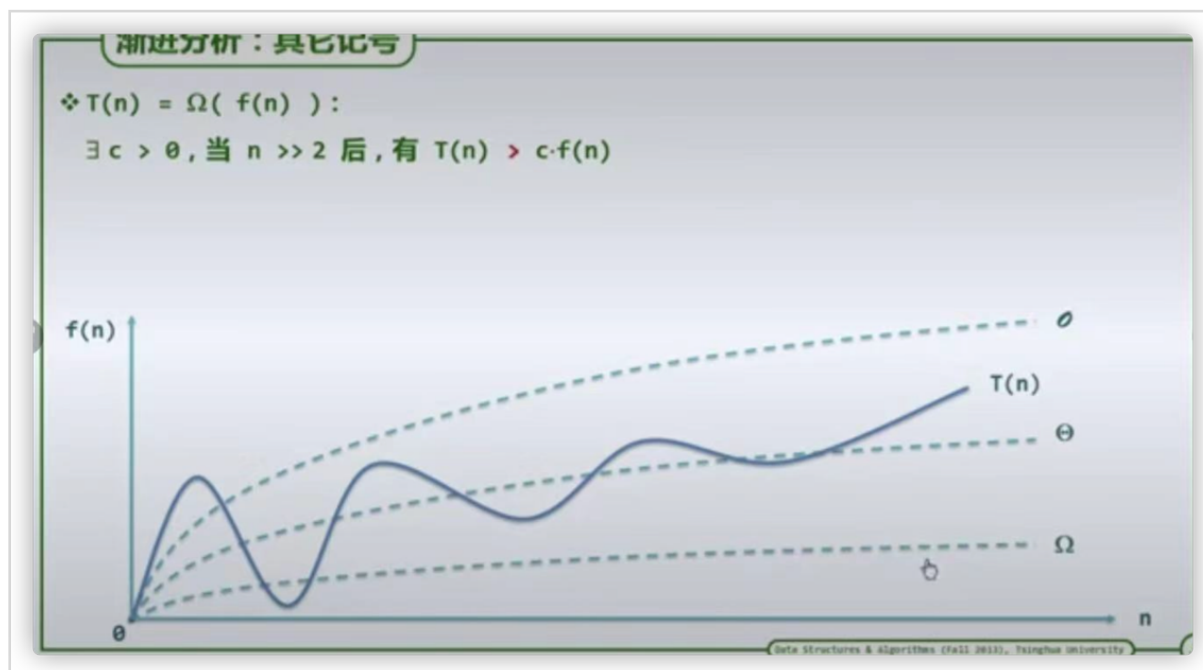


01-C-2 Big Ω , Big Θ & 复杂度介绍

#数据结构邓神

渐进分析其他符号



$$T(n) = \Omega(f(n))$$

存在 $c > 0$ 当 $n \gg 2$ 时, 有 $T(n) > c * f(n)$

Big Ω 构成了原来的复杂度的下界

属于算法最好的情况

$$T(n) = \Theta(f(n))$$

存在 $c_1 > c_2 > 0$ 当 $n \gg 2$ 时, 有 $c_1 * f(n) > T(n) > c_2 * f(n)$

Θ 可以认为是Big O 和 Big Ω 的一个组合

Θ 是一个准确的估计

但是即使是这样, 我们用的最多的还是 Big O

$O(1)$ 常数复杂度 constant function

记住无论是多大的常数，只要没有变量，就属于常数 即便是 1024^{1024} 次方也算是常数

哪些代码属于常数复杂度：

1. 一定不含循环 ???

```
for (int i = 0 ; i < n ; i++);  
for (int i = 0 ; i < n ; i = 1 << i);
```

复杂度 $\log n$ 几乎为常数

2. 一定不含分支转向 ? // 转向不可以到达

```
if (( n + m ) * ( n + m ) < 4 * n * m) goto UNREACHABLE // 不考虑溢出
```

3. 一定不能有 (递归调用) ???

```
if ( 2 == ( n * n ) % 5 ) 01(n)
```

$O(\log n)$ 对数复杂度

对数: $O(\log n)$

$\ln n$ | $\lg n$ | $\log_{100} n$ | $\log_{1023} n$

1. 常数底数无所谓

任取 $a, b > 0$ $\log_a n = \log_a b * \log_b n = \theta(\log_b n)$

因为无论以什么为底都只有一个常数的区别

2. 常数次幂无所谓

任取 $c > 0$, $\log n^c = c * \log n = \theta(\log n)$

3. 对数多项式 (poly-log function)

$123 * \log^{123} n + \log^{105} (n^2 - n + 1) = \theta(\log^{321} n)$

// 把低次项忽略

这类算法非常高效，复杂度无限接近于常数

任取 $c > 0$, $\log n = O(n^c)$

$O(n^c)$ 多项式复杂度 (polynomial function)

$$100n + 200 = o(n)$$

$$(100n - 500)(20n^2 - 300n + 2013) = o(n * n^2) = o(n^3)$$

$$(2013n^2 - 20)/(1999n - 1) = o(n^2/n) = o(n)$$

一般的 $a_k * n^k + a_{k-1} * n^{k-1} + \dots + a_1 * n + a_0 = o(n^k)$, $a_k > 0$

其中特殊的有 线性 (linear function) : 所有 $o(n)$ 类的函数

编程习题主要覆盖的范围: $o(n) \sim o(n^2)$

这类算法的效率通常是可以令人满意的, 然而这个标准是否太低了呢?