

01-E-5 分而治之 & 01-E-6 数组求和-二分递归

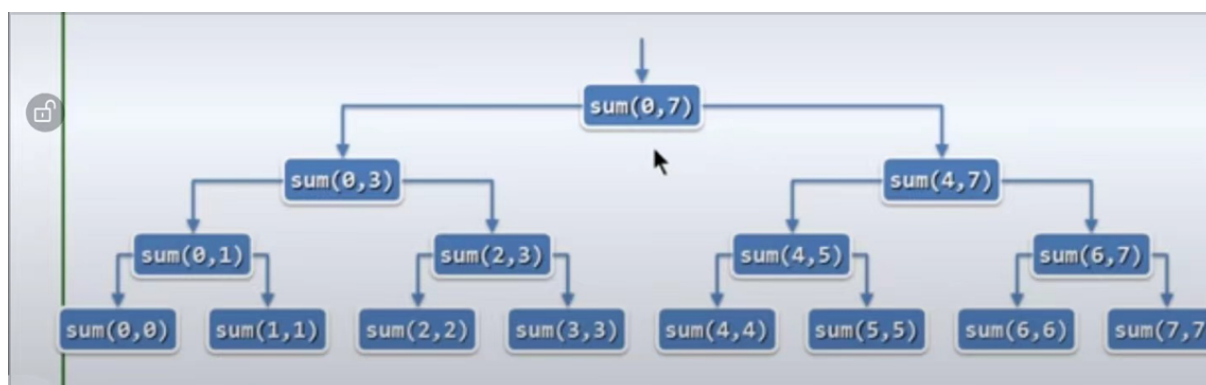
#数据结构邓神

divide-and-conquer

为了求解一个大规模的问题，可以将其划分为若干（通常两个）子问题，规模大体相当
分别求解子问题，从而从子问题的解得出原来问题的解



```
int sum(int A[],int lo,int hi){ // 区间范围 [lo,hi]
    if (lo == hi) return A[lo];
    int mi = (lo + hi) >> 1; // >> 1 等价于 /2
    return sum(A,lo,mi) + sum(A,mi+1,hi);
} // 入口形式为 sum(A,0,n-1)
```



$T(n)$ = 各层递归实例所需时间之和 // 递归跟踪

$= O(1) * (2^0 + \dots + 2^{\log n})$

$= O(1) * (2^{\log(n+1)} - 1) = O(n)$

从递归的角度来看：为求解 $\text{sum}(A, lo, hi)$ ，需递归求解 $\text{sum}(A, lo, hi)$ // $2 * T(n/2)$

进而将子问题的解累加 // $O(1)$

递归基 : $\text{sum}(A, \text{lo}, \text{lo}) // O(1)$

递归关系: $T(n) = 2T(n/2) + O(1)$

$T(1) = O(1)$

最后 $T(n) = O(n)$

$$\begin{aligned}\text{❖ 求解 } T(n) &= 2T(n/2) + c_1 \\ T(n) + c_2 &= 2(T(n/2) + c_1) = 2^2(T(n/4) + c_1) \\ &= \dots \\ &= 2^{\log n}(T(1) + c_1) = n(c_2 + c_1) \\ T(n) &= (c_1 + c_2)n - c_1 = O(n)\end{aligned}$$