

第9章 模拟信号的数字传输

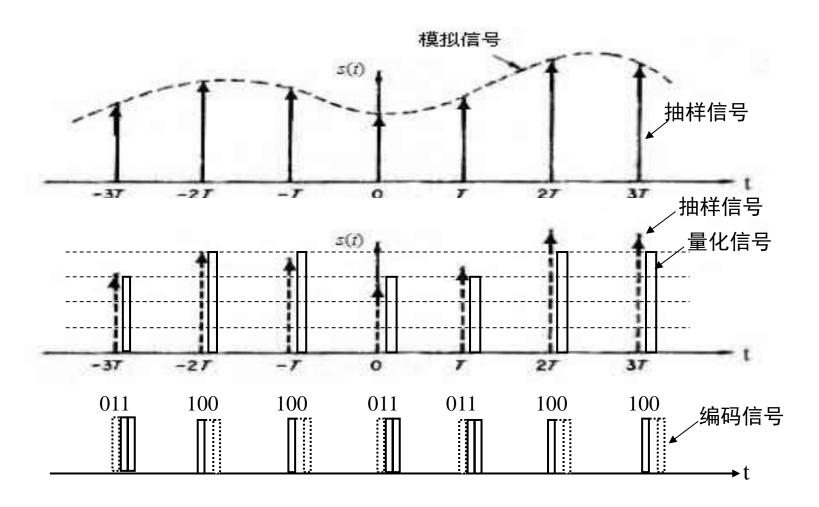
陈达

第9章模拟信号的数字传输

- 9.1 引言
- 9.2 模拟信号的抽样
- 9.3 模拟脉冲调制
- 9.4 抽样信号的量化
- 9.5脉冲编码调制
- 9.6 差分脉冲编码调制 (DPCM)
- 9.7 增量调制
- 9.8 时分复用和复接

9.1 引言

• 数字化3步骤: 抽样、量化和编码



第9章模拟信号的数字传输

- 9.1 引言
- 9.2 模拟信号的抽样
- 9.3 模拟脉冲调制
- 9.4 抽样信号的量化
- 9.5脉冲编码调制
- 9.6 差分脉冲编码调制 (DPCM)
- 9.7 增量调制
- 9.8 时分复用和复接

低通模拟信号的抽样定理 带通模拟信号的抽样定理

9.2.1 低通模拟信号的抽样定理

抽样定理:

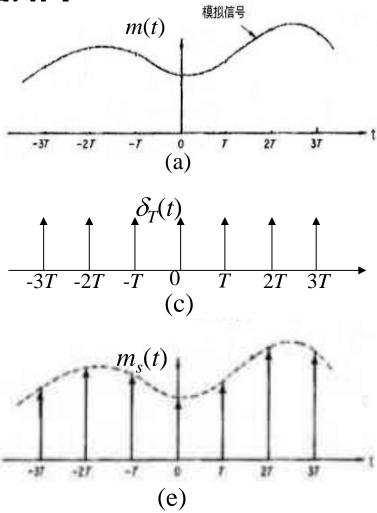
• 设一个连续模拟信号m(t)中的最高频率 $< f_H$,则以间隔时间为 $T \le 1/2 f_H$ 的周期性冲激脉冲对它抽样时,m(t)将被这些抽样值所完全确定。

•【证】:

- 设有一个最高频率小于 f_H 的信号m(t)。将这个信号和周期性单位冲激脉冲 $\delta_T(t)$ 相乘,其重复周期为T,重复频率为 $f_s=1/T$ 。
- 乘积就是抽样信号,它是一系列间隔为T秒的强度不等的冲激脉冲。这些冲激脉冲的强度等于相应时刻上信号的抽样值。
- 用 $m_s(t) = \Sigma m(kT)$ 表示此抽样信号序列。故有

$$m_{s}(t) = m(t)\delta_{T}(t)$$

• 用波形图示出如下:



频域分析

• M(f)、 $\Delta_{\Omega}(f)$ 、 $M_s(f)$ 分别表示m(t)、 $\delta_T(t)$ 和 $m_s(t)$ 频谱。 $m(t)\delta_T(t)$ 的傅里叶变换等于M(f)和 $\Delta_{\Omega}(f)$ 的 卷积。有: $M_s(f) = M(f) * \Delta_{\Omega}(f)$

· 而△o(f)是周期性单位冲激脉冲的频谱,它等于:

$$\Delta_{\Omega}(f) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(f - nf_s)$$

- 式中, $f_s = 1/T$
- 将上式代入 $M_s(f)$ 的卷积式,得到

$$M_s(f) = \frac{1}{T} \left[M(f) * \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(f - nf_s) \right]$$

$$M_{s}(f) = \frac{1}{T} \left[M(f) * \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(f - nf_{s}) \right]$$

• 上式中的卷积,可以利用卷积公式:

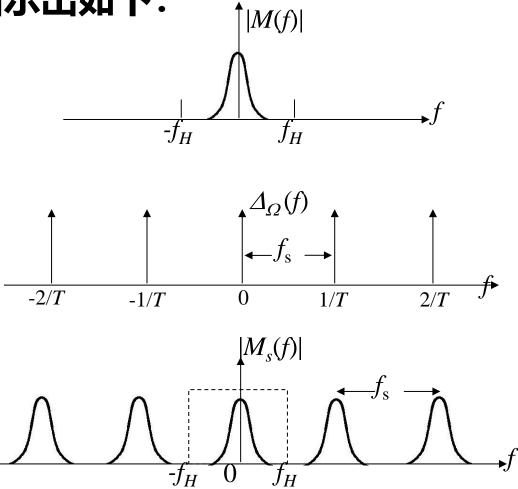
$$f(t) * \delta(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) \delta(t - \tau) d\tau = f(t)$$

• 进行计算,得到

$$M_s(f) = \frac{1}{T} \left[M(f) * \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(f - nf_s) \right] = \frac{1}{T} \sum_{-\infty}^{\infty} M(f - nf_s)$$

- 表明:
 - $M(f nf_s)$ 是信号频谱M(f)在频率轴上平移 nf_s 的结果
 - 抽样信号的频谱 $M_s(f)$ 是无数间隔频率为 f_s 的原信号频谱M(f)相叠加而成。

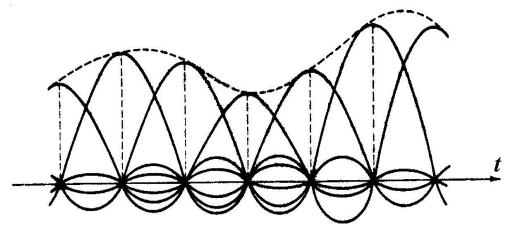
• 用频谱图示出如下:



- 因为已经假设信号m(t)的最高频率小于 f_H ,所以若频率间隔 $f_s \geq 2f_H$,则 $M_s(f)$ 中包含的每个原信号频谱M(f)之间<mark>互不重叠</mark>,如上图所示。
- 这样就能从 $M_s(f)$ 中用低通滤波器分离出信号m(t)的频谱M(f),也就是能从抽样信号中恢复原信号。
- 这里,恢复原信号的条件是: $f_s \ge 2f_H$
- 即:抽样频率 f_s 应不小于 f_H 的两倍。
- 这一最低抽样速率2f_H称为<u>奈奎斯特速率</u>。与此 相应的最小抽样时间间隔称为<u>奈奎斯特间隔</u>。

恢复原信号的方法

- 当 $f_s \geq 2f_H$ 时,用一个截止频率为 f_H 的理想低通滤 波器就能够从抽样信号中分离出原信号。
- 从时域中看,当用抽样脉冲序列冲激此理想低通 滤波器时,滤波器的输出就是一系列冲激响应之 和,如下图所示。这些冲激响应之和就构成了原 信号。

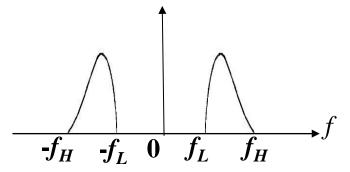


- 理想滤波器是不能实现的。
- 实用滤波器的截止边缘不可能做到如此陡峭。所以,实用的抽样频率 f_s必须比2 f_H大一些。
- · 例如,典型电话信号的最高频率通常限制在3400 Hz, 而抽样频率通常采用8000 Hz。

9.2.2 带通模拟信号的抽样定理

• 设带通模拟信号的频带限制在 f_L 和 f_H 之间,如图

所示。



频谱最低频率大于 f_L 最高频率小于 f_H 信号带宽 $B = f_H - f_L$ 。

可证,此带通模拟信号所需最小抽样频率 f。为

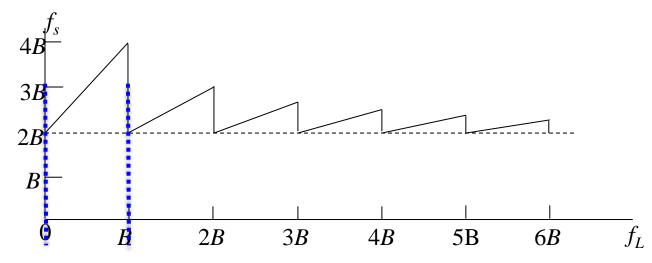
$$f_s = 2B(1 + \frac{k}{n})$$

n - 商(f_H / B)的整数部分, n = 1, 2, ...;

 $k - \overline{\alpha}(f_H / B)$ 的小数部分,0 < k < 1。

$$f_s = 2B(1 + \frac{k}{n})$$

•按照上式画出的 f_s 和 f_L 关系曲线示于下图:

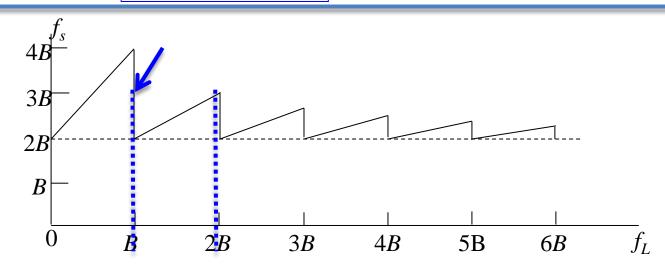


当0 ≤ f_L < B时:

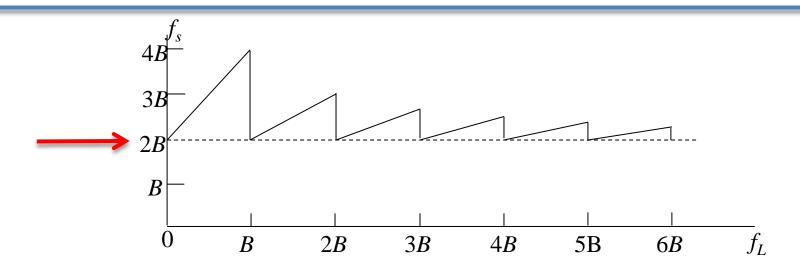
由于原信号频谱的最低频率 f_L 和最高频率 f_H 之差永远等于信号带宽B,有 $B \le f_H < 2B$ 。

此时n = 1,而上式变成了 $f_s = 2B(1 + k)$ 。当k从0变到1时, f_s 从2B变到4B,即图中左边第一段曲线。

$$f_s = 2B(1 + \frac{k}{n})$$



- 当 $f_L = B$ 时, $f_H = 2B$, 这时n = 2。故当k = 0时, 上式变成了 $f_s = 2B$, 即 f_s 从4B跳回2B。
- 当 $B \le f_L < 2B$ 时,有 $2B \le f_H < 3B$ 。这时,n = 2, 上式变成了 $f_s = 2B(1 + k/2)$,故若k从0变到1,则 f_s 从2B变到3B,即图中左边第二段曲线。
- 当 $f_L = 2B$ 时, $f_H = 3B$,这时n = 3。当k = 0时,上式又变成了 $f_s = 2B$,即 f_s 从3B又跳回2B。依此类推。



• 由上图可见,

- 当 $f_L = 0$ 时, $f_s = 2B$,就是低通模拟信号的抽样情况;
- 当 f_L 很大时, f_s 趋近于2B。 f_L 很大意味着这个信号是一个容带信号。

- 许多无线电信号,例如在无线电接收机的高频和中频系统中的信号,都是这种窄带信号。
- 所以对于这种信号抽样,无论 f_H 是否为B的整数 倍,在理论上,都可以近似地将 f_s 取为略大于 $2B_s$
- 图中的曲线表示要求的最小抽样频率 f_s, 但是这并不意味着用任何大于该值的频率抽样都能保证频谱不混叠。

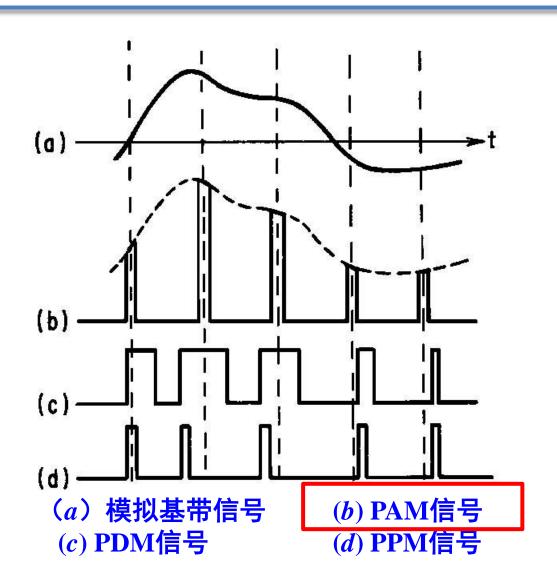
第9章模拟信号的数字传输

- 9.1 引言
- 9.2 模拟信号的抽样
- 9.3 模拟脉冲调制
- 9.4 抽样信号的量化
- 9.5脉冲编码调制
- 9.6 差分脉冲编码调制 (DPCM)
- 9.7 增量调制
- 9.8 时分复用和复接

模拟脉冲调制的种类

- 周期性脉冲序列有4个参量: 脉冲重复周期、脉冲振幅、脉冲宽度和脉冲相位(位置)。
- · 其中脉冲重复周期 (抽样周期) 一般由抽样定理 决定,故只有其他3个参量可以受调制。
- 3种脉冲调制:
 - · 脉冲振幅调制(PAM)
 - · 脉冲宽度调制(PDM)
 - ·脉冲位置调制(PPM)
- 仍然是模拟调制,因为其代表信息的参量仍然是可以连续变化的。

模拟脉冲调制波形



PAM调制

• PAM调制信号的频谱

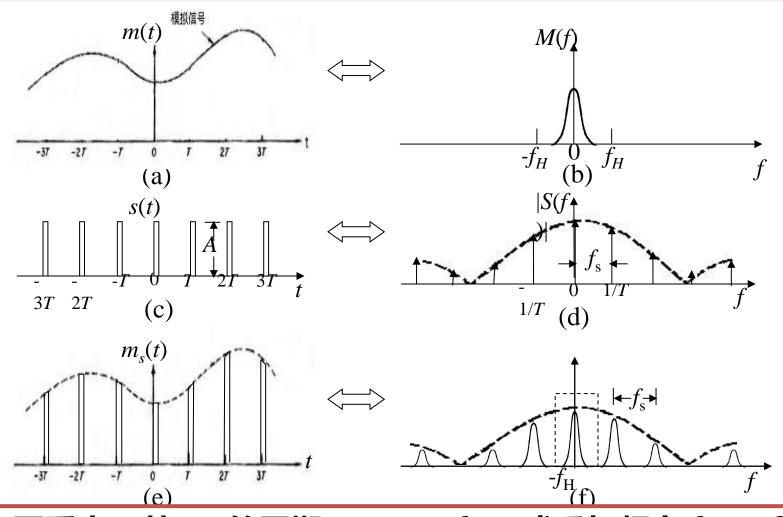
设:基带模拟信号的波形为m(t),其频谱为M(f);用这个信号对一个脉冲载波s(t)调幅,s(t)的周期为T,其频谱为S(f);脉冲宽度为 τ ,幅度为A;并设抽样信号 $m_s(t)$ 是m(t)和s(t)的乘积。

则抽样信号 $m_s(t)$ 的频谱就是两者频谱的卷积:

$$M_s(f) = M(f) * S(f) = \frac{A\tau}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sin c(n\tau f_H) M(f - 2nf_H)$$

式中 $sinc(n\tau fH) = sin(n\tau fH) / (n\tau fH)$

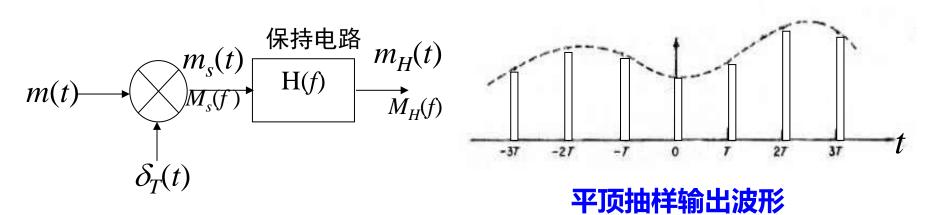
PAM调制过程的波形和频谱图



由图看出,若s(t)的周期 $T \le (1/2f_H)$,或重复频率 $f_s \ge 2f_H$,则用截止频率为 f_H 的低通滤波器可以分离出原模拟信号

自然抽样和平顶抽样

- 在上述PAM调制中,得到的已调信号 $m_s(t)$ 的脉冲顶部和原模拟信号波形相同。这种PAM常称为自然抽样。
- 平顶抽样: 在实际应用中,则常用"抽样保持电路"产生PAM信号。电路的原理方框图:



平顶抽样输出频谱

· 设保持电路的传输函数为H(f),则其输出信号的 频谱 $M_H(f)$ 为:

$$M_H(f) = M_s(f)H(f)$$

H(f)加权。

因此,不能用低通滤波器恢复(解调)原始模拟 信号了。

但从原理上看,若在低通滤波器之前加一个传输 函数为1/H(f)的修正滤波器,就能无失真地恢复 原模拟信号了。

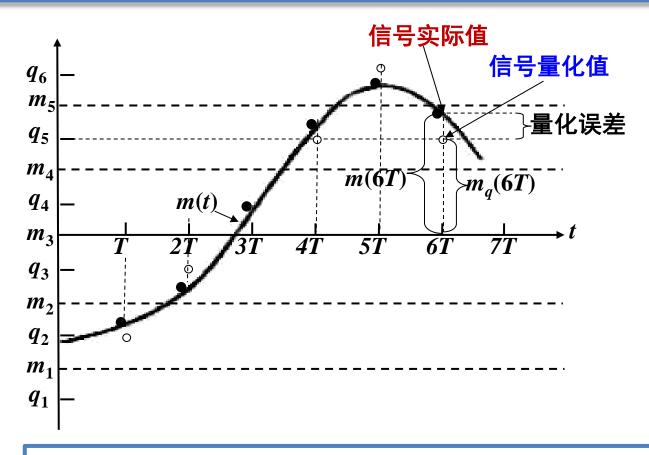
第9章模拟信号的数字传输

- 9.1 引言
- 9.2 模拟信号的抽样
- 9.3 模拟脉冲调制
- 9.4 抽样信号的量化
- 9.5脉冲编码调制
- 9.6 差分脉冲编码调制 (DPCM)
- 9.7 增量调制
- 9.8 时分复用和复接

9.4.1 量化原理

- 设模拟信号的抽样值为m(kT),其中T是抽样周期,k是整数。此抽样值仍然是一个取值连续的变量。
- 若仅用N个不同的二进制数字码元来代表此抽样值的大小,则N个不同的二进制码元只能代表M = 2^N 个不同的抽样值。
- 因此,必须将抽样值的范围划分成*M*个区间,每个区间用一个电平表示。这样,共有*M*个离散电平,它们称为量化电平。
- 用M个量化电平表示连续抽样值的方法称为量化。

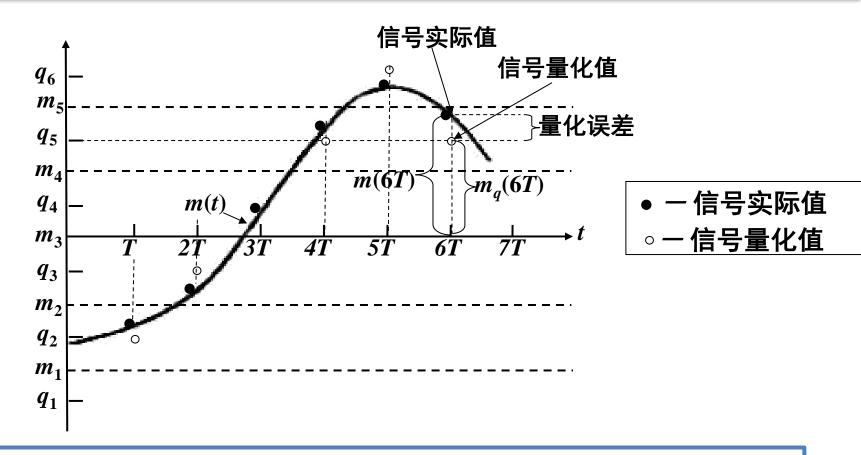
量化过程图



- 一信号实际值
- ○一信号量化值

- $q_1, q_2, ..., q_i, ..., q_6$ 是量化后信号的6个可能输出电平
- $m_1, m_2, ..., m_i, ..., m_5$ 为量化区间的端点。

量化过程图



- M个抽样值区间是等间隔划分的,称为<mark>均匀量化</mark>。
- M个抽样值区间也可以不均匀划分, 称为非均匀量化。

量化一般公式

- 设: m(kT)表示模拟信号抽样值, $m_q(kT)$ 表示量化后的量化信号值, $q_1, q_2, ..., q_i, ..., q_6$ 是量化后信号的6个可能输出电平, $m_1, m_2, ..., m_i, ..., m_5$ 为量化区间的端点。
- •则可以写出一般公式:

$$m_q(kT) = q_i, \quad \stackrel{\text{def}}{=} m_{i-1} \le m(kT) < m_i$$

· 按照上式作变换,就把模拟抽样信号m(kT)变换成了量化后的离散抽样信号,即量化信号。

量化器

- 在原理上,量化过程可以认为是在一个量化器中 完成的。
- 量化器的输入信号为m(kT),输出信号为 $m_q(kT)$,如下图所示。



· 在实际中,量化过程常是和后续的编码过程结合 在一起完成的,不一定存在独立的量化器。

9.4.2 均匀量化

- 均匀量化的表示式
 - 设模拟抽样信号的取值范围在a和b之间,量化电平数为M,则在均匀量化时的量化间隔为 $\Delta v = \frac{b-a}{M}$
 - 且量化区间的端点为 $m_i = a + i\Delta v$ i = 0, 1, ..., M
 - 若量化输出电平 q_i 取为量化间隔的中点,则

$$q_i = \frac{m_i + m_{i-1}}{2}, \qquad i = 1, 2, ..., M$$

- 显然,量化输出电平和量化前信号的抽样值一般不同, 即量化输出电平有误差。
- 这个误差常称为量化噪声,并用信号功率与量化噪声 之比衡量其对信号影响的大小。

均匀量化的平均信号量噪比

·均匀量化时,量化噪声功率的平均值Nq下式表示

$$N_q = E[(m_k - m_q)^2] = \int_a^b (m_k - m_q)^2 f(m_k) dm_k = \sum_{i=1}^M \int_{m_{i-1}}^{m_i} (m_k - q_i)^2 f(m_k) dm_k$$

- 式中, m_k 为模拟信号的抽样值, 即m(kT);
- m_q 为量化信号值,即 $m_q(kT)$;
- $f(m_k)$ 为信号抽样值 m_k 的概率密度;
- M为量化电平数;

$$m_i = a + i\Delta v$$
$$q_i = a + i\Delta v - \frac{\Delta v}{2}$$

• 信号 m_k 的平均功率可以表示为

$$S_0 = E(m_k^2) = \int_a^b m_k^2 f(m_k) dm_k$$

· 若已知信号m_k的功率密度函数,则由上两式可以 计算出平均信号量噪比。

例9.1

· 设一个均匀量化器的量化电平数为M, 其输入信号抽样值在区间[-a, a]内具有均匀的概率密度。 试求该量化器的平均信号量噪比。

• 解:
$$N_q = \sum_{i=1}^M \int_{m_{i-1}}^{m_i} (m_k - q_i)^2 f(m_k) dm_k = \sum_{i=1}^M \int_{m_{i-1}}^{m_i} (m_k - q_i)^2 \left(\frac{1}{2a}\right) dm_k$$

$$= \sum_{i=1}^M \int_{-a+(i-1)\Delta v}^{-a+i\Delta v} (m_k + a - i\Delta v + \frac{\Delta v}{2})^2 \left(\frac{1}{2a}\right) dm_k$$

$$= \sum_{i=1}^M \left(\frac{1}{2a}\right) \left(\frac{\Delta v^2}{12}\right) = \frac{M(\Delta v)^3}{24a}$$
以匀分布 以匀分布 以

• 因为 $M\Delta v = 2a$, 所以有 $N_q = \frac{(\Delta v)^2}{12}$

• 由于信号具均匀的概率密度,故信号功率等于

$$S_0 = \int_{-a}^{a} m_k^2 \left(\frac{1}{2a}\right) dm_k = \frac{M^2}{12} (\Delta v)^2$$

• 所以,平均信号量噪比为 $\frac{S_0}{N_q} = M^2$

• 或写成
$$\left(\frac{S_0}{N_q}\right)_{dR} = 20 \lg M$$
 dB

• 由上式可以看出,量化器的平均输出信号量噪比 随量化电平数M的增大而提高。

9.4.3 非均匀量化

• 问题存在:

- 在实际应用中,对于给定的量化器,量化电平数M和量化间隔 Δv 都是确定的,量化噪声 N_q 也是确定的。
- 但是,信号的强度可能随时间变化(例如,语音信号)。当信号小时,信号量噪比也小。
- 所以,这种均匀量化器对于小输入信号很不利。
- 为了克服这个缺点,改善小信号时的信号量噪比, 在实际应用中常采用非均匀量化:量化间隔随信 号抽样值的不同而变化:
 - 信号抽样值小时,量化间隔△v也小
 - 信号抽样值大时,量化间隔△v也变大。

非均匀量化原理

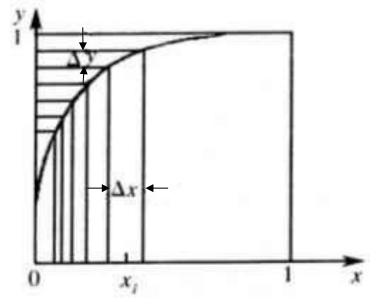
- 实际中,非均匀量化的实现方法通常是在进行量 化之前,先将信号抽样值压缩,再进行均匀量化。
- 非均匀量化 = 信号抽样值压缩 + 均匀量化

· 这里的压缩:是用一个非线性电路将输入电压x

变换成输出电压y: y = f(x)

图中纵坐标*y* 是均匀刻度的,横坐标*x* 是非均匀刻度的。

所以输入电压*x*越小,量化间隔也就越小。也就是说,小信号的量化误差也小。



非均匀量化的数学分析

• 当量化区间划分很多时,在每一量化区间内压缩 特性曲线可以近似看作为一段直线。因此,这段 直线的斜率可以写为: $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx} = y'$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx} = y'$$

- 所以有 $\Delta x = \frac{dx}{dv} \Delta y$
- 设压缩器的输入和输出电压限制在0和1之间,即 作<mark>归一化</mark>,且纵坐标y 在0和1之间均匀划分成N 个量化区间,则量化区间隔应等于 $\Delta y = \frac{1}{y}$
- 代入上式,得到

$$\Delta x = \frac{dx}{dy} \Delta y = \frac{1}{N} \frac{dx}{dy} \qquad \qquad \frac{dx}{dy} = N \Delta x$$

• 为了对不同的信号强度保持信号量噪比恒定,当输入电压x减小时,应当使量化间隔 Δx 按比例地减小,即要求: $\Delta x \propto x$

• 上式可写成
$$\frac{dx}{dy} = N\Delta x$$

$$\frac{dx}{dy} \propto x$$

$$\frac{dx}{dy} = kx$$

- •式中, k 比例常数。
- 上式是一个线性微分方程, 其解为:

$$ln x = ky + c$$

$$\ln x = ky + c$$

- 为了求出常数c, 将边界条件 (当x=1时, y=1), 代入上式, 得到 k+c=0, 求出 c=-k
- 将c 的值代入上式,得到 $\ln x = ky k$
- 即要求y = f(x)具有如下形式: $y = 1 + \frac{1}{k} \ln x$
- 由上式看出,为了对不同的信号强度保持信号量噪比恒定,在理论上要求压缩特性<mark>具有对数特性</mark>。
- 但该式不符合因果律,不能物理实现,因为当输入x = 0时,输出 $y = -\infty$,其曲线和上图中的曲线不同。
- 所以,在实用中这个理想压缩特性的具体形式,按照不同情况,还要作适当修正,使当x = 0时,y = 0。

- 关于电话信号的压缩特性,国际电信联盟(ITU)制定了两种建议,即A压缩律和μ压缩律,以及相应的近似算法 13折线法和15折线法。
- 我国大陆、欧洲各国以及国际间互连时采用A律 及相应的13<mark>折线法</mark>
- · 北美、日本和韩国等少数国家和地区采用μ律及 15折线法。
- 下面将分别讨论这两种压缩律及其近似实现方法。

A压缩律

A压缩律:

$$y = \begin{cases} \frac{Ax}{1 + \ln A}, & 0 < x \le \frac{1}{A} \\ \frac{1 + \ln Ax}{1 + \ln A}, & \frac{1}{A} \le x \le 1 \end{cases}$$

x: 压缩器归一化输入电压;

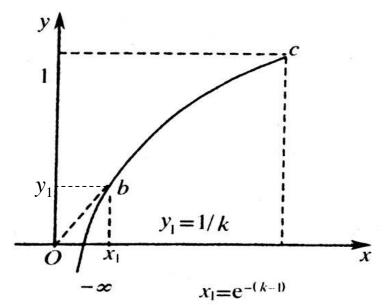
y: 压缩器归一化输出电压;

A:常数,决定压缩程度。

- A 律是从前式修正而来的。它由两个表示式组成:
 - 第一个表示式中的y和x成正比,是一条直线方程;
 - 第二个表示式中的y和x是对数关系,类似理论上为保持信号量噪比恒定所需的理想特性的关系。

A律的导出

• 由式 $y=1+\frac{1}{k}\ln x$ 画出的曲线。



为使此曲线通过原点,修正办法是过原点对曲线作切线ob,用直线段ob代替原曲线段,就得到A律。此切点b的坐标(x₁, y₁)为

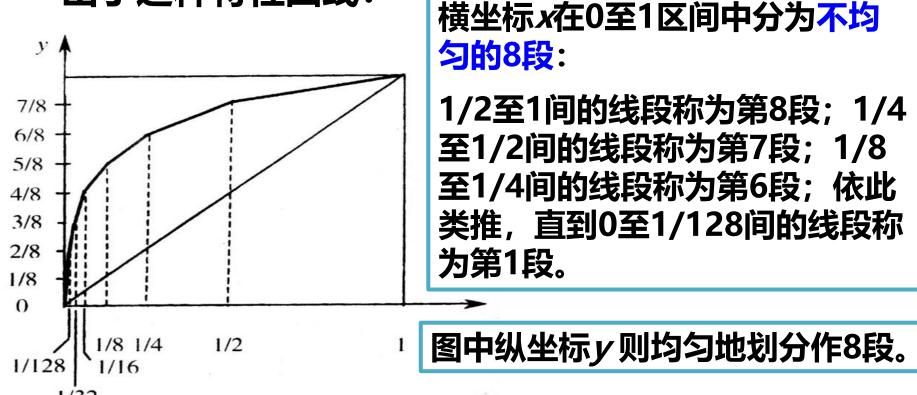
 $(e^{1-k}, 1/k)$ 或(1/A, $Ax_1/(1+\ln A)$)

A律是物理可实现的。其中的常数A不同,则压缩曲线的形状不同,这将特别影响小电压时的信号量噪比的大小。 在实用中,选择A等于87.6。

13折线压缩特性 - A律的近似

• 13折线特性就是近似于A律的特性。在下图中示

出了这种特性曲线:

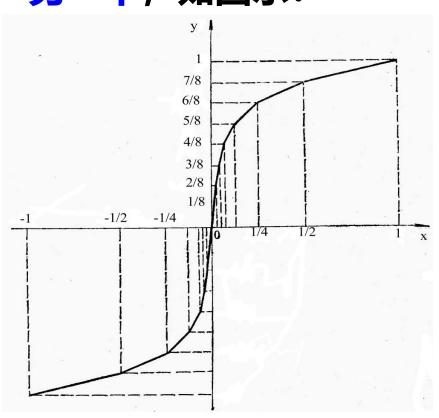


将与这8段相应的座标点(x, y)相连, 就得到了一条折线

- 由图可见,除第1和2段外,其他各段折线的斜率 都不相同。
- 在下表中列出了这些斜率:

折线段号	1	2	3	4	5	6	7	8
斜率	16	16	8	4	2	1	1/2	1/4

因语音信号为交流信号,故上述压缩特性只是实用压缩特性的一半。第3象限还有原点奇对称的另一半,如图示:



图中,第1象限的第1、第2段 斜率相同,构成一条直线。

同样,第3象限的第1和第2段 斜率也相同,并和第1象限中 的斜率相同。所以,这4段折 线构成一条直线。

因此,共有13段折线,故称 13折线压缩特性。

13折线特性和A律特性之间的误差

- 方便起见,仅在折线各转折点和端点比较两条曲线座标。
- 13<mark>折线: 各点纵坐标y值已知, 即分别为0</mark>, 1/8, 2/8, 3/8, ..., 1.
- A律压缩曲线: A=87.6时, 切点横坐标 x_1 等于: $x_1 = \frac{1}{A} = \frac{1}{87.6} \approx 0.0114$

$$x_1 = \frac{1}{A} = \frac{1}{87.6} \approx 0.0114$$

- 代入 y_1 的表示式: $y_1 = \frac{Ax_1}{1 + \ln A} = \frac{1}{1 + \ln 87.6} \approx 0.183$
- 这表明, A律曲线的直线段在座标原点和此切点之间, 即(0,0)和(0.0114,0.183)之间。
- 所以,此直线的方程为:

$$x = \frac{1 + \ln A}{A} y = \frac{1 + \ln 87.6}{87.6} y \approx \frac{1}{16} y$$

13折线特性和A律特性之间的误差

- 方便起见,仅在折线各转折点和端点比较两条曲线座标。
- 13折线: 各点纵坐标y值已知, 为0, 1/8, 2/8, 3/8, ..., 1。
- A律压缩曲线:分直线段和曲线两段,比较时要区分在哪一段。
- A=87.6时,切点横坐标 x_1 等于: $x_1 = \frac{1}{A} = \frac{1}{87.6} \approx 0.0114$
- 代入 y_1 的表示式: $y_1 = \frac{Ax_1}{1 + \ln A} = \frac{1}{1 + \ln 87.6} \approx 0.183$
- A律直线段在原点和此切点间,即(0,0)和(0.0114,0.183) 间。此直线的方程为:

$$x = \frac{1 + \ln A}{A} y = \frac{1 + \ln 87.6}{87.6} y \approx \frac{1}{16} y$$

$$x = \frac{1 + \ln A}{A} y = \frac{1 + \ln 87.6}{87.6} y \approx \frac{1}{16} y$$

- 开始对比:
- 13折线的<mark>第1个转折点</mark>,纵坐标y = 1/8 = 0.125,小于 y_1 ,故此点位于A律的直线段,按上式求出相应x值为1/128。
- 其他转折点,因y > 0.183时,应按A律对数曲线段的公式计算x值。此时,可推出x的表示式:

$$y = \frac{1 + \ln Ax}{1 + .\ln A} = 1 + \frac{1}{1 + \ln A} \ln x \qquad y - 1 = \frac{\ln x}{1 + \ln A} = \frac{\ln x}{\ln(eA)}$$

$$\ln x = (y-1)\ln(eA) \qquad \qquad = \frac{1}{(eA)^{1-y}}$$

• 按上式可求出在此曲线段中对应各转折点纵坐标y的横坐 标值。

· 当用A = 87.6代入上式时, 计算结果见下表

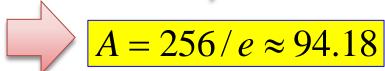
i	8	3	7		6	5	5	5	4	E	曲线	段	2	2	1	1	0
y = 1 - i/8	()	1/8	8	7	/8	3/		4,		5,		6,	/8	7,	/8	71
A律的 <i>x</i> 值	(1/12 直线			0.6	1/3	0.6	1/1	5.4	1/7	.79	1/3	.93	1/1	.98	1
13折线法的 <i>x</i> =1/2 ⁱ)	1/12	28	1/0	64	1/3	32	1/1	16	1,	8	1/	/4	1/	'2	1
折线段号		1		2	2	3	3		1	5	5	(6	7	7	8	3
折线斜率		16	5	1	6	8	3	4	.	2	2	1	l	1,	'2	1/	/4

• 可看出,13折线法和A = 87.6的A律压缩法十分接近。

μ压缩律和15折线压缩特性

- · 在A律中,选用A等于87.6有两个目的:
 - 1) 使曲线在原点附近的斜率等于16, 使16段折线简化 成仅有13段:
 - 2) 使在13折线的转折点上A律曲线的横坐标x值接近 $1/2^{i}$ (i = 0, 1, 2, ..., 7), 如上表所示。
- · 若仅为满足第二目的,则可选用更恰当A值。
- 目的条件为:满足 $x = 1/2^i$ 时, y = 1 i/8,
- 将条件代入式 $x = \frac{1}{(eA)^{1-y}}$ $\frac{1}{2^i} = \frac{1}{(eA)^{1-(1-i/8)}} = \frac{1}{(eA)^{i/8}}$

• **4**:
$$(eA)^{1/8}$$
 $(eA)^{1/8} = 2$, $(eA)^{1/8} = 2$



$A = 256/e \approx 94.18$

• 将A代入,得:
$$y = \frac{1 + \ln(Ax)}{1 + \ln A} = \frac{\ln(eAx)}{\ln(eA)} = \frac{\ln 256x}{\ln 256}$$

满足第二目的

- 但按上式, 当x = 0时, $y \to -\infty$; 当y = 0时, $x = 1/2^8$ 。
- 而要求是: 当x = 0时, y = 0, 以及当x = 1时, y = 1。
- · 为此,同样需作修正。 μ 律中,修正后表示式如下:

$$y = \frac{\ln(1 + 255x)}{\ln(1 + 255)}$$

- 可以看出,它满足当x = 0时,y = 0; 当x = 1时, y = 1。
- 但是,在其他点上自然存在一些误差。不过,只在小电压 (x < 1/128)时,才有稍大误差。

• 通常用参数 4表示式中常数 255。上式变成:

$$y = \frac{\ln(1 + \mu x)}{\ln(1 + \mu)}$$

- ·这就是美国等地采用的µ压缩律的特性。
- •由于μ律同样不易用电子线路准确实现,所以目前实用中是采用特性近似的15折线代替μ律。
- 和A律一样,把纵坐标y从0到1之间划分为8等份。 对应各转折点的横坐标x值可按照下式计算:

$$y = \frac{\ln(1+255x)}{\ln(1+255)}$$

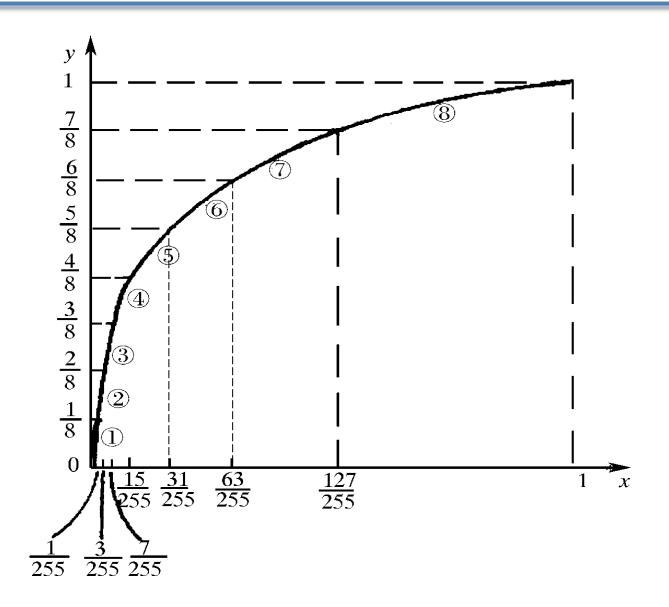
$$x = \frac{256^{y} - 1}{255} = \frac{256^{i/8} - 1}{255} = \frac{2^{i} - 1}{255}$$

· 计算结果列于下表中。

i	0	1	2	2	3		4	ļ	5			6		7	8
y = i/8	0	1/8	2	/8	3/8	8	4/	8	5/8	3	6	/8	7	8/	1
$x=(2^i-1) / 255$	0	1/255	3/2	255	7/25	55	15/ 5		31/2	55	63/	255	127	7/255	1
斜率×255	1/8	1	/16	1/	'32	1/	'64	1/	128	1/2	256	1/5	12	1/10	24
段号	1		2		3		4		5		6	7		8	

- 转折点用直线相连,构成8段折线。列出各段的斜率。
- 此时, 其第1段和第2段斜率不同, 不能合并为一条直线, 故考虑到信号的正负电压时, 仅正电压第1段和负电压第1段的斜率相同, 可连成一条直线。
- 所以,得到的是15段折线,称为15折线压缩特性。

15折线的图形



13折线特性 Vs 15折线特性

- ·比较第一段斜率: 15折线特性第一段的斜率 (255/8) 大约是13折线特性第一段斜率 (16) 的两倍。
- 所以,15折线特性给出的小信号的信号量噪比约是 13折线特性的两倍。
- · 但对大信号而言, 15折线特性给出的信号量噪比要比 13折线特性时稍差。
- · 原因:可从对数压缩式看出,A律中A值等于87.6;μ 律中,相当A值等于94.18。A值越大,在大电压段曲 线的斜率越小,即信号量噪比越差。
- 恢复原信号大小的扩张原理,完全和压缩的过程相反。

均匀量化 Vs 均匀量化

•比较条件:

- 取13折线法中的 (第一和第二段) 最小量化间隔作为 均匀量化时的量化间隔
- 即在保证小信号的量噪比情况下, 改用均匀量化。
- 均匀量化:对应13折线法中第1至8段,包含的均匀量化间隔数分别为16、16、32、64、128、256、512、1024,共2048个均匀量化间隔
- 非均匀量化: 只有128个量化间隔。
- 因此,在保证小信号的量化间隔相等的条件下, 均匀量化需要11比特编码,而非均匀量化只要7 比特就够了。

第9章模拟信号的数字传输

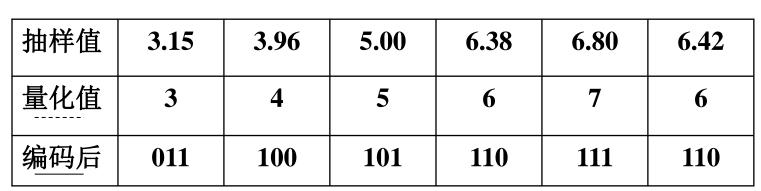
- 9.1 引言
- 9.2 模拟信号的抽样
- 9.3 模拟脉冲调制
- 9.4 抽样信号的量化
- 9.5 脉冲编码调制 (PCM)
- 9.6 差分脉冲编码调制 (DPCM)
- 9.7 增量调制
- 9.8 时分复用和复接

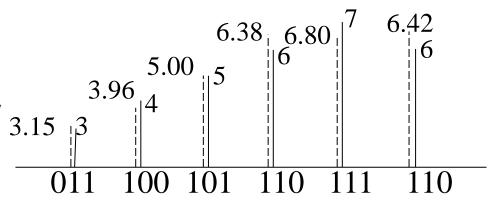
9.5.1脉冲编码调制 (PCM) 的基本原理

- 把从模拟信号抽样、量化,直到变换成为二进制符号的基本过程,称为脉冲编码调制,简称脉码调制。
- PCM是将模拟信号变换成二进制信号的常用方法。

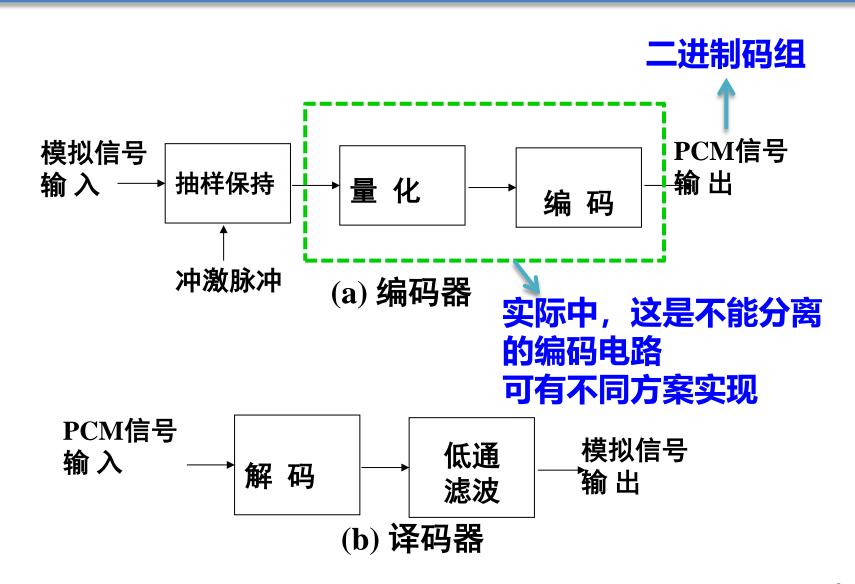
例

- 模拟信号的抽样值为3.15, 3.96, 5.00, 6.38, 6.80 和6.42。
- 按"四舍五入"的原则量化为整数,则量化后变为3,4,5,6,7和6。
- · 按二进制数编码后,就变 成二进制符号: 011、100、 101、110、111和110。



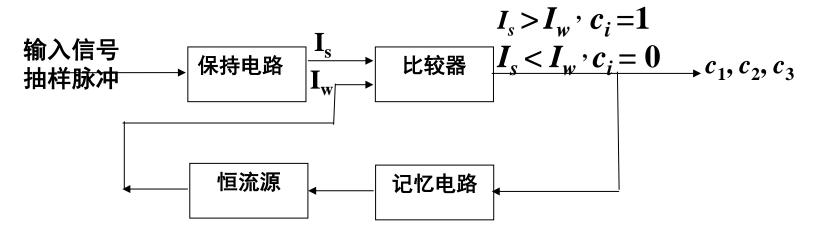


PCM系统的原理方框图



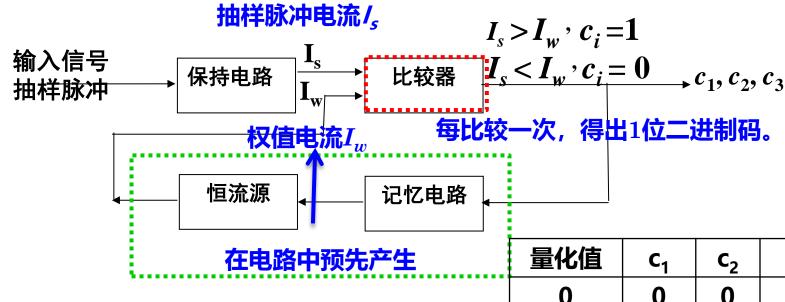
逐次比较法编码

• 方框图:



- 图中为一个3位编码器。
- 其输入信号抽样脉冲值在0和7.5之间。
- •将输入模拟抽样脉冲编成3位二进制编码 c_1 c_2 c_3 。

逐次比较法编码原理



• 因为表示量化值的二进制码有3位,即 $c_1c_2c_3$ 。它们能够表示8个十进制数,从0至7,如表所示。

量化值	C ₁	C ₂	c ₃
0	0	0	0
1	0	0	1
2	0	1	0
3	0	1	1
4	1	0	0
5	1	0	1
6	1	1	0
7	1	1	163

编码过程

- 按"四舍五入"原则,对 -0.5至+7.5间的输入抽样 值进行编码:
- 第一次比较: 用于判定 c_1 值的权值电流 I_w =3.5,
 - 即若抽样值 $I_s < 3.5$,则比较器输出 $c_1 = 0$;
 - 若 $I_s > 3.5$,则比较器输出 $c_1 = 1$ 。
 - c_1 除输出外,还送入记忆电路暂存。
- 第二次比较时,需要根据暂存的 c_1 值,决定第二个权值电流值 I_m 。
 - 若 $c_1 = 0$,则第二个权值电流值 $I_w = 1.5$;
 - 若 $c_1 = 1$, 则 $I_w = 5.5$ 。

• 第二次比较按照此规则进行:

- 若 $I_s < I_w$, 则 $c_2 = 0$;
- 若 $I_s > I_w$,则 $c_2 = 1$ 。
- •此 c_2 值除输出外,也送入记忆电路。
- 第三次比较时,所用的权值电流值须根据 c_1 和 c_2 的值决定。
 - 例如,若 $c_1 c_2 = 0 0$,则 $I_w = 0.5$;
 - 若 $c_1 c_2 = 10$, 则 $I_w = 4.5$;
 - 依此类推。

9.5.2 自然二进制码和折叠二进制码

在上表中给出的是自然二进制码。电话信号还常用另外一种编码 - 折叠二进制码。现以4位码为例,列于下表中:

量化值序号	量化电压极性	自然二进制码	折叠二进制码
15	正极性	1111	1111
14		1110	1110
13		1101	1101
12		1100	1100
11		1011	1011
10		1010	1010
9		1001	1001
8		1000	1000
7	负极性	0111	0000
6		0110	0001
5		0101	0010
4		0100	0011
3		0011	0100
2		0010	0101
1		0001	0110
0		0000	0111

折叠码的优点

- 因为电话信号是交流信号,故在表中将16个双极性量 化值分成两部分。
 - 第0至第7个量化值对应于负极性电压;
 - 第8至第15个量化值对应于正极性电压。
- 对于自然二进制码,这两部分之间没有什么对应联系。
- 但对于折叠二进制码,除最高位符号相反,上下两部分呈现映像关系,或称折叠关系:这种码用最高位表示电压极性正负,其他位表示电压的绝对值。
- 即在用最高位表示极性后,双极性电压可用单极性编码方法处理,从而使编码电路和编码过程大为简化。

- 折叠码的另一个优点是误码对于小电压的影响较小。
- 例1,码组1000,发生1个符号错误,变成0000。
 - 若它为自然码,则它所代表的电压值将从8变成0,误差为8;
 - 若它为折叠码,则它将从8变成7,误差为1。
- 例2, 码组1111, 错成**0**111
 - 自然码:将从15变成7,误差仍为8;
 - 折叠码:将从15错成为0,误差增大为15。
- 这表明, 折叠码对于小信号有利。而语音信号小电压 出现概率较大,故折叠码有利于减小语音信号的平均 量化噪声。
- 在语音通信中,通常采用8位的PCM编码就能够保证满意的通信质量。

码位排列方法

- 在13折线法中采用的折叠码有8位。
- 1. 其中第一位 c_1 表示量化值的极性正负。
- 2. 后7位用于表示量化值的绝对值,分为段落码和段内码两部分。
 - 第2至4位 $(c_2 c_3 c_4)$ 是段落码,共计3位,可以表示8种 斜率的段落;
 - 其他 $4\dot{\omega}(c_5 \sim c_8)$ 为段内码,可表示每一段落内的16种量化电平。段内码代表的16个量化电平是均匀划分的。
- 所以, 这7位码总共能表示2⁷ = 128种量化值。 在下面的表中给出了段落码和段内码的编码规则。

段落码编码规则

段落序号	段落码 $c_2c_3c_4$	段落范围 (量化单位)
8	111	1024~2048
7	110	512~1024
6	101	256~512
5	100	128~256
4	011	64~128
3	010	32~64
2	0 0 1	16~32
1	0 0 0	0~16

段内码编码规则

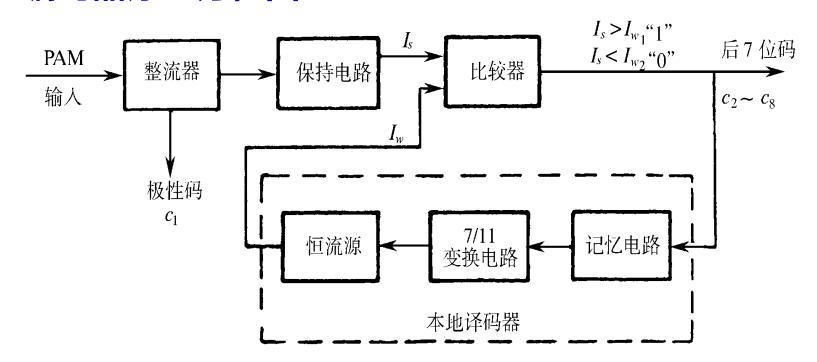
量化间隔	段内码				
五101444	$c_5c_6c_7c_8$				
15	1111				
14	1110				
14	1101				
12	1100				
11	1011				
10	1010				
9	1001				
8	1000				
7	0111				
6	0110				
5	0101				
4	0100				
3	0011				
2	0010				
1	0001				
0	0 0 0 0				

说明

- 上述编码,虽然段内码是按均匀量化间隔编码,但各段落 斜率不等,长度不等,故不同段落的量化间隔不同。
 - 第1和2段最短,斜率最大,横坐标x的归一化动态范围只1/128。将其等分为16小段,每一小段的动态范围只有(1/128) × (1/16) = 1/2048。这就是最小量化间隔,后面将此间隔(1/2048)称为1个量化单位。
 - 第8段最长, x动态范围为1/2。16等分后, 每段长1/32。
- · 若采用均匀量化,且希望对小电压保持同样的动态范围 1/2048,则需用11位码组才行。现在采用非均匀量化,只需要7位就够了。
- 典型电话信号的抽样频率是8000 Hz。故在采用这类非均匀量化编码器时,典型的数字电话传输比特率为64 kb/s。

9.5.3 电话信号的编译码器

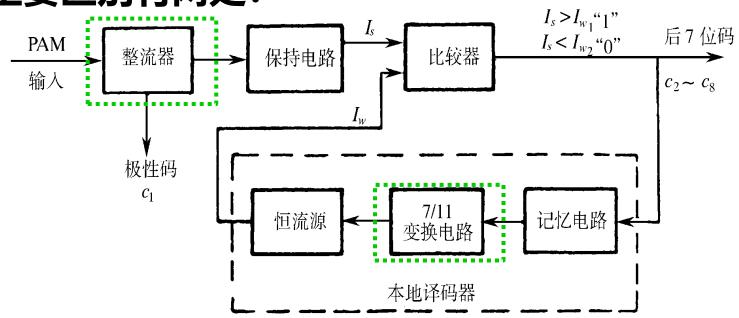
・编码器原理方框图



- ·上图为用于电话信号编码的13折线折叠码的量化编码器原理方框图。此编码器给出8位编码 c_1 至 c_8 。
- c_1 为极性码,其他位表示抽样的绝对值。

比较此方框图和前面的原理方框图

• 主要区别有两处:



- 输入信号抽样值经过一个整流器,它将双极性值变成单极性值,并给出极性码 c_1 。
- 在记忆电路后接一个7/11变换电路。其功能是将7位的 非均匀量化码变换成11位的均匀量化码,以便于恒流 源能够按照图的原理产生权值电流。

例

- 设输入电话信号抽样值归一化动态范围在-1至+1间,将此范围划分为4096个量化单位,即1/2048作为1个量化单位。当输入抽样值为+1270个量化单位时,试用逐次比较法编码将其按照13折线A律特性编码。
- 解: 设编出的8位码组用 $c_1 c_2 c_3 c_4 c_5 c_6 c_7 c_8$ 表示,则:
- 1) 确定极性码 c_1 : 因输入+1270为正极性,所以 $c_1 = 1$ 。
- 2) 确定段落码 c_2 c_3 c_4 : 由段落码规则表可见, c_2 值决定于信号抽样值大于还是小于128,即此时的权值电流 I_w = 128。现在输入抽样值等于1270,故 c_2 = 1。
- 在确定 $c_2 = 1$ 后, c_3 决定于信号抽样值大于还是小于512,即此时的权值电流 $I_w = 512$ 。因此判定c3 = 1。

- 同理,在 c_2 c_3 = 11的条件下,决定 c_4 的权值电流 I_w = 1024。和抽样值1270比较后,得到 c_4 = 1。
- 这样,就求出了 $c_2 c_3 c_4 = 111$,可知抽样值位于第8段落内。
- 3) 确定段内码 c_5 c_6 c_7 c_8 : 段内码是按量化间隔均匀编码的,每一段落均被均匀地划分为16个量化间隔。但是,因为各个段落的斜率和长度不等,故不同段落的量化间隔是不同的。对于第8段落,其量化间隔示于下图中。

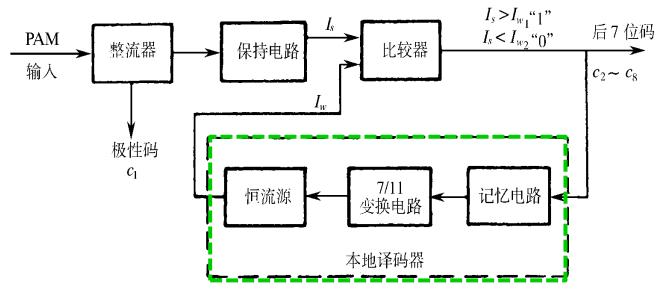
• 对于第8段落,其量化间隔示于下图中。

- 由编码规则,决定 c_5 等于"1"还"0"的权值电流值在量化间隔7和8间,即 $I_w=1536$ 。抽样值 $I_s=1270$,所以 $c_5=0$ 。
- 同理,决定 c_6 值的权值电流值在间隔3和4间,故 $I_w=1280$,因此仍有 $I_s < I_w$,所以 $c_6=0$ 。
- •继续,决定 c_7 值的 $I_w=1152$,现在 $I_s>I_w$,所以 $c_7=1$ 。
- 最后,决定 c_8 值的 $I_w = 1216$,仍有 $I_s > I_w$,所以 $c_8 = 1$ 。

- 这样编码得到的8位码组为 c_1 c_2 c_3 c_4 c_5 c_6 c_7 c_8 = 11110011, 它表示的量化值应该在第8段落的第3间隔中间,即等于(1280-1216)/2=1248(量化单位)。
- 将此量化值和信号抽样值相比,得知量化误差等于1270-1248=22(量化单位)。
- 顺便指出,除极性码外,若用自然二进制码表示此折叠二进制码所代表的量化值(1248),则需要11位二进制数(10011100000)。

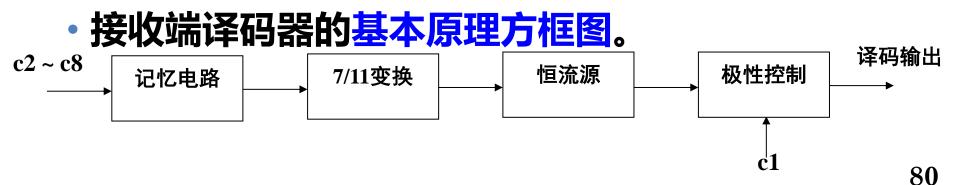
逐次比较法译码原理

编码器虚线方框内是本地译码器,接收端译码器的核心部分原理和本地译码器原理一样。



- · 本地译码器的记忆电路得到输入 c_7 值后,使恒流源产生为下次比较所需要的权值电流 I_w 。
- ·编码器输出 $c_{
 m s}$ 值后,本抽样值编码完成,比较器等待下一抽样值到达,暂不需要恒流源产生新的权值电流。

- •接收端的译码器中,仍保留本地译码器部分。
 - 记忆电路接收发送来的码组。当记忆电路接收到码组的最后一位c₈后,使恒流源再产生一个权值电流,它等于最后一个间隔的中间值。在上例中,此中间值等于1248。
 - 编码器中的比较器只是比较抽样的绝对值,本地译码器也只是产生正值权值电流,所以在接收端的译码器中,最后一步要根据接收码组的第一位c1值控制输出电流的正负极性。



9.5.4 PCM系统中噪声的影响

- PCM的噪声两种: 量化噪声和加性噪声。下面将 先分别讨论, 再给出考虑两者后的总信噪比。
- 加性噪声的影响
 - · 假设1: 仅考虑在码组中有一位错码情况(因同一码组中出现两个以上错码的概率非常小,可忽略)。
 - 如: 误码率为 $P_e = 10^{-4}$,一个8位码组中出现1位错码的概率: $P_1 = 8P_e = 8 \times 10^{-4}$;而出现2位错码的概率为:
 - $P_2 = C_8^2 P_e^2 = \frac{8 \cdot 7}{2} \times (10^{-4})^2 = 2.8 \times 10^{-7}$ **FIUP**₂ << **P**₁ •
 - 假设2: 仅讨论白色高斯加性噪声对均匀量化的自然码的影响。此时可认为码组中的错码是彼此独立的和均匀分布的

加性噪声的影响分析

• 码元权值: 设码组的构成如图示,码组长度为N 位,每位的权值分别为 2^0 , 2^1 , ..., 2^{N-1} 。

2^{N-1}	_	2^{i-1}		2^{2}	2^1	2^{0}
N	•••	i	• • •	3	2	1
最高位					-	最低位

- 第i位发生错码时,误差电压 Q_{\wedge} :
 - 量化间隔记为 Δv ,此码元代表的信号电压为 $2^{i-1}\Delta v$ 。该位码元发生错误:
 - 由 "0"错成 "1", 产生的误差电压为 $+2^{i-1}\Delta v$
 - 由 "1"错成 "0", 产生的误差电压为 $-2^{i-1}\Delta v$ 。

一位错码的误差功率

已假设错码是均匀分布,则引起的该码组误差功率的(统计)平均值将等于

$$E[Q_{\Delta}^{2}] = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (2^{i-1} \Delta v)^{2} = \frac{(\Delta v)^{2}}{N} \sum_{i=1}^{N} (2^{i-1})^{2} = \frac{2^{2N} - 1}{3N} (\Delta v)^{2} \approx \frac{2^{2N}}{3N} (\Delta v)^{2}$$

Q₄. 误差电压

- 错码产生的平均间隔为1/P。个码元
 - R因:误码率为 $P_{
 m e}$ ightarrow 即平均每 $1/P_{
 m e}$ 个码元错一个
- 而每个码组包含N个码元,所以有错码码组产生的平均间隔为 $1/NP_e$ 个码组(即平均 $1/NP_e$ 个码组(即平均 $1/NP_e$ 个码组组有一个出错)。

- 有错码码组产生的平均间隔为 $1/NP_e$ 个码组(即平均 $1/NP_e$ 个码组有一个出错)。
- \rightarrow 这相当于平均间隔时间为 $T_{\rm s}/NP_{\rm e}$ 。
- · 考虑到此错码码组的平均间隔后,将误差功率按时间平均,得到误差功率的时间平均值为:

•
$$\mathbf{E_t[Q_{\Delta}^2]} = (\mathbf{NP_e})\mathbf{E[Q_{\Delta}^2]} = NP_e \frac{2^{2N}}{3N} (\Delta v)^2 = \frac{2^{2N}}{3} (\Delta v)^2$$

• 它的等效误差电压为上式的平方根
$$Q_{\Delta e} = \left(\frac{2^{2N}P_e}{3}\right)^{1/2}(\Delta v)$$

• 等效误差电压:
$$Q_{\Delta e} = \left(\frac{2^{2N} P_e}{3}\right)^{1/2} (\Delta v)$$

- 下面计算加性噪声功率:
- · 设发送端送出的是抽样冲激脉冲,则接收端也是对抽样冲激脉冲译码。所以误差电压(冲激脉冲) 的频谱等于

 $G(f) = \int_{-\infty}^{\infty} Q_{\Delta e} \delta(t - kT_s) e^{-j\omega t} dt = Q_{\Delta e} e^{-j\omega kT_s}$

傅里叶变换

- 这时,误差的功率谱密度为: $P_{\Delta e}(f) = f_S |G(f)|^2$
- •式中 $f_s = 1/T_s$ 抽样频率

· 将G(f)值代入上式,得出误差的功率谱密度

$$P_{\Delta e}(f) = f_s Q_{\Delta e}^2$$

· 经过接收端截止频率为f_H的输出低通滤波器后, 输出加性噪声功率等于

$$N_{a} = \int_{-f_{H}}^{f_{H}} P_{\Delta e}(f) df = f_{s} \left(\frac{2^{2N} P_{e}}{3}\right) (\Delta v)^{2} (2f_{H}) = \frac{2^{2N} P_{e} (\Delta v)^{2}}{3T_{s}^{2}}$$

• 式中 $f_{\rm s} = 2f_{\rm H} = 1/T_{\rm s}$

量化误差的影响

- 虽然上面得出的误差电压 $Q_{\Delta e}$ 是因噪声引起的,但是此式对于任何冲激脉冲都成立。所以,对于量化误差,也可以从量化误差功率Nq的公式,仿照上面的分析直接写出。
- **量化误差电压:** $Q_q = N_q^{1/2} = \frac{\Delta v}{\sqrt{12}}$
- 量化误差的频谱: $G_q(f) = \int_{-\infty}^{\infty} Q_q \delta(t kT_s) e^{-j\omega t} dt = Q_q e^{-j\omega kT_s}$
- 量化误差的功率谱密度: $P_q(f) = f_s |G_q(f)|^2 = f_s Q_q^2$
- 经过低通滤波器后,输出的量化噪声功率:

$$N_{q} = \int_{-f_{H}}^{f_{H}} P_{q}(f) df = f_{s} \left(\frac{(\Delta v)^{2}}{12} \right) (2f_{H}) = \frac{1}{T_{s}^{2}} \frac{(\Delta v)^{2}}{12}$$

输出信号功率

• 在低通滤波前信号(冲激脉冲)的平均功率,上节已经求出为 $G = \begin{pmatrix} a & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M^2 & A \end{pmatrix}^2$

 $S_0 = \int_{-a}^a m_k^2 \left(\frac{1}{2a}\right) dm_k = \frac{M^2}{12} (\Delta v)^2$

• 按上述分析噪声的方法,同理可得接收端低通滤波后的信号功率是低通滤波前的 $(1/T_s^2)$ 倍,即有输出信号功率等于 $\frac{M^2}{s-\frac{M^2}{2}}(40)^2$

 $S = \frac{M^2}{12T_s^2} (\Delta v)^2$

·最后得到PCM系统的总输出信噪功率比

$$\frac{S}{N} = \frac{S}{N_a + N_q} = \frac{\frac{M^2}{12T_s^2} (\Delta v)^2}{\frac{2^{2N} P_e (\Delta v)^2}{12T_s^2} + \frac{(\Delta v)^2}{12T_s^2}} = \frac{M^2}{2^{2(N+1)} P_e + 1} = \frac{2^{2N}}{1 + 2^{2(N+1)} P_e}$$
加性噪声 量化噪声 3T_s

• 式中 M = 2^N

$$\frac{S}{N} = \frac{S}{N_a + N_q} = \frac{2^{2N}}{1 + 2^{2(N+1)}P_e}$$

• 大信噪比条件(即当 $2^{2(N+1)}P_{e} << 1$),有:

$$S/N \approx 2^{2N}$$

• 小信噪比条件(即当 $2^{2(N+1)}P_{e}>>1$),

$$S/N \approx 1/(4P_{\rm e})$$

• 此外,还可得出输出信号量噪比等于:

$$\frac{S}{N_a} = M^2 = 2^{2N}$$

· 这表示: PCM系统的输出信号量噪比仅和编码 位数N有关,且随N按指数规律增大。

$$\frac{S}{N_q} = M^2 = 2^{2N}$$

- •另一方面,对限制在 f_H 的低通信号,按抽样定理抽样速率不低于每秒 $2f_H$ 次。
- \rightarrow 对于PCM系统,这相当于要求传输速率至少为 $2Nf_H$ b/s。
- 故要求系统带宽B至少等于 Nf_H Hz。用B表示N 代入上式,得到 $S/N_a=2^{2(B/f_H)}$

上式表明,当低通信号最高频率f_H给定时,PCM 系统的输出信号量噪比随系统的带宽B按指数规律 增长。

第9章模拟信号的数字传输

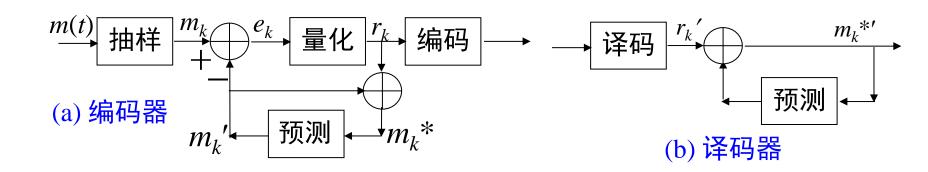
- 9.1 引言
- 9.2 模拟信号的抽样
- 9.3 模拟脉冲调制
- 9.4 抽样信号的量化
- 9.5脉冲编码调制
- 9.6 差分脉冲编码调制 (DPCM)
- 9.7 增量调制
- 9.8 时分复用和复接

9.6.1 预测编码简介

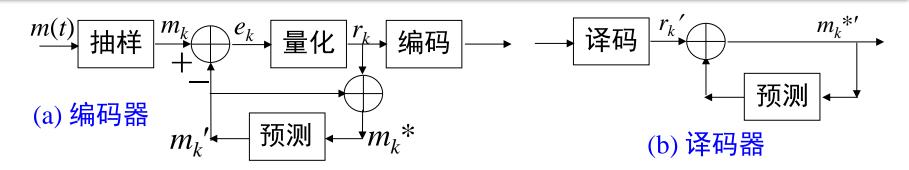
- 预测编码的目的:降低编码的比特率
- 预测编码原理:
 - 根据前几个抽样值计算一个预测值,再取当前抽样值和预测值之差(预测误差)。将此差值编码并传输。
 - 由于抽样值及其预测值之间有较强相关性(抽样值和其 预测值非常接近),预测误差的可能取值范围,比抽样 值的变化范围小。
 - >可用较少比特对预测误差编码,从而降低其比特率。
 - 预测误差的变化范围较小,它包含的冗余度也小。这就是说,利用减小冗余度的办法,降低了编码比特率。

线性预测原理

- · 线性预测:利用前面的几个抽样值的线性组合来 预测当前的抽样值。
- ·若仅用前面1个抽样值预测当前的抽样值,则就是DPCM。
- 线性预测编码原理方框图



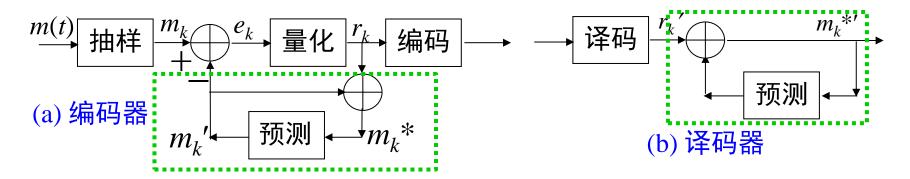
线性预测原理



- 假定量化器的量化误差为零,即 $e_k = r_k$,则由此图可见: $m_k^* = r_k + m_k^{'} = e_k + m_k^{'} = (m_k m_k^{'}) + m_k^{'} = m_k^{'}$
- 上式表示 m_k *就等于 m_k 。所以,可以把 m_k *看作是带有量化误差的抽样信号 m_k 。
- 预测器的输出和输入关系为: $m_k = \sum_{i=1}^{p} a_i m_{k-i}^*$
 - p: 预测阶数, a_i : 预测系数。

预测值*m_k′* 是前面*p*个带有量 化误差的抽样信号值的加权和

译码



- 方框图可见,编码器中预测器输入端和相加器的连接 电路和译码器中的完全一样。
- · 故当无传输误码时,即当编码器的输出就是译码器的输入时,这两个相加器的输入信号相同,即 $r_k = r_{k'}$ 。
- 所以,此时译码器的输出信号 m_k *' 和编码器中相加器输出信号 m_k *相同,即等于带有量化误差的信号抽样值 m_k 。

9.6.2差分脉冲编码调制(DPCM)的原理及性能

· DPCM原理

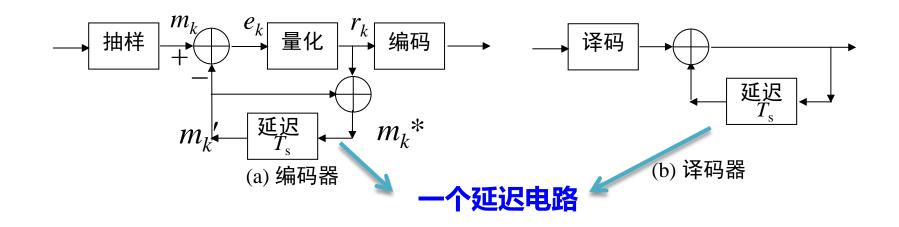
- 在DPCM中,只将前1个抽样值当作预测值,再取当前抽样值和预测值之差进行编码并传输。
- 即相当于预测式中 $m_{k} = \sum_{i=1}^{p} a_{i} m_{k-i}^{*}$

中, p = 1, $a_1 = 1$, 故 $s_k' = s_{k-1}^*$ 。 直接当做预测值

将前一时刻采样值 直接当做预测值

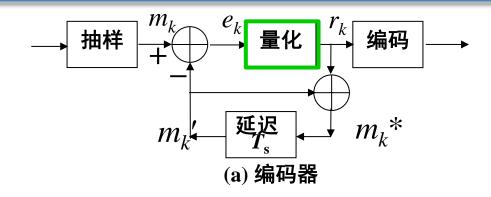
此时,预测器就简化成为一个延迟电路,其延迟时间为1个抽样间隔时间 T_s 。

在下图中画出了DPCM系统的原理方框图。



· 为了改善DPCM体制的性能,将自适应技术引入量化和预测过程,得出自适应差分脉码调制 (ADPCM)体制。它能大大提高信号量噪比和动态范围。

DPCM系统的量化误差(量化噪声)



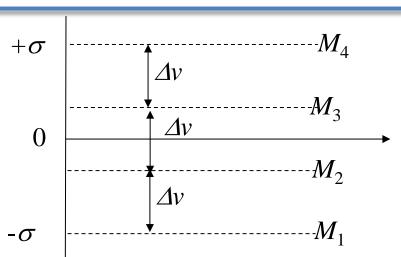
• DPCM系统的量化误差 q_k 定义为编码器输入模拟信号抽样值 m_k 与量化后带有量化误差的抽样值 m_k *之差:

$$q_{k} = m_{k} - m_{k}^{*} = (m_{k}^{'} + e_{k}) - (m_{k}^{'} + r_{k}) = e_{k} - r_{k}$$

• 设预测误差 e_k 的范围是(+ σ , - σ),量化器的量化电平数为M,量化间隔为 Δv ,则有

$$\Delta v = \frac{2\sigma}{(M-1)}, \qquad \sigma = \frac{(M-1)}{2} \Delta v$$

在图中画出,当
 M = 4时, σ,
 Δν和M之间关系
 的示意图。



• 量化误差 q_k 为量化间隔的一半, $\alpha(-\Delta v/2)$,+ $\Delta v/2$)内。假设 q_k 均匀分布,概率密度 $\alpha(q_k)$ 为:

$$f(q_k) = \frac{1}{\Lambda v}$$

• q_k 的平均功率可以表示成

$$E(q_k^2) = \int_{-\Delta v/2}^{\Delta v/2} q_k^2 f(q_k) dq_k = \frac{1}{\Delta v} \int_{-\Delta v/2}^{\Delta v/2} q_k^2 dq_k = \frac{(\Delta v)^2}{12}$$

- 若DPCM编码器输出码元速率为 Nf_s (f_s 为抽样 频率; $N = \log_2 M$ 是每抽样值编码的码元数)
- 假设此 q_k 的平均功率平均分布在从0至 Nf_s 的频率范围内,即其功率谱密度 $P_q(f)$ 等于

$$P_q(f) = \frac{(\Delta v)^2}{12Nf_s}, \qquad 0 < f < f_s$$

• 则此量化噪声通过截止频率为 f_m 的低通滤波器之后,其功率等于:

$$N_q = P_q(f)f_m = \frac{(\Delta v)^2}{12N} \left(\frac{f_m}{f_s}\right)$$

信号功率

- 信号功率: 为计算信号量噪比, 需要知道信号功率
- 由DPCM原理,预测误差 e_k 的范围在(+ σ , - σ)时, \rightarrow 同时也限制了信号的变化速度。
- 原因:相邻抽样点间,抽样值的增减不能超过此范围。
 否则编码器将发生过载,即产生超过允许范围的误差。
- 若抽样间隔 $T = 1/f_s$,则信号的斜率不能超过 σ/T 。
- 设输入信号是正弦波: $m(t) = A \sin \omega_k t$
- 式中, A 振幅, ω_k 角频率
- 它的变化速度决定于其斜率: $\frac{dm(t)}{dt} = A\omega_k \cos \omega_k t$

$$\frac{dm(t)}{dt} = A\omega_k \cos \omega_k t$$

- 上式给出最大斜率等于 $A\omega_k$ 。为了不发生过载,信号 的最大斜率不应超过dT, 即 $A\omega_k \leq \frac{\sigma}{T} = \sigma f_s$
- 所以最大允许信号振幅 A_{\max} 等于 $A_{\max} = \frac{\sigma f_s}{\sigma}$
- 这时的信号功率为 $S = \frac{A_{\text{max}}^2}{2} = \frac{\sigma^2 f_s^2}{2\omega_s^2} = \frac{\sigma^2 f_s^2}{8\pi^2 f_s^2}$
- 将 σ 的值 $\sigma = (M-1)\Delta v / 2$ 代入上式,得到

$$S = \frac{\left(\frac{M-1}{2}\right)^2 (\Delta v)^2 f_s^2}{8\pi^2 f_k^2} = \frac{(M-1)^2 (\Delta v)^2 f_s^2}{32\pi^2 f_k^2}$$

第9章模拟信号的数字传输

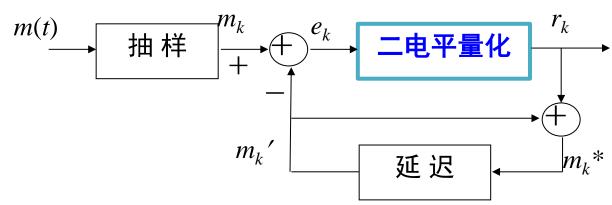
- 9.1 引言
- 9.2 模拟信号的抽样
- 9.3 模拟脉冲调制
- 9.4 抽样信号的量化
- 9.5脉冲编码调制
- 9.6 差分脉冲编码调制 (DPCM)
- 9.7 增量调制
- 9.8 时分复用和复接

9.7 增量调制

- 9.7.1 增量调制原理
 - · 增量调制(ΔM)可以看成是一种最简单的DPCM。
 - · 当DPCM系统中量化器的量化电平数取为2时, DPCM系统就成为增量调制系统。

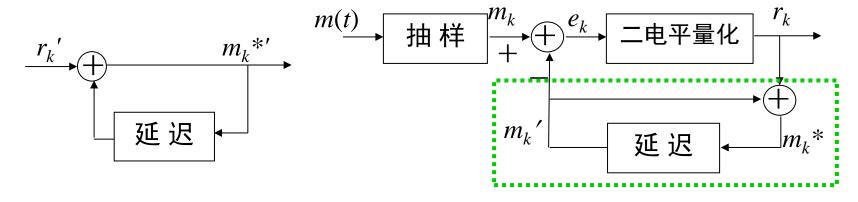
方框图

• 编码器:



- 预测误差 $e_k = m_k m_k'$ 被量化成两个电平 $+\sigma$ 和 $-\sigma$ 。 σ 称为量化台阶。即量化器输出 r_k 只两个值 $+\sigma$ 或 $-\sigma$ 。
- r_k 可以用一个二进制符号表示。如:
 - 用 "1"表示 "+♂",
 - 及用 "0"表示 "-σ"。

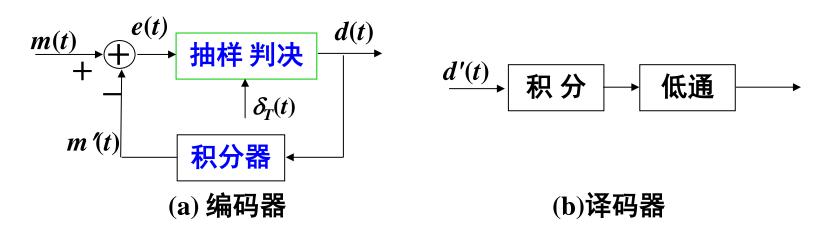
• 译码器:



• 译码器由"延迟相加电路"组成,和编码器中的相同。 所以当无传输误码时, $m_k^{*\prime} = m_k^*$ 。

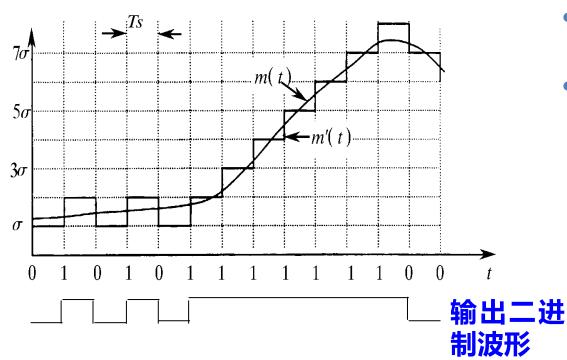
实用中,简单起见,常用积分器代替上述"延迟相加电路" 并将抽样器放到相加器后面,与量化器合并为抽样判决器

实用方案



- 图中编码器输入信号为m(t),它与预测信号m'(t)值相减,得到预测误差e(t)。
- 预测误差e(t)被周期为 T_s 的抽样冲激序列 $\delta_T(t)$ 抽样。若抽样值为负值,则判决输出电压+ σ (用 "1"代表);若抽样值为正值,则判决输出电压- σ (用 "0"代表)。

波形图



2. 低通滤波

阶梯电压通过<mark>低通滤波器</mark>平滑后,就得到十分接近编码器原输入的模拟信号。

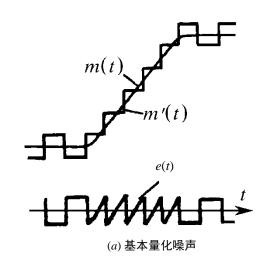
解调

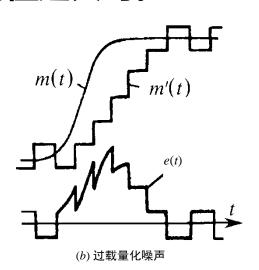
- 1.积分器:
 - 每收到一个"1"码 元就使输出升高σ,
 - 每收到一个"0"码 元就使其输出降低 σ,
- · 这样就可以恢复出 图中的阶梯形电压。

9.7.2 增量调制系统中的量化噪声

• 量化噪声产生的原因

- 编译码时用阶梯波形去近似表示模拟信号波形,阶梯本电压突跳产生失真。这是增量调制的基本量化噪声, 又称一般量化噪声。它伴随着信号永远存在,即只要有信号,就有这种噪声。
- 信号变化过快引起失真;这种失真称为过载量化噪声。它发生在输入信号斜率的绝对值过大时。





最大跟踪斜率

- 设抽样周期为 $_s$,抽样频率 $f_s = 1 / T_s$,量化台阶 σ ,则一个阶梯台阶的斜率k 为: $k = \sigma / T = \sigma f_s$
- 这是译码器的最大跟踪斜率。当输入信号斜率超过这个最大值时,将发生过载量化噪声。
- · 为避免过载,必须使o和fs的乘积足够大。
- 但若σ值太大,势必增大基本量化噪声。所以,用增大f。的办法增大σf。,才能保证基本量化噪声和过载量化噪声两者都不超过要求。
- 实际中增量调制采用的抽样频率 f_s值比PCM和 DPCM的抽样频率值都大很多;对于语音信号而言,增量调制采用的抽样频率在几十干赫到百余干赫。

起始编码电平

- 现象: 当增量调制编码器输入电压的峰-峰值为0 或小于σ时, 编码器的输出就成为 "1"和 "0"交 替的二进制序列。
- 因为译码器的输出端接有低通滤波器,故这时译码器的输出电压为0。
- 只有当输入的峰值电压大于σ/2时,输出序列才随信号的变化而变化。故称σ/2为增量调制编码器的起始编码电平。
- 下面讨论噪声计算和信号量噪比(只考虑基本量化噪声)。

基本量化噪声计算

- 假定系统不会产生过载噪声,只有基本量化噪声。这样,图中的阶梯波m'(t)就是译码积分器输出波形,而m'(t)和m(t)之差就是低通滤波前的量化噪声e(t)。
- 由图知, e(t)随时间在区间($-\sigma$, $+\sigma$)内变化。假设它在此区间内均匀分布,则e(t)的概率分布密度 f(e)的概率分布密度f(e)可以表示为:

$$f(e) = \frac{1}{2\sigma}, \qquad -\sigma \le e \le +\sigma$$

· 故e(t)的平均功率可以表示成:

$$E[e^{2}(t)] = \int_{-\sigma}^{\sigma} e^{2} f(e) de = \frac{1}{2\sigma} \int_{-\sigma}^{\sigma} e^{2} de = \frac{\sigma^{2}}{3}$$

·假设这个功率的频谱均匀分布在从0到抽样频率 f_s 之间,即其功率谱密度P(f)可以近似地表示为:

$$P(f) = \frac{\sigma^2}{3f_s}, \qquad 0 < f < f_s$$

• 因此,此量化噪声通过截止频率为*f_m*的低通滤波器之后,其功率等于:

$$N_q = P(f)f_m = \frac{\sigma^2}{3} \left(\frac{f_m}{f_s} \right)$$

• 可以看出,此基本量化噪声功率只和量化台阶 σ 与 (f_L/f_s) 有关,和输入信号大小无关。

信号量噪比

- 信号功率: 设输入信号为 $m(t) = A \sin \omega_k t$
 - 式中, A 振幅, ω_k 角频率,
- 其斜率为: $\frac{dm(t)}{dt} = A\omega_k \cos \omega_k t$
- 此斜率的最大值等于A ω_k 。
- 为不发生过载,要求信号的最大斜率 $A\omega_k$ 不超过译码器的最大跟踪斜率。所以要求 $A\omega_k \leq \frac{\sigma}{\tau} = \sigma \cdot f_s$
- 即保证不过载的临界振幅 A_{max} 应该等于 $A_{max} = \frac{\sigma \cdot f_s}{\omega_s}$
- 即临界振幅 A_{max} 与量化台阶 σ 和抽样频率 f_s 成正比,与信号角频率 o_k 成反比。这个条件限制了信号的最大功率。

$$A_{\max} = \frac{\sigma \cdot f_s}{\omega_k}$$

• 这时的最大信号功率等于

$$S_{\text{max}} = \frac{A_{\text{max}}^2}{2} = \frac{\sigma^2 f_s^2}{2\omega_k^2} = \frac{\sigma^2 f_s^2}{8\pi^2 f_k^2}$$

- 式中 $f_k = \omega_k / 2\pi$
- 最大信号量噪比

$$\frac{S_{\text{max}}}{N_q} = \frac{\sigma^2 f_s^2}{8\pi^2 f_k^2} \left[\frac{3}{\sigma^2} \left(\frac{f_s}{f_m} \right) \right] = \frac{3}{8\pi^2} \left(\frac{f_s^3}{f_k^2 f_m} \right) \approx 0.04 \frac{f_s^3}{f_k^2 f_m}$$

• 表明,最大信号量噪比和抽样频率 f_s 的三次方成正比,而和信号频率 f_k 的平方成反比。

DPCM系统和AM系统的信号量噪比比较

• DPCM系统,若M = 2, N = 1, 则DPCM的信号量噪比

$$\frac{S}{N_{q}} = \frac{3N(M-1)^{2}}{8\pi^{2}} \cdot \frac{f_{s}^{3}}{f_{k}^{2} f_{m}}$$

· AM的信号量噪比

$$\frac{S_{\text{max}}}{N_q} = \frac{\sigma^2 f_s^2}{8\pi^2 f_k^2} \left| \frac{3}{\sigma^2} \left(\frac{f_s}{f_m} \right) \right| = \frac{3}{8\pi^2} \left(\frac{f_s^3}{f_k^2 f_m} \right) \approx 0.04 \frac{f_s^3}{f_k^2 f_m}$$

- · 两者相同。即每个样值仅用一位编码,DPCM变成为△M系统。增量调制系统可看成DPCM的一个最简单的特例。
- ΔM 系统用于语音编码时,要求抽样频率达到几十kb/s以上,且语音质量也不如PCM系统。为了提高 ΔM 的质量和降低编码速率,出现了一些改进方案,如"增量总和(Δ - Σ)"调制、压扩式自适应增量调制等。

第9章模拟信号的数字传输

- 9.1 引言
- 9.2 模拟信号的抽样
- 9.3 模拟脉冲调制
- 9.4 抽样信号的量化
- 9.5脉冲编码调制
- 9.6 差分脉冲编码调制 (DPCM)
- 9.7 增量调制
- 9.8 时分复用和复接

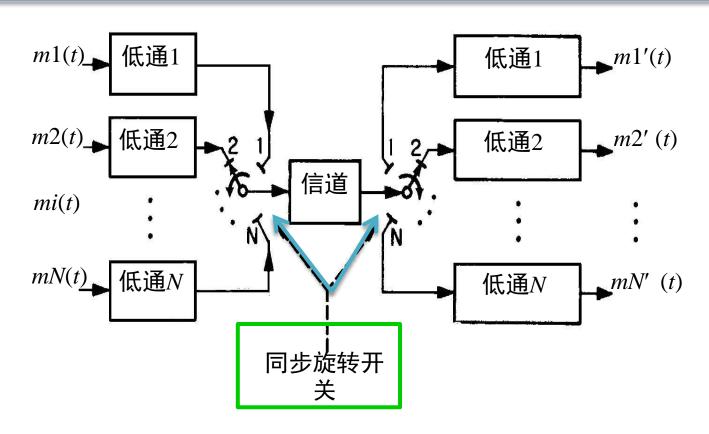
9.8.1 基本概念

• <mark>复用</mark>:为了扩大通信链路的容量,在一条链路上 传输多路独立的信号,实现多路通信

· FDM频分复用: 第四章提过

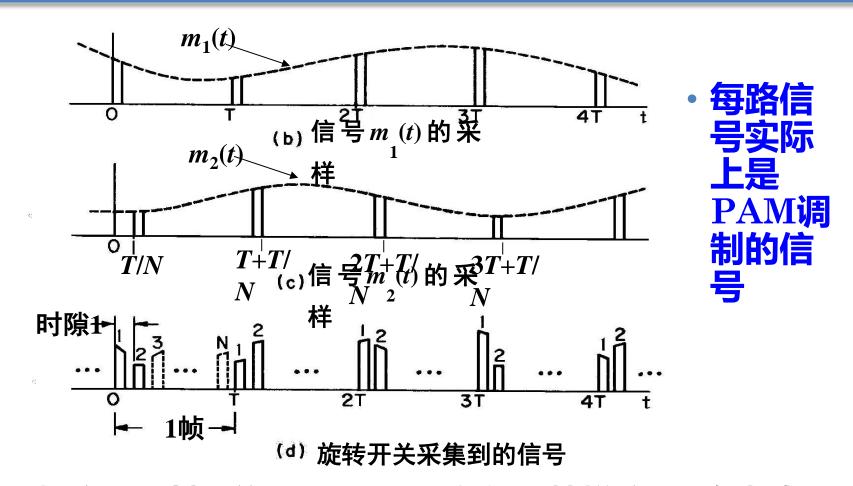
• TDM时分复用: 比FDM的应用更广

时分多路复用原理



例,若语音信号8 kHz 的速率抽样,旋转开关 每秒旋转8000周 设旋转周期为 T₂秒,共有 N 路信号,则每路信号在每周 中占用 T₂/ N秒的时间。

旋转开关采集到的信号



模拟脉冲调制目前几乎不再用于传输。抽样信号一般都在量化编码后以数字信号的形式传输。故上述仅是时分复用的基本原理。

- ·接收端,开关同步地旋转,则对应各路的低通滤 波器输入端能得到相应路的PAM信号。
- 上述机械旋转开关,在实际电路中是用抽样脉冲 取代的。因此,各路抽样脉冲的频率必须严格相同,而且相位也需要有确定的关系,使各路抽样脉冲保持等间隔的距离。
- 在一个多路复用设备中使各路抽样脉冲严格保持 这种关系并不难,因为可以由同一时钟提供各路 抽样脉冲。
- 时分复用的主要优点:便于实现数字通信、易于制造、适于采用集成电路实现、生产成本较低。

- 模拟脉冲调制目前几乎不再用于传输。抽样信号一般都在量化编码后以数字信号的形式传输。故上述仅是时分复用的基本原理。
- 随着通信网发展,时分复用设备的各路输入,不再是单路模拟信号。
- 通信网中往往有多次复用,由若干链路来的多路 时分复用信号,再次复用,构成高次群。

复接和分接

- 复接:将低次群合并成高次群的过程。
 - 各链路信号来自不同地点,其时钟(频率和相位)间存在误差。所以在低次群合成高次群时,需要将各路输入信号的时钟调整统一。
- 分接:将高次群分解为低次群的过程称为分接。
- · 目前大容量链路的复接几乎都是TDM信号的复接。
- ·标准:关于复用和复接, ITU对于TDM多路电话通信系统,制定了两种准同步数字体系(PDH)和两种同步数字体系(SDH)标准的建议。

9.8.2 准同步数字体系(PDH)

- ITU提出的两个建议:
 - E体系 我国大陆、欧洲及国际间连接采用
 - T体系 北美、日本和其他少数国家和地区采用,

	层次	比特率(Mb/s)	路数(每路64kb/s)				
	E - 1	2.048	30				
\mathbf{E}	E - 2	8.448	120				
体 系	E - 3	34.368	480				
系	E - 4	139.264	1920				
	E-5	565.148	7680				
	T – 1	1.544	24				
	T - 2	6.312	96				
	T - 3	32.064 (日本)	480				
T 体 系		44.736(北美)	672				
	T – 4	97.728(日本)	1440				
		274.176(北美)	4032				
	T-5	397.200 (日本)	5760				
		560.160(北美)	8064				

E体系的结构图

基本层(E-1):

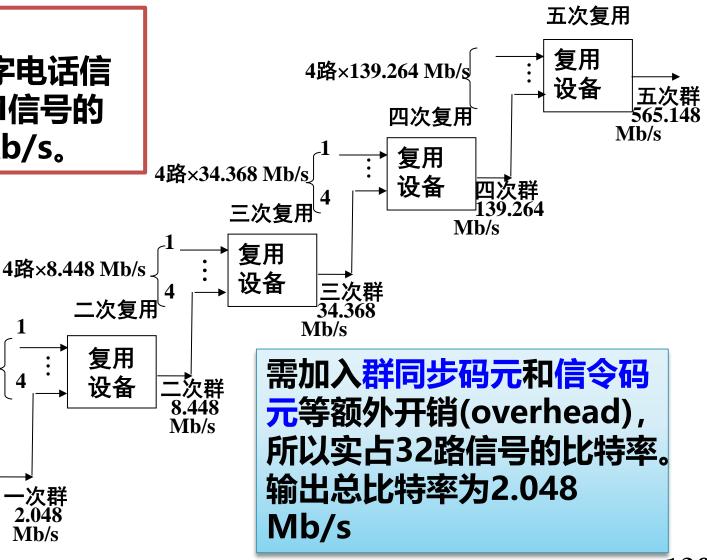
30路PCM数字电话信 号,每路PCM信号的 比特率为64 kb/s。

4路×2.048 Mb/s

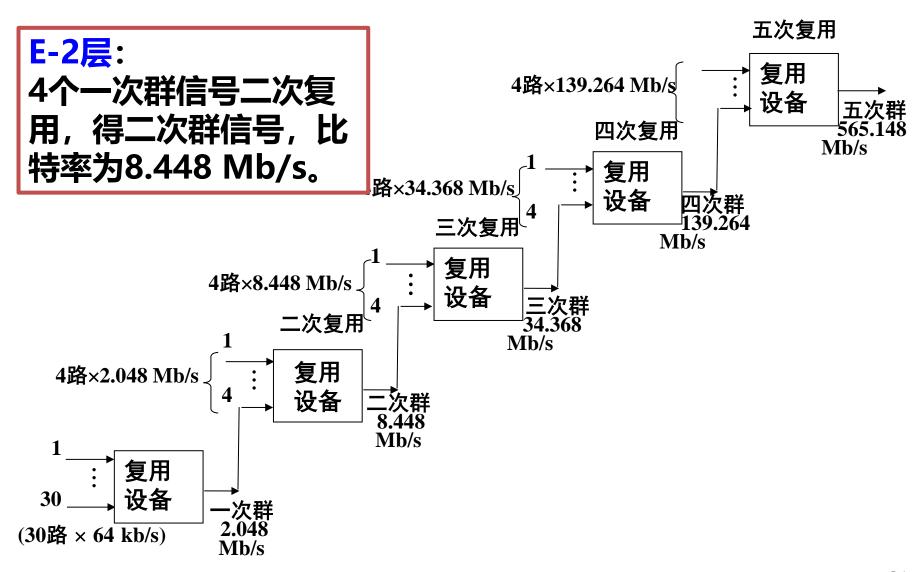
(30路×64 kb/s)

次群 2.048

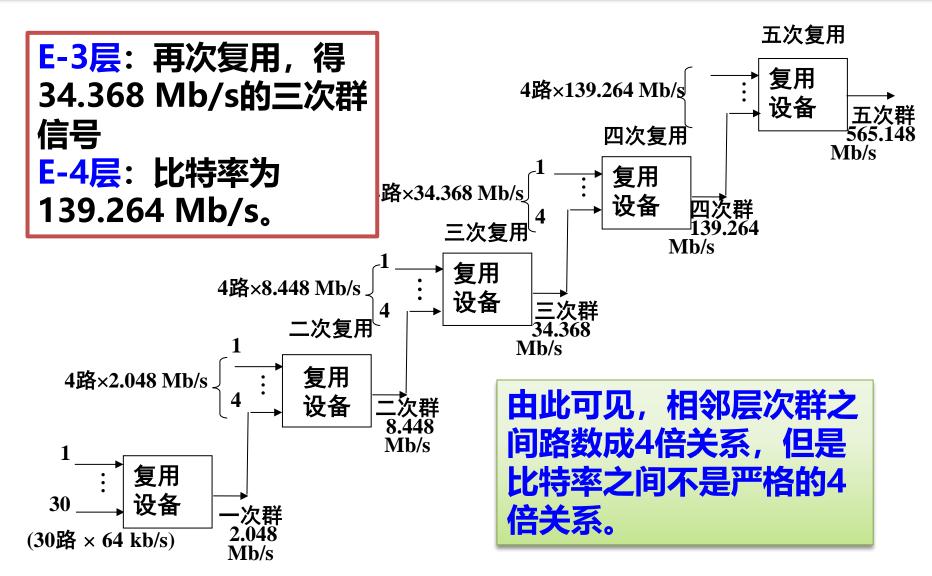
Mb/s

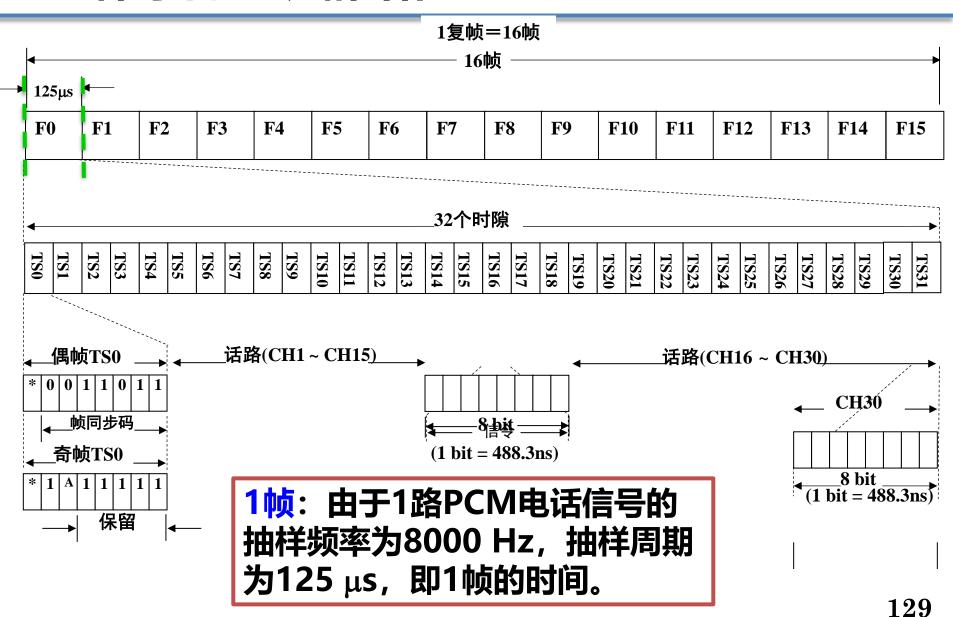


E体系的结构图

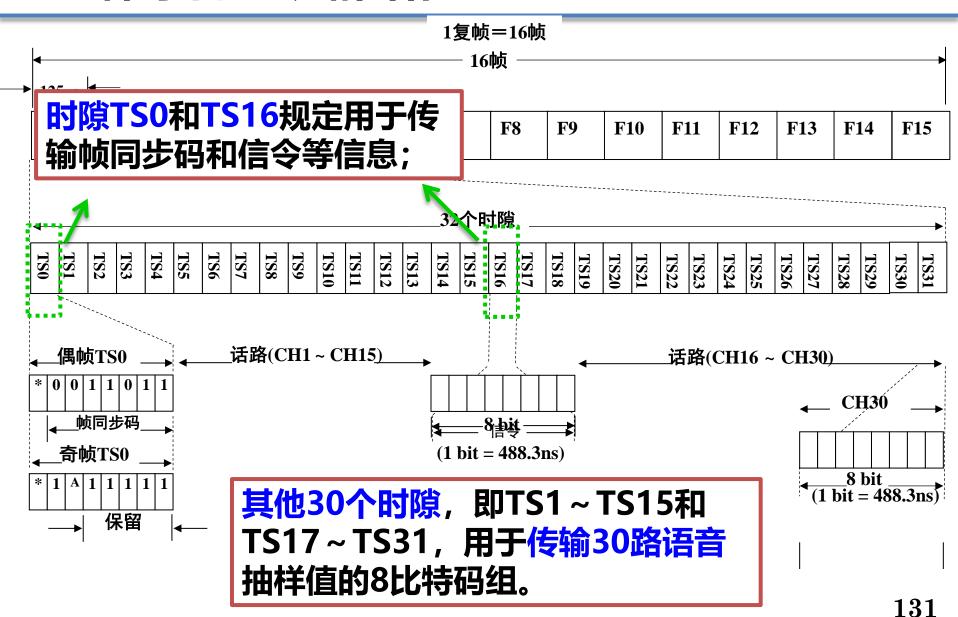


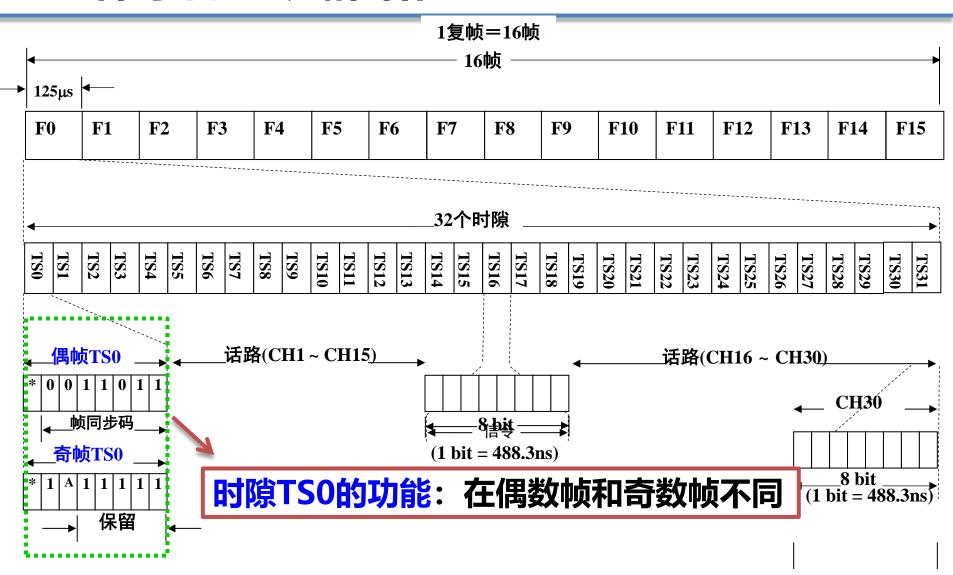
E体系的结构图





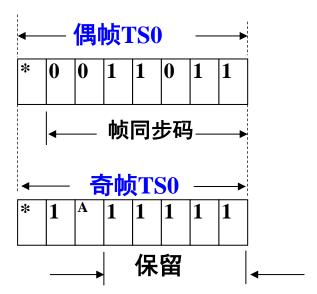






时隙TS0的功能

- · 偶数帧: TS0发一次帧同步码。
 - 帧同步码含7比特, "0011011",
 规定占用时隙TS0的后7位。
 - TS0的第1位 "*" 供国际通信用; 若不是国际链路,则它也可以给 国内通信用。

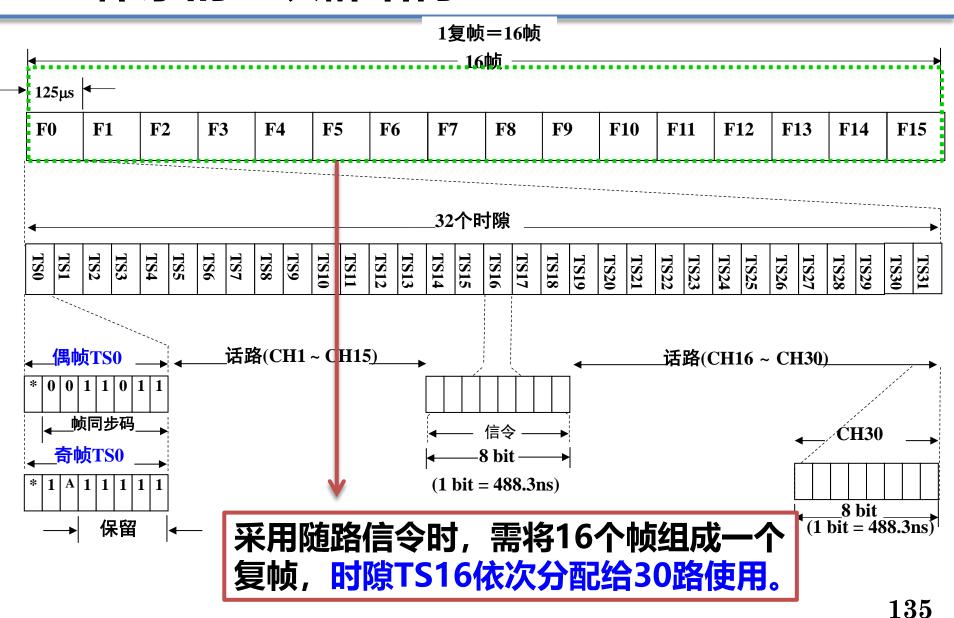


- · 奇数帧: TS0留作告警(alarm)等其他用途。
 - TS0第1位 "*" 的用途和偶数帧的相同;
 - 第2位 "1"用以区别偶数帧的 "0", 辅助表明其后非帧同步码; 第3位 "A"用于远端告警, "A"正常状态为 "0", 告警状态为 "1"; 第4~8位保留作维护、性能监测等其他用途, 无其他用途时, 在跨国链路上应全 "1"。

时隙TS16的功能

- 可用于传输<mark>信令</mark>,但当无需传输信令时,也可像 其他30路一样用于传输语音。
- · 信令: 是电话网中传输的各种控制和业务信息, 如电话机上由键盘发出的电话号码信息等。
- · 在电话网中传输信令的方法有两种。一种称为共路信令(CCS),另一种称为随路信令(CAS)。
 - 共路信令是将各路信令通过一个独立的信令网络集中 传输;
 - 随路信令则是将各路信令放在传输各路信息的信道中和各路信息一起传输。
- ·在此建议中为随路信令作了具体规定。采用随路 信令时,需将16个帧组成一个复帧。

E体系的一次群结构 - TS16



TS16

- 复帧中按表共用此信令时隙。
- F0帧: 前4比特 "0000"是复帧同步码组,后4比特中"x'为备用,无用时全置为"1", "y"用于向远端指示告警, 在正常工作状态它为"0", 在告警状态它为"1"。
- 其他帧 (F1至F15):此时隙的8个比特用于传送2路信令,每路4比特。由于复帧的速率是500帧/秒,所以每路的信令传送速率为2 kb/s。

4.F	比特							
帧	1	2	3	4	5	6	7	8
F0	0	0	0	0	X	у	X	X
F1	CH1				CH16			
F2	CH2				CH17			
F3	СНЗ				CH18			
• • •	•••				•••			
• • •	•••				•••			
F15 CH15			15		CH30			

9.8.3 同步数字体系(SDH)

• 问题:

- ·数字通信速率不断提高,PDH体系不能满足需求
- 采用E体系和T两种体系,不利于互联互通

• →SDH:

- 针对更高速率的传输系统制定的全球统一的标准。
- 整网各设备时钟来自同一个极精确的时间标准,没有 准同步系统中各设备定时存在误差的问题。
- SDH中,信息以"同步传送模块(STM)"的信息结构 传送。一个同步传送模块主要由信息有效负荷和段开 销(SOH)组成块状帧结构,其重复周期为125μs。按 照模块的大小和传输速率不同,SDH分为若干等级。

SDH的速率等级

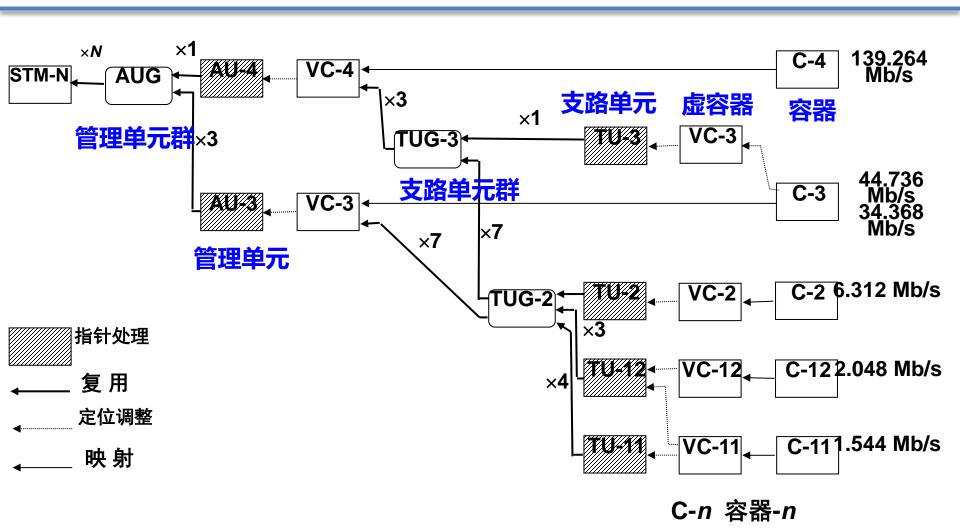
等级	比特率(Mb/s)
STM-1	155.52
STM-4	622.08
STM-16	2488.32
STM-64	9953.28

- 目前SDH制定了4级标准, 其容量(路数)每级翻4倍, 速率也是4倍的关系, 各级间没有额外开销。
- · STM-1: 是基本模块,包含一个管理单元群(AUG)和段开销(SOH)。
- · STM-N: 包含N 个AUG和相应的SOH。

PDH体系和SDH体系之间的关系

- 通常将若干路PDH接入STM-1内,即在 155.52Mb/s处接口。这时,PDH信号的速率都 必须低于155.52Mb/s,并将速率调整到155.52 上。
- 例如,可以将63路E-1,或3路E-3,或1路E-4,接入STM-1中。对于T体系也可以作类似的处理。这样,在SDH体系中,各地区的PDH体制就得到了统一。

PDH和SDH连接关系图



- <mark>容器</mark>:是一种信息结构。PDH体系的输入信号首先进入容器 C-n, (n = 1 ~ 4)。这里,它为后接的虚容器(VC-n)组成与网络同步的信息有效负荷。
- <mark>映射</mark>:在SDH网的边界处,使支路信号与虚容器相匹配的过程。 在图中用细箭头指出。
- 在ITU的建议中只规定有几种速率不同的标准容器和虚容器。 每一种虚容器都对应一种容器。
- · <mark>虚容器</mark>: 也是一种信息结构。它由信息有效负荷和路径开销信息组成帧,每帧长125μs或500μs。
- 虚容器有两种: 低阶虚容器VC-n (n=1, 2,3); 高阶虚容器 VC-n (n=3,4)。 低阶虚容器包括一个容器C-n (n=1,2,3)和 低阶虚容器的路径开销。高阶虚容器包括一个容器C-n (n=3,4)或者几个支路单元群 (TUG-2或TUG-3), 以及虚容器路径开销。虚容器的输出可以进入支路单元TU-n。

- 支路单元TU-n (n=1, 2, 3):
 - 也是一种信息结构,它的功能是为低阶路径层和高阶路径层 之间进行适配。
 - 它由一信息有效负荷(低阶虚容器VC-n)和一个支路单元 指针组成。支路单元指针指明有效负荷帧起点相对于高阶虚 容器帧起点的偏移量。

• 支路单元群(TUG):

- ·由一个或几个支路单元组成。后者在高阶VC-n有效负荷中占据不变的规定的位置。
- TUG可以混合不同容量的支路单元以增强传送网络的灵活性。如,一个TUG-2可以由相同的几个TU-1或一个TU-2 组成;一个TUG-3可以由相同的几个TUG-2或一个TU-3组成。

- 管理单元AU-n (n=3, 4):
 - 也是一种信息结构。它为高阶路径层和复用段层之间提供适配。
 - 由一个信息有效负荷(高阶虚容器)和一个管理单元指针组成。此指针指明有效负荷帧的起点相对于复用段帧起点的偏移量。
- 管理单元有两种: AU-3和AU-4。
 - · AU-4由一个VC-4和一个管理单元指针组成,此指针指明 VC-4相对于STM-N帧的相位定位调整量。
 - · AU-3由一个VC-3和一个管理单元指针组成,此指针指明 VC-3相对于STM-N帧的相位定位调整量。在每种情况中, 管理单元指针的位置相对于STM-N帧总是固定的。
- · 管理单元群(AUG): 由一个或多个管理单元组成。 它在一个STM有效负荷中占据固定的规定位置。一 个AUG由几个相同的AU-3或一个AU-4组成。

• 9.9 小结