2. 模拟信号Vs数字信号

模拟信号：代表消息的信号参量取值连续，例如麦克风输出电压

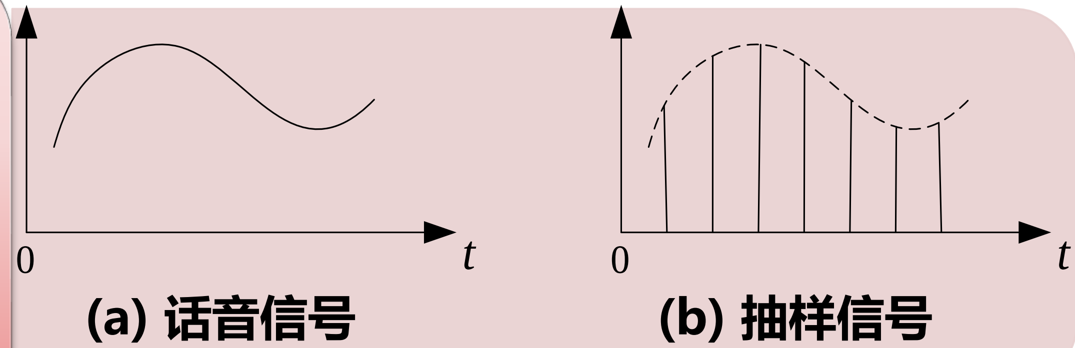


图1-2 模拟信号

数字信号：代表消息的信号参量取值为有限个，例如电报信号、计算机输入输出信号

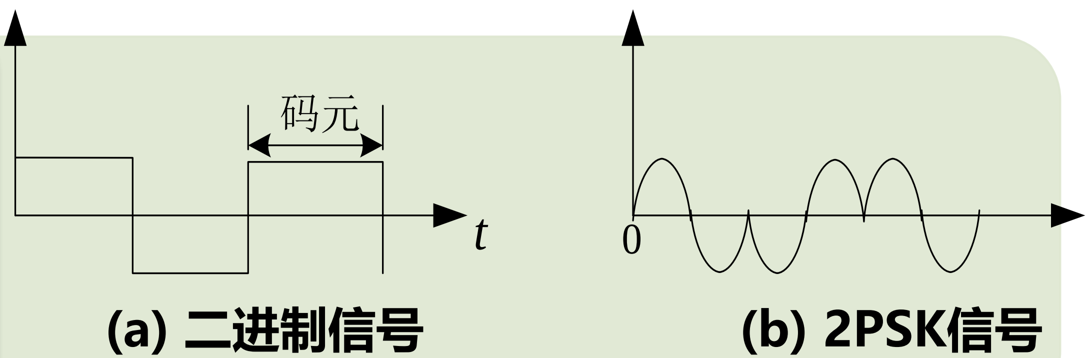


图1-3 数字信号

3. 按信道中传输的是模拟信号还是数字信号，相应地把通信系统分为**模拟通信系统**和**数字通信系统**。

信息量

- **通常广泛使用的单位为比特，这时有**

$$\boxed{I = \log_2 \frac{1}{P(x)} = -\log_2 P(x)}$$

- **【例】 设一个二进制离散信源，以相等的概率发送数字“0”或“1”，则信源每个输出的信息含量为**

$$I(0) = I(1) = \log_2 \frac{1}{1/2} = \log_2 2 = 1 \quad \text{(b)}$$

- **在工程应用中，习惯把一个二进制码元称作1比特**

3.非等概率离散消息的信息量

- 设：一个离散信源是由M个符号组成的集合，其中每个符号xi (i = 1, 2, 3, …, M)按一定的概率P(xi)独立出现，即

$$\begin{bmatrix} x_1, & x_2, & \cdots, & x_M \\ P(x_1), & P(x_2), & \cdots, & P(x_M) \end{bmatrix}$$

- 且有 $\sum_{i=1}^{M} P(x_i)=1$
- 则x1 , x2, x3,…, xM 所包含的信息量分别为

$$-\log_2 P(x_1),-\log_2 P(x_2),\cdots,-\log_2 P(x_M)$$

- 于是，每个符号所含**平均信息量**为

$$H(x)=P(x_1)[-\log_2 P(x_1)]+P(x_2)[-\log_2 P(x_2)]+\cdots+P(x_M)[-\log_2 P(x_M)]$$

$$=-\sum_{i=1}^{M} P(x_i)\log_2 P(x_i) \quad \text{(比特/符号)} \qquad (1.4-6)$$

- 由于H(x)同热力学中的熵形式相似，故称它为**信息源的熵**

例(1.4.1) p8:

信息源由四个符号0、1、2、3组成，它们出现的概率分别为：3/8、1/4、1/4、1/8，且每个符号的出现都是独立的。试求某个消息
2010201302130012032101003210100231020020201031203
2100120210　的信息量

解：方法一　平均信息量

0出现23次：$I_0=23\log_2[1/(3/8)]=33$ bit

1出现14次：$I_1=14\log_2[1/(1/4)]=28$ bit

2出现13次：$I_2=13\log_2[1/(1/4)]=26$ bit

3出现7次：$I_3=7\log_2[1/(1/8)]=21$ bit

总的信息量：$I_{总}=I_0+I_1+I_2+I_3=108$ bit

消息共有57个符号，一个符号的平均信息量为：

$$I_{平均}=I_{总}/57=108/57=1.89 \text{ bit /符号}$$

解：方法二　信息熵

信息熵　$H(x)=\Sigma p(x_i)[-\log_2 p(X_i)]$

$$=-3/8\log_2(3/8)-1/4\log_2(1/4)$$
$$-1/4\log_2(1/4)-1/8\log_2(1/8)$$
$$=1.906 \text{ bit /符号}$$

$$I_{总}=H(x)*57=1.906*57=108.64 \text{ bit}$$

4.5 信道中的噪声

- **噪声**：
  - 信道中存在的不需要的电信号：电子系统中所传输的信号以外一切规则和不规则的、可懂和不可懂的干扰，统称噪声。
- **加性噪声**：
  - 分散在通信系统的各处噪声的集中表示。加性噪声与信号**相互独立**，并且**始终存在**。
  - 实际中只能采取措施减小加性噪声的影响，而不能彻底消除加性噪声

噪声分类– 按来源分类

- **人为噪声** - 例：开关火花、电台辐射
- **自然噪声** - 例：闪电、大气噪声、宇宙噪声、**热噪声**
- **热噪声**：来自一切电阻性元器件中电子的热运动。
  - 频率范围：均匀分布在大约 0 ~ 10^{12} Hz。
  - 热噪声电压有效值：

$$V = \sqrt{4kTRB} \qquad (\mathrm{V})$$

式中，$k = 1.38 \times 10^{-23}$（J/K） - 波兹曼常数;T - 热力学温度（°K）;R - 阻值（Ω）;B - 带宽（Hz）。

  - 性质：**高斯白噪声**

通信系统中的噪声

- **起伏噪声**，无论在时间上或频域内总是普遍存在的，不可避免的，是影响通信质量的主要因素。
- 讨论噪声对于通信系统的影响时，主要是考虑起伏噪声，特别是**热噪声**的影响。
- **热噪声**：本身是白色的，频谱很宽
- **带限白噪声**：经过接收机带通滤波器过滤的热噪声
- **窄带高斯噪声**：由于滤波器是一种线性电路，高斯过程通过线性电路后，仍为一高斯过程，故此窄带噪声又称窄带高斯噪声。
- 窄带高斯噪声功率： $$P_n = \int_{-\infty}^{\infty} P_n(f)df$$

  式中 $P_n(f)$ - 双边噪声功率谱密度

4.6.1 离散信道容量

- **信道容量 - 指信道能够传输的最大平均信息速率。**
- **两种不同的度量单位：**
  - C - **每个符号能够传输的平均信息量最大值**
  - Ct - **单位时间（秒）内能够传输的平均信息量最大值**
  - **两者之间可以互换**

4.6.2 连续信道容量

可以证明 $$C_t = B\log_2\left(1+\frac{S}{N}\right) \qquad (b/s)$$

式中 S - 信号平均功率 （W）；

N - 噪声功率（W）；

B - 带宽（Hz）。

设噪声单边功率谱密度为n_0，则$N = n_0B$;

故上式可以改写成：

$$C_t = B\log_2\left(1+\frac{S}{n_0B}\right) \qquad (b/s)$$

由上式可见，连续信道的容量C_t和信道带宽B、信号功率S及噪声功率谱密度n_0三个因素有关。

- 【例4.6.2】已知黑白电视图像信号每帧有30万个像素；每个像素有8个亮度电平；各电平独立地以等概率出现；图像每秒发送25帧。若要求接收图像信噪比达到30dB，试求所需传输带宽。

- 解：因为每个像素独立地以等概率取8个亮度电平，故每个像素的信息量为
  - $I_p = -\log 2(1/\ 8) = 3 \quad (\text{b/pix}) \qquad (4.6\text{-}18)$
- 并且每帧图像的信息量为
  - $I_F = 300{,}000 \times 3 = 900{,}000 \quad (\text{b/F}) \qquad (4.6\text{-}19)$

- 因为每秒传输25帧图像，所以要求传输速率为
  - $R_b = 900{,}000 \times 25 = 22{,}500{,}000 = 22.5 \times 106$ (b/s) (4.6-20)
- 信道的容量C_t必须不小于此R_b值。将上述数值代入式：

$$C_t = B\log_2(1 + S/N)$$

  - 得到 $22.5 \times 106 = B\log_2(1 + 1000) \approx 9.97\ B$
  - 最后得出所需带宽
  - $B = (22.5 \times 106) / 9.97 \approx 2.26$ (MHz)

5.1.1调幅（AM）

- **1. 时域表示式**

$$s_{AM}(t) = [A_0 + m(t)]\cos\omega_c t = A_0\cos\omega_c t + m(t)\cos\omega_c t$$

式中, $m(t)$ - 调制信号，均值为0；

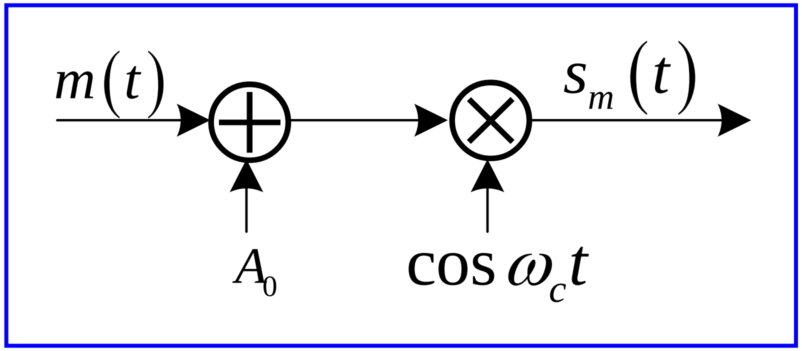
A_0 - 常数，表示叠加的直流分量。

- **2. 频谱：若$m(t)$为确知信号，则AM信号的频谱为**

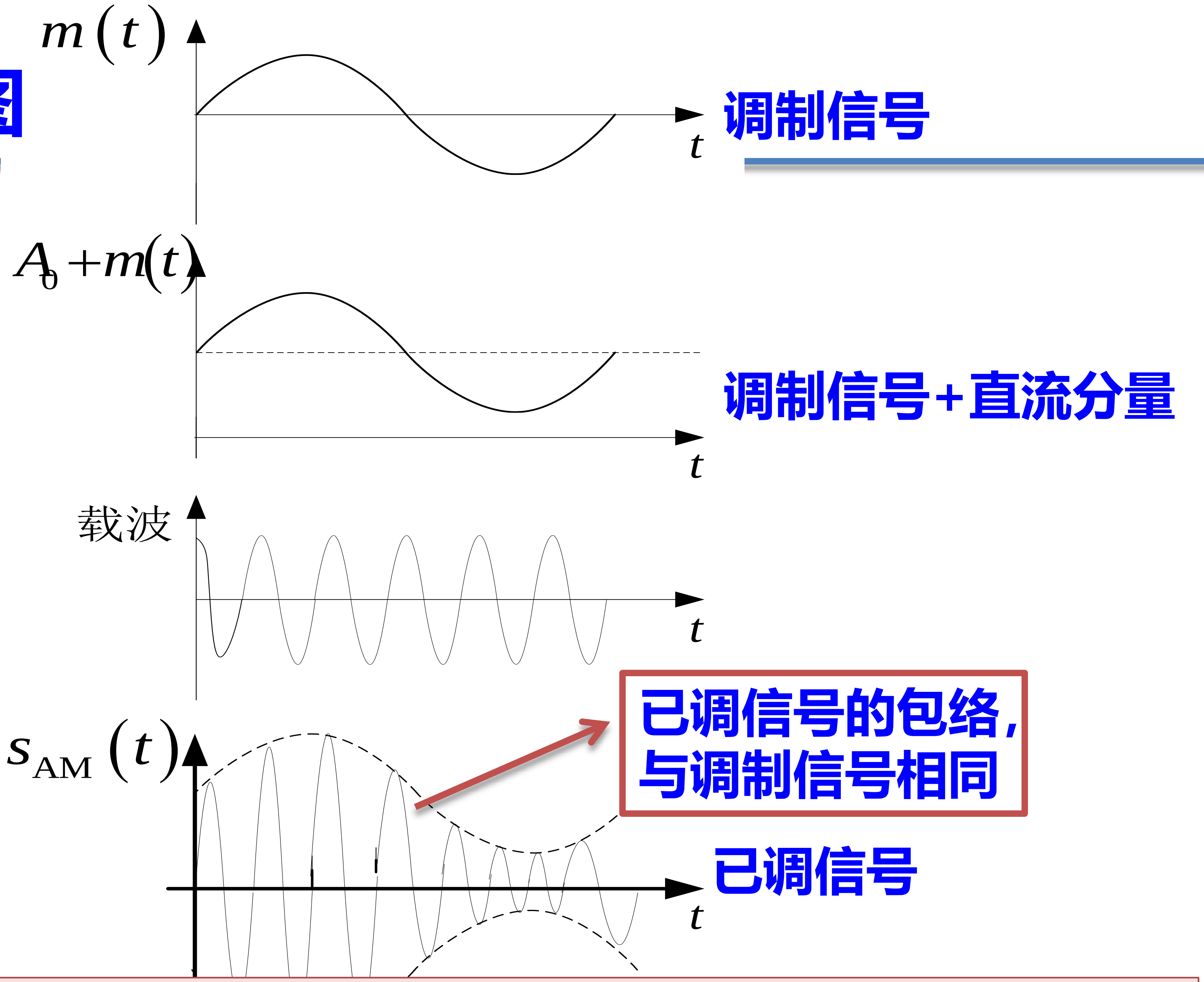
$$S_{AM}(\omega) = \pi A_0[\delta(\omega+\omega_c)+\delta(\omega-\omega_c)] + \frac{1}{2}[M(\omega+\omega_c)+M(\omega-\omega_c)]$$

若$m(t)$为随机信号，则已调信号的频域表示式必须用功率谱描述。

- **3. 调制器模型**



4. 波形图



问题：包络与调制信号波形相同，需要什么条件？？

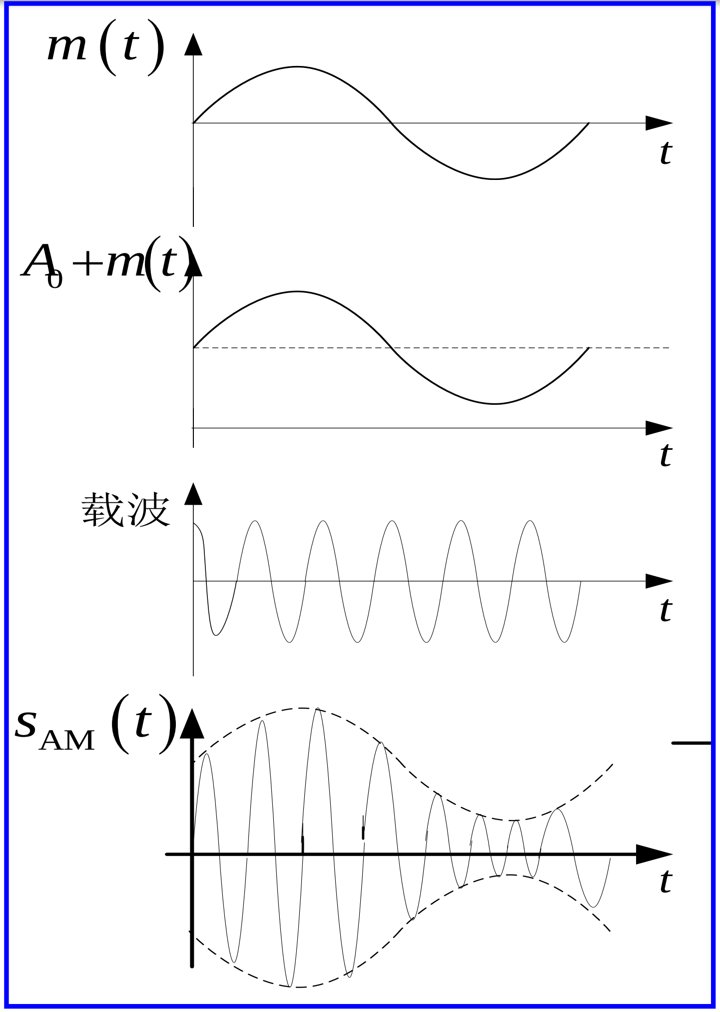
分析

- **由波形可以看出，当满足条件：**

  $|m(t)| \le A_0$ **时，**

  其包络与调制信号波形相同

- **此时，用包络检波法很容易恢复出原始调制信号。**
- **否则，出现“过调幅”现象。**
- **这时用包络检波将发生失真。但可以采用其他的解调方法，如同步检波。**



双边带调制（DSB）

AM中，载波不携带信息，信息完全由边带传递 → 去掉直流A_0

- **时域表示式：无直流分量A_0**

$$s_{DSB}(t) = m(t)\cos\omega_c t$$

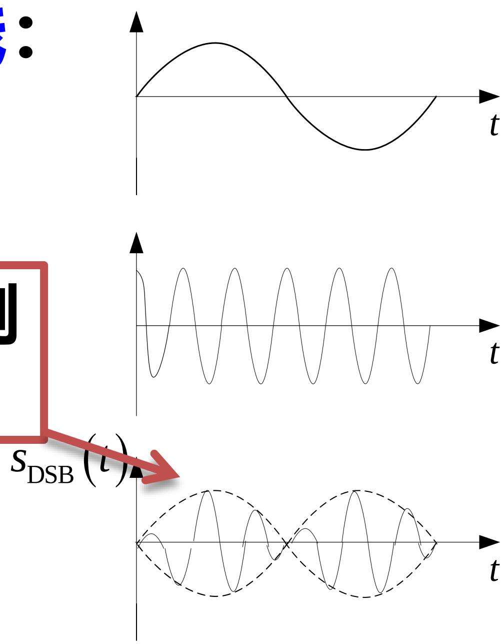
抑制载波双边带信号，简称双边带，DSB

- **频谱：无载频分量**

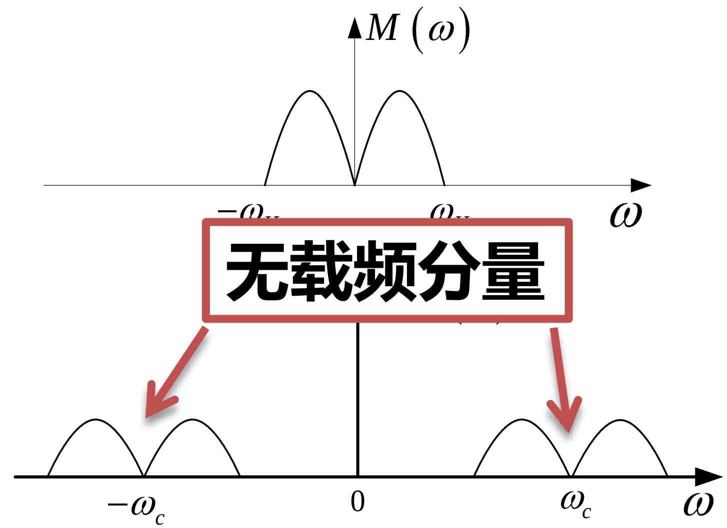
$$S_{DSB}(\omega) = \frac{1}{2}[M(\omega+\omega_c) + M(\omega-\omega_c)]$$

- **曲线：**

包络和调制信号不同



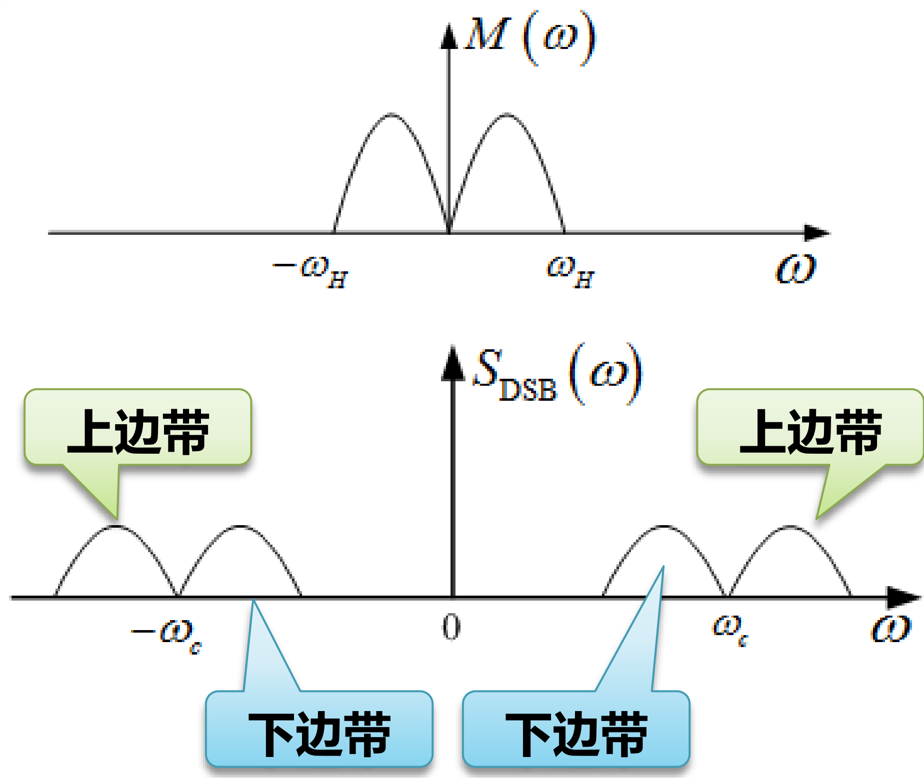
无载频分量



- **调制效率**：100%，全部功率用于信息传输
- **优点**：节省了载波功率
- **缺点**：
  - 不能用包络检波（包络与调制信号变化不再一致），需用**相干检波**，较复杂。

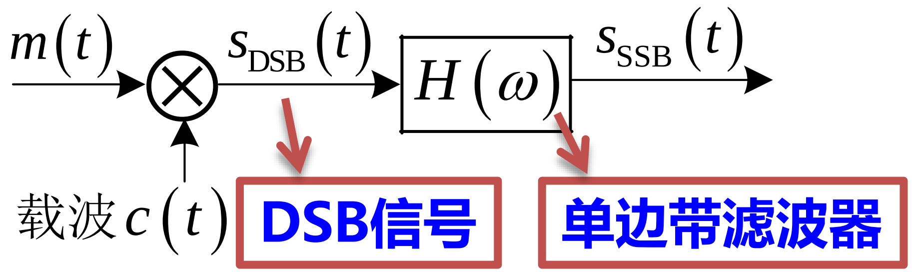
5.1.3 单边带调制（SSB）

- **回顾双边带调制DSB：双边带信号两个边带中的任意一个都包含了调制信号频谱M(ω)的所有频谱成分**
- **SSB原理：**
- **仅传输其中一个边带即可，这种方式称为单边带调制。**
- **这样既节省发送功率，还可节省一半传输频带**
- **产生SSB信号的方法有两种：滤波法和相移法。**



1. 滤波法和频域表示

- **滤波法的原理**： 用边带滤波器，滤除不要的边带
- 方框图：



- 滤除下边带: H(ω) 具有理想高通特性:

$$H(\omega)=H_{USB}(\omega)=\begin{cases}1, & |\omega|>\omega_c \\ 0, & |\omega|\le\omega_c\end{cases}$$

- 滤除上边带: H(ω) 具有理想低通特性:

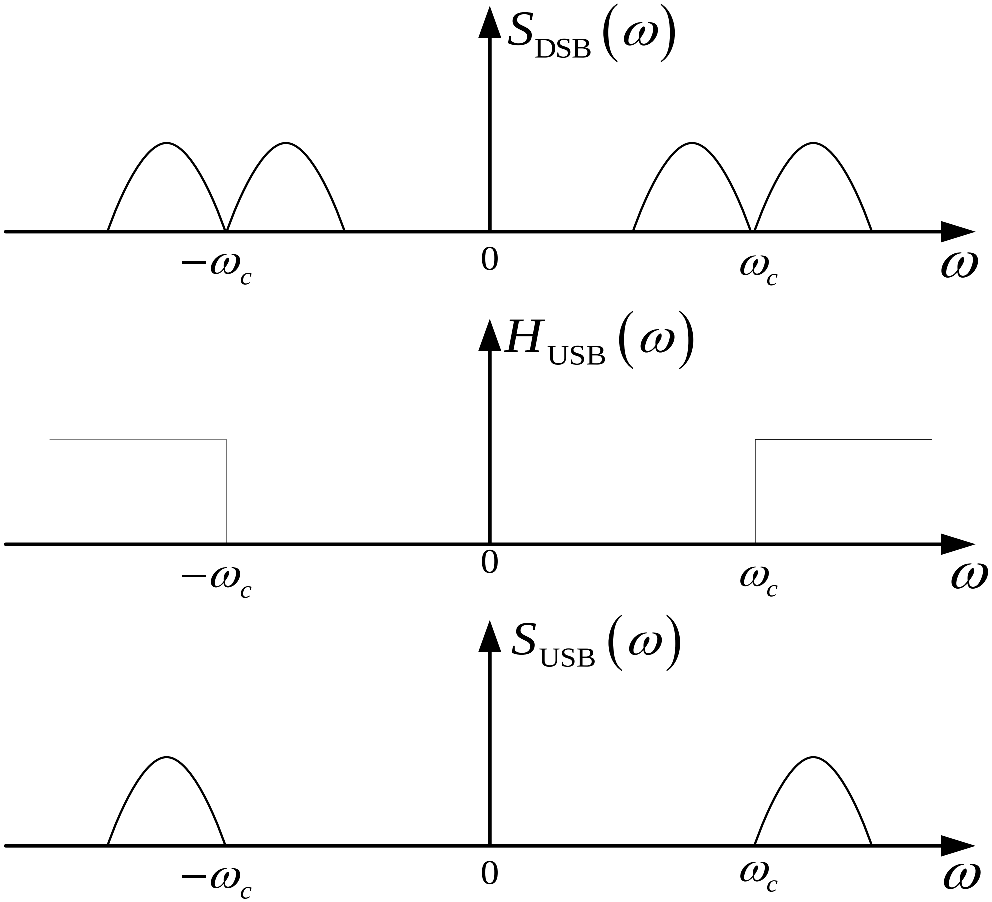
$$H(\omega)=H_{LSB}(\omega)=\begin{cases}1, & |\omega|<\omega_c \\ 0, & |\omega|\ge\omega_c\end{cases}$$

以载波频率为界

SSB信号的频域表示

- **SSB信号的频谱** $S_{SSB}(\omega)=S_{DSB}(\omega)\cdot H(\omega)$

- **上边带频谱图:**



1. FM和PM信号的一般表达式

- **角度调制信号的一般表达式为**

$$s_m(t) = A\cos[\omega_c t + \varphi(t)]$$

  - **式中，** A **- 载波的恒定振幅；**
  - $[\omega_c t + \varphi(t)] = \theta(t)$ **- 信号的瞬时相位；**
  - $\varphi(t)$ **- 瞬时相位偏移。**
  - $\mathrm{d}[\omega_c t + \varphi(t)]/\mathrm{d}t = \omega(t)$ **- 称为瞬时角频率**
  - $\mathrm{d}\varphi(t)/\mathrm{d}t$ **- 称为瞬时频偏。**

相位调制(PM)

- **PM：瞬时相位偏移随调制信号作线性变化，即**

$$\varphi(t) = K_p m(t)$$

  - **式中*Kp* - 调相灵敏度**
  - ***Kp*含义: 单位调制信号幅度引起PM信号的相位偏移量，单位是rad/V。**

- **代入一般表达式** $s_m(t) = A\cos[\omega_c t + \varphi(t)]$
- **得到PM信号表达式**

$$s_{PM}(t) = A\cos[\omega_c t + K_p m(t)]$$

频率调制(FM)

- FM：瞬时频率偏移随调制信号成比例变化，即

$$\frac{d\varphi(t)}{dt} = K_f m(t)$$

  - 式中 K_f - 调频灵敏度，单位是rad/s·V 。
  - 这时相位偏移为

$$\varphi(t) = K_f \int m(\tau)d\tau$$

- 将其代入一般表达式 $s_m(t) = A\cos[\omega_c t + \varphi(t)]$
- 得到FM信号表达式

$$s_{FM}(t) = A\cos[\omega_c t + K_f \int m(\tau)d\tau]$$

PM与 FM的区别

$$s_{PM}(t) = A\cos[\omega_c t + K_p m(t)]$$

$$s_{FM}(t) = A\cos[\omega_c t + K_f \int m(\tau)d\tau]$$

- **比较上面两式：**
- **PM是相位偏移随调制信号$m(t)$线性变化**
- **FM是相位偏移随$m(t)$的积分呈线性变化。**
- **如果预先不知道调制信号$m(t)$的具体形式，则无法判断已调信号是调相信号还是调频信号。**

B. 对载波进行频率调制 $m(t)=A_m\cos\omega_m t=A_m\cos 2\pi f_m t$

- 代入 $s_{FM}(t)=A\cos[\omega_c t+K_f\int m(\tau)d\tau]$
- 得到FM信号的表达式

$$s_{\mathrm{FM}}(t)=A\cos[\omega_c t+K_f A_m\int\cos\omega_m\tau d\tau]$$

$$=A\cos[\omega_c t+m_f\sin\omega_m t]$$

  - 式中
  - $m_f=\dfrac{K_f A_m}{\omega_m}=\dfrac{\Delta\omega}{\omega_m}=\dfrac{\Delta f}{f_m}$ 调频指数,表示最大的相位偏移
  -
  - $\Delta\omega=K_f A_m$ - 最大角频偏
  - $\Delta f=m_f\cdot f_m$ - 最大频偏。

当任意限带信号调制时

- 非单频，频谱分析更复杂（因FM是非线性过程）
- 根据分析和经验，发现单音调频的卡森公式仍然适用。

$$B_{FM}=2(m_f+1)f_m=2(\Delta f+f_m)$$

上式中f_m是调制信号的最高频率， m_f(调频指数)是最大频偏 Δf 与 f_m之比。

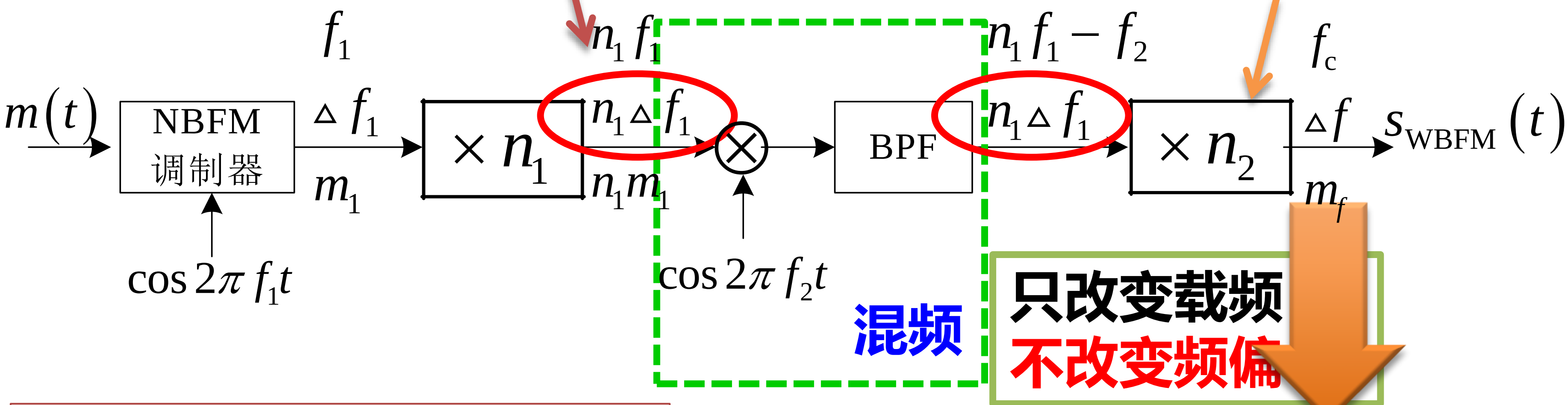
例：

调频广播中规定的最大频偏Δf为75kHz，最高调制频率f_m为15kHz，故调频指数m_f = 5，由上式可计算出此FM信号的频带宽度为180kHz。

典型方案

问题：倍频中，载频和频偏都*n*倍

再次倍频



间接法：阿姆斯特朗首提

优点：频率稳定度好

缺点：多次倍频和混频，电路较复杂

要求：

$$f_c = n_2(n_1 f_1 - f_2)$$

$$\Delta f = n_1 n_2 \Delta f_1$$

例5-1

- 在上述宽带调频方案中，设调制信号是f_m =15 kHz的单频余弦信号，NBFM信号的载频f_1 =200 kHz，最大频偏Δf_1 =25 Hz；混频器参考频率f_2 = 10.9 MHz，选择倍频次数n_1 = 64，n_2 =48 。 (1) 求NBFM信号的调频指数；(2) 求调频发射信号（即WBFM信号）的载频、最大频偏和调频指数。
   - 解： （1）NBFM信号的调频指数为

$$m_1 = \frac{\Delta f_1}{f_m} = \frac{25}{15\times 10^3} = 1.67\times 10^{-3}$$

- (2)调频发射信号的载频为

$$f_c = n_2(n_1 f_1 - f_2) = 48\times(64\times 200\times 10^3 - 10.9\times 10^6) = 91.2\ \mathrm{MHz}$$

- (3) 最大频偏为

$$\Delta f = n_1 n_2 \Delta f_1 = 64\times 48\times 25 = 76.8\ kHz$$

- (4) 调频指数为

$$m_f = \frac{\Delta f}{f_m} = \frac{76.8\times 10^3}{15\times 10^3} = 5.12$$

比较

SSB	DSB
$S_i=\frac{1}{4}\overline{m^2(t)}$	$S_i=\overline{s_m^2(t)}=\overline{[m(t)\cos\omega_c t]^2}=\frac{1}{2}\overline{m^2(t)}$
$S_o=\overline{m_o^2(t)}=\frac{1}{16}\overline{m^2(t)}$	$S_o=\overline{m_o^2(t)}=\frac{1}{4}\overline{m^2(t)}$
$N_o=\frac{1}{4}N_i=\frac{1}{4}n_0B$	$N_o=\frac{1}{4}\overline{n_i^2(t)}=\frac{1}{4}N_i=\frac{1}{4}n_0B$
$G_{SSB}=\frac{S_o/N_o}{S_i/N_i}=1$	$G_{DSB}=\frac{S_o/N_o}{S_i/N_i}=2$

输入信号功率不同

相同的噪声功率谱密度条件下，B不同，输入噪声功率不同

- **问题3：如果在相同的输入信号功率，相同的输入噪声功率谱密度，相同的基带信号带宽条件下，对这两种调制方式比较?**
- **回答3：**
  - 可以发现它们的输出信噪比是相等的。这就是说，两者的抗噪声性能是相同的。
  - 但SSB所需的传输带宽仅是DSB的一半，因此SSB得到普遍应用。

$$\boxed{G_{AM}=\frac{S_o/N_o}{S_i/N_i}=\frac{2\overline{m^2(t)}}{A_0^2+\overline{m^2(t)}}}$$

- **讨论**
  - 1. AM信号的调制制度增益G_{AM}随A_0的减小而增加。
  - 2. G_{AM}总是小于1，这说明包络检波器对输入信噪比没有改善，而是恶化了。

例如：对于100%的调制，且$m(t)$是单频正弦信号，这时AM 的最大信噪比增益为

$$G_{AM}=\frac{2}{3}$$

  - 3. 可证明，采用同步检测法解调AM信号时，得到的调制制度增益与上式给出的结果相同。
  - 4. 由此可见，对于AM调制系统，在大信噪比时，采用包络检波器解调时的性能与同步检测器时的性能几乎一样。

调频系统与调幅系统比较

$$\frac{S_o}{N_o} = \frac{3}{2} m_f^2 \frac{A^2/2}{n_0 f_m}$$

- 将FM和AM两者相比，得到

$$\frac{(S_o/N_o)_{FM}}{(S_o/N_o)_{AM}} = 3m_f^2$$

$$\frac{S_o}{N_o} = \frac{A^2/2}{2n_0 f_m}$$

- 讨论：

(1) 大信噪比情况下，若系统接收端的输入A和n_0相同，则宽带调频系统解调器的输出信噪比是调幅系统的$3m_f^2$倍。

例：m_f =5时，宽带调频的S_0/N_0是调幅时的75倍。

(2) 调频系统的这一优越性是以增加其传输带宽来换取的。

因为，对于AM 信号而言，传输带宽是$2f_m$，而对WBFM信号而言，相应于$m_f = 5$时的传输带宽为$12f_m$，是前者的6倍。 $B_{FM} = 2(m_f+1)f_m = 2(\Delta f + f_m)$

$$\frac{(S_o/N_o)_{FM}}{(S_o/N_o)_{AM}} = 3m_f^2$$

- **WBFM信号的传输带宽B_{FM}与AM 信号的传输带宽B_{AM}之间的一般关系为:**

$$\boxed{B_{FM} = 2(m_f + 1) f_m = (m_f + 1) B_{AM}}$$

- **当m_f >> 1时，** $B_{FM} \approx m_f B_{AM}$ ➡ $m_f \approx \frac{B_{FM}}{B_{AM}}$
- **在上述条件下，**
- **变为** $$\boxed{\frac{(S_o/N_o)_{FM}}{(S_o/N_o)_{AM}} = 3\left(\frac{B_{FM}}{B_{AM}}\right)^2}$$
- **可见，宽带调频输出信噪比相对于调幅的改善，与它们带宽比的平方成正比。**
- **调频是以带宽换取信噪比的改善。**

调频系统与调幅系统比较结论

- **结论：**
- 在大信噪比情况下，调频系统的抗噪声性能将比调幅系统优越，且其优越程度将随传输带宽的增加而提高。
- 但是，FM系统以带宽换取输出信噪比改善并不是无止境的。
- 随着传输带宽的增加，输入噪声功率增大，在输入信号功率不变的条件下，输入信噪比下降，当输入信噪比降到一定程度时就会出现**门限效应**，输出信噪比将急剧恶化。
- ➡ 小信噪比时的**门限效应**

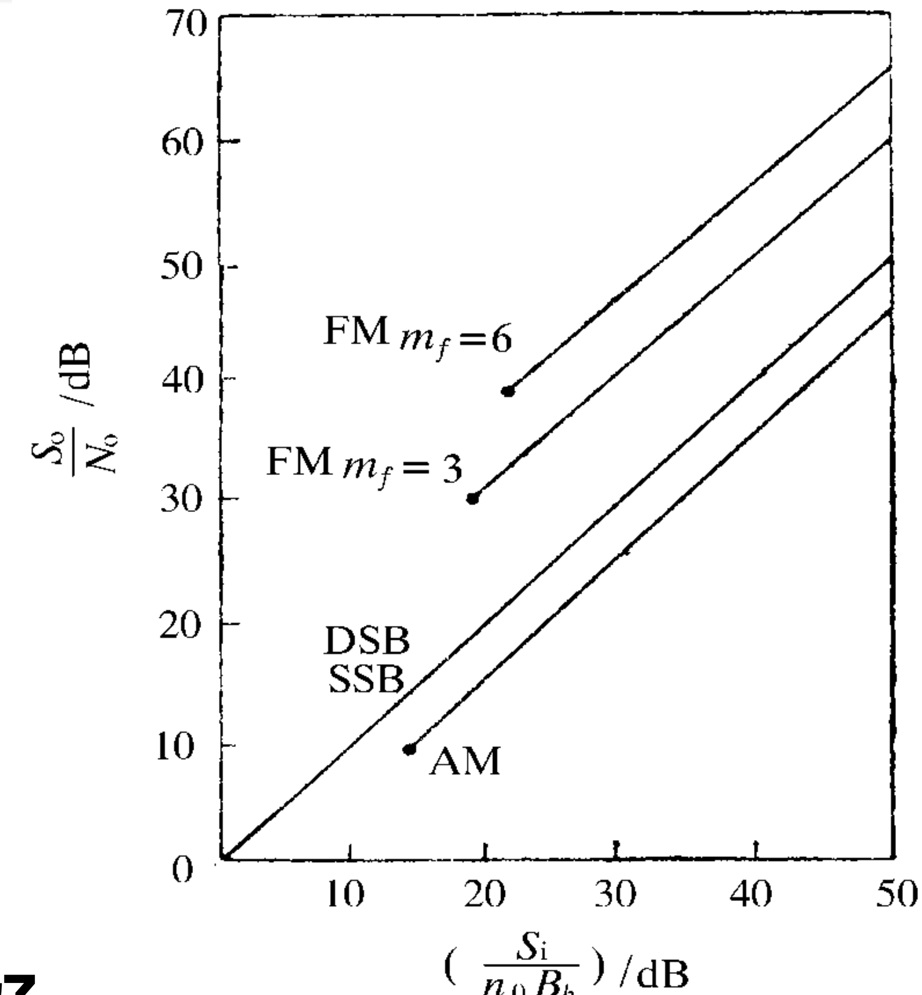
5.5 各种模拟调制系统的比较

调制方式	传输带宽	S_o / N_o	设备复杂程度	主要应用
AM	$2f_m$	$\left(\frac{S_o}{N_o}\right)_{AM} = \frac{1}{3}\left(\frac{S_i}{n_0 f_m}\right)$	简单	中短波无线电广播
DSB	$2f_m$	$\left(\frac{S_o}{N_o}\right)_{DSB} = \left(\frac{S_i}{n_0 f_m}\right)$	中等	应用较少
SSB	f_m	$\left(\frac{S_o}{N_o}\right)_{SSB} = \left(\frac{S_i}{n_0 f_m}\right)$	复杂	短波无线电广播、话音频分复用、载波通信、数据传输
VSB	略大于 f_m	近似SSB	复杂	电视广播、数据传输
FM	$2(m_f+1)f_m$	$\left(\frac{S_o}{N_o}\right)_{FM} = \frac{3}{2}m_f^2\left(\frac{S_i}{n_0 f_m}\right)$	中等	超短波小功率电台（窄带FM）；调频立体声广播等高质量通信（宽带FM）

抗噪声性能比较

- **WBFM抗噪声性能最好，DSB、SSB、VSB抗噪声性能次之，AM抗噪声性能最差。**
- **门限点以下，曲线迅速下跌；门限点以上，DSB、SSB的信噪比比AM高4.7dB以上，而FM（$m_f=6$）的信噪比比AM高22dB。**

当输入信噪比较高时，FM的调频指数m_f越大，抗噪声性能越好。

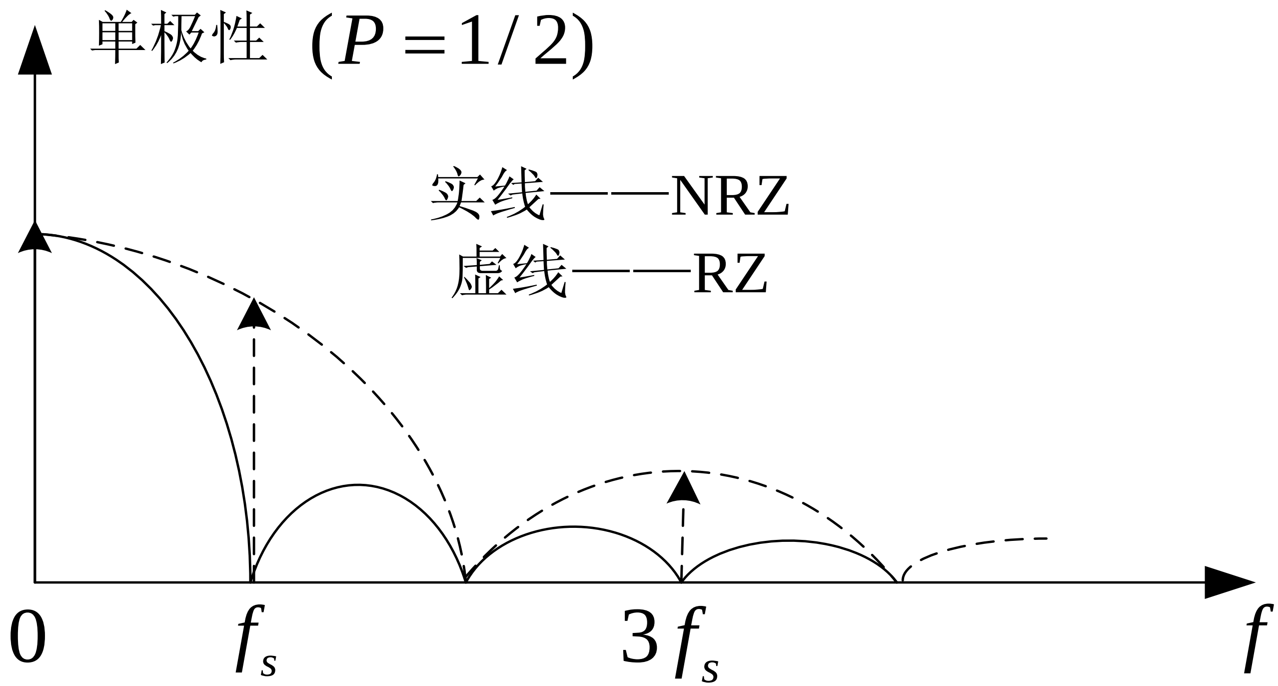


各模拟调制系统的性能曲线,图中的圆点表示门限点。

频带利用率

- **SSB的带宽最窄，其频带利用率最高；FM占用的带宽随调频指数m_f的增大而增大，其频带利用率最低。**
- 但FM是以牺牲有效性来换取可靠性的。因此，m_f值的选择要从通信质量和带宽限制两方面考虑。
  - 对于高质量通信（高保真音乐广播，电视伴音、双向式固定或移动通信、卫星通信和蜂窝电话系统）采用WBFM，m_f值选大些。
  - 对于一般通信，要考虑接收微弱信号，带宽窄些，噪声影响小，常选用m_f较小的调频方式。

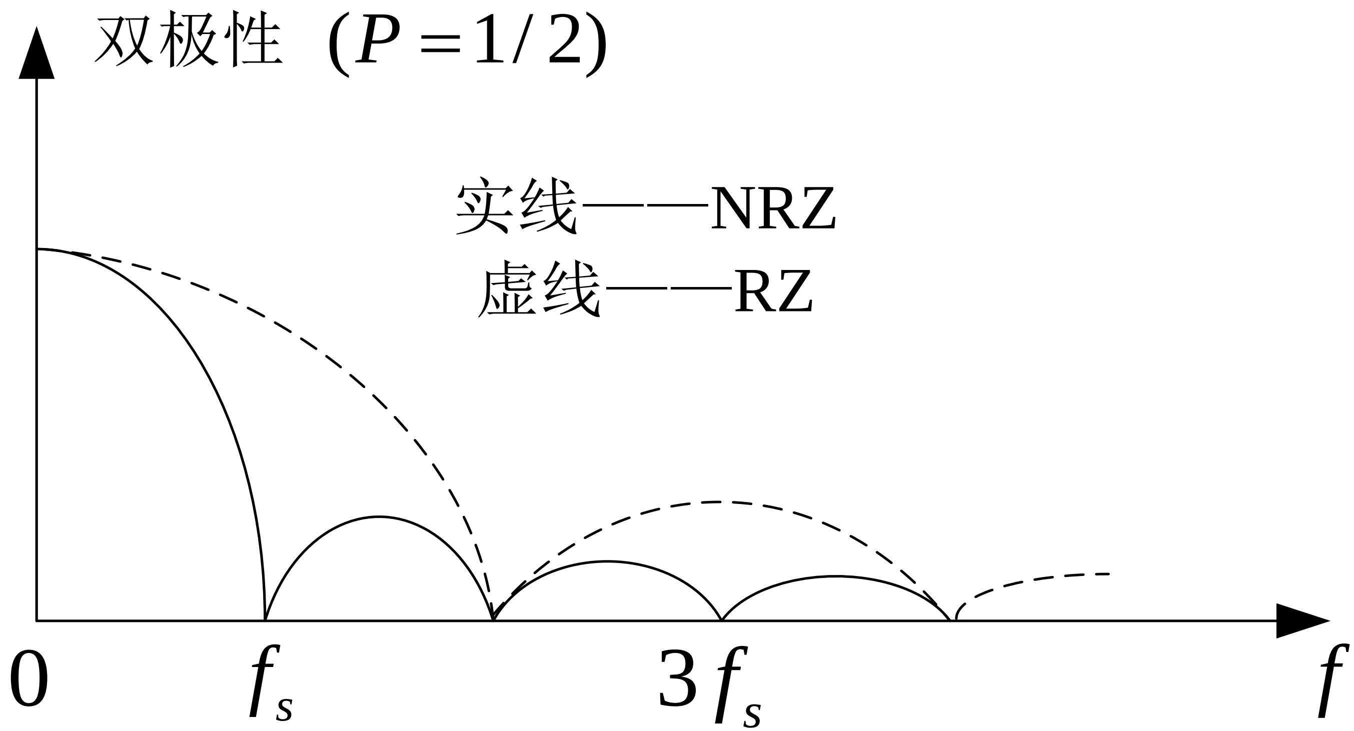
单极性信号的功率谱密度图



NRZ $$P_S(f)=\frac{1}{4}f_S T_S^2\left(\frac{\sin\pi fT_S}{\pi fT_S}\right)+\frac{1}{4}\delta(f)=\frac{T_S}{4}Sa^2(\pi fT_S)+\frac{1}{4}\delta(f)$$

RZ $$P_S(f)=\frac{T_S}{16}Sa^2(\frac{\pi fT_S}{2})+\frac{1}{16}\sum_{m=-\infty}^{\infty}Sa^2(\frac{m\pi}{2})\delta(f-mf_S)$$

双极性信号的功率谱密度



NRZ $P_S(f)=T_S Sa^2(\pi f T_S)$

RZ $P_S(f)=\frac{T_S}{4}Sa^2(\frac{\pi}{2}fT_S)$

总结—— 带宽

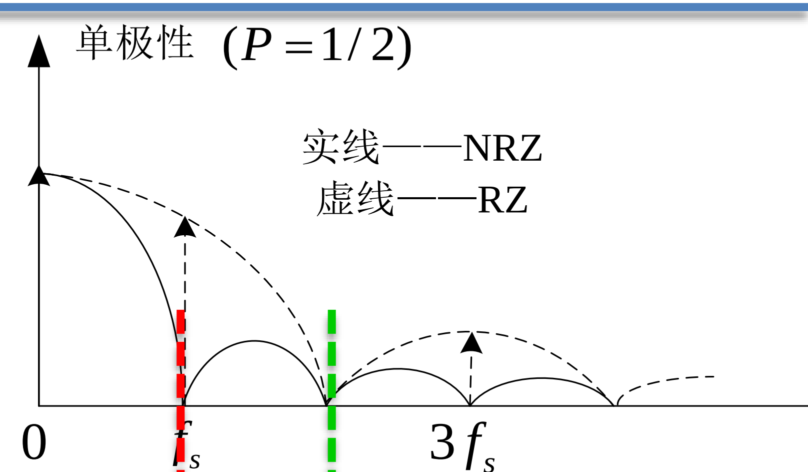
- 二进制基带信号的**带宽**主要依赖单个码元波形的频谱函数$G_1(f)$和$G_2(f)$。
  - 时间波形的**占空比越小**，占用**频带越宽**。
  - 若以谱的第1个零点计算：

NRZ$(\tau = T_s)$基带信号的带宽为

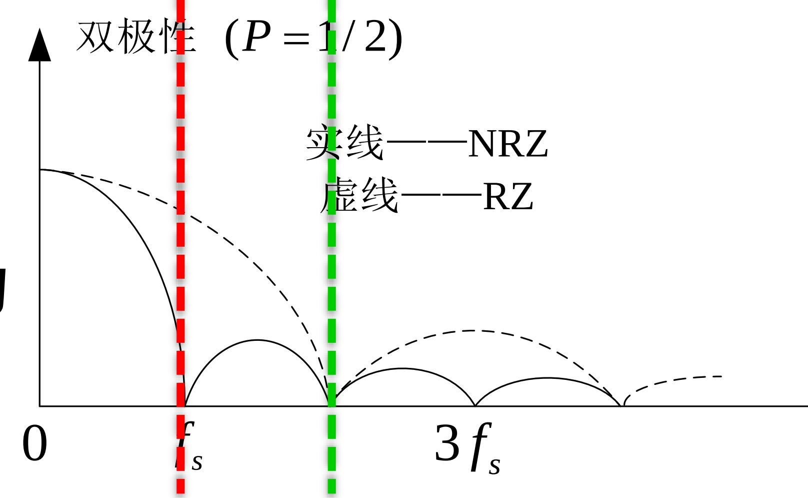
$B_S = 1/\tau = f_s$；

RZ$(\tau = T_s/2)$基带信号的带宽为

$B_S = 1/\tau = 2f_s$。



$f_s = 1/T_s$，是位定时信号的频率，数值上与码元速率R_B相等。



6.2.2几种常用的传输码型

1. AMI码：传号交替反转码

- **编码规则**：将消息码的“1”(传号)交替地变换为“+1”和“-1”，而“0”(空号)保持不变。
- **例**：
  - 消息码： 0 1 1 0 0 0 0 0 0 0 1 1 0 0 1 1 …
  - AMI码： 0 -1 +1 0 0 0 0 0 0 0 –1 +1 0 0 –1 +1…
- AMI码对应的波形
  - 是具有正、负、零三种电平的脉冲序列。
  - 可看做单极性波形的变形，“1”交替对应正负电平。

2. HDB_3码：3阶高密度双极性码

- HDB_3码：
  - 它是AMI码的一种改进型，改进目的是为了保持AMI码的优点而克服其缺点，使连“0”个数不超过3个。
- 编码规则：
  - （1）检查消息码中“0”的个数。当连“0”数目小于等于3时， HDB_3码与AMI码一样，+1与-1交替；
  - （2）连“0”数目超过3时，将每4个连“0”化作一小节，定义为B00V，称为破坏节，其中V称为破坏脉冲，而B称为调节脉冲；

HDB$_3$码编码规则（续）

可能矛盾

B00V破坏节内

- （3）V与前一个相邻的非“0”脉冲的极性相同(这破坏了极性交替的规则，所以V称为破坏脉冲)，并且要求相邻的V码之间极性必须交替。V的取值为+1或-1；
- （4）B的取值可选0、+1或-1，以使V同时满足（3）中的两个要求；
- （5）V码后面的传号码极性也要交替。

HDB$_3$码--例

- **例：**

消息码： 1 0 0 0 0　1 0 0 0 0　1　1 0 0 0 0　0 0 0 0　1　1

AMI码： -1 0 0 0 0 +1 0 0 0 0 -1 +1 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 +1

HDB码： -1 0 0 0 –V +1 0 0 0 +V -1 +1 -B 0 0 –V +B 0 0 +V -1 +1

极性同　极性同　极性同　极性同

极性交替　极性交替　极性交替

- **说明：**

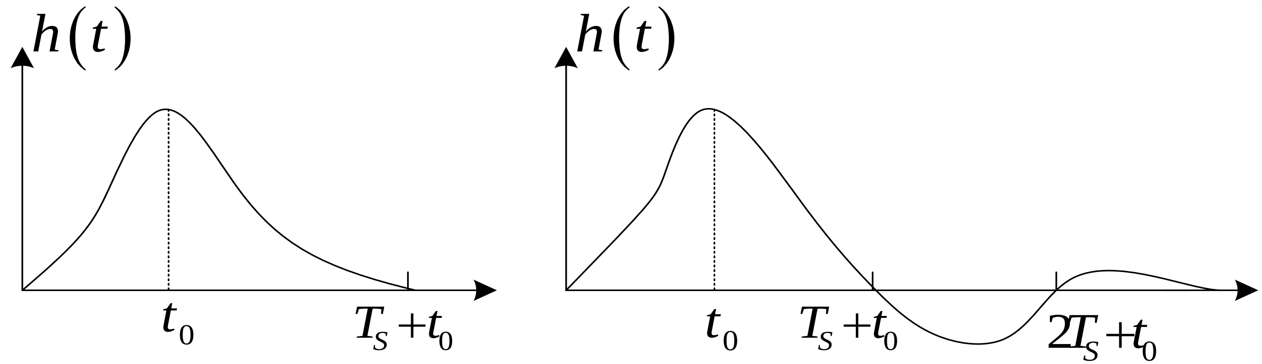
- **其中的±V脉冲和±B脉冲与±1脉冲波形相同，用V或B符号表示的目的是为了示意该非“0”码是由原信码的“0”变换而来的。**

HDB3码的译码

- HDB_3码的编码虽然比较复杂，但译码却比较简单。
- 从上述编码规则看出:
  - 每一个破坏脉冲V总是与前一非“0”脉冲同极性(包括B在内)。这就是说，从收到的符号序列中可以**容易地找到破坏点V**.
  - 于是也断定V符号及其前面的3个符号必是连“0”符号，从而**恢复4个连“0”码**
  - 再将所有**-1变成+1**后便得到原消息代码。
- **HDB_3码是目前应用最广泛的码型**

6.4.2 无码间串扰的条件

- **时域条件**



  - 如上，只要基带传输系统的冲激响应波形$h(t)$仅在本码元的抽样时刻上有最大值，并在其他码元的抽样时刻上均为0，则可消除码间串扰。
  - 假设信道和接收滤波器所造成的延迟$t_0=0$，即若对$h(t)$在时刻$t=kT_s$抽样，有下式成立

$$h(kT_s)=\begin{cases}1, & k=0\\ 0, & k\text{为其他整数}\end{cases}$$

也就是说，若$h(t)$的抽样值除了在$t=0$时不为零外，在其他所有抽样点上均为零

  - 上式称为**无码间串扰的时域条件**。

$$\frac{1}{T_S}\sum_i H(\omega+\frac{2\pi i}{T_s})=\sum_k h(kT_S)e^{-j\omega kT_S}$$

- **在无码间串扰时域条件的要求下，我们得到无码间串扰时的基带传输特性应满足**

$$h(kT_s)=\begin{cases}1, & k=0\\ 0, & k\text{为其他整数}\end{cases}$$

$$\frac{1}{T_S}\sum_i H(\omega+\frac{2\pi i}{T_s})=1 \qquad |\omega|\le\frac{\pi}{T_S}$$

- **或写成**

$$\sum_i H(\omega+\frac{2\pi i}{T_s})=T_S \qquad |\omega|\le\frac{\pi}{T_S}$$

- **上条件称为奈奎斯特(Nyquist)第一准则。**
- **基带系统的总特性*H*(*ω*)凡是能符合此要求的，均能消除码间串扰。**

频域条件的物理意义

- 怎么理解 $\sum_i H(\omega+\frac{2\pi i}{T_s})=T_S \qquad |\omega|\le\frac{\pi}{T_S}$？
- 分析：

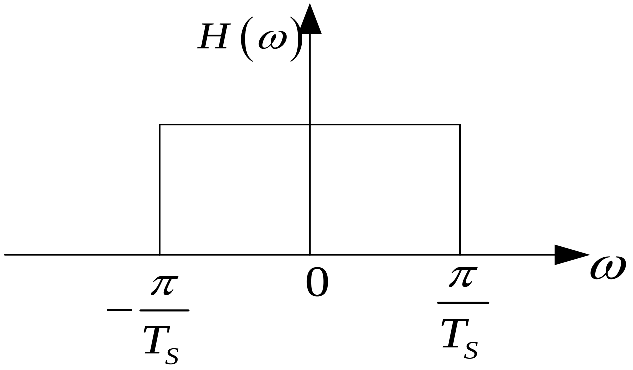
    1. 将$H(\omega)$在ω 轴上以$2\pi/T_s$为间隔切开
    2. 然后分段沿ω轴平移到$(-\pi/T_s, \pi/T_s)$区间内
    3. 将它们进行叠加
    4. 其结果应当为一常数（不必一定是T_s）。

- 这一过程可以归述为：
    - 一个实际的$H(\omega)$特性若能等效成一个理想（矩形）低通滤波器，则可实现无码间串扰。

6.4.3 无码间串扰的传输特性的设计

- **满足奈奎斯特第一准则并不是唯一的要求。如何设计或选择满足此准则的$H(\omega)$是我们接下来要讨论的问题。**
- **理想低通特性**
  - **满足奈奎斯特第一准则的H(ω)有很多种，容易想到的一种极限情况，就是H(ω)为理想低通型，即**

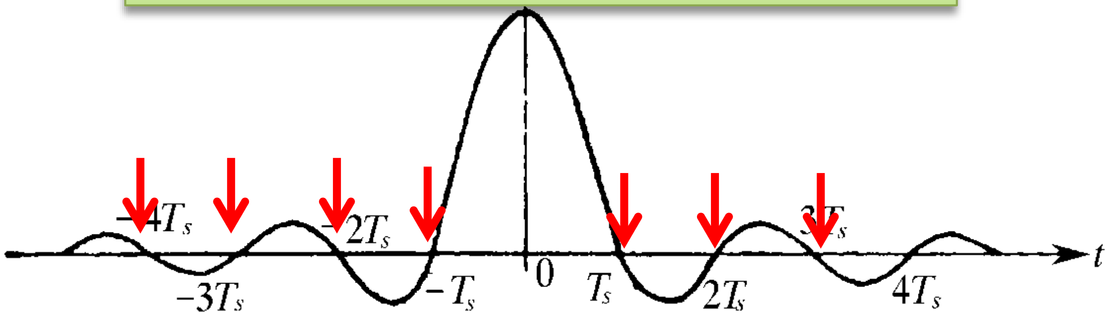
$$H(\omega)=\begin{cases} T_S, & |\omega|\le \dfrac{\pi}{T_s} \\ 0, & |\omega|>\dfrac{\pi}{T_s} \end{cases}$$



- 它的冲激响应为

$$h(t) = \frac{\sin \frac{\pi}{T_S} t}{\frac{\pi}{T_S} t} = Sa(\pi t / T_S)$$

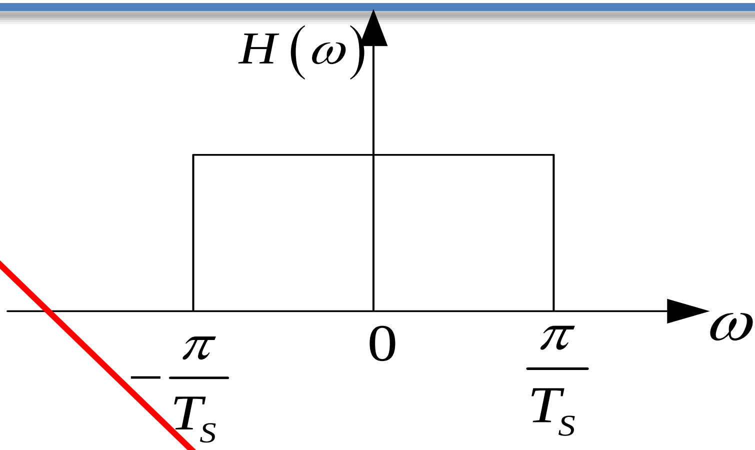
$h(t)$在$t = \pm kT_s$ (k ≠ 0)时有**周期性零点**



- 那么，当发送序列的时间间隔为T_s时，正好巧妙地利用了这些零点。
- 只要接收端在$t = kT_s$时间点上抽样，就能实现无码间串扰。

理想低通特性总结

- 对于带宽为 $\boxed{B = 1/2T_S \ \text{(Hz)}}$ 的理想低通传输特性：
  - 若输入数据以 $R_B = 1/T_s$ 波特的速率进行传输，则在抽样时刻上不存在码间串扰。
  - 若以高于 $1/T_s$ 波特的码元速率传送时，将存在码间串扰。



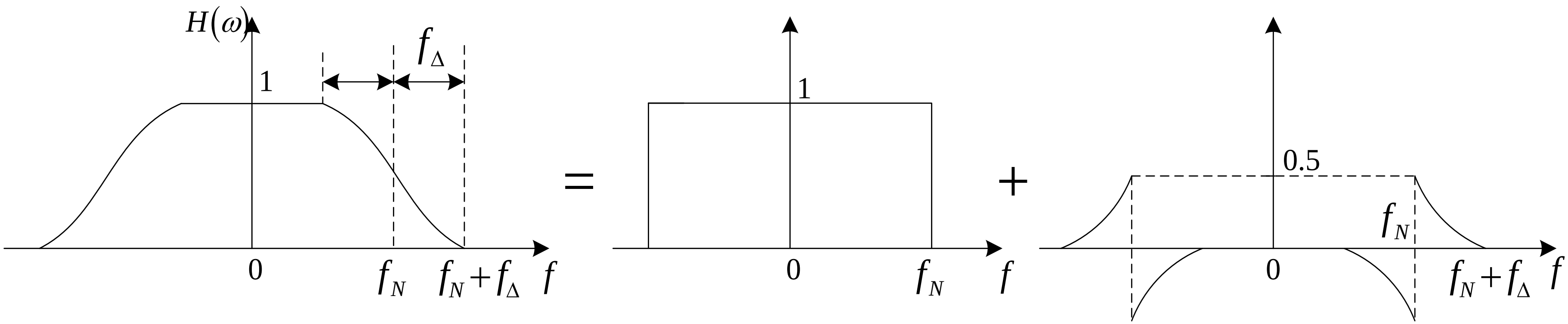
通常将此**带宽** B 称为**奈奎斯特带宽**，将 R_B 称为**奈奎斯特速率**。

此基带系统所能提供的**最高频带利用率**为

$$\eta = R_B / B = 2 \quad \text{(B/Hz)}$$

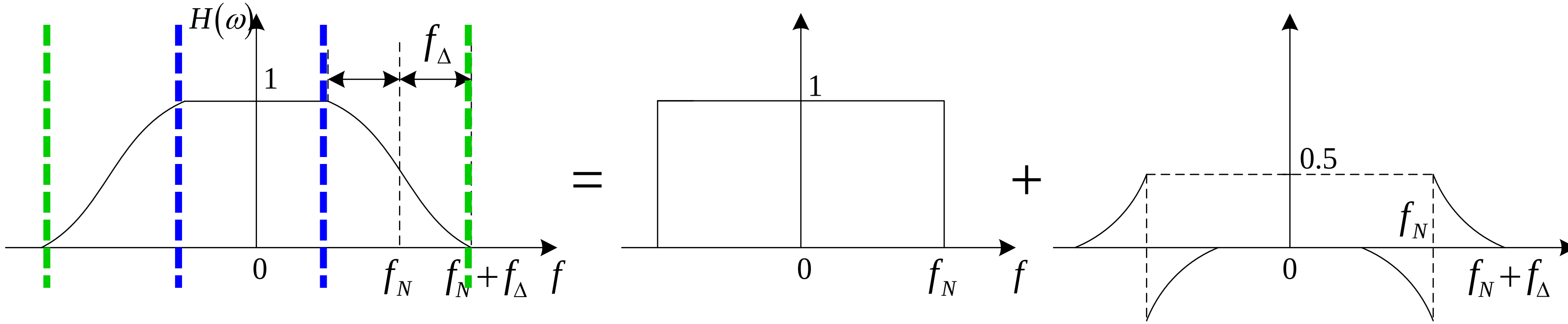
余弦滚降特性

- 为了解决理想低通特性存在的问题，可以使理想低通滤波器特性的边沿缓慢下降，这称为“滚降”。
- 一种常用的滚降特性是余弦滚降特性，如下图所示：



奇对称的余弦滚降特性

- 只要H(ω)在滚降段中心频率处（与奈奎斯特带宽相对应）呈奇对称的振幅特性，就必然可以满足奈奎斯特第一准则，从而实现无码间串扰传输。



- **按余弦特性滚降的传输函数可表示为**

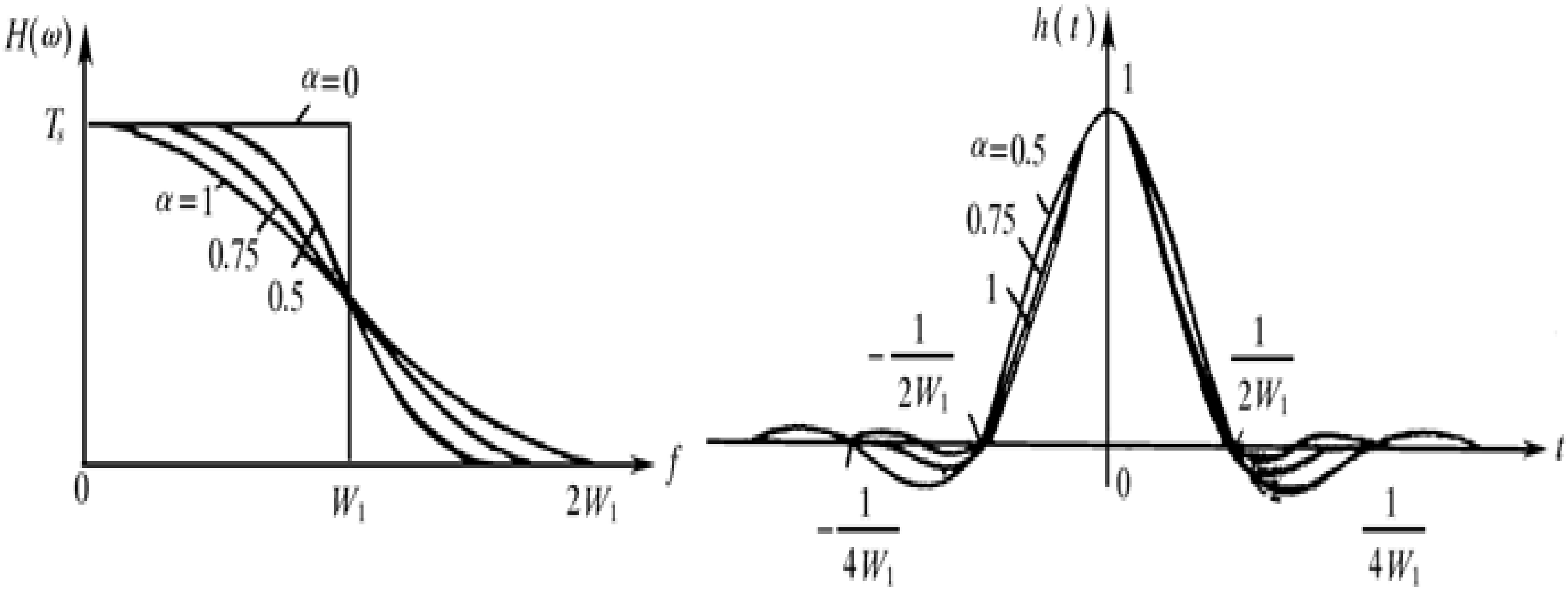
$$H(\omega)=\begin{cases} T_S, & 0\le|\omega|<\dfrac{(1-\alpha)\pi}{T_S} \\ \dfrac{T_S}{2}[1+\sin\dfrac{T_S}{2\alpha}(\dfrac{\pi}{T_S}-\omega)], & \dfrac{(1-\alpha)\pi}{T_S}\le|\omega|<\dfrac{(1+\alpha)\pi}{T_S} \\ 0, & |\omega|\ge\dfrac{(1+\alpha)\pi}{T_S} \end{cases}$$

- **相应的h(t)为**

$$h(t)=\frac{\sin \pi t/T_S}{\pi t/T_S}\cdot\frac{\cos \alpha\pi t/T_S}{1-4\alpha^2 t^2/T_S^2}$$

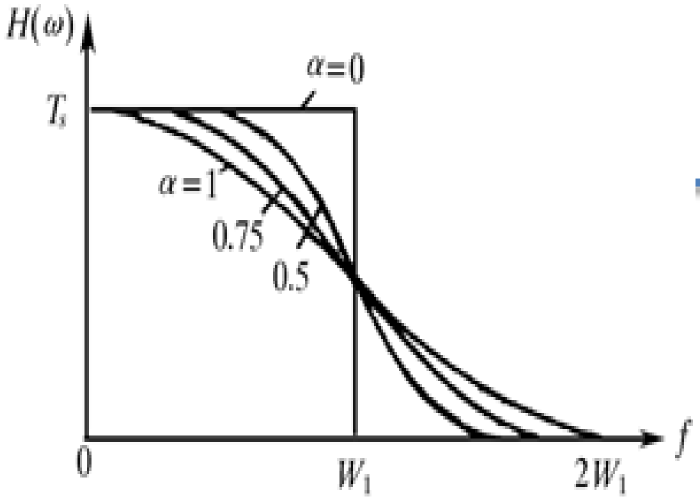
- **式中，α为滚降系数，用于描述滚降程度。**
- **定义为** $\alpha = f_\Delta / f_N$
  - **其中，**f_N **- 奈奎斯特带宽，**
  - f_Δ **- 超出奈奎斯特带宽的扩展量**

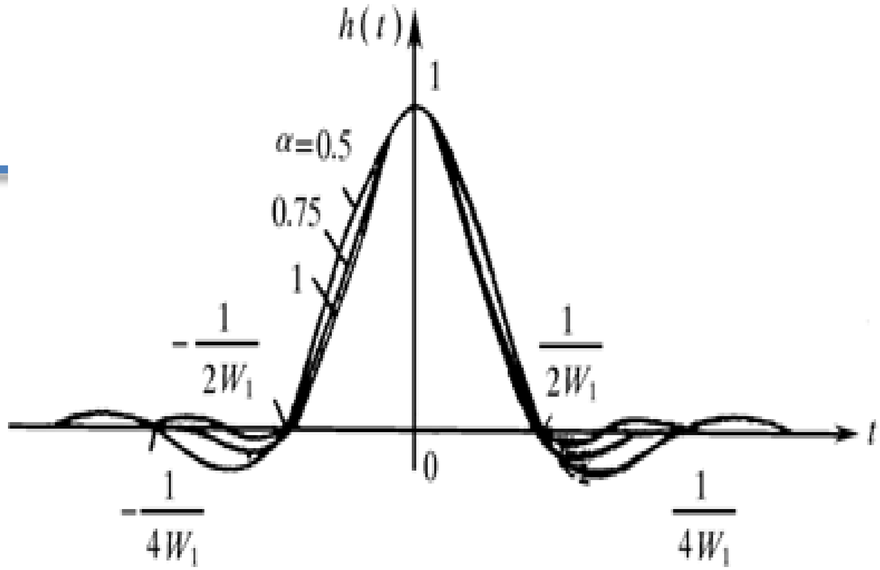
几种滚降特性和冲激响应曲线



- 滚降系数α越大，$h(t)$的**拖尾衰减越快**
- 滚降使**带宽增大**为 $B=f_N+f_\Delta=(1+\alpha)f_N$
- 余弦滚降系统的**最高频带利用率**为

$$\eta=\frac{R_B}{B}=\frac{2f_N}{(1+\alpha)f_N}=\frac{2}{(1+\alpha)}\quad \text{Bd/Hz}$$





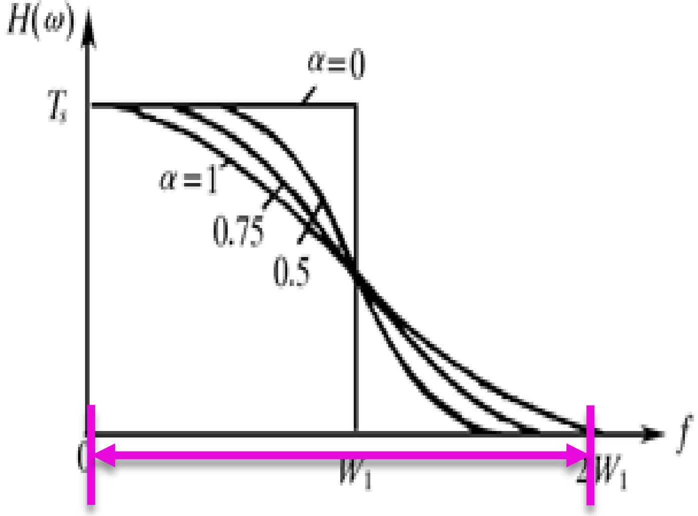
- 当α=0时，即为前面所述的**理想低通**系统；
- 当α=1时，即为**升余弦**频谱特性，这时H(ω)可表示为

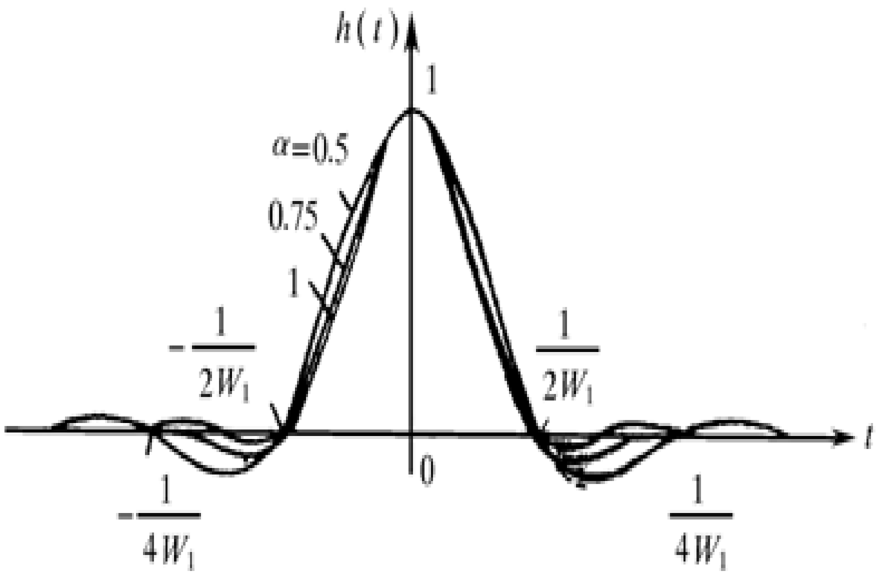
$$H(\omega)=\begin{cases}\frac{T_s}{2}(1+\cos\frac{\omega T_s}{2}), & |\omega|\le\frac{2\pi}{T_s}\\ 0, & |\omega|>\frac{2\pi}{T_s}\end{cases}$$

- 其单位冲激响应为

$$h(t)=\frac{\sin\pi t/T_s}{\pi t/T_s}\bullet\frac{\cos\pi t/T_s}{1-4t^2/T_s^2}$$

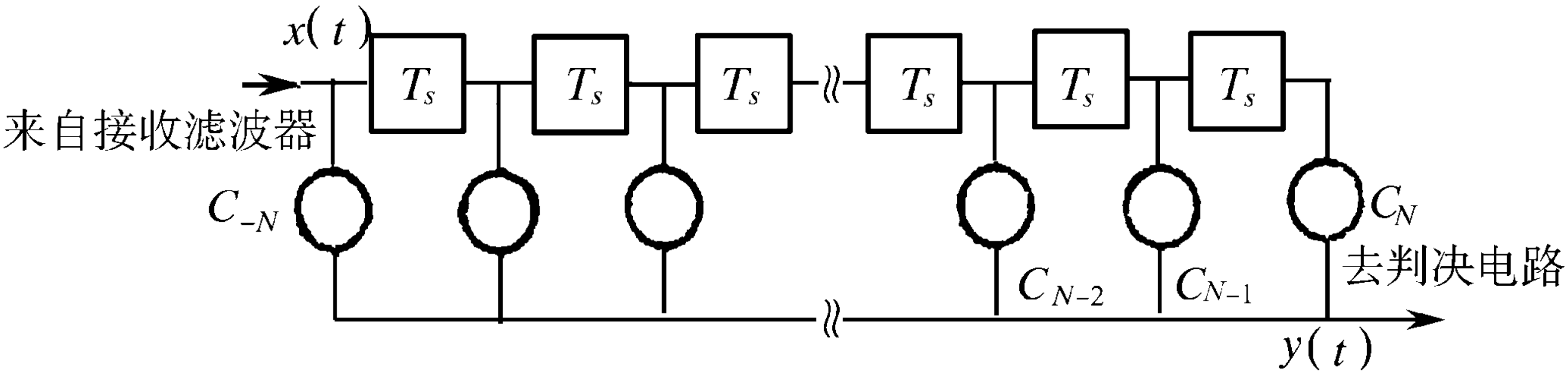
$$h(t)=\frac{\sin\pi t/T_s}{\pi t/T_s}\bullet\frac{\cos\pi t/T_s}{1-4t^2/T_s^2}$$





- **但这种系统所占频带最宽，是理想低通系统的2倍，因而频带利用率为1波特/赫，是二进制基带系统最高利用率的一半。**

有限长横向滤波器



- 设一个具有$2N+1$个抽头的有限长横向滤波器，如图示，其单位冲激响应为$e(t)$，则有

$$e(t)=\sum_{i=-N}^{N}C_i\delta(t-iT_s)$$

- 输入为$x(t)$， $x(t)$是被均衡的对象

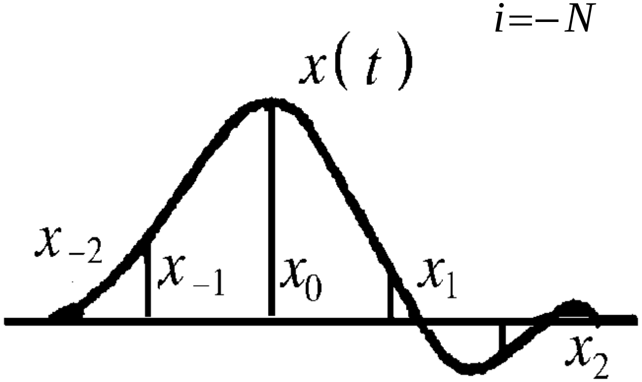
- **设*x(t)*没有附加噪声，均衡后的输出波形*y(t)*为**

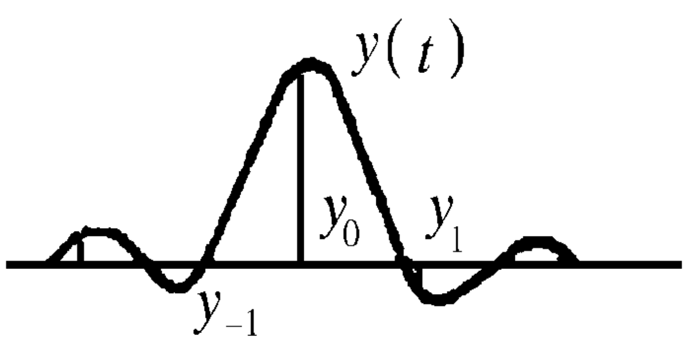
$$y(t)=x(t)*e(t)=\sum_{i=-N}^{N}C_i x(t-iT_S)$$

- **在抽样时刻$t=kT_s$（设系统无延时）上，有**

$$y\left(kT_s\right)=\sum_{i=-N}^{N}C_i x(kT_S-iT_S)=\sum_{i=-N}^{N}C_i x[(k-i)T_S]$$

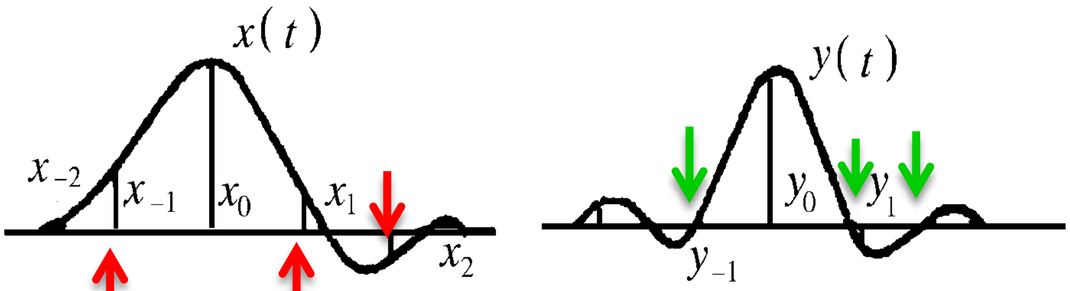
- **将其简写为** $y_k=\sum_{i=-N}^{N}C_i x_{k-i}$





$$y_k = \sum_{i=-N}^{N} C_i x_{k-i}$$

- **说明:**
  - **均衡器在第k个抽样时刻上得到的样值y_k将由$2N+1$个C_i与x_{k-i}乘积之和来确定。**



均衡前，存在码间串扰，除x_0外，其他取样时刻的x值也有非0

均衡后，若消除了码间串扰，则除y_0外，其他取样时刻的y值将全部为0

  - **显然，其中除y_0以外的所有y_k都属于波形失真引起的码间串扰。**

- **说明：**
  - 当输入波形$x(t)$给定，即各种可能的x_{k-i}确定时，通过调整C_i使指定的y_k等于零是容易办到的
  - 但同时要求所有的y_k(除$k = 0$外)都等于零却是一件很难的事。
  - 下面我们通过一个例子来说明。

例6-3

- 设有一个三抽头的横向滤波器，其C_{-1}= -1/4，C_0 = 1，C_{+1} = -1/2；均衡器输入$x(t)$在各抽样点上的取值分别为：x_{-1} = 1/4，x_0 = 1，x_{+1} = 1/2，其余都为零。试求均衡器输出$y(t)$在各抽样点上的值。

- 解： 根据式 $y_k = \sum_{i=-N}^{N} C_i x_{k-i}$ ⇒ $y_k = \sum_{i=-1}^{1} C_i x_{k-i}$
- 当k = 0 时，可得 $y_0 = \sum_{i=-1}^{1} C_i x_{-i} = C_{-1}x_1 + C_0 x_0 + C_1 x_{-1} = \frac{3}{4}$
- 当k = 1时，可得 $y_{+1} = \sum_{i=-1}^{1} C_i x_{1-i} = C_{-1}x_2 + C_0 x_1 + C_1 x_0 = 0$
- 当k = -1时，可得 $y_{-1} = \sum_{i=-1}^{1} C_i x_{-1-i} = C_{-1}x_0 + C_0 x_{-1} + C_1 x_{-2} = 0$
- 同理可y_{-2} = -1/16，y_{+2} = -1/4 ，其余均为零。

- 由此例可见，除y_0外，均衡使y_{-1}及y_1为零，但y_{-2}及y_2不为零。
- 这说明，利用有限长的横向滤波器减小码间串扰是可能的，但完全消除是不可能的。
- 所以，这里有一个问题：如何确定和调整抽头系数，获得最佳的均衡效果呢?
- 这就是下一节将讨论的主题：
- 2. 均衡准则与实现

2. 均衡准则与实现

- 问题：何为最佳均衡效果?
- ➡ 均衡的准则是什么?
- 通常采用峰值失真和均方失真来衡量。
- 峰值失真定义：

$$D=\frac{1}{y_0}\boxed{\sum_{\substack{k=-\infty\\k\neq 0}}^{\infty}|y_k|}$$

y_0是有用信号样值

除$k=0$以外的各值的绝对值之和反映了码间串扰的最大值

- 所以峰值失真D：是码间串扰最大可能值（峰值）与有用信号样值之比。
- 对于完全消除码间干扰的均衡器而言，应有$D=0$;
- 对于码间干扰不为零的场合，希望D越小越好。因此，若以峰值失真为准则调整抽头系数时，应使D最小。

1）最小峰值法——迫零调整法

- 未均衡前的**输入峰值失真**（称为初始失真）可表示为

$$D_0 = \frac{1}{x_0} \sum_{\substack{k=-\infty \\ k\neq 0}}^{\infty} |x_k|$$

- 若x_k是归一化的，且令$x_0 = 1$，则上式变为

$$D_0 = \sum_{\substack{k=-\infty \\ k\neq 0}}^{\infty} |x_k|$$

- 为方便起见，将样值y_k也归一化，且令$y_0 = 1$
- 则根据式 $$y_k = \sum_{i=-N}^{N} C_i x_{k-i}$$
- 可得 $$y_0 = \sum_{i=-N}^{N} C_i x_{-i} = 1$$

$$y_0=\sum_{i=-N}^{N}C_i x_{-i}=1 \;\Rightarrow\; C_0x_0+\sum_{\substack{i=-N\\k\neq 0}}^{N}C_i x_{-i}=1 \;\Rightarrow\; C_0=1-\sum_{\substack{i=-N\\k\neq 0}}^{N}C_i x_{-i}$$

代入

$$y_k=\sum_{i=-N}^{N}C_i x_{k-i}$$

$$y_k=\sum_{\substack{i=-N\\k\neq 0}}^{N}C_i(x_{k-i}-x_k x_{-i})+x_k$$

- **代入式峰值失真定义式：** $D=\frac{1}{y_0}\sum_{\substack{k=-\infty\\k\neq 0}}^{\infty}|y_k|$

- **得到** $D=\sum_{\substack{k=-\infty\\k\neq 0}}^{\infty}\left|\sum_{\substack{i=-N\\k\neq 0}}^{N}C_i(x_{k-i}-x_k x_{-i})+x_k\right|$

  - **可见: 在输入序列$\{x_k\}$给定的情况下，峰值畸变D是各抽头系数C_i(除C_0外)的函数。**

  - **显然，求解使D最小的C_i是我们所关心的。**

求D最小值

- **Lucky曾证明：如果初始失真D_0<1,则D的最小值必然发生在y_0前后的y_k都等于零的情况下。**
- **即所求的系数$\{C_i\}$应该是下式**

$$y_k=\begin{cases}0 & 1\le |k|\le N\\ 1 & k=0\end{cases}$$

- **成立时的2N+1个联立方程的解。**
- **这2N+1个线性方程为**

$$\begin{cases}\sum_{i=-N}^{N}C_i x_{k-i}=0, & k=\pm1,\pm2,\cdots,\pm N\\ \sum_{i=-N}^{N}C_i x_{-i}=1, & k=0\end{cases}$$

- **写成矩阵形式**

$$\begin{bmatrix} x_0 & x_{-1} & \cdots & x_{-2N} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ x_N & x_{N-1} & \cdots & x_{-N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{2N} & x_{2N-1} & \cdots & x_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{-N} \\ C_{-N+1} \\ \vdots \\ C_0 \\ \vdots \\ C_{N-1} \\ C_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

- **物理意义：**
  - **在输入序列$\{x_k\}$给定时，如果按上式方程组调整或设计各抽头系数C_i，可迫使均衡器输出的各抽样值y_k为零。这种调整叫做“迫零”调整，所设计的均衡器称为“迫零”均衡器。**
  - **它能保证在D_0<1时，调整除C_0外的$2N$个抽头增益，并迫使y_0前后各有N个取样点上无码间串扰，此时D取最小值，均衡效果达到最佳。**

例6-4

- 设计一3个抽头的迫零均衡器以减小码间串扰。已知$x_{-2}=0$，$x_{-1}=0.1$，$x_0=1$，$x_1=-0.2$，$x_2=0.1$，求3个抽头的系数，并计算均衡前后的峰值失真。

- 解：根据矩阵公式和2N+1=3，列出矩阵方程为

$$\begin{bmatrix} x_0 & x_{-1} & x_{-2} \\ x_1 & x_0 & x_{-1} \\ x_2 & x_1 & x_0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} C_{-1} \\ C_0 \\ C_1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- 将样值代入上式，可列出方程组

$$\begin{cases} C_{-1}+0.1C_0 = 0 \\ -0.2C_{-1}+C_0+0.1C_1 = 1 \\ 0.1C_{-1}-0.2C_0+C_1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} C_{-1} &= -0.09606, \\ C_0 &= 0.9606, \\ C_1 &= 0.2017 \end{aligned}$$

- **代入式** $y_k = \sum_{i=-N}^{N} C_i x_{k-i}$

- **可算出** $y_{-1} = 0,\quad y_0 = 1,\quad y_1 = 0$

  $y_{-3} = 0,\quad y_{-2} = 0.0096,\quad y_2 = 0.0557,\quad y_3 = 0.02016$

- **输入峰值失真为** $D_0 = \frac{1}{x_0} \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}}^{\infty} |x_k| = 0.4$

- **输出峰值失真为** $D = \frac{1}{y_0} \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}}^{\infty} |y_k| = 0.0869$

- **均衡后的峰值失真减小4.6倍。**

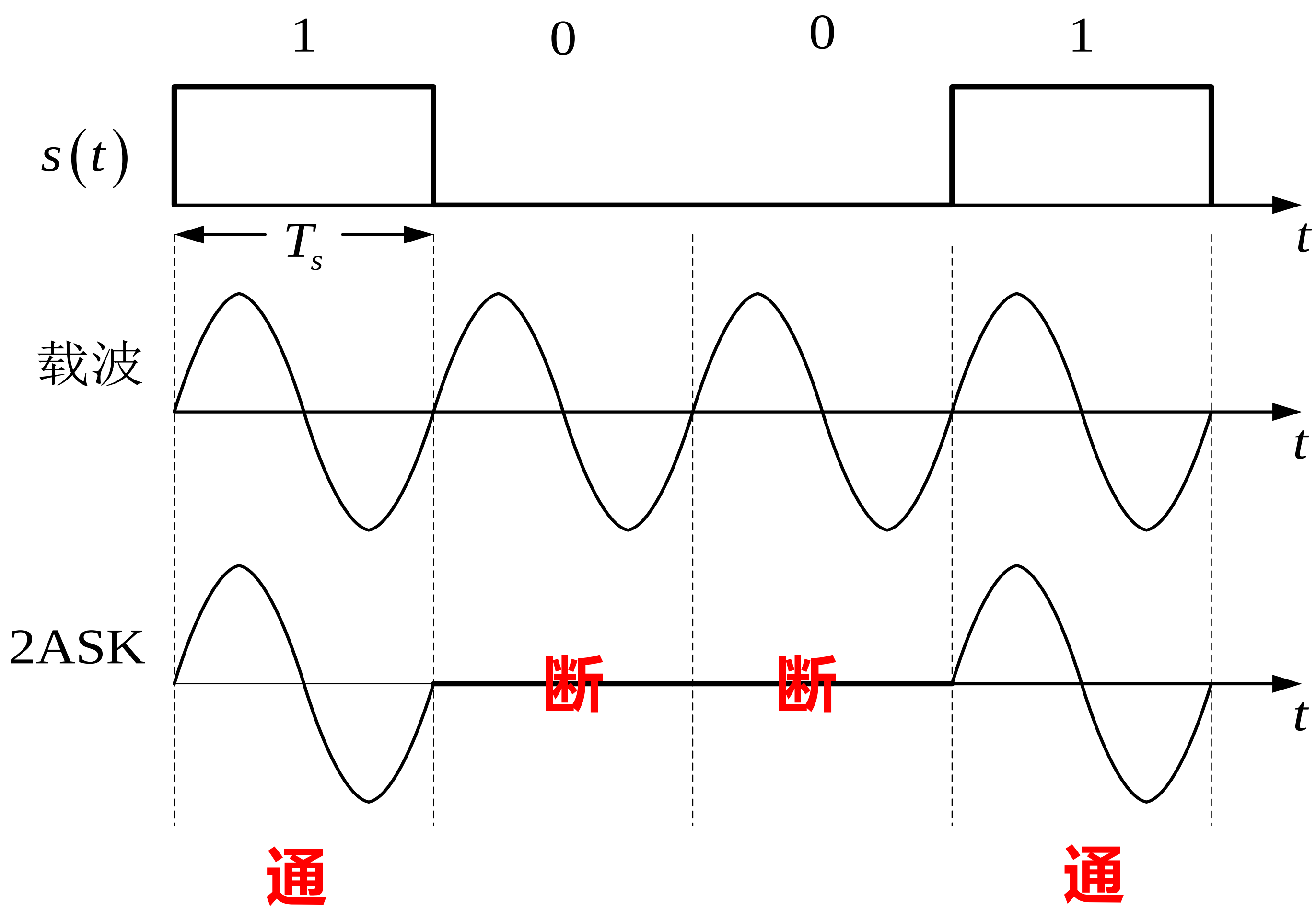
1. 2ASK 基本原理

- **振幅键控：**
  - 利用载波的**幅度变化**来传递数字信息，其**频率和初始相位保持不变**。
- **二进制振幅键控2ASK**
  - 基带信号二进制：“0”和“1” ⇒ 振幅仅**两种**变化
  - “通-断键控(OOK)”信号：

是常用的、最简单的2ASK键控方式

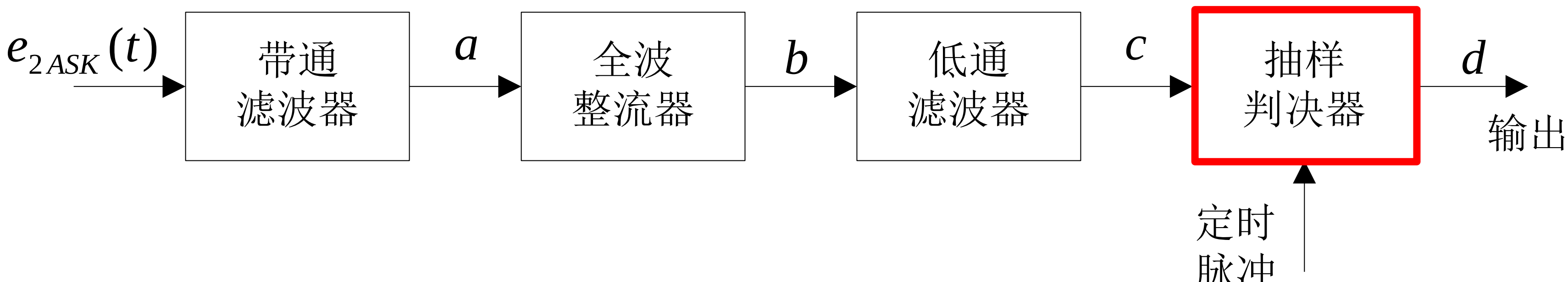
$$e_{\mathrm{OOK}}(t)=\begin{cases}A\cos\omega_c t, & \text{通 以概率P发送“1”时}\\ 0, & \text{断 以概率}1-\text{P发送“0”时}\end{cases}$$

“通-断键控(OOK)”信号波形



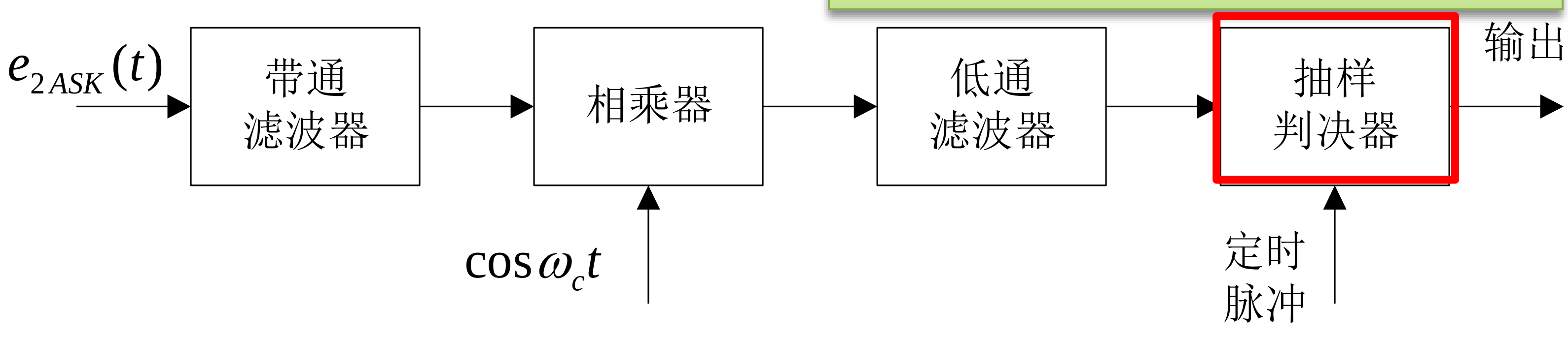
2ASK信号解调方法

- **与AM信号解调方法一样**
  - **非相干解调(包络检波法)**

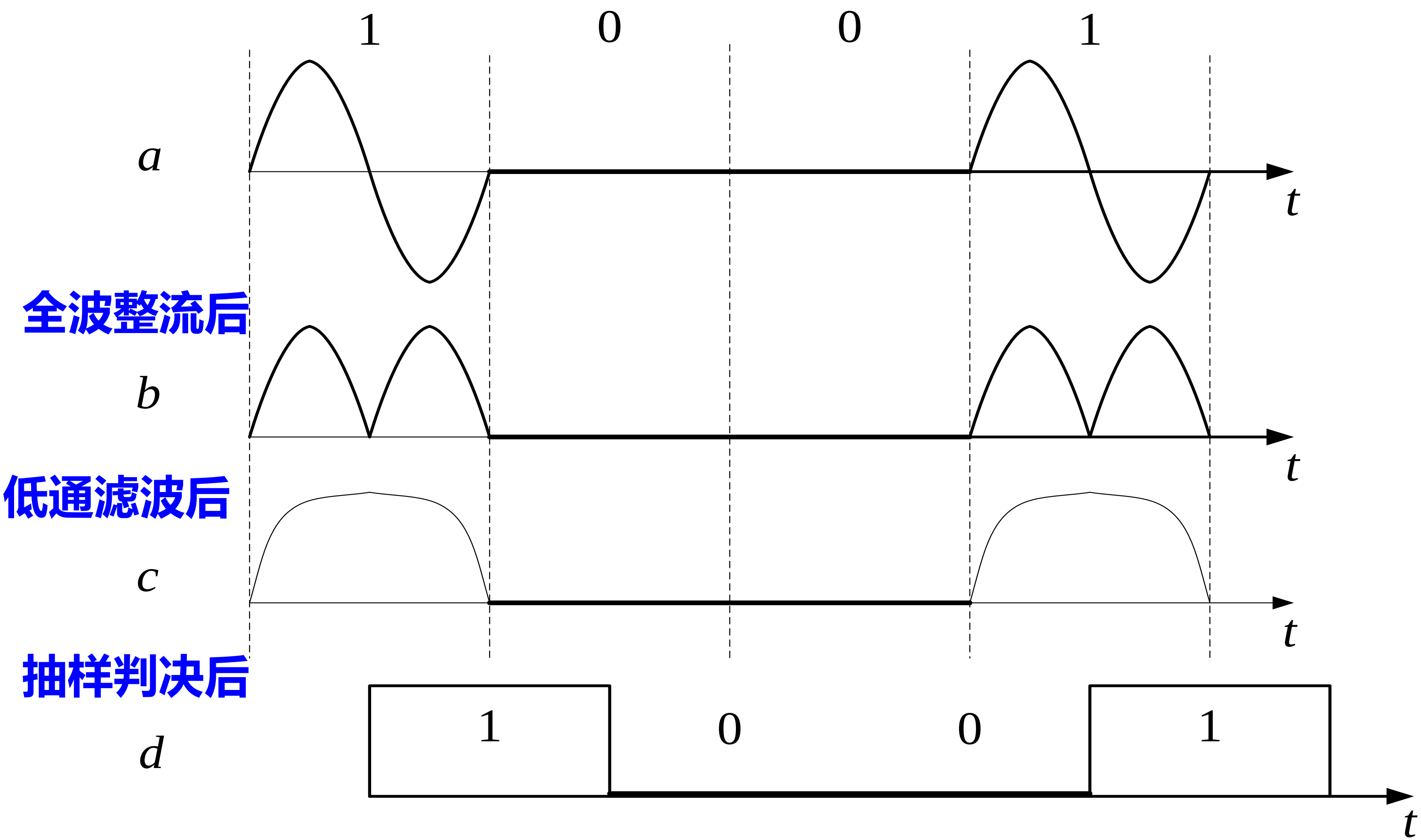


  - **相干解调(同步检测法)**

增加抽样判决器：提高数字信号的接收性能



非相干解调过程的时间波形

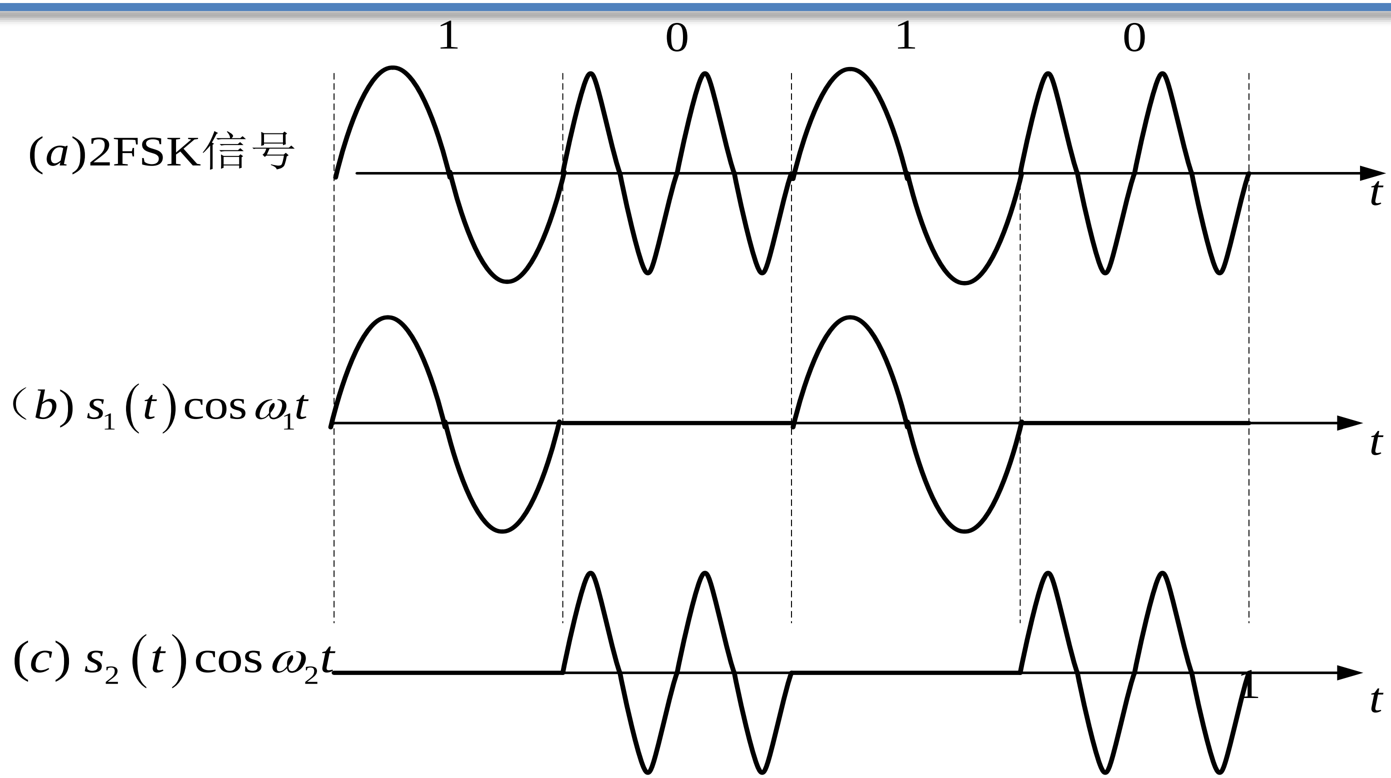


7.1.2 二进制频移键控（2FSK）

- **1. 基本原理**
  - **频移键控**：利用**载波频率变化**来传递数字信息。
  - 在2FSK中：载波的频率随**二进制**基带信号在f_1和f_2两**个频率点**间变化。
  - 故其表达式为

$$e_{2FSK}(t)=\begin{cases} A\cos(\omega_1 t+\varphi_n), & \text{发送“1”时} \\ A\cos(\omega_2 t+\theta_n), & \text{发送“0”时} \end{cases}$$

典型波形



- 由图可见，2FSK 信号的波形(a)可以分解为波形(b)和波形（c）
- 也就是说，一个2FSK信号可以看成是两个不同载频的2ASK信号的叠加。

- **因此，2FSK信号的时域表达式又可写成**

$$e_{2FSK}(t)=\left[\sum_n a_n g(t-nT_s)\right]\cos(\omega_1 t+\varphi_n)+\left[\sum_n \bar{a}_n g(t-nT_s)\right]\cos(\omega_2 t+\theta_n)$$

2ASK信号1　　+　　2ASK信号2

  - **式中： g(t) - 单个矩形脉冲， T_s - 脉冲持续时间；**
  - **2个2ASK信号中：**

$$a_n=\begin{cases}1, & 概率为 P\\ 0, & 概率为 1-P\end{cases}\qquad \bar{a}_n=\begin{cases}1, & 概率为 1-P\\ 0, & 概率为 P\end{cases}$$

  - **互为反码**
  - **φ_n和θ_n分别是第n个信号码元（1或0）的初始相位，通常可令其为零（不携信息）。**

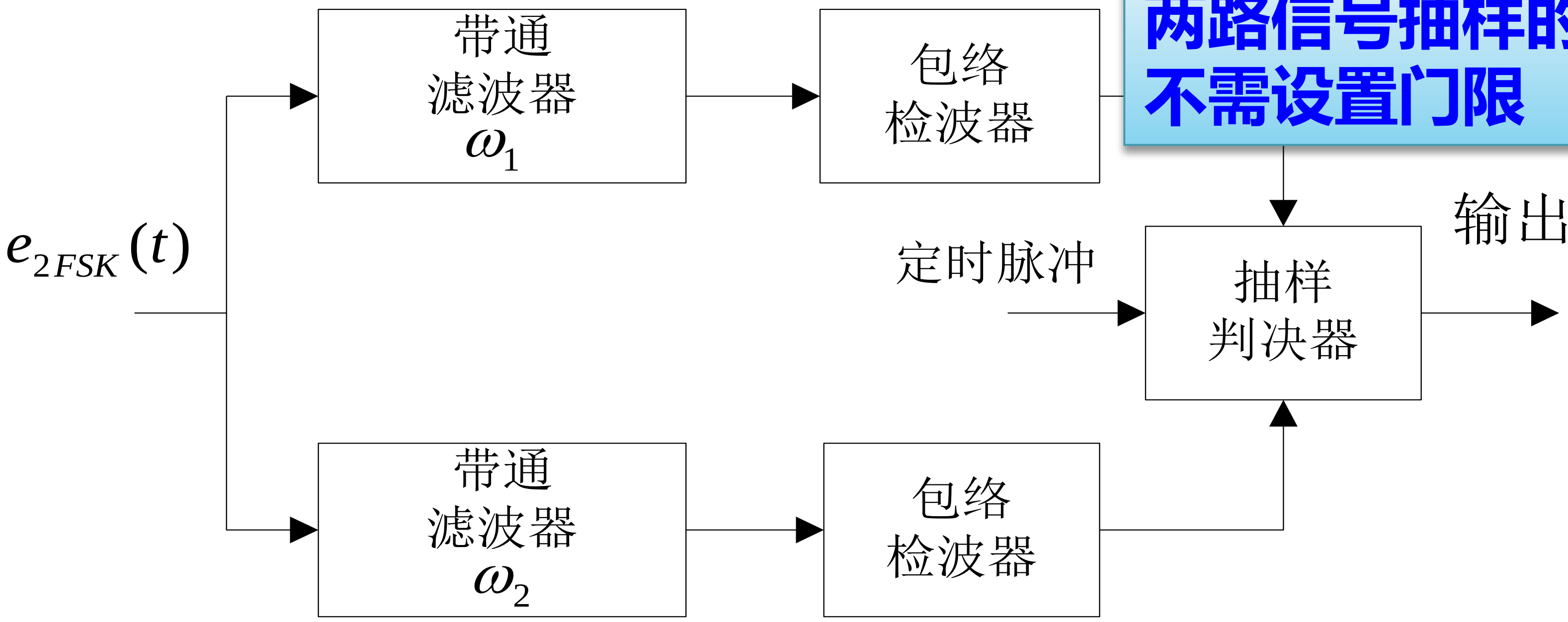
2FSK信号的解调方法

- **解调原理：**

  2FSK分解成两路2ASK信号进行解调，最后判决

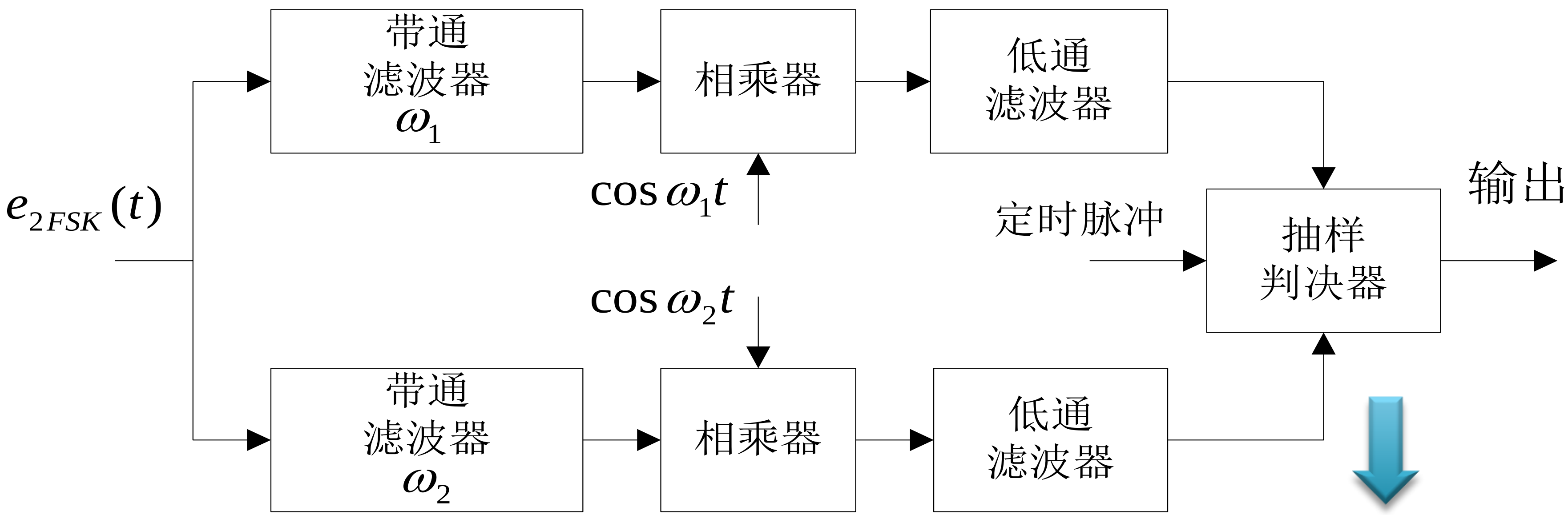
- **非相干解调**

此处判决是直接比较两路信号抽样的大小，不需设置门限



2FSK信号的解调方法--相干解调

- **相干解调**



此处判决是直接比较两路信号抽样的大小，不需设置门限

7.1.3 二进制相移键控（2PSK）

- **2PSK信号的表达式：**
  - **在2PSK中，通常用初始相位0和π分别表示二进制“1”和“0”。因此，2PSK信号的时域表达式为**

$$e_{2PSK}(t) = A\cos(\omega_c t + \varphi_n)$$

  - **式中，φ_n表示第n个符号的绝对相位：**

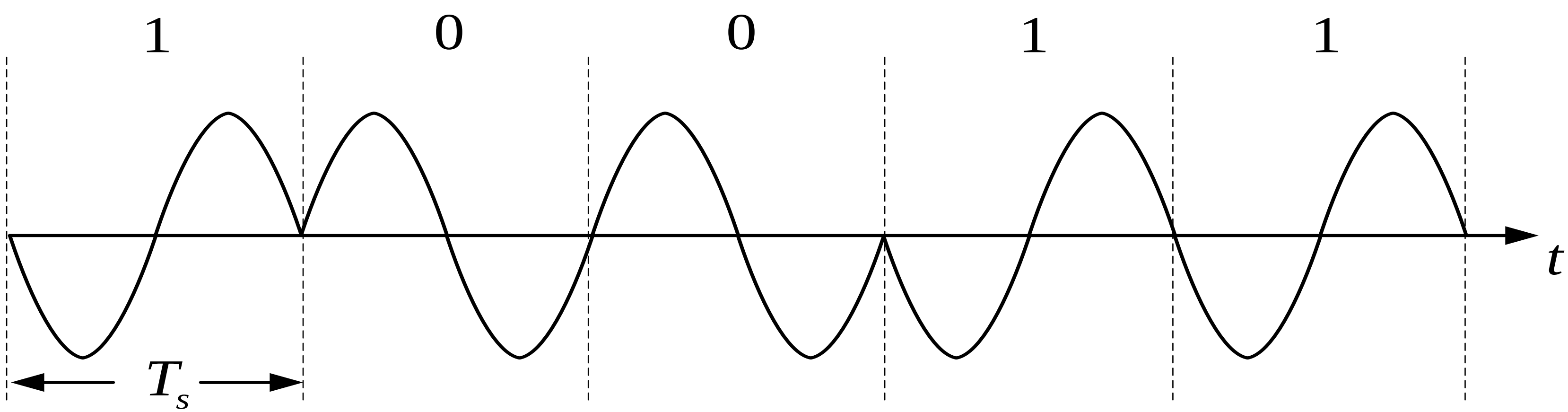
$$\varphi_n = \begin{cases} 0, & \text{发送“0”时} \\ \pi, & \text{发送“1”时} \end{cases}$$

  - **因此，上式可以改写为**

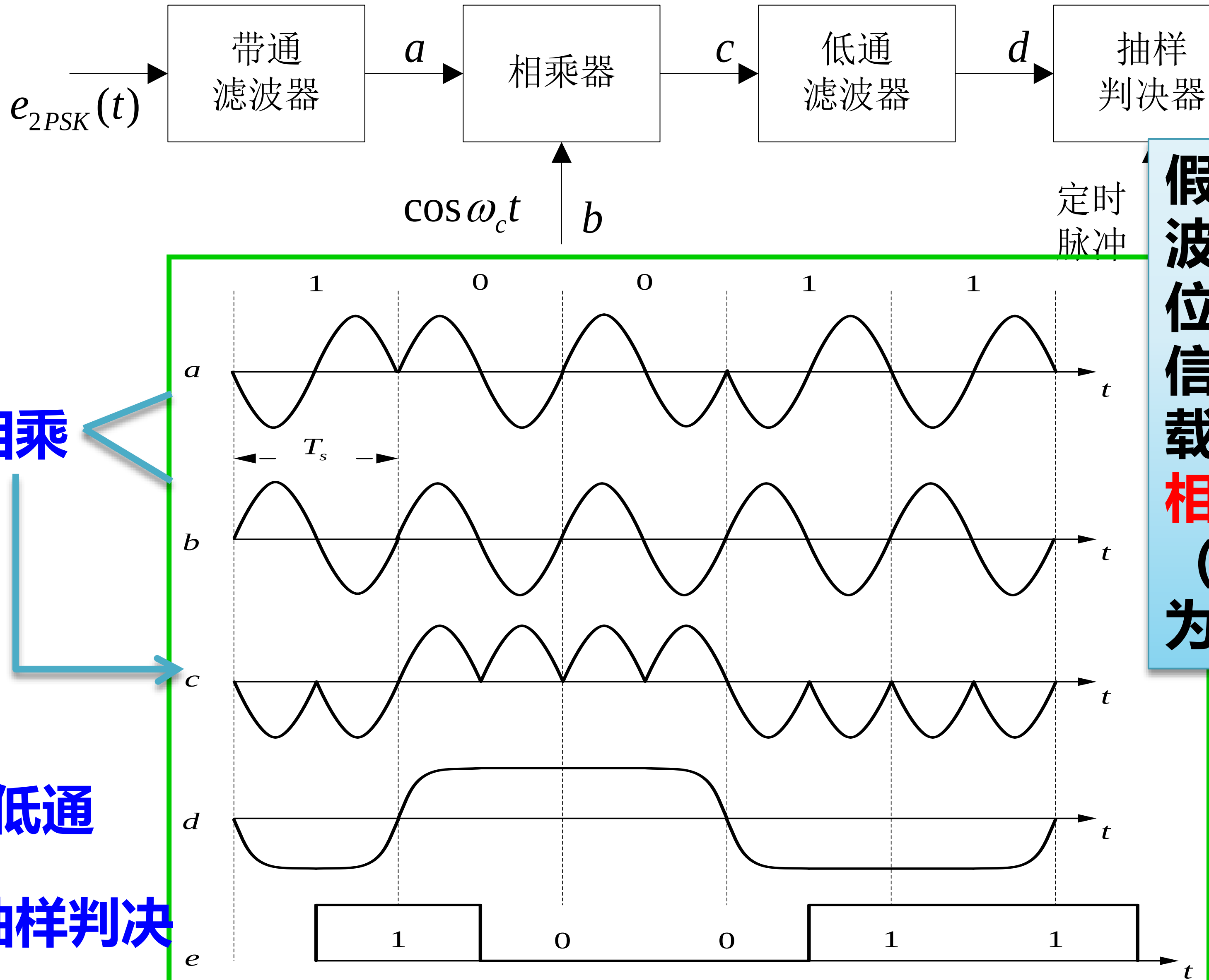
$$e_{2PSK}(t) = \begin{cases} A\cos\omega_c t, & \text{概率为 } P \\ -A\cos\omega_c t, & \text{概率为 } 1-P \end{cases}$$

两种码元的波形相同，极性相反

- **这种以载波的不同相位直接去表示相应二进制数字信号的调制方式，称为二进制绝对相移方式。**
- **典型波形**



2PSK信号的解调器原理方框图和波形图



相乘

低通

抽样判决

假设相干载波的基准相位与2PSK信号的调制载波的基准**相位一致**（通常默认为0相位）

7.1.4 二进制差分相移键控（2DPSK）

- **2DPSK原理**
  - 2DPSK是利用前后相邻码元的载波**相对相位变化**传递数字信息，所以又称**相对相移键控**。
  - 假设$\Delta\varphi$为当前码元与前一码元的载波相位差，定义数字信息与$\Delta\varphi$之间的关系为

$$\Delta\varphi=\begin{cases}0, & \text{表示数字信息“0”}\\ \pi, & \text{表示数字信息“1”}\end{cases}$$

例：

- **二进制数字信息与对应2DPSK信号的载波相位**

二进制数字信息：		1	1	0	1	0	0	1	1	0
2DPSK信号相位：	(0)	π	0	0	π	π	π	0	π	π
或	(π)	0	π	π	0	0	0	π	0	0

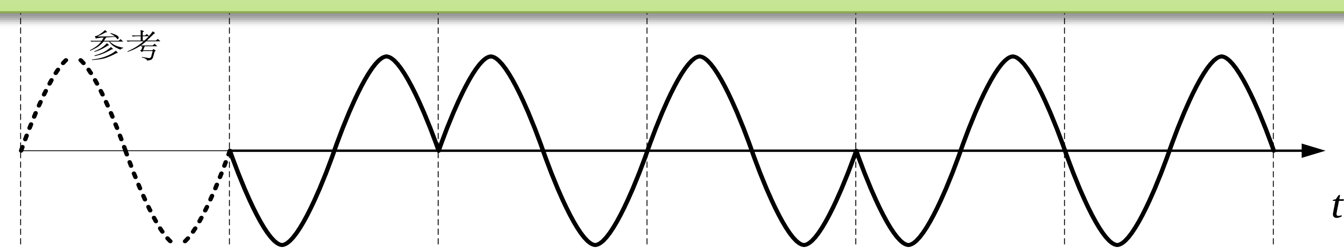
为什么两种?

初始相位不同，2DPSK信号的相位可以不同。

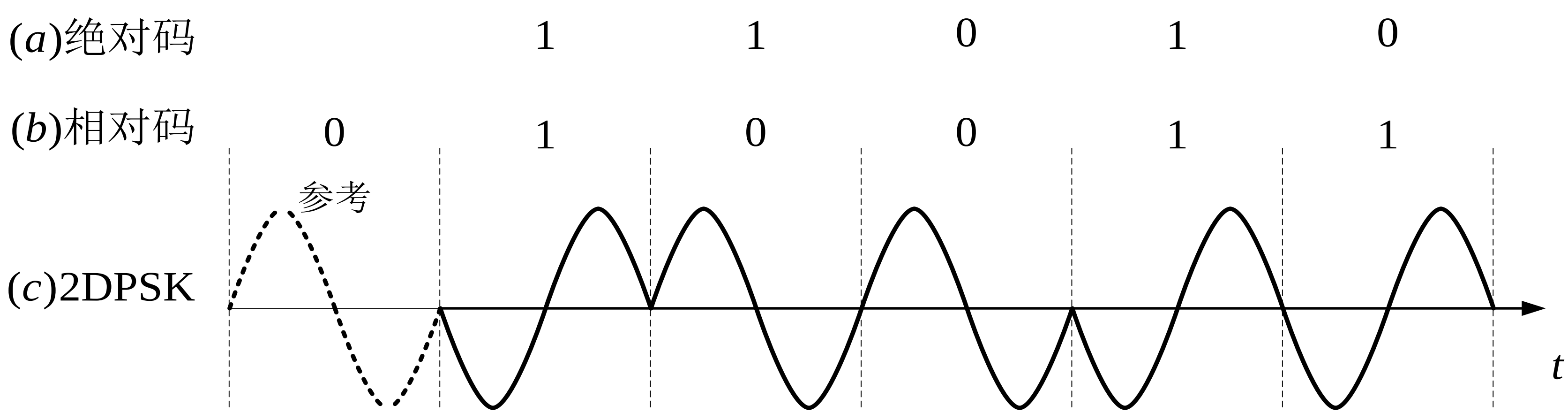
例子说明：

2DPSK信号的相位并不直接代表基带信号，而前后码元的相对相位才决定信息符号

(c)2DPSK



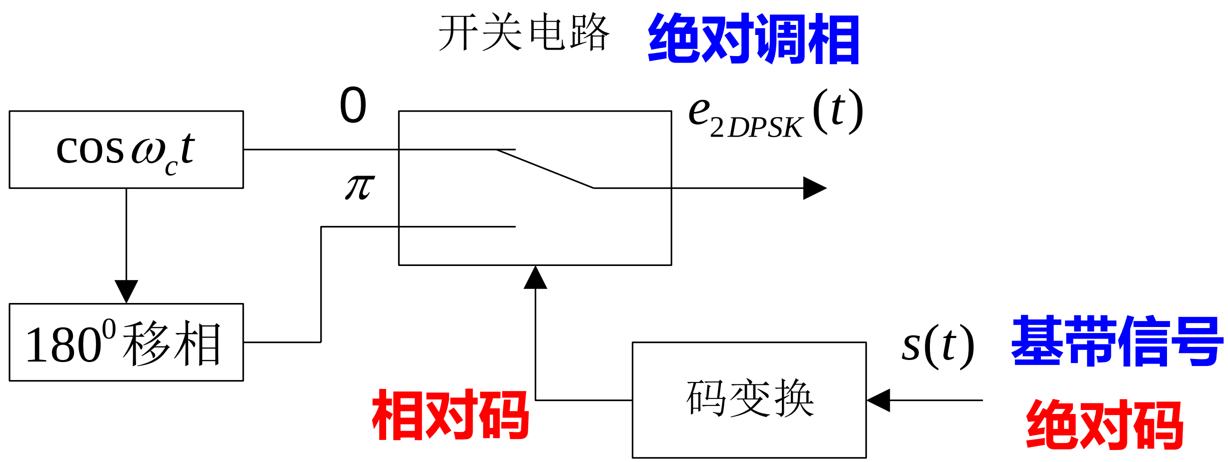
2DPSK信号的产生方法



- **由图可见：两步**
  - **先对二进制数字基带信号进行差分编码：把表示数字信息序列的绝对码 ⟶ 相对码（差分码）**
  - **然后再根据相对码进行绝对调相，从而产生二进制差分相移键控信号。**

上图中使用的是传号差分码，即载波的相位遇到原数字信息“1”变化，遇到“0”则不变。

2DPSK信号调制器原理方框图



- **差分码：可取传号差分码或空号差分码。其中，传号差分码的编码规则为**

$$b_n = a_n \oplus b_{n-1}$$

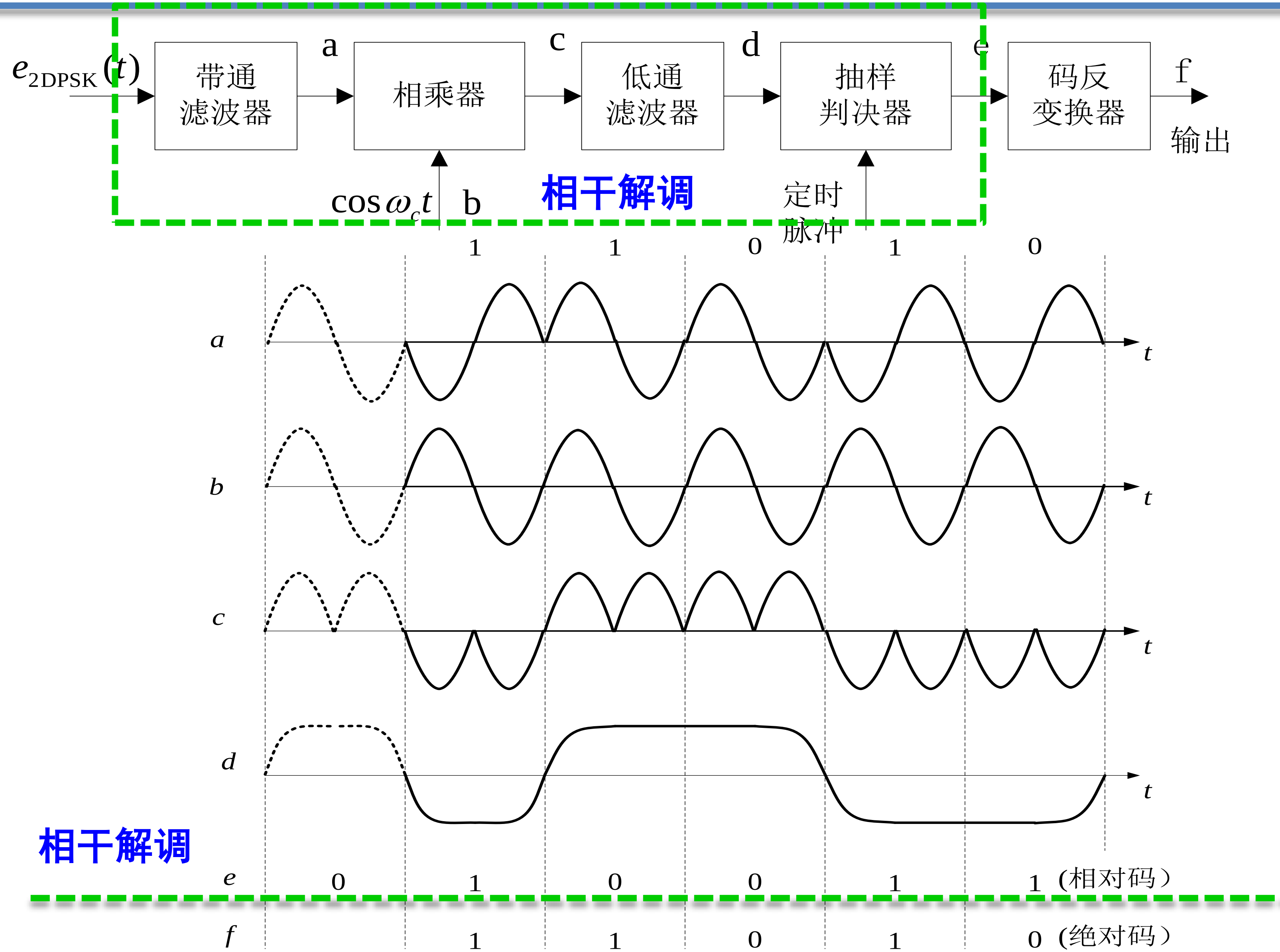
- **式中，$\oplus$为模2加，b_{n-1}为b_n的前一码元，最初的b_{n-1}可任意设定。**
- **上式的逆过程称为差分译码（码反变换），即**

$$a_n = b_n \oplus b_{n-1}$$

2DPSK信号的解调方法之一

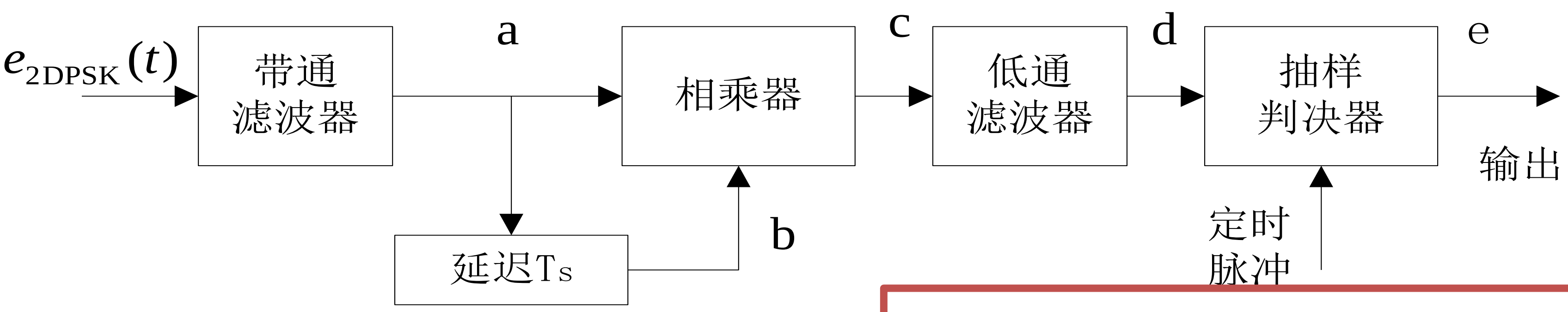
- **相干解调(极性比较法)加码反变换法**
- **原理:**
  - **第一步**：先对2DPSK信号进行相干解调，恢复出相对码
  - **第二步**：再经码反变换器变换为绝对码，从而恢复出发送的二进制数字信息。
  - 在解调过程第一步中，由于载波相位模糊性的影响，使得解调出的相对码也可能是“1”和“0”倒置
  - 但经差分译码（码反变换）得到的绝对码不会发生任何倒置的现象，从而解决了载波相位模糊性带来的问题。

2DPSK的相干解调器原理图和各点波形



2DPSK信号的解调方法之二：

- **差分相干解调(相位比较）法**



故解调器中不需要码反变换器

注意：

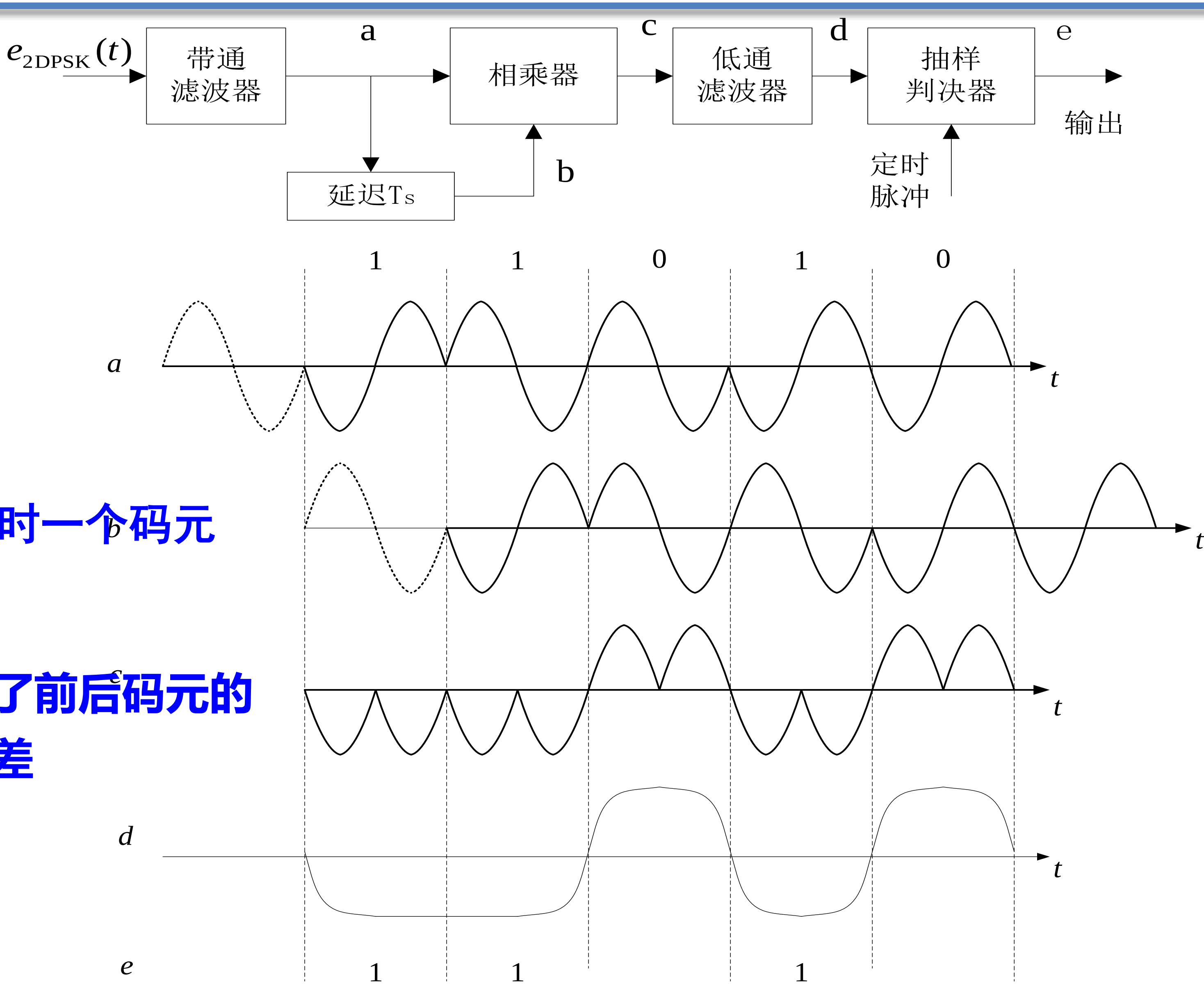
用这种方法解调时不需要专门的相干载波

而是，由收到的2DPSK信号延时一个码元间隔，然后与2DPSK信号本身相乘。

相乘器：起着相位比较的作用，相乘结果反映了前后码元的相位差

经低通滤波后再抽样判决，即可直接恢复出原始数字信息

差分相干解调(相位比较）法



延时一个码元

反映了前后码元的相位差

2ASK解调抗噪性能比较

- **相干解调（同步检波）**

$$P_e = \frac{1}{2} erfc\left(\sqrt{\frac{r}{4}}\right)$$

- **包络检波**

$$P_e = \frac{1}{4} erfc\left(\sqrt{\frac{r}{4}}\right) + \frac{1}{2} e^{-r/4}$$

相同的信噪比条件下，同步检测的抗噪性能优于包络检波

- **当$r >> 1$，即大信噪比时**

$$P_e \approx \frac{1}{\sqrt{\pi r}} e^{-r/4}$$

但大信噪比时，两者性能相差不大

- **当$r \to \infty$时，上式的下界**

$$P_e = \frac{1}{2} e^{-r/4}$$

包络检波法不需要相干载波，因而设备比较简单。

包络检波法存在门限效应，同步检测法无门限效应。

例7.2.1

- 设有一2ASK信号传输系统，其码元速率为$R_B = 4.8 \times 10^6$波特，发“1”和发“0”的概率相等，接收端分别采用同步检测法和包络检波法解调。已知接收端输入信号的幅度$a = 1\ \text{mV}$，信道中加性高斯白噪声的单边功率谱密度$n_0 = 2 \times 10^{-15}$ W/Hz 。试求
- (1) 同步检测法解调时系统的误码率；
- (2) 包络检波法解调时系统的误码率。

- **分析**：要求取误码率 → 则需要知道信噪比
- 又因为信号幅度已知 → 则要计算噪声功率

例 续

- **求噪声功率：**
  - 根据2ASK信号的频谱可知，2ASK信号所需的传输带宽近似为码元速率的两倍，所以接收端带通滤波器带宽为

$$B = 2R_B = 9.6 \times 10^6 \text{ Hz}$$

  - 带通滤波器输出噪声平均功率为

$$\sigma_n^2 = \mathrm{n}_0 B = 1.92 \times 10^{-8} \text{ W}$$

- **信噪比为**

$$r = \frac{a^2}{2\sigma_n^2} = \frac{1 \times 10^{-6}}{2 \times 1.92 \times 10^{-8}} \approx 26 >> 1$$

例 续

- 于是，同步检测法解调时系统的误码率为

$$P_e \approx \frac{1}{\sqrt{\pi r}} e^{-r/4} = \frac{1}{\sqrt{3.1416 \times 26}} \times e^{-6.5} = 1.66 \times 10^{-4}$$

- 包络检波法解调时系统的误码率为

$$P_e = \frac{1}{2} e^{-r/4} = \frac{1}{2} e^{-6.5} = 7.5 \times 10^{-4}$$

- **可见**：
- 在大信噪比的情况下，包络检波法解调性能接近同步检测法解调性能。

2FSK解调性能比较

- **相干解调（同步检波）**

$$P_e = \frac{1}{2} erfc\left(\sqrt{\frac{r}{2}}\right)$$

- **在大信噪比条件下**

$$P_e \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} e^{-\frac{r}{2}}$$

- **包络检波**

$$P_e = \frac{1}{2} e^{-r/2}$$

在大信噪比条件下，2FSK信号包络检波时的系统性能与同步检测时的性能相差不大.

但同步检测法的设备却复杂得多。因此，在满足信噪比要求的场合，多采用包络检波法

例7.2.2

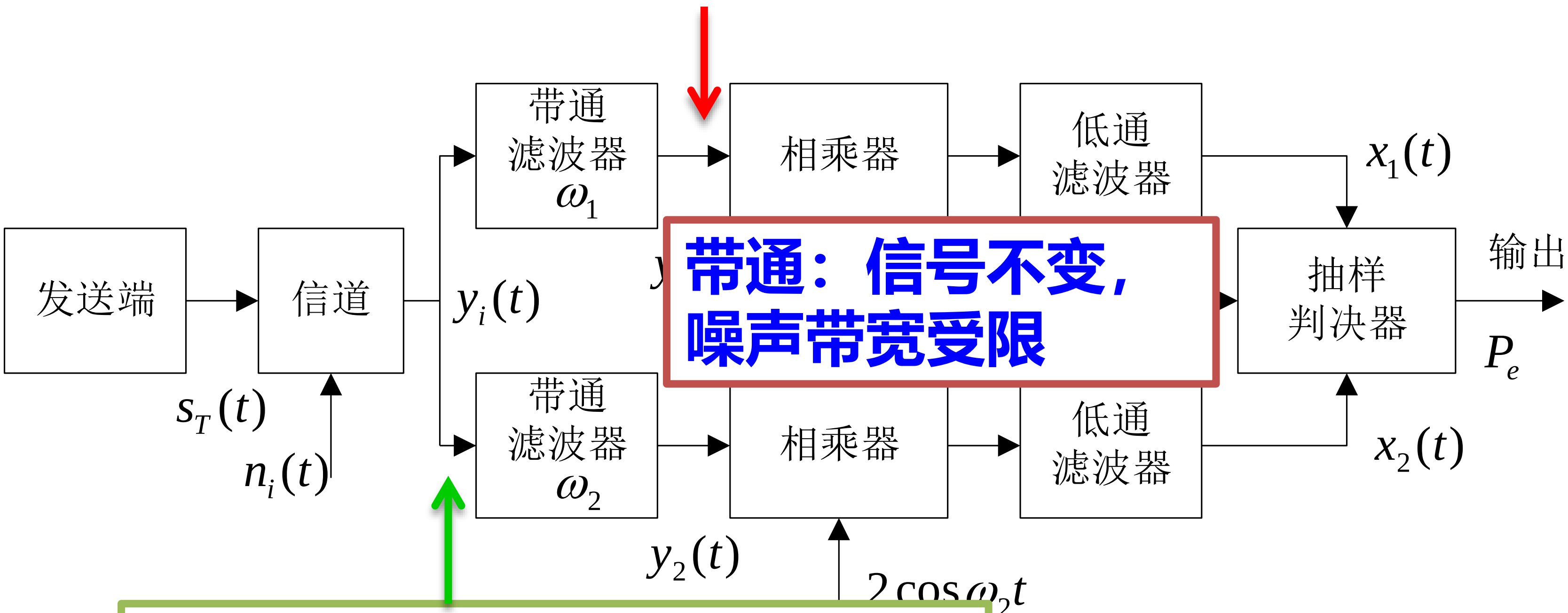
- 采用2FSK方式在等效带宽为2400Hz的传输信道上传输二进制数字。2FSK信号的频率分别为f_1 = 980 Hz，f_2 = 1580 Hz，码元速率R_B = 300 B。接收端输入（即信道输出端）的信噪比为6dB。试求：
  - （1）2FSK信号的带宽；
  - （2）包络检波法解调时系统的误码率；
  - （3）同步检测法解调时系统的误码率。

- 解:（1） 根据式(7.1-22)，该2FSK信号的带宽为

$$B_{2FSK} = |f_2 - f_1| + 2f_s = 1580 - 980 + 2 \times 300 = 1200\text{Hz}$$

例7.2.2 续

- (2)(3)分析：**目标**：求误码率
- 不管哪种解调，误码率都与**带通滤波器的输出端（解调输入端）信噪比**有关。



带通：信号不变，噪声带宽受限

已知条件： 接收端输入（即信道输出端）的**信噪比为6dB**

例7.2.2 续

- 解：(2) 2FSK接收系统中上、下支路**带通滤波器的带宽**近似为 $B = 2f_s = 2R_B = 600\text{Hz}$
- 比较**信道等效带宽（2400Hz）**
- 带通带宽仅为信道带宽的**1/4** ➡ 故噪声功率也减小了1/4， ➡ 因而带通滤波器输出端的信噪比比输入信噪比提高了4倍。
- 接收端输入信噪比为：6dB， ➡ 即4倍
- 故带通滤波器输出端的信噪比应为

$$r = 4 \times 4 = 16$$

例7.2.2 续

- （2）将此信噪比值代入误码率公式，可得包络检波法解调时系统的误码率

$$P_e = \frac{1}{2}e^{-r/2} = \frac{1}{2}e^{-8} = 1.7\times 10^{-4}$$

- （3）同理可得同步检测法解调时系统的误码率

$$P_e \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi r}}e^{-\frac{r}{2}} = \frac{1}{\sqrt{32\pi}}\mathrm{e}^{-8} = 3.39\times 10^{-5}$$

2DPSK误码率计算

- **已知：2PSK信号相干解调时系统的总误码率**

$$P_e = \frac{1}{2} erfc\left(\sqrt{r}\right)$$

- **代入可得到2DPSK信号采用相干解调，加码反变换器方式时的系统误码率为：**

$$P_e' = 2(1-P_e)P_e \Rightarrow P_e' = \frac{1}{2}\left[1-(erf\sqrt{r})^2\right]$$

- **当$P_e << 1$时，可有近似**

$$P_e' = 2(1-P_e)P_e \Rightarrow P_e' = 2P_e$$

- **同理，可以求得将“0”错判为“1”的概率，即**

$$P(1/0) = P(0/1) = \frac{1}{2} e^{-r}$$

- **因此，2DPSK信号差分相干解调系统的总误码率为**

$$\boxed{P_e = \frac{1}{2} e^{-r}}$$

例7.2.3

- 假设采用2DPSK方式在微波线路上传送二进制数字信息。已知码元速率$R_B = 10^6$ B，信道中加性高斯白噪声的单边功率谱密度$n_0 = 2 \times 10^{-10}$ W/Hz。今要求误码率不大于10^{-4} 。试求
  - (1)采用差分相干解调时，接收机输入端所需的信号功率；
  - (2)采用相干解调-码反变换时，接收机输入端所需的信号功率。

- **分析**： 已知要求的误码率，求所需信号功率
- 误码率 $\longrightarrow$ 信噪比r $\longrightarrow$ 信号功率

噪声功率

例7.2.3

- 解：先求噪声功率
- 接收端带通滤波器的**带宽**为

$$B = 2R_B = 2\times10^6 \text{ Hz}$$

- 其输出的**噪声功率**为：

$$\sigma_n^2 = n_0 B = 2\times10^{-10}\times2\times10^6 = 4\times10^{-4} \text{ W}$$

- (1) 2DPSK采用差分相干接收的误码率为

$$P_e = \frac{1}{2}e^{-r} \le 10^{-4} \xrightarrow{\text{求解}} r \ge 8.52$$

代入

$$r = a^2 / 2\sigma_n^2$$

接收机输入端所需信号功率

$$\frac{a^2}{2} \ge 8.52\times\sigma_n^2 = 8.52\times4\times10^{-4}$$

$$= 3.4\times10^{-3}\text{W}$$

- **（2）对于相干解调-码反变换的2DPSK系统，**

$$P_e' \approx 2P_e = 1 - erf(\sqrt{r}) \xrightarrow{P_e' \le 10^{-4}} 1 - erf(\sqrt{r}) \le 10^{-4}$$

- **即** $erf(\sqrt{r}) \ge 1 - 10^{-4} = 0.9999$
- **查误差函数表，可得** $\sqrt{r} \ge 2.75 \rightarrow r \ge 7.56$
- **由$r = a^2 / 2\sigma_n^2$，可得接收机输入端所需的信号功率为**

$$\frac{a^2}{2} \ge 7.56 \times \sigma_n^2 = 7.56 \times 4 \times 10^{-4} = 3.02 \times 10^{-3}\,\mathrm{W}$$

误码率

	相干解调	非相干解调
2ASK	$\frac{1}{2}erfc\left(\sqrt{\frac{r}{4}}\right)$	$\frac{1}{2}e^{-r/4}$
2FSK	$\frac{1}{2}erfc\left(\sqrt{\frac{r}{2}}\right)$	$\frac{1}{2}e^{-r/2}$
2PSK	$\frac{1}{2}erfc\left(\sqrt{r}\right)$	
2DPSK	$erfc\left(\sqrt{r}\right)$	$\frac{1}{2}e^{-r}$

各类二进制调制系统的**误码率均取决于解调器输入信噪比**

具体误码率表达式的**形式取决于解调方式**：

- **相干解调**：互补误差函数式
- **非相干解调**：指数函数

误码率比较

	相干解调	非相干解调
2ASK	$\frac{1}{2}erfc\left(\sqrt{\frac{r}{4}}\right)$	$\frac{1}{2}e^{-r/4}$
2FSK	$\frac{1}{2}erfc\left(\sqrt{\frac{r}{2}}\right)$	$\frac{1}{2}e^{-r/2}$
2PSK	$\frac{1}{2}erfc\left(\sqrt{r}\right)$	
2DPSK	$erfc\left(\sqrt{r}\right)$	$\frac{1}{2}e^{-r}$

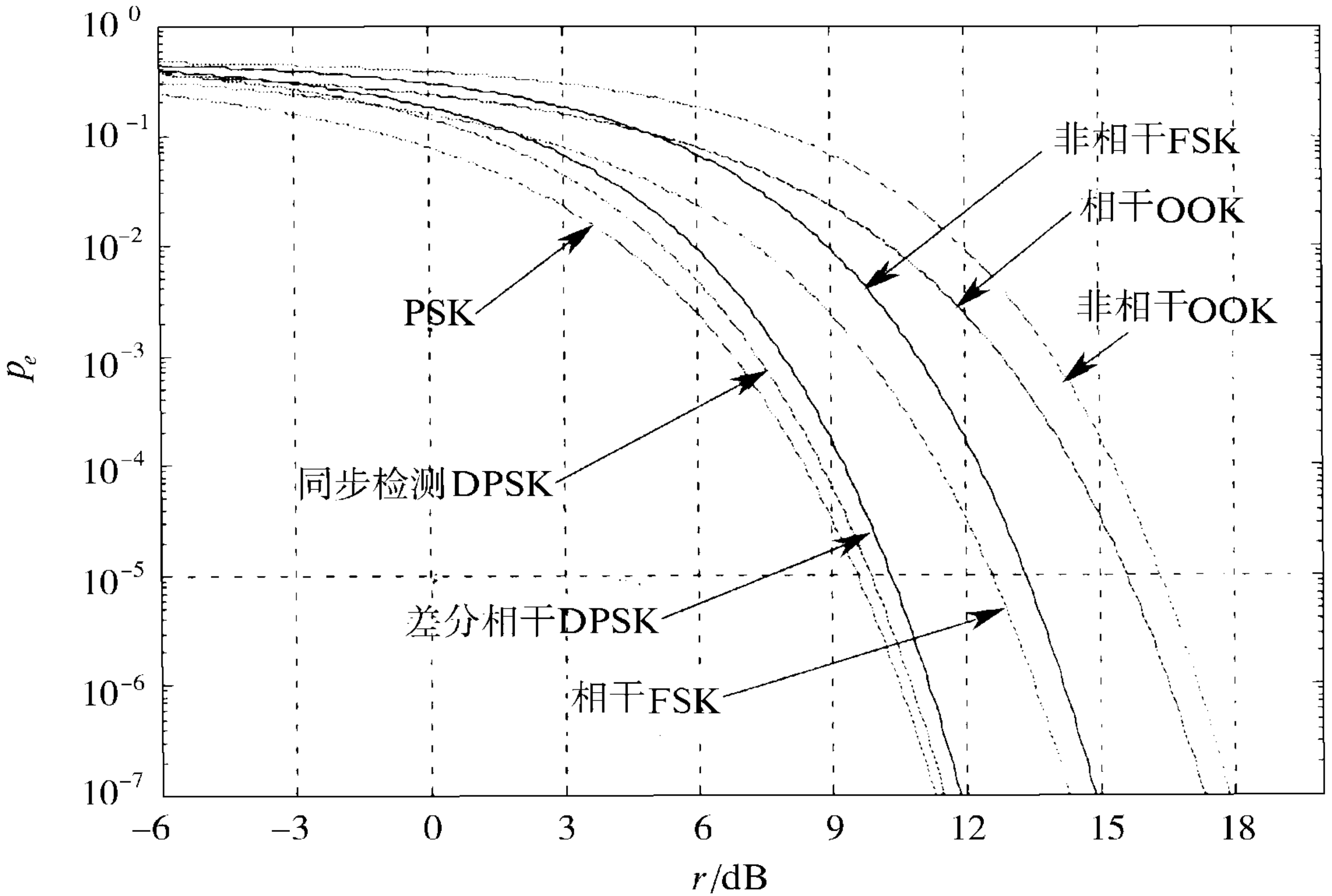
同一调制方式，相干解调误码率低

相同解调方式（如相干方式），误码率相同时，所需信噪比2ASK最高，其次2FSK，2PSK最低

相同解调方式（如相干方式），相同信噪比时，误码率2ASK最高，其次2FSK，2PSK最低

即抗加性白噪声性能：相干2PSK最好，其次2FSK，2ASK最差

误码率曲线



非相干FSK
相干OOK
非相干OOK
PSK
同步检测DPSK
差分相干DPSK
相干FSK
p_e
10^{0}
10^{-1}
10^{-2}
10^{-3}
10^{-4}
10^{-5}
10^{-6}
10^{-7}
−6
−3
0
3
6
9
12
15
18
r/dB

频带宽度

- **2ASK系统和2PSK(2DPSK)系统的频带宽度**

$$B_{2ASK} = B_{2PSK} = \frac{2}{T_s}$$

- **2FSK系统的频带宽度**

$$B_{2FSK} = |f_2 - f_1| + \frac{2}{T_s}$$

对信道特性变化的敏感性

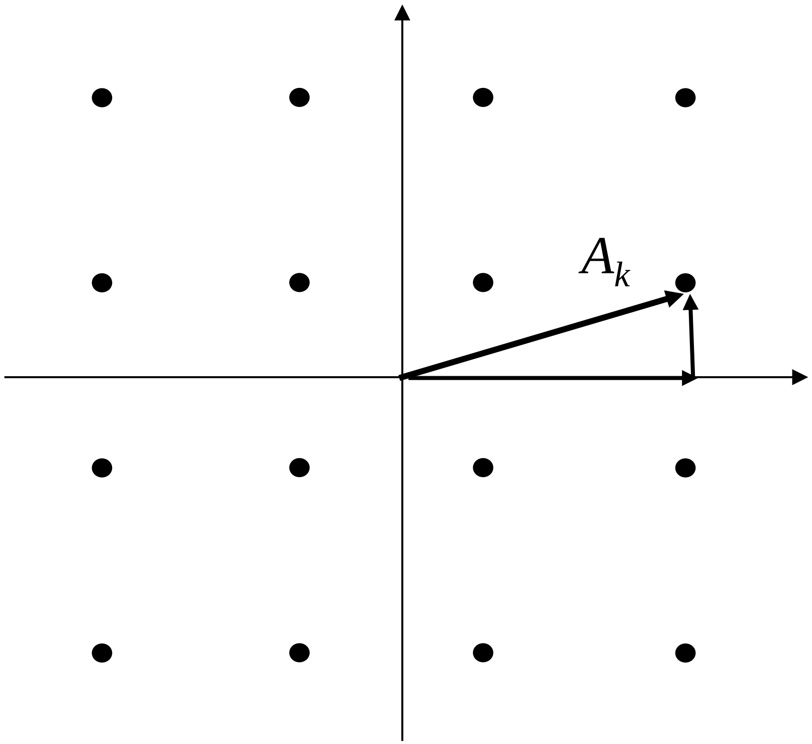
- 在2FSK系统中，判决器是根据上下两个支路解调输出样值的大小来作出判决，不需要人为地设置判决门限，因而对信道的变化不敏感。
- 在2PSK系统中，判决器的最佳判决门限为零，与接收机输入信号的幅度无关。因此，接收机总能保持工作在最佳判决门限状态。
- 对于2ASK系统，判决器的最佳判决门限与接收机输入信号的幅度有关，对信道特性变化敏感，性能最差。

8.1 正交振幅调制(QAM)

- 回顾：前面的多进制键控中，相位键控（MPSK和MDPSK）为人喜用。
  - 带宽占用小
  - 比特信噪比要求低（发射功率小）
- 但：MPSK中，随M的增大，相邻相位距离减小，则噪声容限随之减少，误码率难以保证
- 正交振幅调制(QAM)：
  - 改善M大时的噪声容限问题
  - 一种振幅和相位联合键控。

16QAM

- 有代表性的QAM信号是16进制的，记为16QAM，它的矢量图：



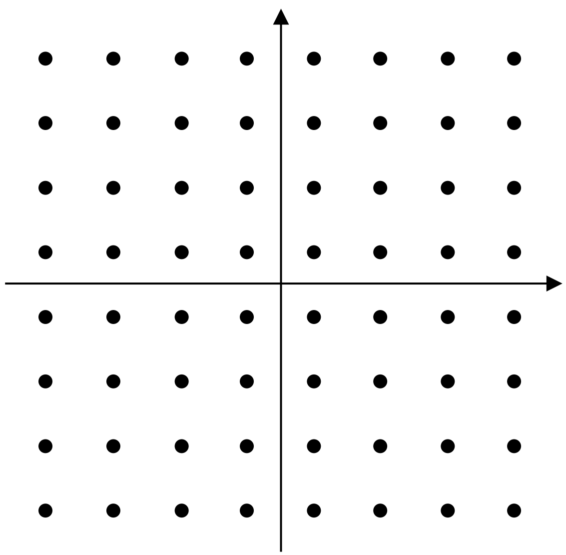
黑点：

表示每个码元位置

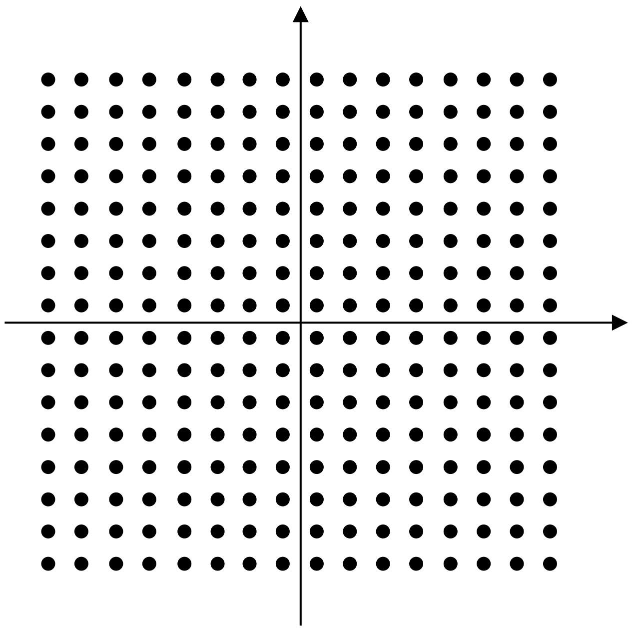
由两个正交矢量合成

MQAM调制

- 类似，有64QAM和256QAM等QAM信号：



64QAM信号矢量图

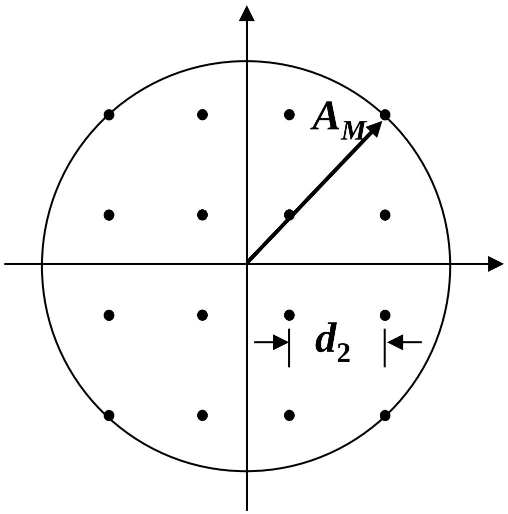


256QAM信号矢量图

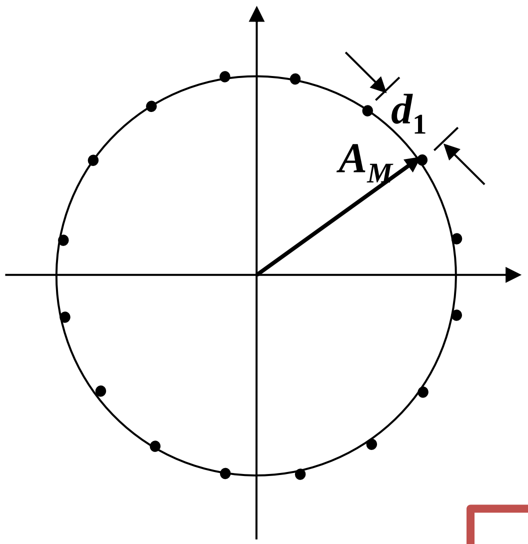
- 它们总称为MQAM调制。由于从其矢量图看像是星座，故又称星座调制。

16QAM信号和16PSK信号的性能比较：

- 按最大振幅(A_M)相等，画出两种信号星座图



(a) 16QAM



(b) 16PSK

16PSK信号的相邻矢量端点的欧氏距离：

$$d_1 \approx A_M\left(\frac{\pi}{8}\right) = 0.393A_M$$

d2和d1的比值就代表这两种体制的噪声容限之比。

16QAM信号相邻点欧氏距离

$$d_2 = \frac{\sqrt{2}A_M}{3} = 0.471A_M$$

分析

- 按上两式计算，d_2超过d_1约1.57 dB。
- 但是，这时是在最大功率（振幅）相等的条件下比较的，没有考虑这两种体制的平均功率差别。
  - 16PSK信号：平均功率（振幅）就等于其最大功率（振幅）。
  - 16QAM信号：等概率出现条件下，可计算出其最大功率和平均功率之比等于1.8倍，即2.55 dB。
- 因此，在平均功率相等条件下，16QAM比16PSK信号的噪声容限大4.12 dB 。

单载波调制&多载波调制

单载波体制：

码元持续时间 T_s短，

但占用带宽B大；

由于信道特性

|C(f)|不理想，产

生码间串扰。

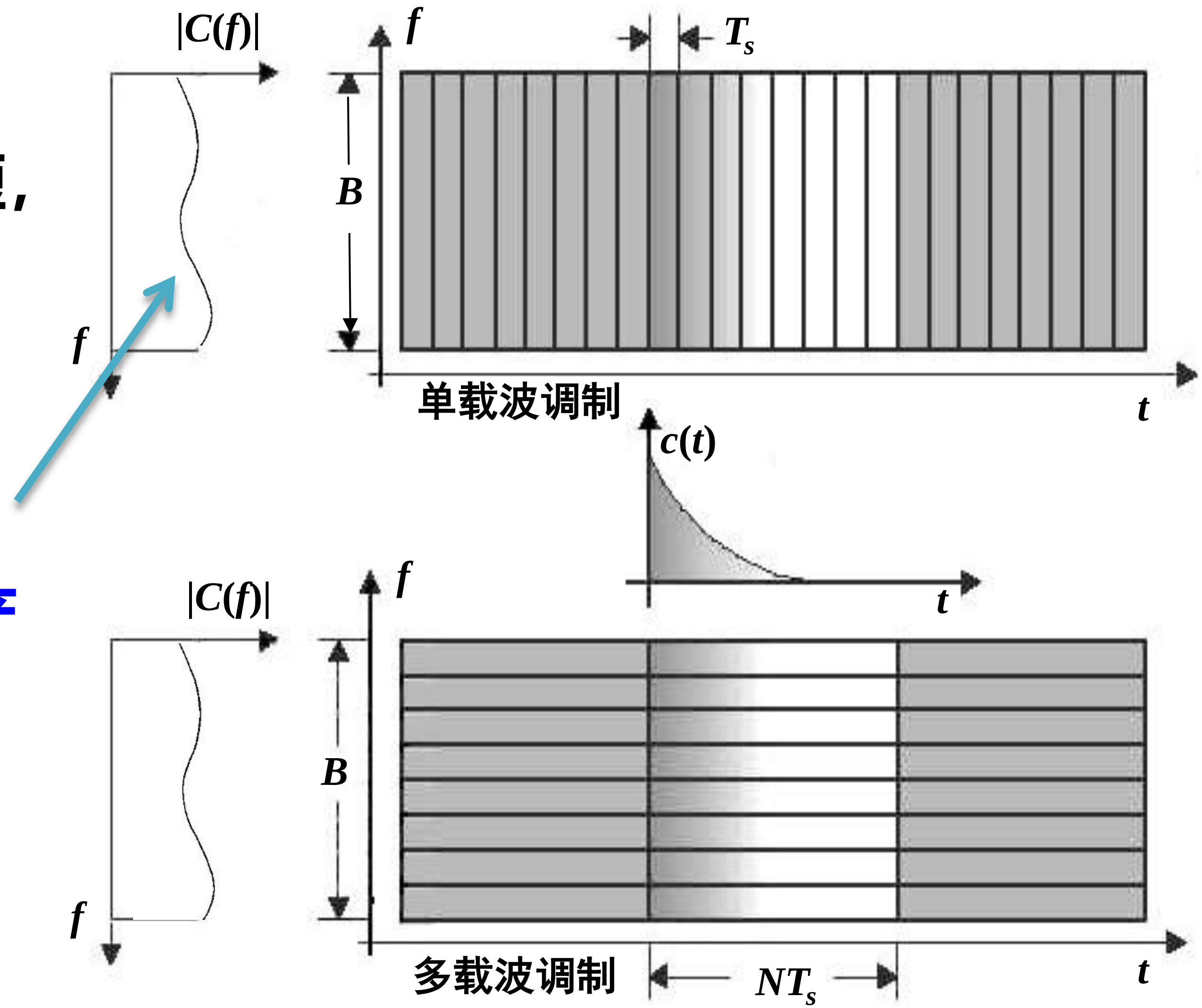


图8-12 13 多载波调制原理

单载波调制&多载波调制

多载波体制：

将信道分成**许多子信道**。

假设有10个子信道，则每个载波的调制码元速率将降低至1/10，每个子信道的带宽也随之减小为1/10

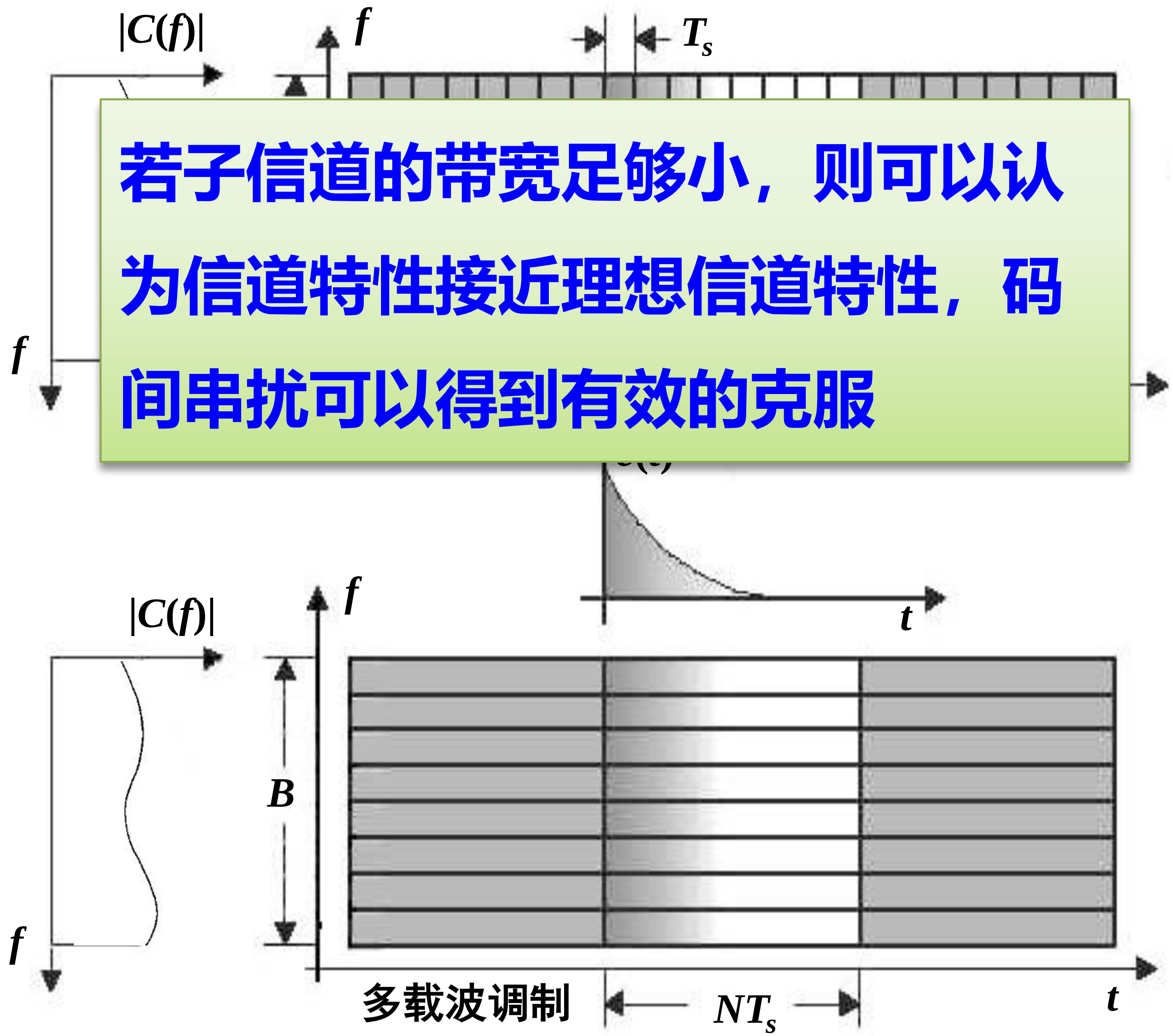
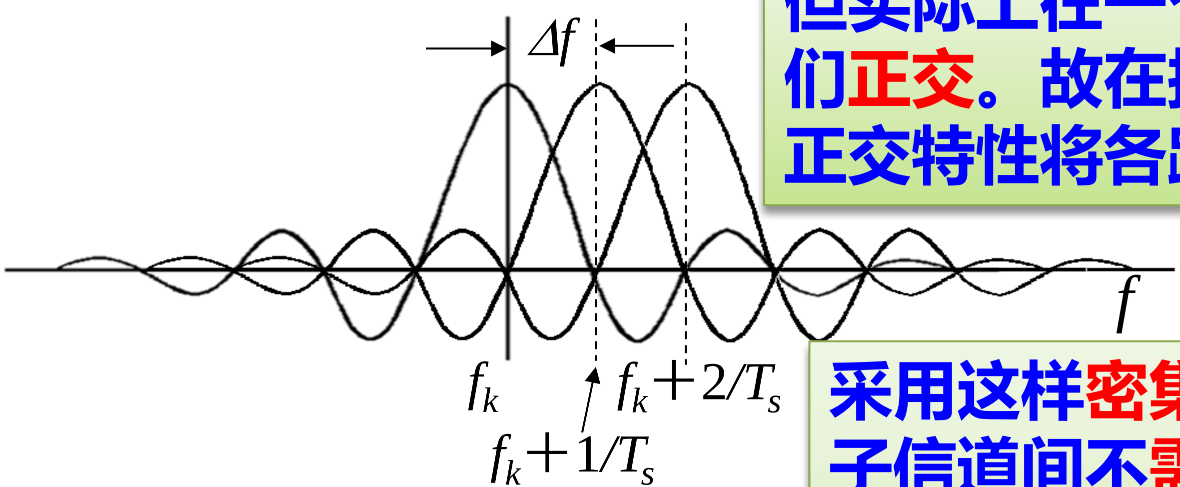


图8-12 13 多载波调制原理

- 在OFDM中，各相邻子载波的频率间隔等于最小容许间隔 $\Delta f = 1/T_s$
- 故各子载波合成后的频谱密度曲线如下图

由图看，各路子载波的频谱重叠，但实际上在一个码元持续时间内它们正交。故在接收端很容易利用此正交特性将各路子载波分离开。

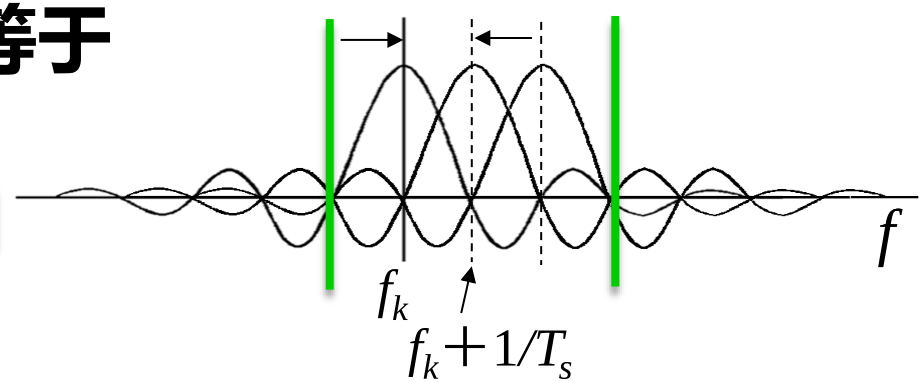


采用这样密集的子载频，并且在子信道间不需要保护频带间隔，因此能够充分利用频带。这是OFDM的一大优点。

OFDM体制的频带利用率

- 设一OFDM系统中共有N路子载波，子信道码元持续时间为Ts，每路子载波均采用M 进制的调制，则它占用的频带宽度等于

$$B_{OFDM} = \frac{N+1}{T_s}$$



- 频带利用率为单位带宽传输的比特率：

$$\eta_{B/OFDM} = \underbrace{\frac{N\log_2 M}{T_s}}_{\text{比特率}} \cdot \frac{1}{B_{OFDM}} = \frac{N}{N+1}\log_2 M$$

- 当N很大时，$\eta_{B/OFDM} \approx \log_2 M$

- 若用单个载波的M 进制码元传输，为得到相同的传输速率，则码元持续时间应缩短为(T_s/N)，而占用带宽等于$(2N/T_s)$
- 故单载波时的频带利用率为

$$\eta_{B/M}=\frac{N\log_2 M}{T_s}\cdot\boxed{\frac{T_s}{2N}}=\frac{1}{2}\log_2 M$$

- 结论：
- OFDM和单载波体制相比，频带利用率大约增至两倍。

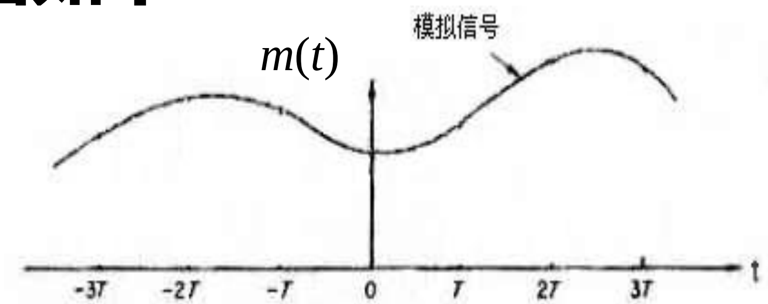
9.2.1 低通模拟信号的抽样定理

- **抽样定理**：
  - 设一个连续模拟信号$m(t)$中的最高频率$< f_H$，则以间隔时间为$T \le 1/2f_H$的周期性冲激脉冲对它抽样时，$m(t)$将被这些抽样值所完全确定。

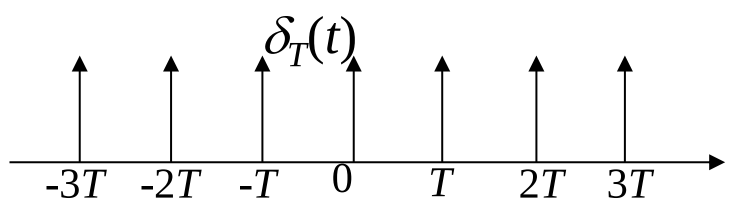
- 【证】：
  - 设有一个最高频率小于f_H的信号$m(t)$。将这个信号和周期性单位冲激脉冲$\delta_T(t)$相乘，其重复周期为T，重复频率为$f_s = 1/T$。
  - 乘积就是抽样信号，它是一系列间隔为T秒的强度不等的冲激脉冲。这些冲激脉冲的强度等于相应时刻上信号的抽样值。
  - 用$m_s(t) = \Sigma m(kT)$表示此抽样信号序列。故有

$$m_s(t) = m(t)\delta_T(t)$$

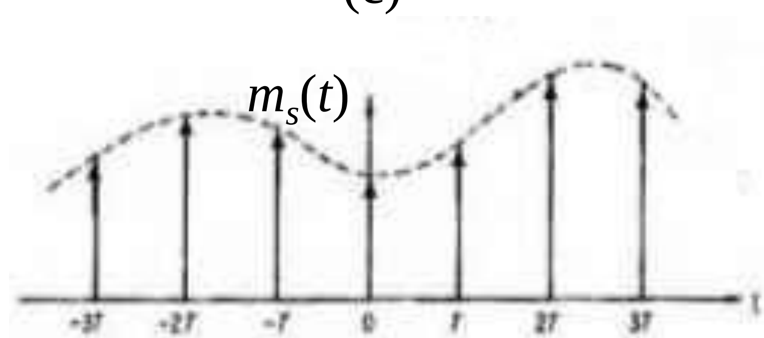
- **用波形图示出如下：**



(a)



(c)



(e)

频域分析

- $M(f)$、$\Delta_\Omega(f)$、$M_s(f)$分别表示$m(t)$、$\delta_T(t)$和$m_s(t)$频谱。$m(t)\delta_T(t)$的傅里叶变换等于$M(f)$和$\Delta_\Omega(f)$的卷积。有：

$$M_s(f) = M(f) * \Delta_\Omega(f)$$

- 而$\Delta_\Omega(f)$是周期性单位冲激脉冲的频谱，它等于：

$$\Delta_\Omega(f) = \frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(f - nf_s)$$

- 式中， $f_s = 1/T$
- 将上式代入$M_s(f)$的卷积式，得到

$$M_s(f) = \frac{1}{T}\left[M(f) * \sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(f - nf_s)\right]$$

$$M_s(f)=\frac{1}{T}\left[M(f)*\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(f-nf_s)\right]$$

- **上式中的卷积，可以利用卷积公式：**

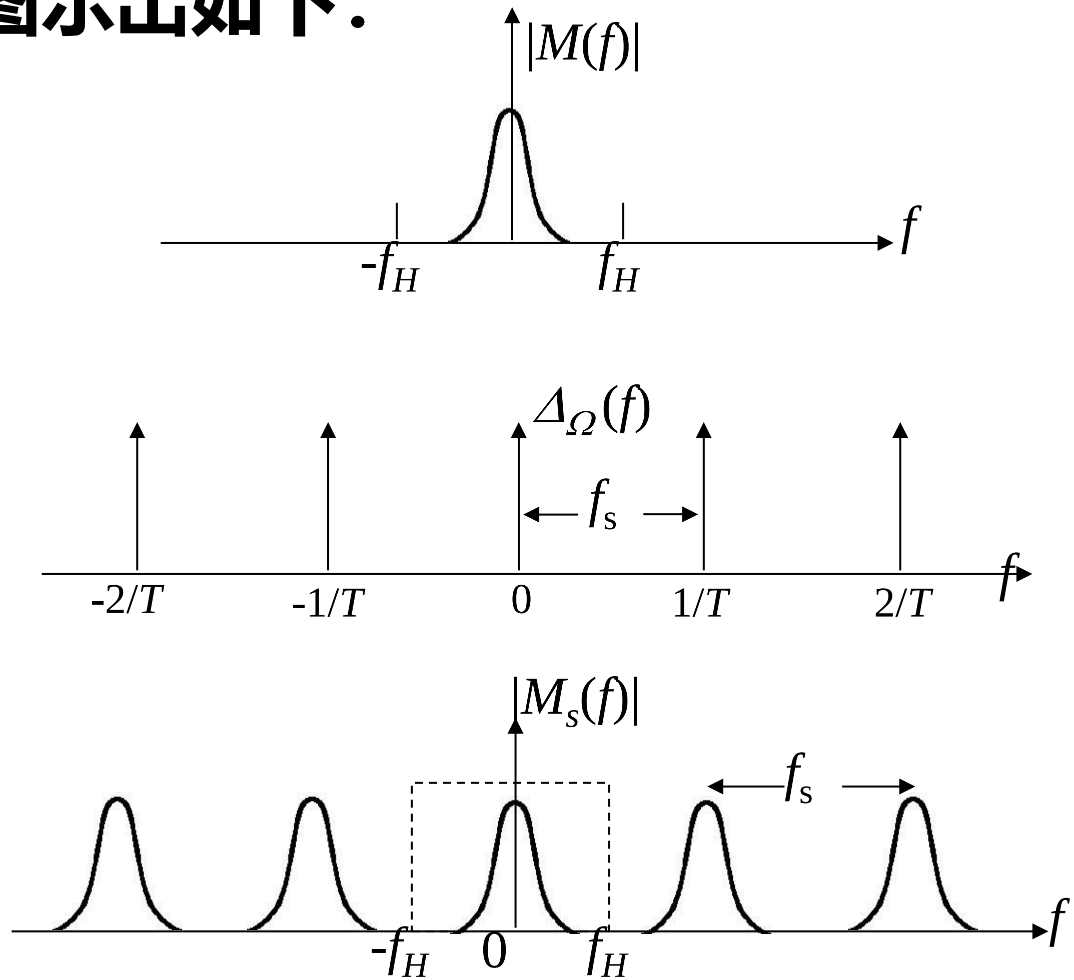
$$f(t)*\delta(t)=\int_{-\infty}^{\infty}f(\tau)\delta(t-\tau)d\tau=f(t)$$

- **进行计算，得到**

$$M_s(f)=\frac{1}{T}\left[M(f)*\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(f-nf_s)\right]=\frac{1}{T}\sum_{-\infty}^{\infty}M(f-nf_s)$$

- **表明：**
  - **$M(f-nf_s)$是信号频谱$M(f)$在频率轴上平移nf_s的结果**
  - **抽样信号的频谱$M_s(f)$是无数间隔频率为f_s的原信号频谱$M(f)$相叠加而成。**

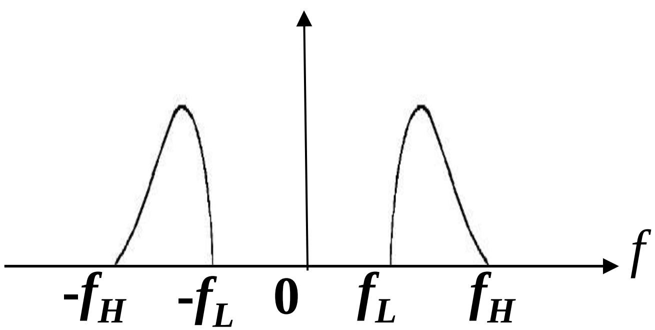
- **用频谱图示出如下：**



- 因为已经假设信号$m(t)$的最高频率小于f_H，所以若频率间隔$f_s \geq 2f_H$，则$M_s(f)$中包含的每个原信号频谱$M(f)$之间互不重叠，如上图所示。
- 这样就能从$M_s(f)$中用低通滤波器分离出信号$m(t)$的频谱$M(f)$，也就是能从抽样信号中恢复原信号。
- 这里，恢复原信号的条件是： $\boxed{f_s \geq 2f_H}$
- 即：抽样频率f_s应不小于f_H的两倍。
- 这一最低抽样速率$2f_H$称为奈奎斯特速率。与此相应的最小抽样时间间隔称为奈奎斯特间隔。

9.2.2 带通模拟信号的抽样定理

- 设带通模拟信号的频带限制在f_L和f_H之间，如图所示。



频谱最低频率大于f_L

最高频率小于f_H

信号带宽$B = f_H - f_L$。

可证，此带通模拟信号所需最小抽样频率f_s为

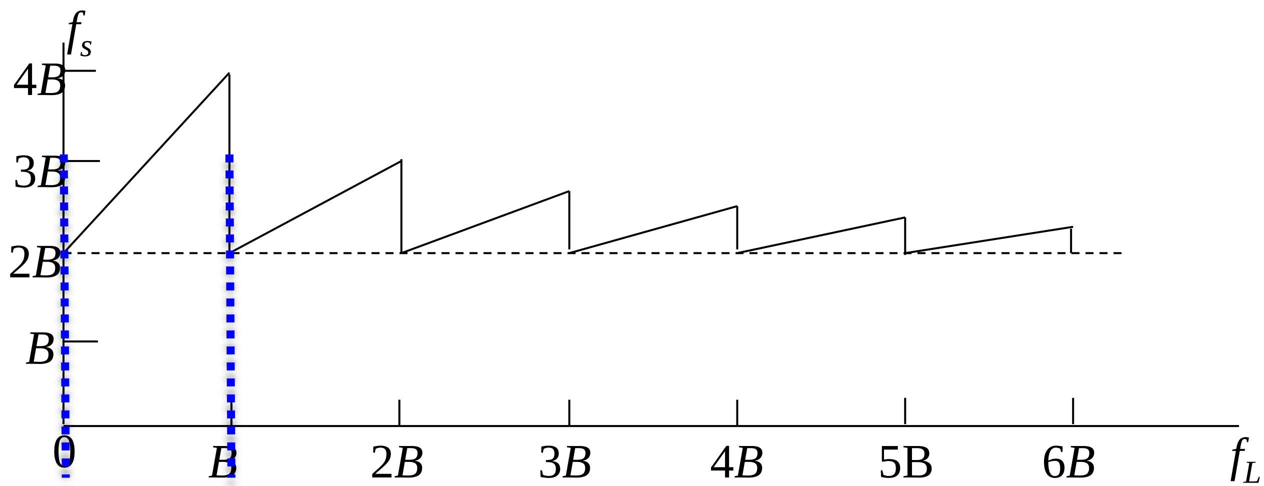
$$\boxed{f_s = 2B(1+\frac{k}{n})}$$

n - 商(f_H / B)的整数部分，n =1，2，...;

k - 商(f_H / B)的小数部分，0 < k < 1。

$$f_s = 2B(1+\frac{k}{n})$$

- **按照上式画出的f_s和f_L关系曲线示于下图：**

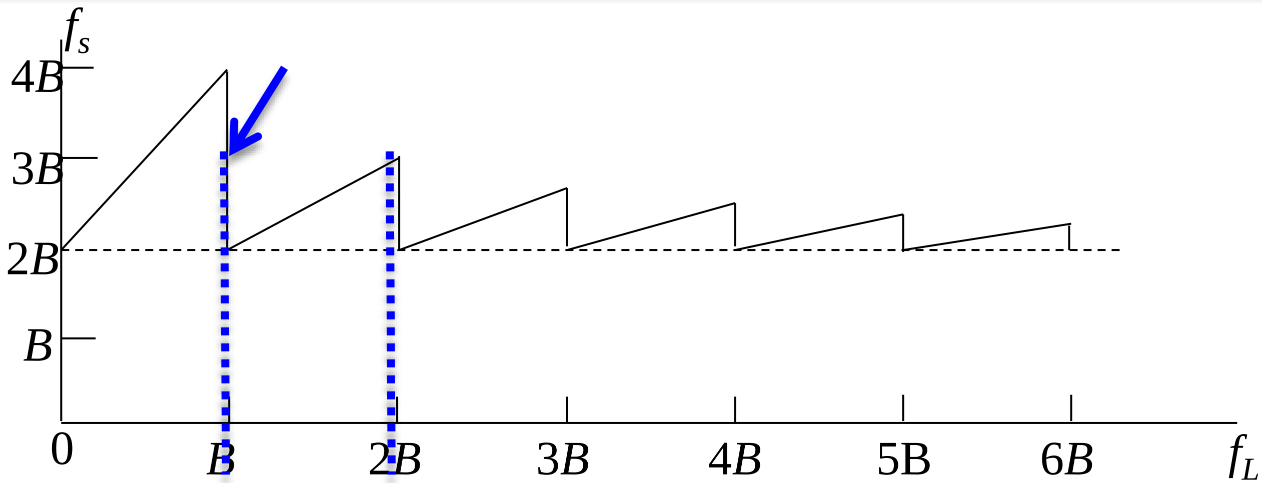


当$0 \le f_L < B$时：

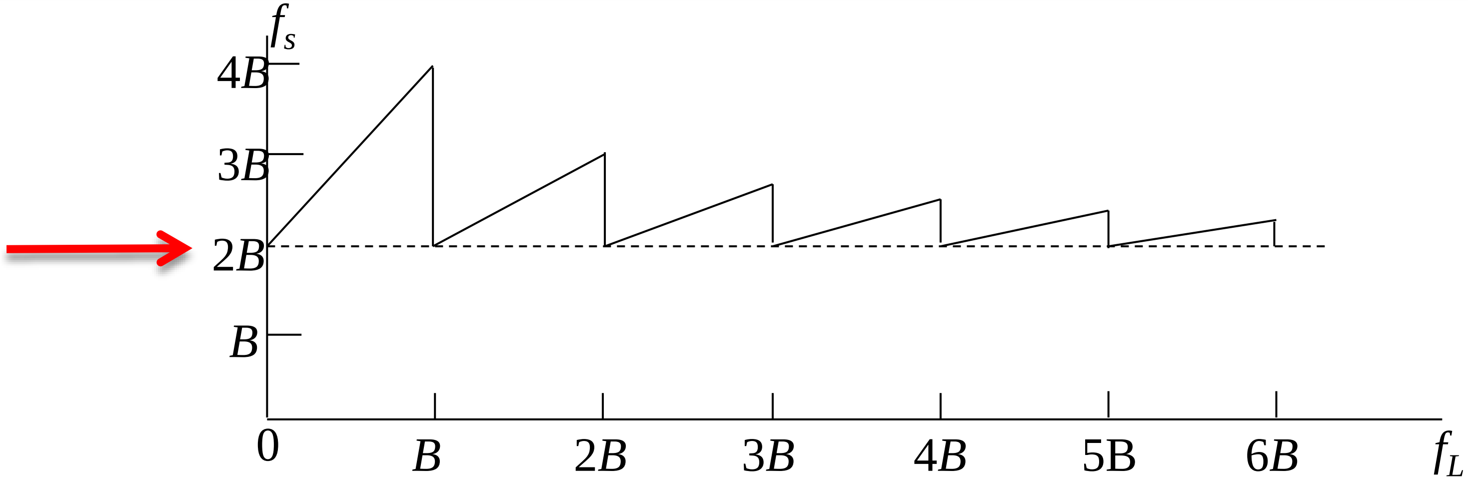
由于原信号频谱的最低频率f_L和最高频率f_H之差永远等于信号带宽B，有$B \le f_H < 2B$。

此时$n = 1$，而上式变成了$f_s = 2B(1 + k)$。当k从0变到1时，f_s从$2B$变到$4B$，即图中左边第一段曲线。

$$f_s = 2B(1+\frac{k}{n})$$



- 当$f_L = B$时，$f_H = 2B$，这时$n = 2$。故当$k = 0$时，上式变成了$f_s = 2B$，即f_s从4B跳回2B。
- 当$B \le f_L < 2B$时，有$2B \le f_H < 3B$。这时，$n = 2$，上式变成了$f_s = 2B(1 + k/2)$，故若k从0变到1，则f_s从2B变到3B，即图中左边第二段曲线。
- 当$f_L = 2B$时，$f_H = 3B$，这时$n = 3$。当$k = 0$时，上式又变成了$f_s = 2B$，即f_s从3B又跳回2B 。依此类推。



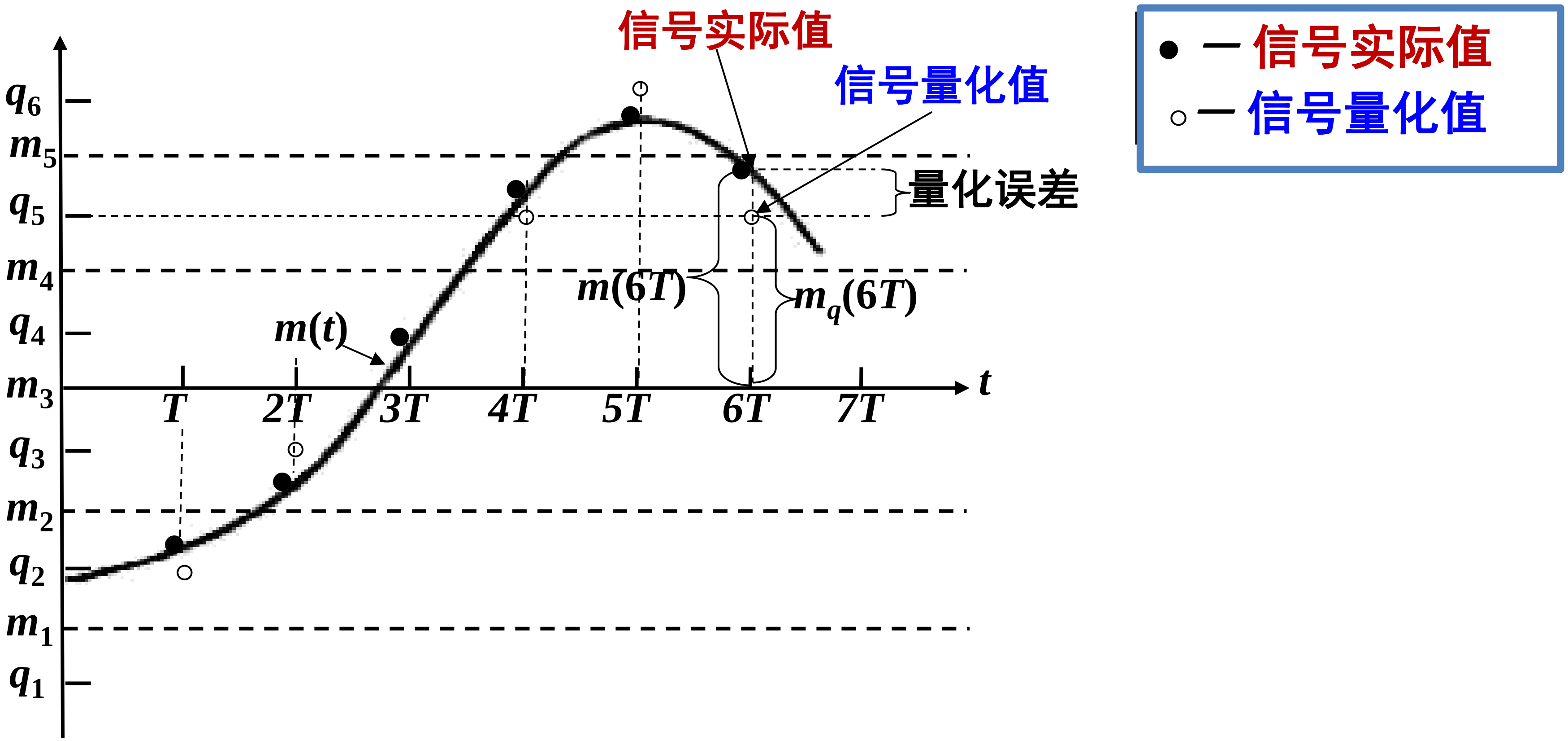
- 由上图可见，
  - 当$f_L = 0$时，$f_s = 2B$，就是低通模拟信号的抽样情况；
  - 当f_L很大时，f_s趋近于$2B$。f_L很大意味着这个信号是一个窄带信号。

- 许多无线电信号，例如在无线电接收机的高频和中频系统中的信号，都是这种窄带信号。
- 所以对于这种信号抽样，无论f_H是否为B的整数倍，在理论上，都可以近似地将f_s取为略大于$2B$。
- 图中的曲线表示要求的最小抽样频率f_s，但是这并不意味着用任何大于该值的频率抽样都能保证频谱不混叠。

9.4.1 量化原理

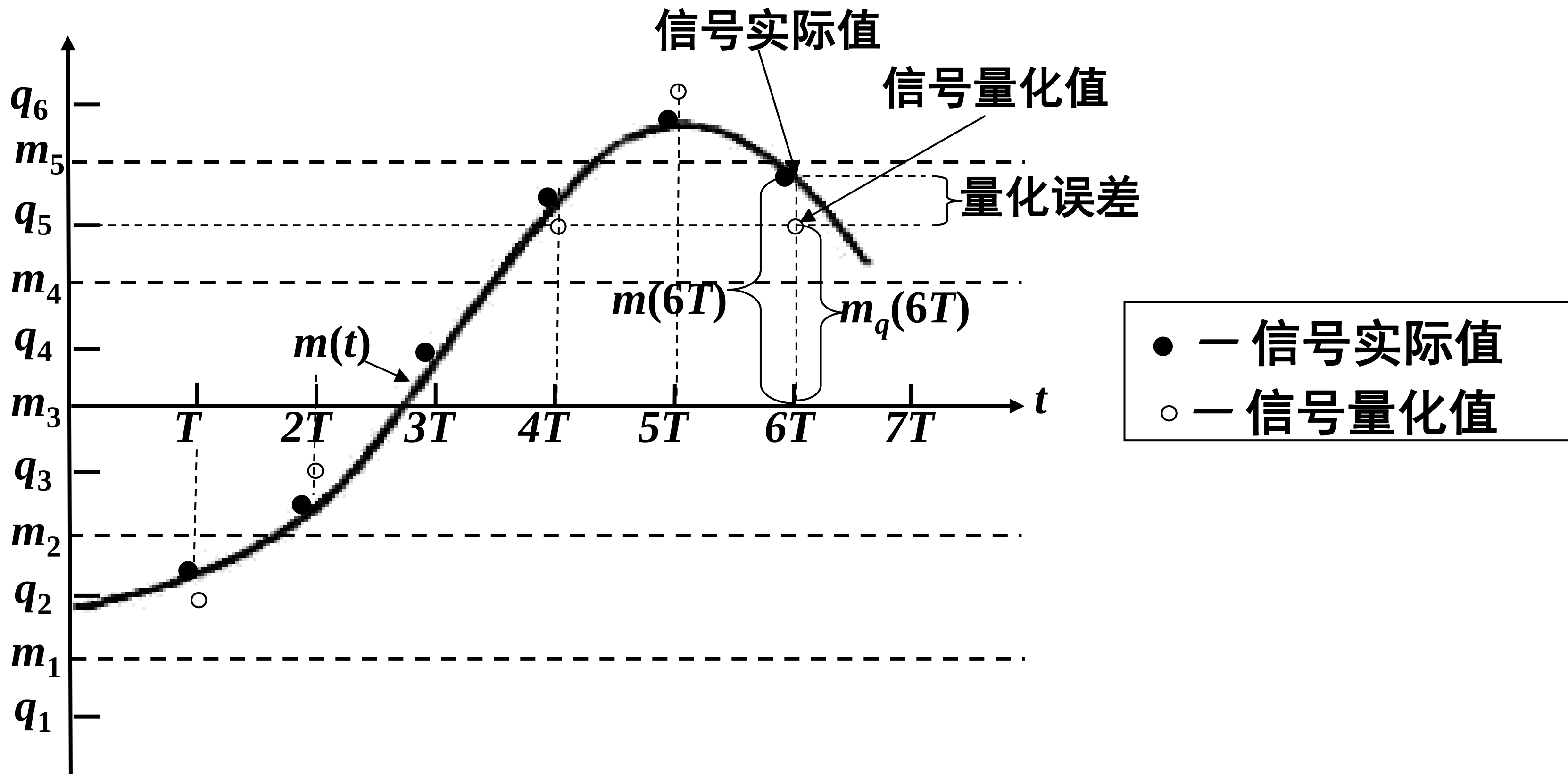
- 设模拟信号的抽样值为$m(kT)$，其中T是抽样周期，k是整数。**此抽样值仍然是一个取值连续的变量**。
- 若**仅用N个不同的二进制数字码元**来代表此抽样值的大小，则N个不同的二进制码元**只能代表$M = 2^N$个不同的抽样值**。
- 因此，必须将抽样值的范围划分成M个区间，**每个区间用一个电平表示**。这样，共有M个离散电平，它们称为**量化电平**。
- **用M个量化电平表示连续抽样值的方法**称为**量化**。

量化过程图



- $q_1, q_2, \ldots, q_i, \ldots, q_6$是量化后信号的6个可能输出电平
- $m_1, m_2, \ldots, m_i, \ldots, m_5$为量化区间的端点。

量化过程图



- M个抽样值区间是等间隔划分的，称为**均匀量化**。
- M个抽样值区间也可以不均匀划分，称为**非均匀量化**。

量化一般公式

- 设： $m(kT)$表示模拟信号抽样值，$m_q(kT)$表示量化后的量化信号值，$q_1, q_2,\ldots,q_i, \ldots, q_6$是量化后信号的6个可能输出电平，$m_1, m_2, \ldots,m_i, \ldots, m_5$为量化区间的端点。
- 则可以写出一般公式：

$$m_q(kT) = q_i\text{，当} m_{i-1} \le m(kT) < m_i$$

- 按照上式作变换，就把模拟抽样信号m(kT)变换成了量化后的离散抽样信号，即量化信号。

量化器

- 在原理上，量化过程可以认为是在一个量化器中完成的。
- 量化器的输入信号为$m(kT)$，输出信号为$m_q(kT)$，如下图所示。

- 在实际中，量化过程常是和后续的编码过程结合在一起完成的，不一定存在独立的量化器。

9.4.2 均匀量化

- **均匀量化的表示式**
  - 设模拟抽样信号的取值范围在a和b之间，量化电平数为M，则在均匀量化时的量化间隔为 $\Delta v = \dfrac{b-a}{M}$
  - 且量化区间的**端点**为 $m_i = a + i\Delta v \qquad i = 0, 1, \ldots, M$
  - 若**量化输出电平q_i**取为量化间隔的**中点**，则

$$q_i = \frac{m_i + m_{i-1}}{2}, \qquad i = 1,2,\ldots,M$$

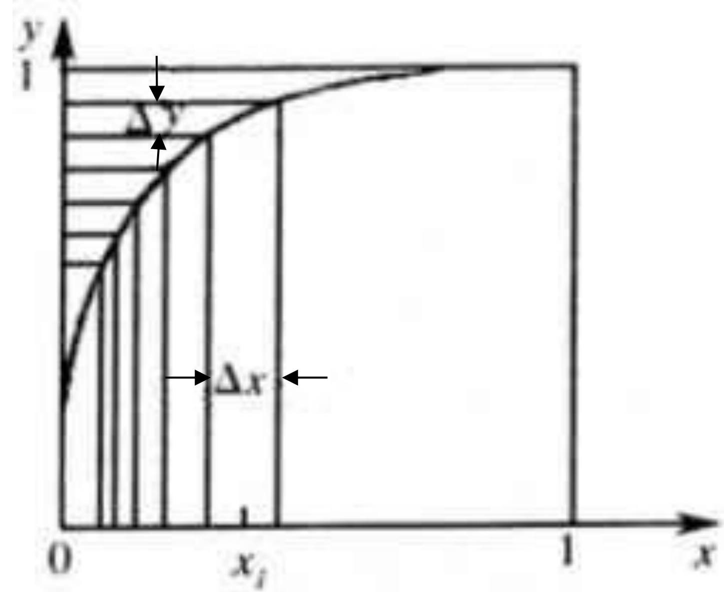
  - 显然，**量化输出电平和量化前信号的抽样值一般不同**，即量化输出电平有**误差**。
  - 这个误差常称为**量化噪声**，并用**信号功率与量化噪声之比**衡量其对信号影响的大小。

9.4.3 非均匀量化

- 问题存在：
  - 在实际应用中，对于给定的量化器，量化电平数M和量化间隔Δv都是确定的，量化噪声N_q也是确定的。
  - 但是，信号的强度可能随时间变化（例如，语音信号）。当信号小时，信号量噪比也小。
  - 所以，这种均匀量化器对于小输入信号很不利。
- 为了克服这个缺点，改善小信号时的信号量噪比，在实际应用中常采用非均匀量化：量化间隔随信号抽样值的不同而变化：
  - 信号抽样值小时，量化间隔Δv也小
  - 信号抽样值大时，量化间隔Δv也变大。

非均匀量化原理

- 实际中，非均匀量化的实现方法通常是在进行量化之前，先将信号抽样值压缩，再进行均匀量化。
- 非均匀量化 = 信号抽样值压缩 + 均匀量化
- 这里的压缩：是用一个非线性电路将输入电压x变换成输出电压y：$y = f(x)$

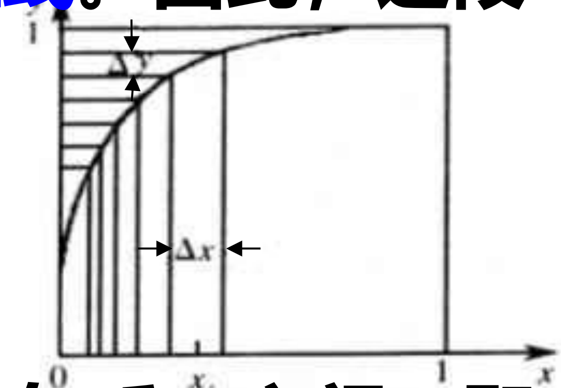


图中纵坐标y是均匀刻度的，横坐标x是非均匀刻度的。

所以输入电压x越小，量化间隔也就越小。也就是说，小信号的量化误差也小。

非均匀量化的数学分析

- 当量化区间划分很多时，在每一量化区间内压缩特性曲线可以**近似看作为一段直线**。因此，这段直线的斜率可以写为：$\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\dfrac{dy}{dx}=y'$



- 所以有 $\Delta x=\dfrac{dx}{dy}\Delta y$
- 设压缩器的输入和输出电压限制在0和1之间，即作**归一化**，且纵坐标y 在0和1之间均匀划分成N个量化区间，则量化区间隔应等于 $\Delta y=\dfrac{1}{N}$
- 代入上式，得到

$$\Delta x=\frac{dx}{dy}\Delta y=\frac{1}{N}\frac{dx}{dy} \quad\Rightarrow\quad \frac{dx}{dy}=N\Delta x$$

- **为了对不同的信号强度保持信号量噪比恒定，当输入电压x减小时，应当使量化间隔Δx 按比例地减小，即要求：** $\Delta x \propto x$

$$\boxed{\frac{dx}{dy} = N\Delta x}$$

- **上式可写成** $\frac{dx}{dy} \propto x$ ⇒ $\frac{dx}{dy} = kx$

- **式中，k - 比例常数。**
- **上式是一个线性微分方程，其解为：**

$$\ln x = ky + c$$

$$\ln x = ky + c$$

- 为了求出常数c，将边界条件 (当x = 1时，y = 1)，代入上式，得到 k + c =0，求出 c = -k
- 将c 的值代入上式，得到 $\ln x = ky - k$
- 即要求y = f(x)具有如下形式： $y = 1 + \frac{1}{k} \ln x$
- 由上式看出，为了对不同的信号强度保持信号量噪比恒定，在理论上要求压缩特性具有对数特性。
- 但该式不符合因果律，不能物理实现，因为当输入x = 0时，输出y = - ∞，其曲线和上图中的曲线不同。
- 所以，在实用中这个理想压缩特性的具体形式，按照不同情况，还要作适当修正，使当x = 0时，y = 0。

- 关于电话信号的压缩特性，国际电信联盟(ITU)制定了两种建议，即A压缩律和μ压缩律，以及相应的近似算法 - 13折线法和15折线法。
- 我国大陆、欧洲各国以及国际间互连时采用A律及相应的13折线法
- 北美、日本和韩国等少数国家和地区采用μ律及15折线法。
- 下面将分别讨论这两种压缩律及其近似实现方法。

- 例：设**分组码**(n, k)中$k = 4$，为了纠正1位错码，由上式可知，要求监督位数 $r \geq 3$。若取 $r = 3$，则$n = k + r = 7$。我们用$a_6 a_5 \ldots a_0$表示这7个码元，用S_1、S_2和S_3表示3个监督关系式中的校正子，则S_1、S_2和S_3的值与错码位置的对应关系可以规定如下表所列：

$S_1 S_2 S_3$	错码位置	$S_1 S_2 S_3$	错码位置
001	a_0	101	a_4
010	a_1	110	a_5
100	a_2	111	a_6
011	a_3	000	无错码

第11章差错控制编码

由表中规定可见，仅当一位错码的位置在a_2、a_4、a_5或a_6时，校正子S_1为1；否则S_1为零。这就意味着a_2、a_4、a_5和a_6四个码元构成偶数监督关系：

$$S_1 = a_6 \oplus a_5 \oplus a_4 \oplus a_2$$

同理，a_1、a_3、a_5和a_6构成偶数监督关系：

$$S_2 = a_6 \oplus a_5 \oplus a_3 \oplus a_1$$

以及a_0、a_3、a_4和a_6构成偶数监督关系

$$S_3 = a_6 \oplus a_4 \oplus a_3 \oplus a_0$$

第11章差错控制编码

- 在发送端编码时，信息位a_6、a_5、a_4和a_3的值决定于输入信号，因此它们是随机的。监督位a_2、a_1和a_0应根据信息位的取值按监督关系来确定，即监督位应使上3式中S_1、S_2和S_3的值为0（表示编成的码组中应无错码）：

$$\begin{cases} a_6 \oplus a_5 \oplus a_4 \oplus a_2 = 0 \\ a_6 \oplus a_5 \oplus a_3 \oplus a_1 = 0 \\ a_6 \oplus a_4 \oplus a_3 \oplus a_0 = 0 \end{cases}$$

上式经过移项运算，解出监督位

$$\begin{cases} a_2 = a_6 \oplus a_5 \oplus a_4 \\ a_1 = a_6 \oplus a_5 \oplus a_3 \\ a_0 = a_6 \oplus a_4 \oplus a_3 \end{cases}$$

给定信息位后，可以直接按上式算出监督位， 结果见下表：

第11章差错控制编码

信息位 $a_6a_5a_4a_3$	监督位 $a_2a_1a_0$	信息位 $a_6a_5a_4a_3$	监督位 $a_2a_1a_0$
0000	000	1000	111
0001	011	1001	100
0010	101	1010	010
0011	110	1011	001
0100	110	1100	001
0101	101	1101	010
0110	011	1110	100
0111	000	1111	111

第11章差错控制编码

- 接收端收到每个码组后，先计算出S_1、S_2和S_3，再查表判断错码情况。例如，若接收码组为0000011，按上述公式计算可得：$S_1 = 0$，$S_2 = 1$，$S_3 = 1$。由于$S_1\ S_2\ S_3$等于011，故查表可知在a_3位有1错码。

- 按照上述方法构造的码称为汉明码。表中所列的(7, 4)汉明码的最小码距$d_0 = 3$。因此，这种码能够纠正1个错码或检测2个错码。由于码率$k/n = (n - r)/n = 1 - r/n$，故当$n$很大和$r$很小时，码率接近1。可见，汉明码是一种高效码。

- 线性分组码的一般原理
  - 线性分组码的构造
    - ***H***矩阵

上面(7, 4)汉明码的例子有

$$\begin{cases} a_6 \oplus a_5 \oplus a_4 \oplus a_2 = 0 \\ a_6 \oplus a_5 \oplus a_3 \oplus a_1 = 0 \\ a_6 \oplus a_4 \oplus a_3 \oplus a_0 = 0 \end{cases}$$

现在将上面它改写为

$$\left.\begin{aligned} 1\cdot a_6 + 1\cdot a_5 + 1\cdot a_4 + 0\cdot a_3 + 1\cdot a_2 + 0\cdot a_1 + 0\cdot a_0 &= 0 \\ 1\cdot a_6 + 1\cdot a_5 + 0\cdot a_4 + 1\cdot a_3 + 0\cdot a_2 + 1\cdot a_1 + 0\cdot a_0 &= 0 \\ 1\cdot a_6 + 0\cdot a_5 + 1\cdot a_4 + 1\cdot a_3 + 0\cdot a_2 + 0\cdot a_1 + 1\cdot a_0 &= 0 \end{aligned}\right\}$$

上式中已经将“⊕”简写成“+”。

$$\left.\begin{aligned} 1\cdot a_6+1\cdot a_5+1\cdot a_4+0\cdot a_3+1\cdot a_2+0\cdot a_1+0\cdot a_0&=0\\ 1\cdot a_6+1\cdot a_5+0\cdot a_4+1\cdot a_3+0\cdot a_2+1\cdot a_1+0\cdot a_0&=0\\ 1\cdot a_6+0\cdot a_5+1\cdot a_4+1\cdot a_3+0\cdot a_2+0\cdot a_1+1\cdot a_0&=0 \end{aligned}\right\}$$

上式可以表示成如下矩阵形式：

$$\begin{bmatrix} 1110100\\ 1101010\\ 1011001 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a_6\\ a_5\\ a_4\\ a_3\\ a_2\\ a_1\\ a_0 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0\\ 0\\ 0 \end{bmatrix} \quad （模2）$$

上式还可以简记为

$$\boldsymbol{H}\cdot\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{0}^{\mathrm{T}} \text{ 或 } \boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{0}$$

$$\boldsymbol{H}\cdot\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{0}^{\mathrm{T}} \quad 或 \quad \boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{0}$$

式中

$$\boldsymbol{H}=\begin{bmatrix}1110100\\1101010\\1011001\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{A}=[a_6\ a_5\ a_4\ a_3\ a_2\ a_1\ a_0]$$

$$\boldsymbol{0}=[000]$$

右上标"T"表示将矩阵转置。例如，$\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}$是$\boldsymbol{H}$的转置，即$\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}$的第一行为$\boldsymbol{H}$的第一列，$\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}$的第二行为$\boldsymbol{H}$的第二列等等。

将$\boldsymbol{H}$称为**监督矩阵**。

只要监督矩阵$\boldsymbol{H}$给定，编码时监督位和信息位的关系就完全确定了。

第11章差错控制编码

- $\boldsymbol{H}$矩阵的性质：

  1) $\boldsymbol{H}$的行数就是监督关系式的数目，它等于监督位的数目r。$\boldsymbol{H}$的每行中“1”的位置表示相应码元之间存在的监督关系。例如，$\boldsymbol{H}$的第一行1110100表示监督位a_2是由a_6 a_5 a_4之和决定的。$\boldsymbol{H}$矩阵可以分成两部分，例如

$$\boldsymbol{H} = \begin{bmatrix} 1110 & \vdots & 100 \\ 1101 & \vdots & 010 \\ 1011 & \vdots & 001 \end{bmatrix} = [\boldsymbol{P}\boldsymbol{I}_r]$$

式中，$\boldsymbol{P}$为$r \times k$阶矩阵，$\boldsymbol{I}$r为$r \times r$阶单位方阵。我们将具有[$\boldsymbol{P}$ $\boldsymbol{I}$r]形式的$\boldsymbol{H}$矩阵称为**典型阵**。

2) 由代数理论可知，***H***矩阵的各行应该是线性无关的，否则将得不到 *r*个线性无关的监督关系式，从而也得不到*r*个独立的监督位。若一矩阵能写成典型阵形式[***P I***r]，则其各行一定是线性无关的。因为容易验证[***I***r]的各行是线性无关的，故[***P I***r]的各行也是线性无关的。

- ***G***矩阵： 上面汉明码例子中的监督位公式为

$$\begin{cases} a_2 = a_6 \oplus a_5 \oplus a_4 \\ a_1 = a_6 \oplus a_5 \oplus a_3 \\ a_0 = a_6 \oplus a_4 \oplus a_3 \end{cases}$$

也可以改写成矩阵形式：

$$\begin{bmatrix} a_2 \\ a_1 \\ a_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1110 \\ 1101 \\ 1011 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_6 \\ a_5 \\ a_4 \\ a_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a_2 \\ a_1 \\ a_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1110 \\ 1101 \\ 1011 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_6 \\ a_5 \\ a_4 \\ a_3 \end{bmatrix}$$

或者写成

$$[a_2 a_1 a_0] = [a_6 a_5 a_4 a_3] \begin{bmatrix} 111 \\ 110 \\ 101 \\ 011 \end{bmatrix} = [a_6 a_5 a_4 a_3] \boldsymbol{Q}$$

式中，$\boldsymbol{Q}$为一个$k \times r$阶矩阵，它为$\boldsymbol{P}$的转置，即 $\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}$

上式表示，在信息位给定后，用信息位的行矩阵乘矩阵$\boldsymbol{Q}$就产生出监督位。

我们将Q的左边加上1个$k\times k$阶单位方阵，就构成1个矩阵G

$$\boldsymbol{G}=[I_k \boldsymbol{Q}]=\begin{bmatrix} 1000\vdots111 \\ 0100\vdots110 \\ 0010\vdots101 \\ 0001\vdots011 \end{bmatrix}$$

G称为**生成矩阵**，因为由它可以产生整个码组，即有

$$[a_6a_5a_4a_3a_2a_1a_0]=[a_6a_5a_4a_3]\cdot\boldsymbol{G}$$

或者

$$\boldsymbol{A}=[a_6a_5a_4a_3]\cdot\boldsymbol{G}$$

因此，如果找到了码的生成矩阵G，则编码的方法就完全确定了。具有$[I_kQ]$形式的生成矩阵称为**典型生成矩阵**。由典型生成矩阵得出的码组A中，信息位的位置不变，监督位附加于其后。这种形式的码称为**系统码**。

第11章差错控制编码

- 错码矩阵和错误图样
  - 一般说来，A为一个n列的行矩阵。此矩阵的n个元素就是码组中的n个码元，所以发送的码组就是A。此码组在传输中可能由于干扰引入差错，故接收码组一般说来与A不一定相同。
  - 若设接收码组为一n列的行矩阵B，即

$$\boldsymbol{B} = [b_{n-1} b_{n-2} \cdots b_1 b_0]$$

则发送码组和接收码组之差为

$$\boldsymbol{B} - \boldsymbol{A} = \boldsymbol{E} \ (\text{模}2)$$

它就是传输中产生的**错码**行**矩阵**

$$\boldsymbol{E} = [e_{n-1} e_{n-2} \cdots e_1 e_0]$$

式中

$$e_i = \begin{cases} 0, & \text{当} b_i = a_i \\ 1, & \text{当} b_i \neq a_i \end{cases}$$

因此，若$e_i = 0$，表示该接收码元无错；若$e_i = 1$，则表示该接收码元有错。

$$\boldsymbol{B} - \boldsymbol{A} = \boldsymbol{E} \quad \text{可以改写成} \quad \boldsymbol{B} = \boldsymbol{A} + \boldsymbol{E}$$

例如，若发送码组$\boldsymbol{A} = [1000111]$，错码矩阵$\boldsymbol{E} = [0000100]$，则接收码组$\boldsymbol{B} = [1000011]$。

错码矩阵有时也称为**错误图样**。

- 校正子S

当接收码组有错时，$E \neq 0$，将B当作A代入公式$(A \cdot H^{T} = 0)$后，该式不一定成立。在错码较多，已超过这种编码的检错能力时，B变为另一许用码组，则该式仍能成立。这样的错码是不可检测的。在未超过检错能力时，上式不成立，即其右端不等于0。假设这时该式的右端为S，即

$$B \cdot H^{T} = S$$

将$B = A + E$代入上式，可得

$$S = (A + E) H^{T} = A \cdot H^{T} + E \cdot H^{T}$$

由于$A \cdot H^{T} = 0$，所以

$$S = E \cdot H^{T}$$

式中S称为校正子。它能用来指示错码的位置。

S和错码E之间有确定的线性变换关系。若S和E之间一一对应，则S将能代表错码的位置。