厦门大学
XIAMEN UNIVERSITY
11920232202561 芦思涵
ADD: FUJIAN XIAMEN CABLE:0633 P.C:361005

算法分析第1次作业

1-1 题答案:

(1) $3n^2+10n = O(3n^2) = O(n^2)$

(2) $n^2/10+2^n = O(2^n)$

(3) $21+1/n = O(1)$

(4) $\log n^3 = O(\log n)$

(5) $10\log 3^n = O(n)$

1-2 题答案:

答: O(1) O(2) 都为常数级,区别只在数量大小.

1-3 题答案:

答: 渐近阶: n→∞, 增长速度.

$$2 < \log n < n^{2/3} < 20n < 4n^2 < 3^n$$

若加入n! $2 < \log n < n^{2/3} < 20n < 4n^2 < 3^n < n!$

1-4 题答案:

(1) $t = 3\times 2^n$

$= 3\times 2^{n'} \times \frac{1}{64}$

$n' = n+6$

(2) $t = n^2 = n'^2 \times \frac{1}{64}$

$n'^2 = 64n^2$

$n' = 8n$

(3) 常数级,任意规模都可.

1-5题答案

解：(1) $t = n = n' \cdot \frac{1}{100}$

$n' = 100n$.

(2) $n'^2 = 100n^2$

$n' = 10n$.

(3) $n'^3 = 100n^3$

$n' = \sqrt[3]{100}\, n$

(4) $n'! = 100n!$

1-6题答案：

(1) $\log n^2 = \Theta(\log n + 5)$

∵ $\log n^2$ 是 $\log n$ 的平方

渐近阶相同

(2) $\log n^2 = O(\sqrt{n})$

∵$\log n^2$ 比 $\sqrt{n}$ 增长慢，为低阶.

(3) $n = \Omega(\log^2 n)$

n 为 $\log^2 n$ 的高阶关系

(4) $n\log n + n = \Omega(\log n)$

$n\log n + n$ 比 $\log n$ 增长快 为高阶

(5) $10 = \Theta(\log 10)$

同为常数阶.

(6) $\log^2 n = \Omega(\log n)$

增长速度快，为高阶

(7) $2^n = \Omega(100n^2)$

2^n 比 $100n^2$ 增长快,为高阶

(8) $2^n = O(3^n)$

2^n 比 3^n 慢，为更低阶.

1-7题答案：

证明：$\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n!}{n^n} = 0$.

又∵ $n! = \sqrt{2\pi n}\left(\frac{n}{e}\right)^n \left[1+\Theta\left(\frac{1}{n}\right)\right]$

$\lim\limits_{n\to\infty} \Theta\left(\frac{1}{n}\right) = 0$. 代入上式.

$\lim\limits_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2\pi n}\left[1+\Theta\left(\frac{1}{n}\right)\right]}{e^n} = 0$.

∴得证.

1-8题答案：

解：算法通过循环确定 n 的初始值.
n 为奇，执行 $n=3*n+1$. 为偶则 $n=\frac{n}{2}$，最坏情况每次循环 n 增加，故而 n 减少一半.

∴下界 $\Omega(\log n)$

上界未知.

1. 一大题答案：

证明：

$$T_{avg}(N)=\sum_{I\in D_N} P(I)T(N,I)$$

$$T(N,I)\leq \max_{I\in D_N} T(N,I)$$