# 期中模拟卷

## 一、选择题（在各小题四个备选答案中选出一个正确答案，填在题后的括号中，本大题共 6 个小题，每小题 3 分，总计 18 分）

1．若随机变量 $X$ 存在正概率点，即存在一点 $a$，使得 $P\{X=a\}>0$，则 $X$ 为（　　　）。

（A）连续型随机变量　　　　（B）离散型随机变量

（C）非连续型随机变量　　　（D）非离散型随机变量

2．设随机变量 $X$ 服从正态分布 $N(0,1)$，对给定的 $\alpha(0<\alpha<1)$，数 $\mu_\alpha$ 满足 $P\{X>\mu_\alpha\}=\alpha$，若 $P\{|X|<x\}=\alpha$，则 $x$ 等于（　　　）。

（A）$u_{\alpha/2}$　　　　（B）$u_{1-\alpha/2}$

（C）$u_{(1-\alpha)/2}$　　　　（D）$u_{1-\alpha}$

3．设随机变量 $X$ 的概率密度为 $\varphi(x)$，且 $\varphi(-x)=\varphi(x)$，$F(x)$ 为 $X$ 的分布函数，则对任意实数 $a$，有（　　　）。

（A）$F(-a)=1-\int_0^{\alpha}\varphi(x)\mathrm{d}x$　　　　（B）$F(-a)=\frac{1}{2}-\int_0^{a}\varphi(x)\mathrm{d}x$

（C）$F(-a)=F(a)$　　　　（D）$F(-a)=2F(a)-1$

4．设 $A$、$B$、$C$ 为三个事件，$P(AB)>0$ 且 $P(C\mid AB)=1$，则有（　　　）。

（A）$P(C)\le P(A)+P(B)-1.$　　　　（B）$P(C)\le P(A\cup B).$

（C）$P(C)\ge P(A)+P(B)-1.$　　　　（D）$P(C)\ge P(A\cup B).$

5．设随机变量 $X$ 和 $Y$ 都服从正态分布，则（　　　）。

（A）$X+Y$ 一定服从正态分布　　　　（B）$X$ 和 $Y$ 不相关与独立等价

（C）$(X, Y)$ 一定服从正态分布　　　（D）$(X, -Y)$ 未必服从正态分布

6. 设随机变量 $X \sim N(0,1)$，其分布函数为 $\Phi(x)$，则随机变量 $Y=\min\{X,0\}$ 的分布函数 $F(y)$ 为（　　　）。

（A）$F(y)=\begin{cases}1, & y>0,\\ \Phi(y), & y\leqslant 0.\end{cases}$　　（B）$F(y)=\begin{cases}1, & y\geqslant 0,\\ \Phi(y), & y<0.\end{cases}$

（C）$F(y)=\begin{cases}0, & y\leqslant 0,\\ \Phi(y), & y>0.\end{cases}$　　（D）$F(y)=\begin{cases}0, & y<0,\\ \Phi(y), & y\geqslant 0.\end{cases}$

## 二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，总计 18 分）

1. 设 $A$，$B$，$C$ 是随机变量，$A$ 与 $C$ 互不相容，$P(AB)=\frac{1}{2}$，$P(C)=\frac{1}{3}$，

则 $P(AB\mid\overline{C})=$______________。

2. 元件的寿命服从参数 $\theta=100$ 的指数分布，由 5 个这种元件串联而组成的系统，能够正常工作 100 小时以上的概率为______________。

3. 设随机变量 $X$ 服从泊松分布，且 $P(X\leq 1)=4P(X=2)$，则 $P(X=3)=$__________。

4. 设随机变量 $X$ 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}2x, & 0<x<1\\ 0, & 其它\end{cases}$，现对 $X$ 进行四次独立重复观察，用 $Y$ 表示观察值不大于 0.5 的次数，则 $EY^2=$______________。

5. 从数 1、2、3、4 中任取一个数，记为 $X$，再从 1、2、…、X 中任取一个数记为 $Y$，则 $\boldsymbol{P}\{\boldsymbol{Y}=2\}=$______________。

6. 假设某汽车经销商每月的汽车量是一个随机期望为 16，方差为 9 的随机变量，利用切比雪夫不等式给出下月汽车销售量在 10 辆到 22 辆之间概率为______________。

三、(**10 分**)小明昨晚因为复习期中考太晚了，早 8 的课差点睡过头，急匆匆出门，到了中午才发现钥匙掉了。他想了想，落在宿舍里的概率为 40%，这种情况下找到钥匙的概率为 0.9；落在教室里的概率为 35%，这种情况下找到的概率为 0.3；最惨的是落在路上，概率为 25%，这种情况下找到的概率为 0.1。请同学们帮小明分析分析，他应该去先去哪里找钥匙，找到钥匙的可能性最大？

四、(**10 分**)小明昨天在同学们的帮助下，终于找到了钥匙。今天他不敢再晚睡了，早早地就到车站等车到学武楼上课，到了车站发现时间还很早啊，都没人等车，他又实在是懒得走路，于是他看着站牌上的时刻表陷入了沉思。假设公交车起点站于每小时 10 分、30 分、55 分发车，设一小时内乘客到达的时刻为 X，且 $X \sim U(0,60)$，Y 为乘客的候车时间，试求：

(1) Y 与 X 的函数关系式；

(2) 乘客候车时间的期望 E(Y)。

五、(**10 分**)小明的期中考成绩出来了，班级成绩（按百分制计）近似服从正态分布，平均 72 分，且 96 分以上的考生数占 2.3%。求班级考生的成绩在 60 分至 84 分之间的概率。

已知：$\Phi(1)=0.8413$，$\Phi(1.25)=0.8944$，$\Phi(1.645)=0.9500$，$\Phi(1.96)=0.9750$，$\Phi(2)=0.9772$

六、（**12** 分）设$(X,Y)$的概率密度为

$$\boldsymbol{f(x,y)=\begin{cases} x^2+axy\ , & 0\le x\le 1,\ \ 0\le y\le 2, \\ 0, \text{其它}, & \end{cases}}$$

试求：

（1）a 的值；

（2） $P(X+Y\ge 1)$；

（3）$X$ 与 $Y$ 是否相互独立？

七、（**12** 分）假设$\boldsymbol{G}=\{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}):0\le \boldsymbol{x}\le 2,0\le \boldsymbol{y}\le 1\}$是一矩形，随机变量 $X$ 和 $Y$ 的联合分布是区域 $G$ 上的均匀分布．考虑随机变量

$$\boldsymbol{U}=\begin{cases} 0, & \text{若}\boldsymbol{X}\le\boldsymbol{Y} \\ 1, & \text{若}\boldsymbol{X}>\boldsymbol{Y} \end{cases}, \qquad \boldsymbol{V}=\begin{cases} 0, & \text{若}\boldsymbol{X}\le 2\boldsymbol{Y} \\ 1, & \text{若}\boldsymbol{X}>2\boldsymbol{Y} \end{cases}$$

试求：

（1） 二维随机变量$(\boldsymbol{U},\boldsymbol{V})$的联合分布律；

（2） $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{U})$和$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{V})$；

（3） $\boldsymbol{U}$和$\boldsymbol{V}$的相关系数$\boldsymbol{\rho}$.

八、（5 分）设$F_1(x)$和$F_2(x)$分别为随机变量$X_1$， $X_2$的分布函数，且存在点$x_0$使得$F_1(x_0)>F_2(x_0)$。若$X_i\sim B(1,p_i)$， $(0<p_i<1),i=1,2$， 证明： $p_1<p_2$。

九、（5 分）设$P(A)=a$， $P(B)=b$， $a,b$均大于 0。证明： $\dfrac{a}{b}\ge P(A|B)\ge\dfrac{a+b-1}{b}$。