

## 02-D3-4 最优性

#数据结构邓神

$$\Phi = 0.6180339$$

通用策略 对于任何  $A[0, n]$  总是选取  $A[\lambda n]$  作为轴点,  $0 \leq \lambda < 1$

比如二分查找对应于  $\lambda = 0.5$ , Fibonacci 查找对应于  $\lambda = \Phi = 0.6180339$  (黄金分割比例)

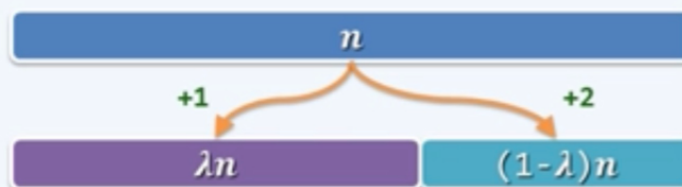
在  $[0, 1)$  内  $\lambda$  如何去取值才能达到最优呢?

$$\phi = 0.6180339 \dots$$

❖ 通用策略: 对于任何的  $A[0, n]$ , 总是选取  $A[\lambda n]$  作为轴点,  $0 \leq \lambda < 1$

比如: 二分查找对应于  $\lambda = 0.5$ , Fibonacci 查找对应于  $\lambda = \phi = 0.6180339 \dots$

❖ 在  $[0, 1)$  内,  $\lambda$  如何取值才能达到最优? 设平均查找长度为  $\alpha(\lambda) \log_2 n$ , 何时  $\alpha(\lambda)$  最小?



❖ 递推式:  $\alpha(\lambda) \cdot \log_2 n = \lambda \cdot [1 + \alpha(\lambda) \cdot \log_2(\lambda n)] + (1 - \lambda) \cdot [2 + \alpha(\lambda) \cdot \log_2((1 - \lambda)n)]$

左侧是我们定义的一个总和 右侧是  $\lambda$  和  $(1-\lambda)$  就是两个区间段落的加权总和

❖ 整理后:  $\frac{-\ln 2}{\alpha(\lambda)} = \frac{\lambda \cdot \ln \lambda + (1 - \lambda) \cdot \ln(1 - \lambda)}{2 - \lambda}$ , 当  $\lambda = \phi$  时,  $\alpha(\lambda) = 1.440420 \dots$  达到最小

Fibonacci 数量在常数上的改进已经到到极限