
   ;;; Recibe una expresion y construye una lista de ramas a partir de
4
   ;;; disyunciones o conjunciones, pasando a forma normal negativa.
    ;;; \mathit{INPUT} : \mathit{fbf} - \mathit{Formula} bien \mathit{formada} (FBF) a analizar.
7
   ;;; OUTPUT : Lista de ramas
8
    (defun expand-truth-tree-aux (fbf)
9
10
      (cond
11
        ((literal-p fbf)
            (list fbf))
12
        ((unary-connector-p (CAR fbf))
13
14
            (cond
              ((unary-connector-p (CAR (CAR (CDR fbf))))
15
16
                  (expand-truth-tree-aux (double-neg fbf)))
17
18
              ((cond-connector-p (CAR (CAR (CDR fbf))))
19
                   (expand-truth-tree-aux (neg-implies fbf)))
20
21
              ((bicond-connector-p (CAR (CAR (CDR fbf))))
                  (\,{\rm expand-truth-tree-aux}\ (\,{\rm neg-bicond}\ fbf\,)\,)\,)
22
23
              ( ( \, n - ary - connector - p \ (CAR \ (CDR \ fbf)) \, ) \, ) \,
24
                   (if (eql (CAR (CAR (CDR fbf))) +or+)
25
26
                       (expand-truth-tree-aux (neg-disj fbf))
27
                       (expand-truth-tree-aux (neg-conj fbf))))))
28
29
        ((cond-connector-p (CAR fbf))
            (expand-truth-tree-aux (implies fbf)))
30
31
        ((bicond-connector-p (CAR fbf))
32
33
            (expand-truth-tree-aux (bicond fbf)))
34
35
        ((n-ary-connector-p (CAR fbf))
            (if (eql (CAR fbf) +and+)
36
37
                 (UNLESS (NULL (CDR fbf))
```

```
(nconc (expand-truth-tree-aux (CAR (CDR fbf))) (expand-truth-tree-aux (cons +
38
                        and+ (CDDR fbf)))))
                (IF (NULL (CDDR fbf))
39
                  (expand-truth-tree-aux (CAR (CDR fbf)))
40
                  (mapcan (lambda (x) (list (expand-truth-tree-aux x))) (combine-list-of-lsts (
41
                      \mathbf{list} \ (\mathbf{list} \ +\mathbf{or} +) \ (\mathbf{CDR} \ \mathbf{fbf}))))))))))
1
   ;;; evaluate (fbf)
3
    ;;; Comprueba si una fbf es satisfacible
4
    ;;; \textit{ INPUT} \quad : \quad auxlist: \quad lista \quad de \quad literales \quad encontrados
               : \ fbf - \ Formula \ bien \ formada \ (FBF) \ a \ analizar \, .
6
   ;;; OUTPUT: T - FBF es SAT
;;; N - FBF es UNSAT
7
8
   ;;;
Q
10
    (defun evaluate (auxlist fbf)
     (IF (NULL fbf)
11
12
13
          (IF (LISTP (CAR fbf))
              (UNLESS (FIND (CAR (CDR (CAR fbf))) (CAR auxlist) :test #EQUAL)
(IF (FIND (CAR (CDR (CAR fbf))) (CAR (CDR auxlist)) :test #EQUAL)
14
15
                      (evaluate auxlist (CDR fbf))
16
                      (evaluate (CONS (CAR auxlist) (LIST (NCONC (LIST (CAR (CDR (CAR fbf))))) (CAR
17
                           (CDR auxlist))))) (CDR fbf))))
              (UNLESS (FIND (CAR fbf) (CAR (CDR auxlist)) : test #'EQUAL)
18
19
                  (IF (FIND (CAR fbf) (CAR auxlist) :test #EQUAL)
                      (evaluate auxlist (CDR fbf))
20
                      (evaluate (LIST (NCONC (CAR auxlist) (LIST (CAR fbf))) (CAR (CDR auxlist)))
21
                           (CDR fbf)))))))
1
   ;;; branch-is-sat (fbf)
   ;;; Comprueba si una rama es satisfacible
3
4
   ;;; INPUT
               : fbf - Formula bien formada (FBF) a analizar.
   ;;; OUTPUT: T - FBF es SAT
;;; N - FBF es UNSAT
7
   ;;;
8
9
    (defun branch-is-sat (fbf)
10
       (evaluate nil fbf))
1
   ;;; truth-tree
    ;;; Recibe una expresion y construye su arbol de verdad para
   ;;; determinar si es SAT o UNSAT
5
   ;;;
    ;;; INPUT : fbf - Formula bien formada (FBF) a analizar.
   ;;; OUTPUT: T - FBF es SAT ;;; N - FBF es UNSAT
8
9
   (defun truth-tree (fbf)
     (UNLESS (NULL fbf)
11
12
          (some #'branch-is-sat (list (expand-truth-tree-aux fbf)))))
```

## Búsqueda en anchura

### 10.1. Comentarios al código de BFS en ANSI Common Lisp

```
;;; Breadth-first-search in graphs
   4
              end: nodo final
    ;;;
               queue: cola de nodos por explorar
               net: grafo
    ;;; OUTPUT: arbol de busqueda en anchura
              nil si no lo encuentra
9
   10
   (defun bfs (end queue net)
11
    (if (null queue) ;; Si la cola esta vacia devuelve una lista vacia
12
     ;; Inicializa path como el primer elemento de queue y node como el primero
14
     ;; de path
15
     (let* ((path (first queue))
            (node (first path)))
       ;; Si node es igual a el nodo buscado devolvemos el camino inverso de path
17
18
       (if (eql node end)
          (reverse path)
20
          ;; Si no, llama recursivamente a BFS
          (bfs end
            (append (rest queue)
23
                   (new-paths path node net))
24
            net )))))
25
26
   (defun new-paths (path node net)
27
     (mapcar #'(lambda (n)
               (cons n path))
28
29
            (rest (assoc node net))))
```

### 10.2. Corrección del código

```
; ; ; bfs-improved \\
  ;;; busqueda en anchura mejorada sin recursion infinita
   ;;; INPUT: end: nodo final
              queue: cola de nodos por explorar
  ; ; ;
              net: grafo
6
  ;;;
              expanded-nodes: nodos ya expandidos o vistados
   ;;; OUTPUT: arbol de busqueda en anchura
9
             nil si no lo encuentra
10
   (defun bfs-improved (end queue net expanded-nodes)
      (if (\hbox{\scriptsize NULL queue}) \ \hbox{\scriptsize ;;} \ Si \ la \ cola \ esta \ vacia \ devuelve \ una \ lista \ vacia
12
13
```

```
14
      ;; Inicializa path como el primer elemento de queue y node como el primero
       ;; de path
15
      (let* ((path (first queue))
16
              (node (first path)))
17
18
        ;; Si node es igual a el nodo buscado devolvemos el camino inverso de path
        (if (EQL node end)
19
20
            (reverse path)
            if(find node expanded-nodes)
21
               (bfs-improved end (CDR queue) net expanded-nodes)
               (bfs-improved ebd (APPEND (CDR queue) (new-paths path
23
                          (CONS node expanded-nodes) net)) net expanded-nodes)))))
24
   ; ; ; shortest-path-improved \\
   ;;; Version de busqueda en anchura que no entra en recursion
3
   ;;; infinita cuando el grafo tiene ciclos
4
   ; ; ; INPUT:
                end: nodo final
6
                queue: cola de nodos por explorar
   ;;;
                net: grafo
7
   ;;;
   ;;; OUTPUT: camino mas corto entre dos nodos
9
               nil\ si\ no\ lo\ encuentra
10
   (defun shortest-path-improved (start end net)
     (bfs-improved end (list(list start)) net nil))
11
```