

The background of the slide features a stylized, grayscale circuit board pattern. It includes various geometric shapes like polygons and circles, connected by thin lines, suggesting a complex electronic layout. The pattern is more prominent at the top and bottom edges, framing the central text area.

# 第8章 新型数字带通调制技术

陈 达

# 第8章 新型数字带通调制技术

---

- 8.1 正交振幅调制(QAM)
- 8.2 最小频移键控和高斯最小频移键控
- 8.3 正交频分复用

# 第8章 新型数字带通调制技术

---

- 8.1 正交振幅调制(QAM)
- 8.2 最小频移键控和高斯最小频移键控
- 8.3 正交频分复用

## 8.1 正交振幅调制(QAM)

- **回顾**：前面的多进制键控中，**相位键控 (MPSK 和MDPSK)** 为人喜用。
  - 带宽占用小
  - 比特信噪比要求低 (发射功率小)
- **但**：MPSK中，随**M的增大**，相邻相位距离减小，则**噪声容限随之减少**，误码率难以保证
- **正交振幅调制(QAM)**：
  - 改善M大时的噪声容限问题
  - 一种**振幅和相位联合键控**。

# 信号表示式:

振幅和相位作为  
两个独立的参量,  
同时受到调制

- 这种信号的一个码元可以表示为

$$s_k(t) = A_k \cos(\omega_0 t + \theta_k) \quad kT < t \leq (k+1)T$$

展开

- 式中,  $k = \text{整数}$ ;  $A_k$ 和 $\theta_k$ 分别可以取多个离散值。

$$s_k(t) = A_k \cos \theta_k \cos \omega_0 t - A_k \sin \theta_k \sin \omega_0 t$$

- 令  $X_k = A_k \cos \theta_k$ ;  $Y_k = -A_k \sin \theta_k$

$X_k$ 和 $Y_k$ 也是可以取  
多个离散值的变量。

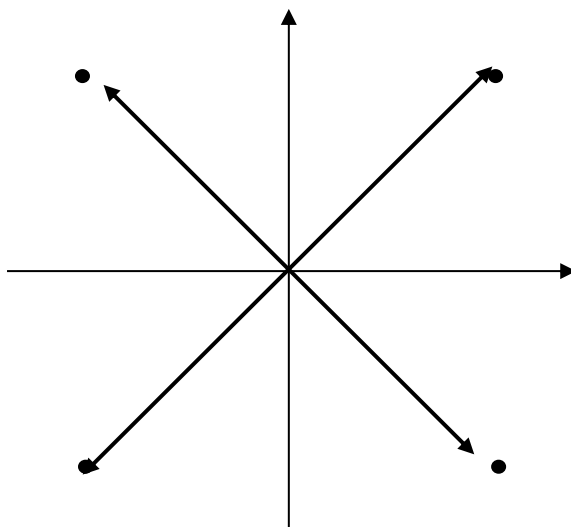
- 表示式变为

$$s_k(t) = X_k \cos \omega_0 t + Y_k \sin \omega_0 t$$

- 故,  $s_k(t)$ 可以看作是两个正交的振幅键控信号之和。

# 矢量图

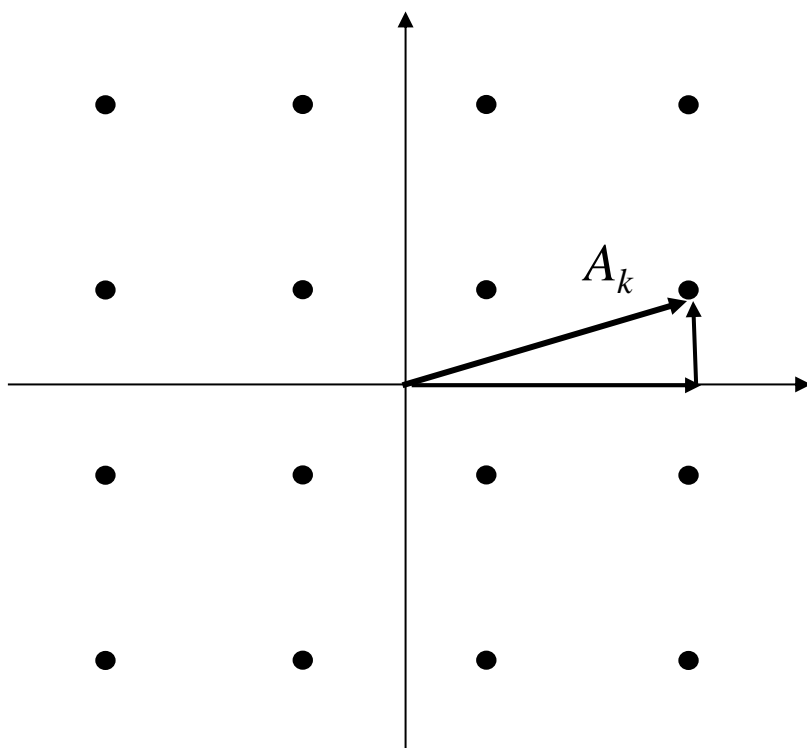
- 在信号表示式中，若 $\theta_k$ 值仅可以取 $\pi/4$ 和 $-\pi/4$ ， $A_k$ 值仅可以取 $+A$ 和 $-A$
- 则此QAM信号就成为QPSK信号，如下图所示：



- 所以，QPSK信号就是一种最简单的QAM信号。

# 16QAM

- 有代表性的QAM信号是16进制的，记为16QAM，它的矢量图：



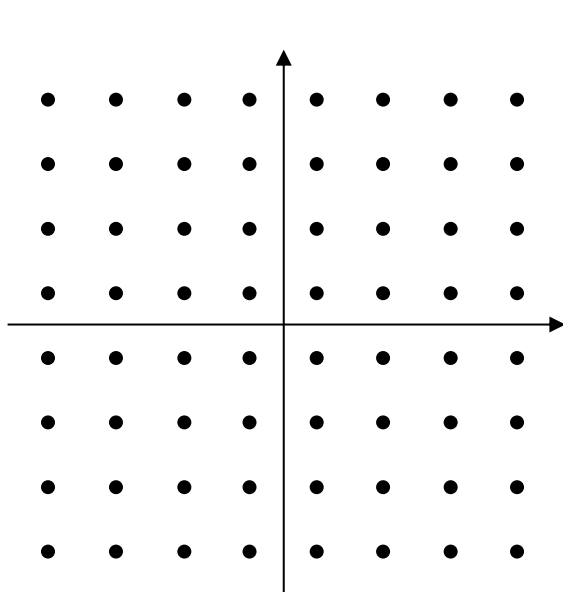
黑点：

表示每个码元位置

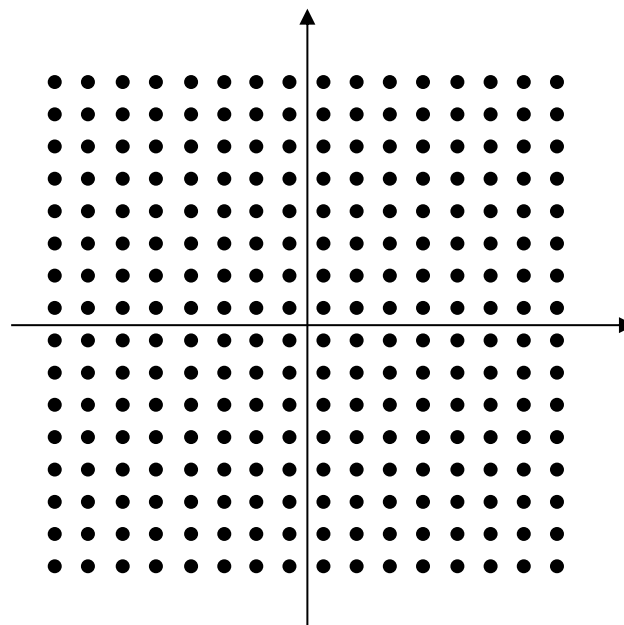
由两个正交矢量合成

# MQAM调制

- 类似，有64QAM和256QAM等QAM信号：



64QAM信号矢量图



256QAM信号矢量图

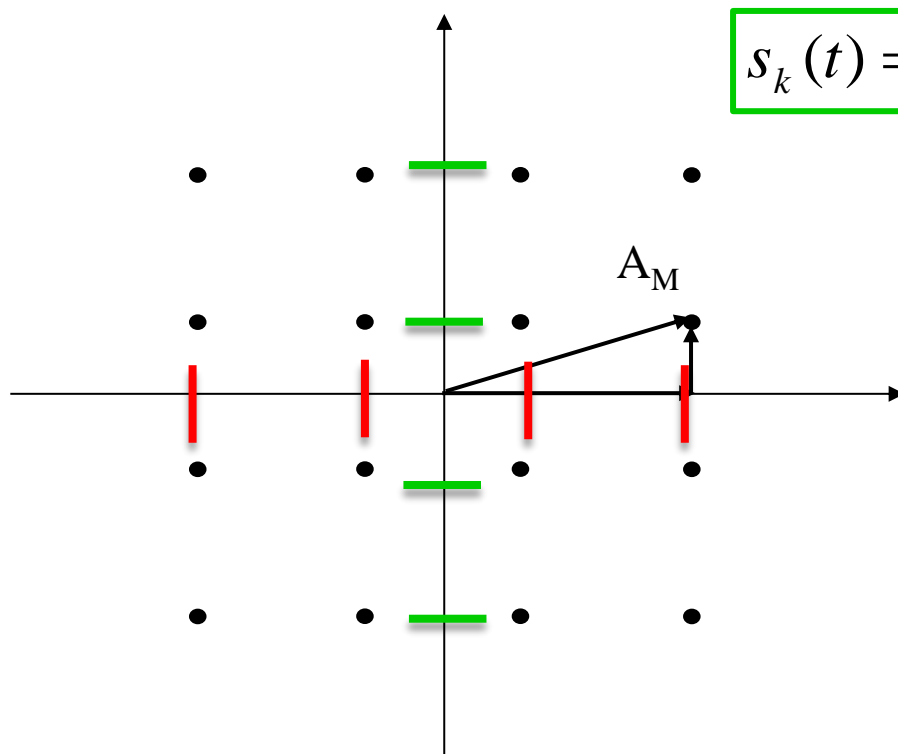
- 它们总称为MQAM调制。由于从其矢量图看像是星座，故又称星座调制。



# 16QAM信号分析

- 产生方法

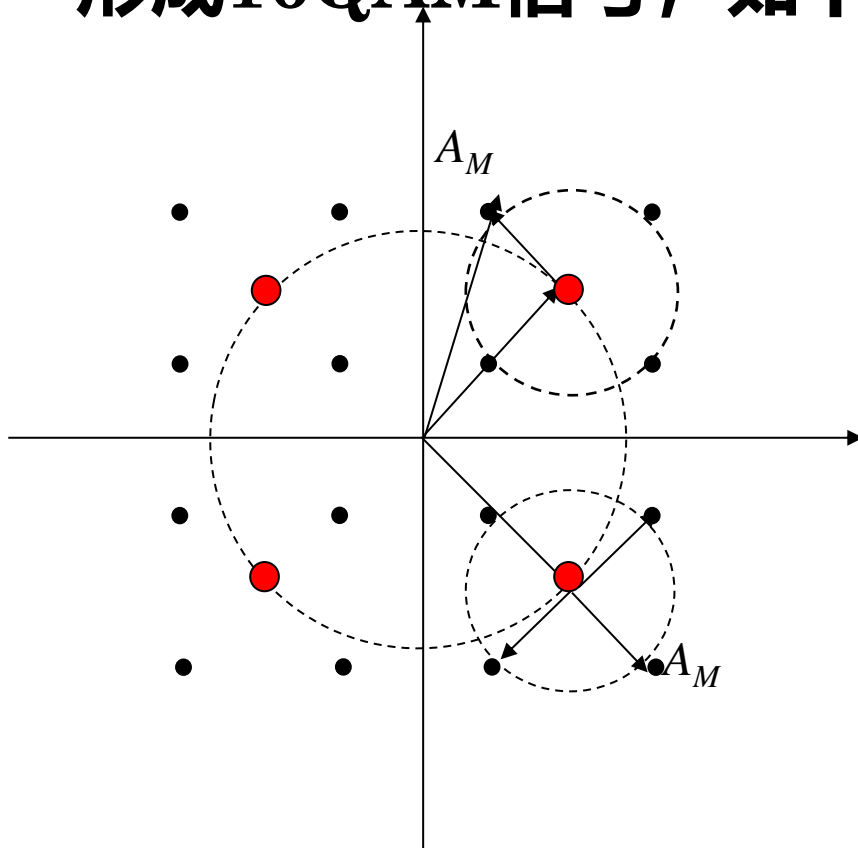
- 1. 正交调幅法：用两路独立的正交4ASK信号叠加，形成16QAM信号，如下图所示。



$$s_k(t) = X_k \cos \omega_0 t + Y_k \sin \omega_0 t$$

# 产生方法2

- 2. 复合相移法：用两路独立的QPSK信号叠加，形成16QAM信号，如下图所示。

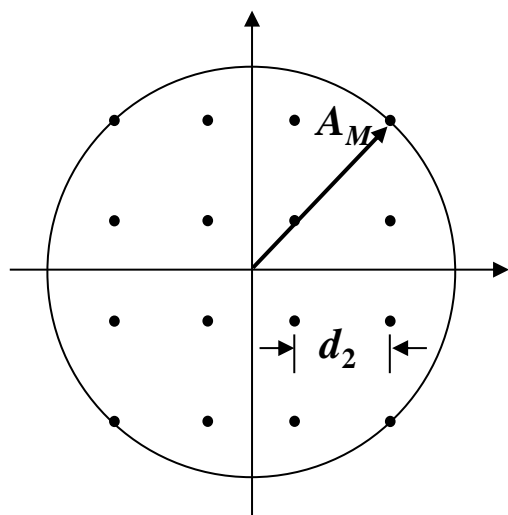


虚线大圆上的4个大点（红色）：第一个QPSK信号矢量的位置。

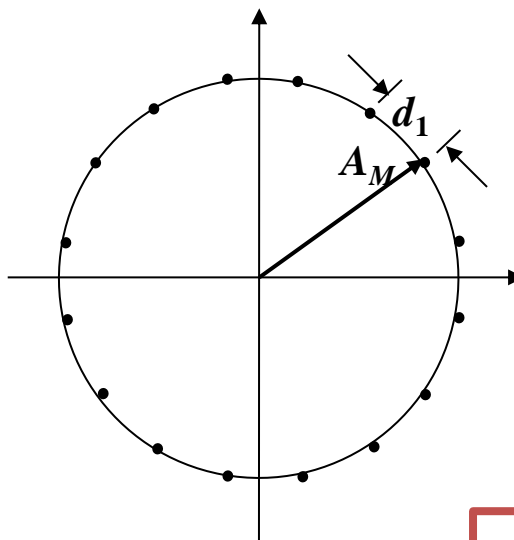
在这4个点上叠加第二个QPSK矢量：用虚线小圆上的4个小黑点表示。

# 16QAM信号和16PSK信号的性能比较:

- 按最大振幅( $A_M$ )相等, 画出两种信号星座图



(a) 16QAM



(b) 16PSK

16PSK信号的相邻矢量端点的欧氏距离:

$$d_1 \approx A_M \left( \frac{\pi}{8} \right) = 0.393A_M$$

16QAM信号相邻点欧氏距离

$$d_2 = \frac{\sqrt{2}A_M}{3} = 0.471A_M$$

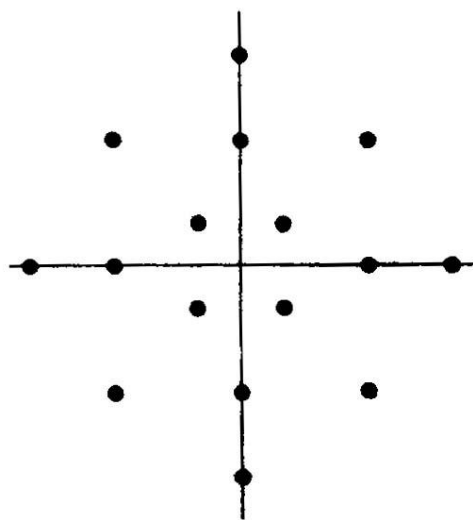
**$d_2$ 和 $d_1$ 的比值就代表这两种体制的噪声容限之比。**

# 分析

- 按上两式计算,  $d_2$ 超过 $d_1$ 约1.57 dB。
- 但是, 这时是在**最大功率 (振幅) 相等**的条件下比较的, 没有考虑这两种体制的**平均功率**差别。
  - **16PSK信号**: 平均功率 (振幅) 就等于其最大功率 (振幅) 。
  - **16QAM信号**: 等概率出现条件下, 可计算出其最大功率和平均功率之比等于**1.8倍**, 即**2.55 dB**。
- 因此, 在**平均功率相等**条件下, **16QAM**比**16PSK**信号的噪声容限大**4.12 dB** 。

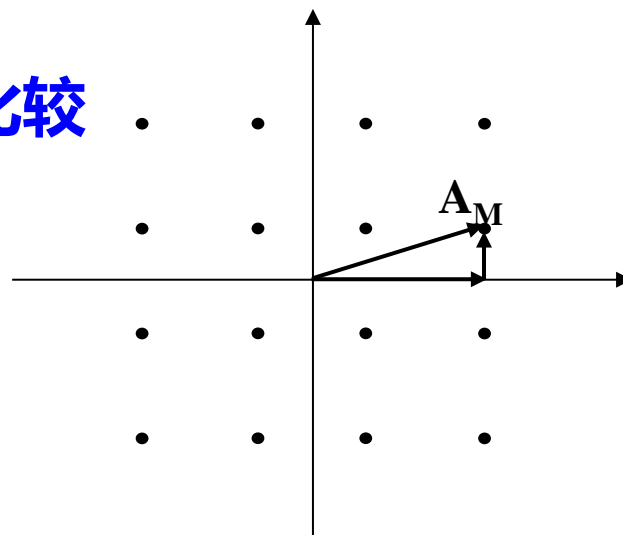
# 16QAM方案的改进

- QAM的星座形状**并不是正方形最好**，实际上以边界越**接近圆形越好**。
- 下图给出了一种改进的16QAM方案



其中星座各点的振幅  
分别等于 $\pm 1$ 、 $\pm 3$ 和 $\pm 5$ 。

比较



发现：改进后，其星座中各信号点的最小相位差比较大，因此容许较大的相位抖动。

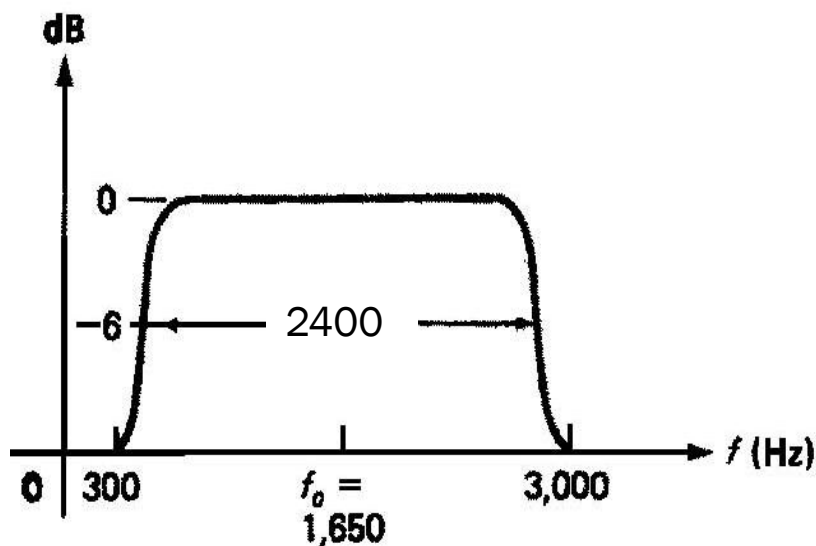
# QAM应用

---

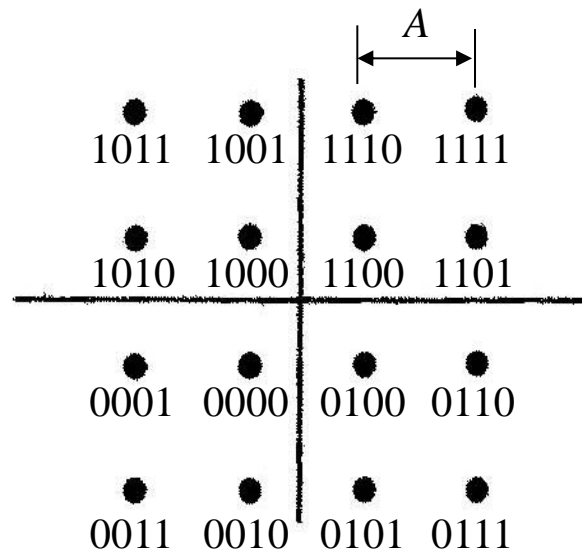
- **QAM特别适用于频带资源有限的场合，如：**
  - **电话信道，带宽限制：300~3400Hz**
  - **可采用QAM调制提高传输数字信号的速率**
- **ITU-T的V.29和V.32建议，均采用16QAM以2.4kB的码元速率传输9.6kb/s的数字信息**

# 实例

- 一种用于调制解调器的传输速率为9600 b/s的16QAM方案，其载频为1650 Hz，滤波器带宽为2400 Hz，滚降系数为10%。



(a) 传输频带



(b) 16QAM星座

# 第8章 新型数字带通调制技术

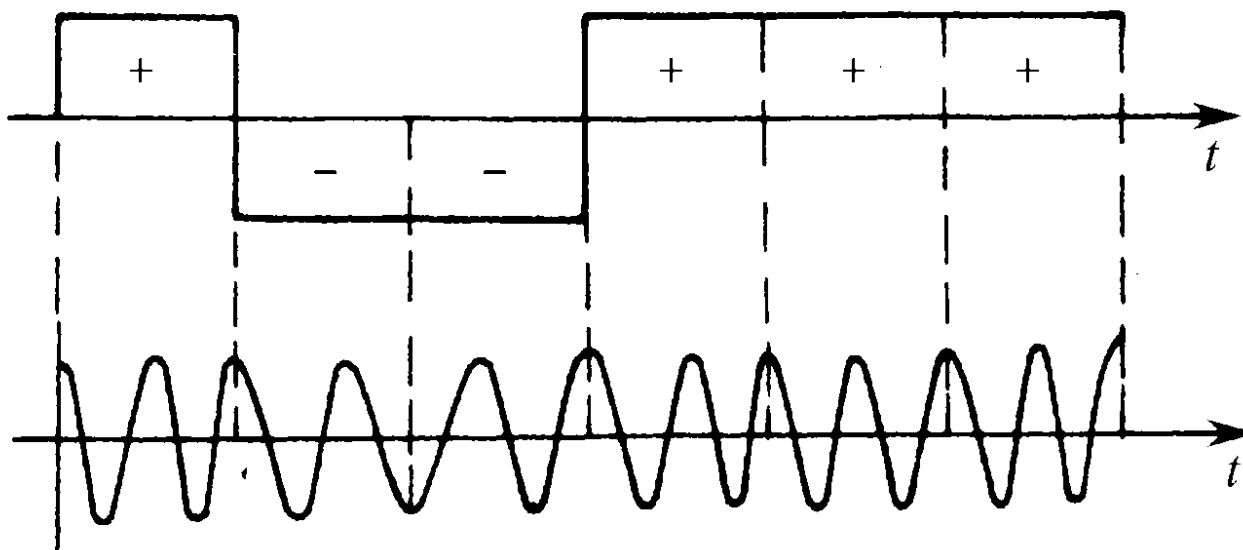
---

- 8.1 正交振幅调制(QAM)
- 8.2 最小频移键控和高斯最小频移键控
- 8.3 正交频分复用



## 8.2 最小频移键控和高斯最小频移键控

- **最小频移键控 (MSK) : 2FSK的改进**
  - 是一种**包络恒定、相位连续、带宽最小并且严格正交的2FSK信号**
- **波形:**



# 第8章 新型数字带通调制技术

- 8.1 正交振幅调制(QAM)
- 8.2 最小频移键控和高斯最小频移键控
- 8.3 正交频分复用
  - 8.2.1 正交2FSK信号的最小频率间隔
  - 8.2.2 MSK信号的基本原理
  - 8.2.3 MSK信号的产生和解调
  - 8.2.4 MSK信号的功率谱
  - 8.2.5 MSK信号的误码率性能
  - 8.2.6 高斯最小频移键控

## 8.2.1 正交2FSK信号的最小频率间隔

- 假设：2FSK信号码元的表示式

$$s(t) = \begin{cases} A \cos(\omega_1 t + \varphi_1) & \text{当发送“1”时} \\ A \cos(\omega_0 t + \varphi_0) & \text{当发送“0”时} \end{cases}$$

- 为了满足正交条件，要求

$$\int_0^{T_s} [\cos(\omega_1 t + \varphi_1) \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0)] dt = 0$$

- 即  $\frac{1}{2} \int_0^{T_s} \{ \cos[(\omega_1 + \omega_0)t + \varphi_1 + \varphi_0] + \cos[(\omega_1 - \omega_0)t + \varphi_1 - \varphi_0] \} dt = 0$

- 上式积分结果为

$$\frac{\sin[(\omega_1 + \omega_0)T_s + \varphi_1 + \varphi_0]}{\omega_1 + \omega_0} + \frac{\sin[(\omega_1 - \omega_0)T_s + \varphi_1 - \varphi_0]}{\omega_1 - \omega_0} - \frac{\sin(\varphi_1 + \varphi_0)}{\omega_1 + \omega_0} - \frac{\sin(\varphi_1 - \varphi_0)}{\omega_1 - \omega_0} = 0$$

# 分析

$$\frac{\sin[(\omega_1 + \omega_0)T_s + \varphi_1 + \varphi_0]}{\omega_1 + \omega_0} + \frac{\sin[(\omega_1 - \omega_0)T_s + \varphi_1 - \varphi_0]}{\omega_1 - \omega_0} - \frac{\sin(\varphi_1 + \varphi_0)}{\omega_1 + \omega_0} - \frac{\sin(\varphi_1 - \varphi_0)}{\omega_1 - \omega_0} = 0$$

- 假设  $\omega_1 + \omega_0 \gg 1$  , 上式左端第1和3项近似等于零, 则它可以化简为

$$\cos(\varphi_1 - \varphi_0) \sin(\omega_1 - \omega_0)T_s + \sin(\varphi_1 - \varphi_0) [\cos(\omega_1 - \omega_0)T_s - 1] = 0$$

- 由于  $\varphi_1$  和  $\varphi_0$  是任意常数, 上式为0必须同时要求有

$$\sin(\omega_1 - \omega_0)T_s = 0 \quad \cos(\omega_1 - \omega_0)T_s = 1$$

- 为了同时满足这两个要求, 应当令  $(\omega_1 - \omega_0)T_s = 2m\pi$
- 即要求  $f_1 - f_0 = m / T_s$
- 当取  $m = 1$  时是最小频率间隔, 等于  $1 / T_s$ 。

- 上面讨论中，假设**初始相位** $\varphi_1$ 和 $\varphi_0$ 是任意的，它在接收端无法预知，所以只能采用**非相干检波**法接收。
- 对于**相干接收**，则要求**初始相位是确定的**，在接收端是预知的，这时可以令 $\varphi_1 - \varphi_0 = 0$ 。于是

$$\cos(\varphi_1 - \varphi_0) \sin(\omega_1 - \omega_0) T_s + \sin(\varphi_1 - \varphi_0) [\cos(\omega_1 - \omega_0) T_s - 1] = 0$$

**化简为**   $\sin(\omega_1 - \omega_0) T_s = 0$

- 因此，仅要求满足

$$f_1 - f_0 = n / 2T_s$$

- 所以，对于相干接收，保证正交的2FSK信号的最小频率间隔等于 **$1 / 2T_s$** 。

# 第8章 新型数字带通调制技术

- 8.1 正交振幅调制(QAM)
- 8.2 最小频移键控和高斯最小频移键控
- 8.3 正交频分复用
  - 8.2.1 正交2FSK信号的最小频率间隔
  - 8.2.2 MSK信号的基本原理
  - 8.2.3 MSK信号的产生和解调
  - 8.2.4 MSK信号的功率谱
  - 8.2.5 MSK信号的误码率性能
  - 8.2.6 高斯最小频移键控

## 8.2.2 MSK信号的基本原理

### • 1. MSK信号的频率间隔

- MSK信号的第 $k$ 个码元可以表示为

$$s_k(t) = \cos(\omega_c t + \frac{a_k \pi}{2T_s} t + \phi_k) \quad (k-1)T_s < t \leq kT_s$$

- $\omega_c$  - 载波角载频;
- $a_k = \pm 1$  (当输入码元为 “1”时,  $a_k = +1$  ;  
当输入码元为 “0”时,  $a_k = -1$  ) ;
- $T_s$  - 码元宽度;
- $\phi_k$  - 第 $k$ 个码元的初始相位, 它在一个码元宽度中是不变的。

# 分析

$$s_k(t) = \cos(\omega_c t + \frac{a_k \pi}{2T_s} t + \phi_k) \quad (k-1)T_s < t \leq kT_s$$

- 当输入码元为 “1”时,  $a_k = +1$  , 此时码元频率为:  $f_1 = f_c + 1/(4T_s)$ ;
- 当输入码元为 “0”时,  $a_k = -1$  , 此时码元频率为:  $f_0 = f_c - 1/(4T_s)$ 。
- 所以,  $f_1$  和  $f_0$  的差等于  $1 / (2T_s)$ 。在8.2.1节已经证明, 这是2FSK 信号的最小频率间隔。



## 2. MSK码元中波形的周期数

$$s_k(t) = \cos(\omega_c t + \frac{a_k \pi}{2T_s} t + \phi_k) \quad (k-1)T_s < t \leq kT_s$$

- 可以改写为

$$s_k(t) = \begin{cases} \cos(2\pi f_1 t + \phi_k), & \text{当 } a_k = +1 \\ \cos(2\pi f_0 t + \phi_k), & \text{当 } a_k = -1 \end{cases} \quad (k-1)T_s < t \leq kT_s$$

- 式中  $f_1 = f_c + 1/(4T_s)$   
 $f_0 = f_c - 1/(4T_s)$

- 由于MSK信号是一个**正交**2FSK信号，它应该满足正交条件，即

$$\frac{\sin[(\omega_1 + \omega_0)T_s + 2\phi_k]}{\omega_1 + \omega_0} + \frac{\sin[(\omega_1 - \omega_0)T_s + \phi_k]}{\omega_1 - \omega_0} - \frac{\sin(2\phi_k)}{(\omega_1 + \omega_0)} - \frac{\sin(0)}{(\omega_1 - \omega_0)} = 0$$

$$\frac{\sin[(\omega_1 + \omega_0)T_s + 2\varphi_k]}{\omega_1 + \omega_0} + \frac{\sin[(\omega_1 - \omega_0)T_s + \varphi_k]}{\omega_1 - \omega_0} - \frac{\sin(2\varphi_k)}{(\omega_1 + \omega_0)} - \frac{\sin(0)}{(\omega_1 - \omega_0)} = 0$$

- 上式左端4项应分别等于零，所以将第3项  $\sin(2\varphi_k) = 0$  的条件代入第1项

- 得到要求  $\sin(2\omega_c T_s) = 0$

- 即要求  $4\pi f_c T_s = n\pi, \quad n = 1, 2, 3, \dots$

- 或  $T_s = n \frac{1}{4f_c} \quad n = 1, 2, 3, \dots$

- 上式表示:

- MSK信号每个码元持续时间  $T_s$  内包含的波形周期数必须是  $1/4$  周期的整数倍，即上式可以改写为

$$f_c = \frac{n}{4T_s} = (N + \frac{m}{4}) \frac{1}{T_s}$$

- 式中， $N$  — 正整数； $m = 0, 1, 2, 3$

**说明:**

$T_s$  是码元周期

$f_c$  是载波频率

- 此时  $f_1 = f_c + \frac{1}{4T_s} = \left(N + \frac{m+1}{4}\right) \frac{1}{T_s}$

$$f_0 = f_c - \frac{1}{4T_s} = \left(N + \frac{m-1}{4}\right) \frac{1}{T_s}$$

- 由上式可以得知：

$$T_s = \left(N + \frac{m+1}{4}\right) T_1 = \left(N + \frac{m-1}{4}\right) T_0$$

- 式中,  $T_1 = 1 / f_1$ ;  $T_0 = 1 / f_0$

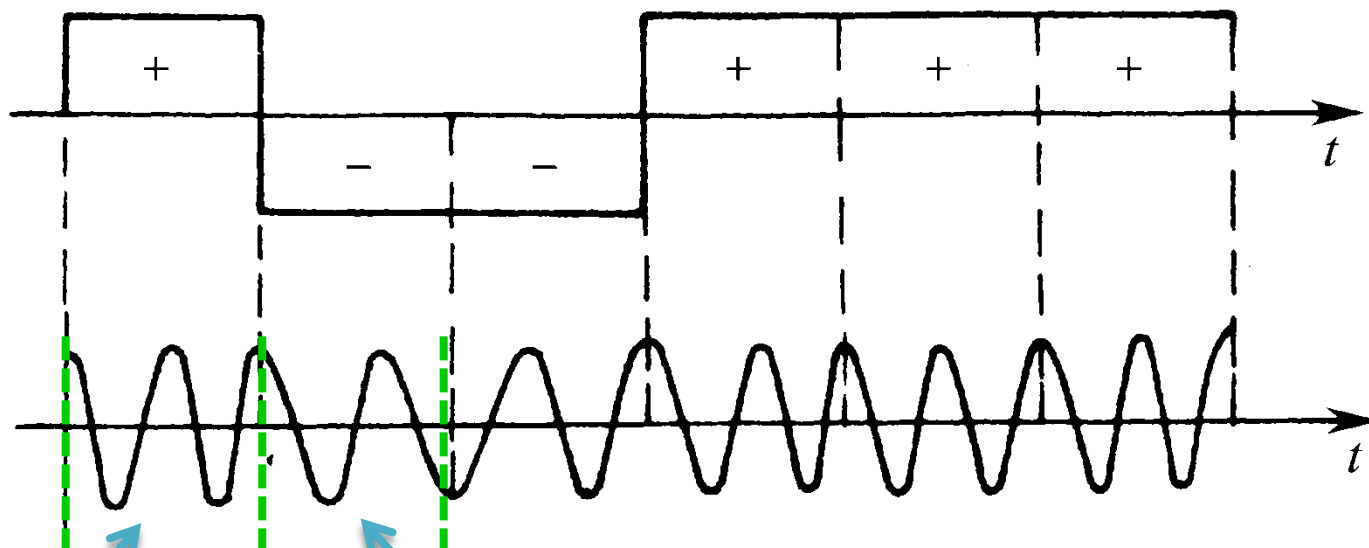
给出了一个码元持续时间  
 $T_s$ 内包含的正弦波周期数。

- 由此式看出：

- 无论两个信号频率 $f_1$ 和 $f_0$ 等于何值, 这两种码元包含的正弦波数均相差 $1/2$ 个周期。

- 如: 当 $N=1$ ,  $m=3$ 时, 对于比特“1”和“0”, 一个码元持续时间内分别有2个和1.5个正弦波周期。(见下图)

$$N=1, \quad m=3$$



**比特 "1"** : 一个码元持续时间内有**2个**正弦波周期。

**比特 "0"** : 一个码元持续时间内有**1.5个**正弦波周期。

### 3. MSK信号的相位连续性

- 信号:  $s_k(t) = \cos(\omega_c t + \frac{a_k \pi}{2T_s} t + \phi_k)$   $(k-1)T_s < t \leq kT_s$   
**总相位**
- 波形(相位)连续的一般条件: 前一码元末尾的总相位等于后一码元开始时的总相位。
- 即要求  $\frac{a_{k-1} \pi}{2T_s} \cdot kT_s + \phi_{k-1} = \frac{a_k \pi}{2T_s} \cdot kT_s + \phi_k$
- 由上式可以容易地写出下列递归条件
$$\phi_k = \phi_{k-1} + \frac{k\pi}{2}(a_{k-1} - a_k) = \begin{cases} \phi_{k-1}, & \text{当 } a_k = a_{k-1} \text{ 时} \\ \phi_{k-1} \pm k\pi, & \text{当 } a_k \neq a_{k-1} \text{ 时。} \end{cases}$$
- 可以看出:
  - 第k个码元的相位: 不仅和当前的输入有关, 而且和前一码元的相位有关。
  - 即要求MSK信号的前后码元之间存在相关性。

$$\varphi_k = \varphi_{k-1} + \frac{k\pi}{2}(a_{k-1} - a_k) = \begin{cases} \varphi_{k-1}, & \text{当 } a_k = a_{k-1} \text{ 时} \\ \varphi_{k-1} \pm k\pi, & \text{当 } a_k \neq a_{k-1} \text{ 时。} \end{cases}$$

- 在用**相干法**接收时，可以假设 $\varphi_{k-1}$ 的初始参考值等于0。这时，由上式可知

$$\varphi_k = 0 \text{ 或 } \pi, \quad (\text{mod } 2\pi)$$

- 则信号表达式

$$s_k(t) = \cos\left(\omega_c t + \frac{a_k \pi}{2T_s} t + \phi_k\right)$$

$$s_k(t) = \cos[\omega_c t + \theta_k(t)] \quad (k-1)T_s < t \leq kT_s$$

- 式中  $\theta_k(t) = \frac{a_k \pi}{2T_s} t + \varphi_k$

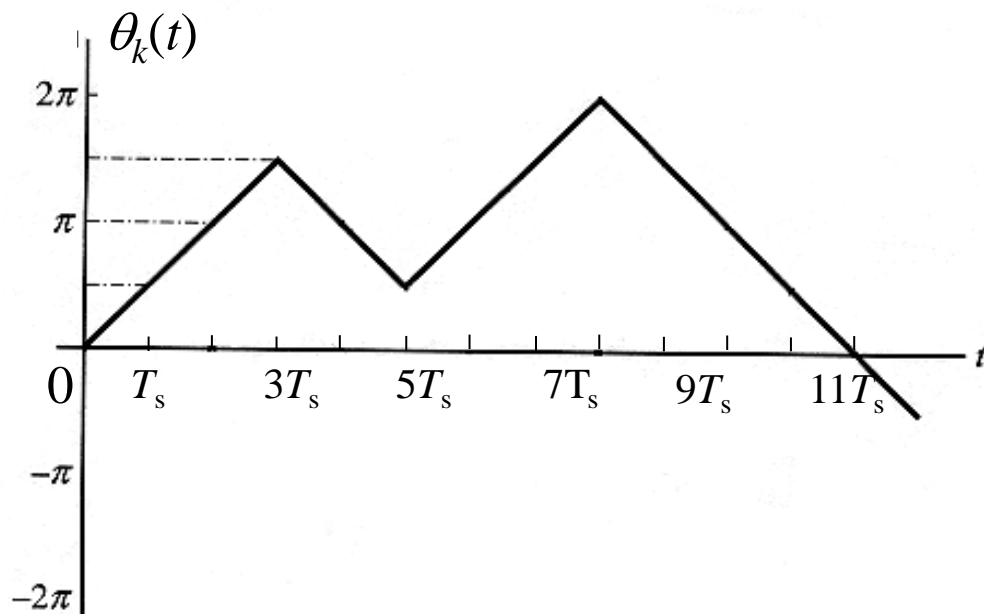
- $\theta_k(t)$ 称作第k个码元的**附加相位**。

$$\theta_k(t) = \frac{a_k \pi}{2T_s} t + \varphi_k$$

- 可见：
  - 在此码元持续时间内它是 $t$ 的直线方程。
  - 在一个码元持续时间 $T_s$ 内，它变化 $a_k \pi/2$ ，即变化 $\pm \pi/2$ 。
- 按照相位连续性的要求，在第 $k-1$ 个码元的末尾，即当 $t = (k-1)T_s$ 时，其附加相位 $\theta_{k-1}(kT_s)$ 就应该是第 $k$ 个码元的初始附加相位 $\theta_k(kT_s)$ 。
- 所以，每经过一个码元持续时间，MSK码元的附加相位就改变 $\pm \pi/2$ ：
  - 若 $a_k = +1$ ，则第 $k$ 个码元的附加相位增加 $\pi/2$ ；
  - 若 $a_k = -1$ ，则第 $k$ 个码元的附加相位减小 $\pi/2$ 。

# 附加相位 $\theta_k(t)$ 的轨迹图

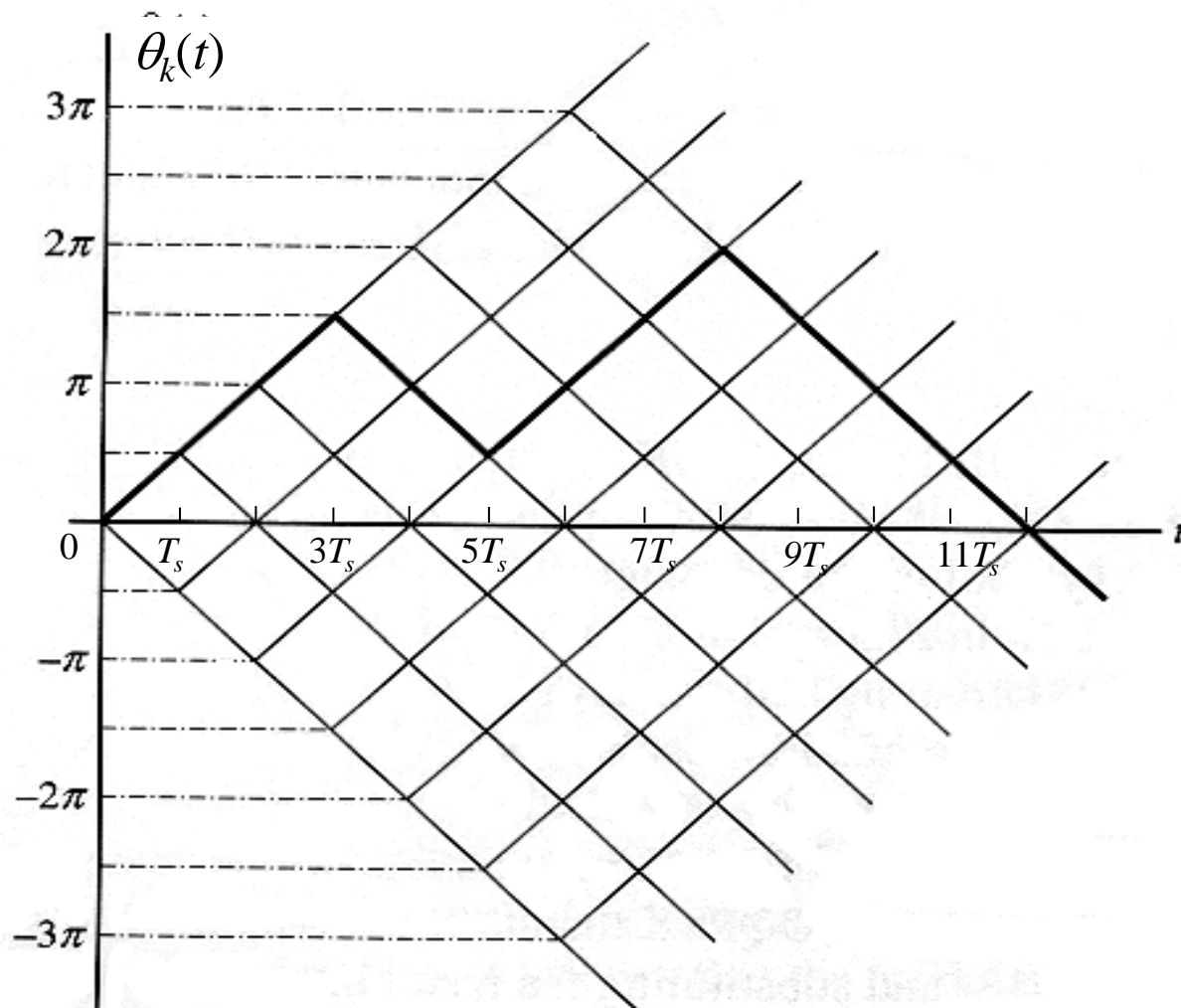
- 按照规律，可画出MSK信号附加相位 $\theta_k(t)$ 的轨迹图：



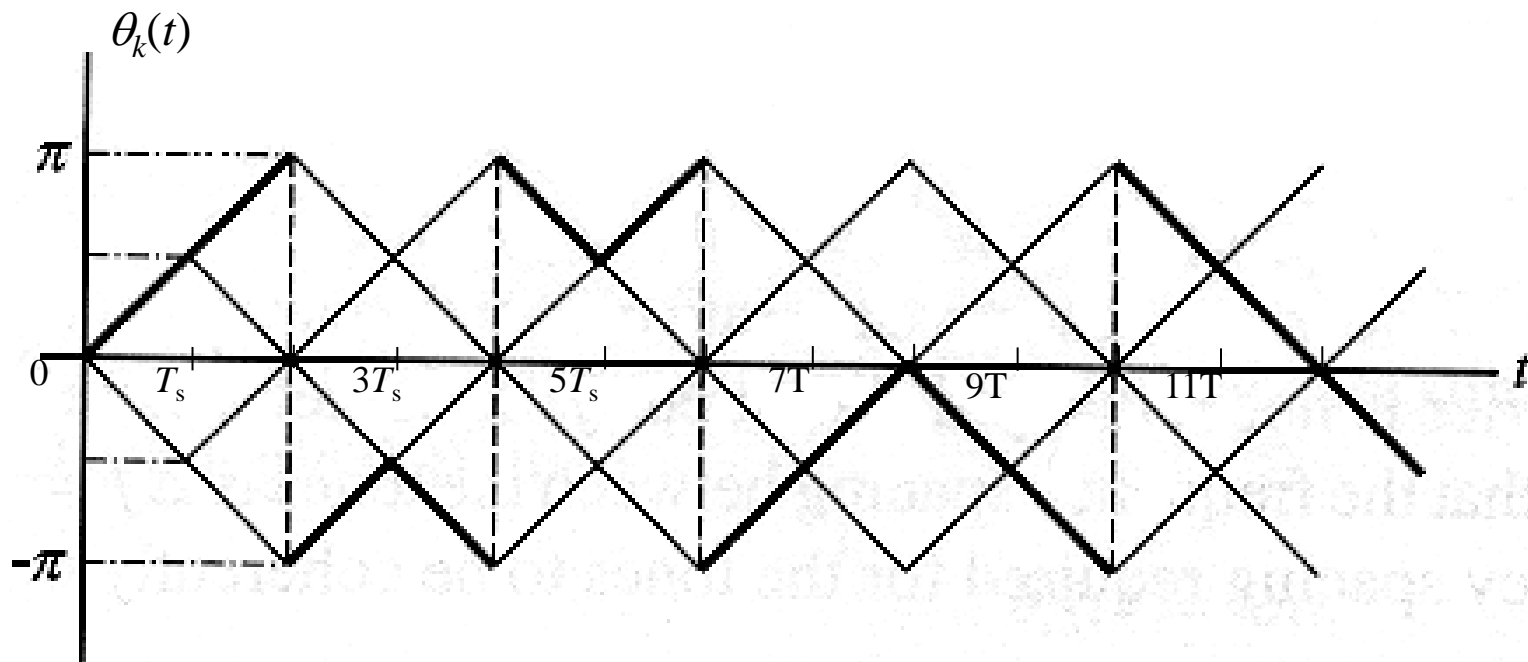
- 图中曲线所对应的输入数据序列是：
  - $a_k = +1, +1, +1, -1, -1, +1, +1, +1, -1, -1, -1, -1, -1$



# 附加相位的全部可能路径图



## 模 $2\pi$ 运算后的附加相位路径



## 4. MSK信号的正交表示法

- 下面将证明  $s_k(t) = \cos(\omega_c t + \frac{a_k \pi}{2T_s} t + \phi_k)$  可以用频率为  $f_s$  的两个正交分量表示。
- 将  $s_k(t) = \cos(\omega_c t + \frac{a_k \pi}{2T_s} t + \phi_k)$   $(k-1)T_s < t \leq kT_s$
- 用三角公式展开：

$$\begin{aligned} s_k(t) &= \cos\left(\frac{a_k \pi}{2T_s} t + \phi_k\right) \cos \omega_c t - \sin\left(\frac{a_k \pi}{2T_s} t + \phi_k\right) \sin \omega_c t \\ &= \left( \cos \frac{a_k \pi t}{2T_s} \cos \phi_k - \sin \frac{a_k \pi t}{2T_s} \sin \phi_k \right) \cos \omega_c t \\ &\quad - \left( \sin \frac{a_k \pi t}{2T_s} \cos \phi_k + \cos \frac{a_k \pi t}{2T_s} \sin \phi_k \right) \sin \omega_c t \end{aligned}$$

$$s_k(t) = \left( \cos \frac{a_k \pi t}{2T_s} \cos \phi_k - \sin \frac{a_k \pi t}{2T_s} \sin \phi_k \right) \cos \omega_c t - \left( \sin \frac{a_k \pi t}{2T_s} \cos \phi_k + \cos \frac{a_k \pi t}{2T_s} \sin \phi_k \right) \sin \omega_c t$$

• 考虑有  $\sin \phi_k = 0$ ,  $\cos \phi_k = \pm 1$  因为  $\phi_k = 0$  或  $\pi$

• 以及

$$a_k = \pm 1, \quad \cos \frac{a_k \pi}{2T_s} t = \cos \frac{\pi t}{2T_s}, \quad \text{及} \quad \sin \frac{a_k \pi}{2T_s} t = a_k \sin \frac{\pi t}{2T_s}$$

• 上式变成

$$\begin{aligned} s_k(t) &= \cos \phi_k \cos \frac{\pi t}{2T_s} \cos \omega_c t - a_k \cos \phi_k \sin \frac{\pi t}{2T_s} \sin \omega_c t \\ &= p_k \cos \frac{\pi t}{2T_s} \cos \omega_c t - q_k \sin \frac{\pi t}{2T_s} \sin \omega_c t \quad (k-1)T_s < t \leq kT_s \end{aligned}$$

• 式中

$$p_k = \cos \phi_k = \pm 1 \quad q_k = a_k \cos \phi_k = a_k p_k = \pm 1$$

$$s_k(t) = p_k \cos \frac{\pi t}{2T_s} \cos \omega_c t - q_k \sin \frac{\pi t}{2T_s} \sin \omega_c t \quad (k-1)T_s < t \leq kT_s$$

- 上式表示：**MSK信号的正交表示法**
- 此信号可以分解为**同相 (I)** 和**正交 (Q)** 分量两部分。
  - **I分量**：载波为 $\cos \omega_c t$ ， **$p_k$ 中包含输入码元信息**， $\cos(\pi t/2T_s)$ 是其正弦形加权函数；
  - **Q分量**的载波为 $\sin \omega_c t$ ， **$q_k$ 中包含输入码元信息**， $\sin(\pi t/2T_s)$ 是其正弦形加权函数

## 讨论1

$$s_k(t) = p_k \cos \frac{\pi t}{2T_s} \cos \omega_c t - q_k \sin \frac{\pi t}{2T_s} \sin \omega_c t$$

- 虽然每个码元的持续时间为 $T_s$ ，似乎 $p_k$ 和 $q_k$ 每 $T_s$ 秒可以改变一次，但是 $p_k$ 和 $q_k$ 不可能同时改变。

### 分析

- (1)  $p_k$ 何时改变?

$$p_k = \cos \varphi_k = \pm 1$$

$$\varphi_k = \varphi_{k-1} + \frac{k\pi}{2}(a_{k-1} - a_k) = \begin{cases} \varphi_{k-1}, & \text{当 } a_k = a_{k-1} \text{ 时} \\ \varphi_{k-1} \pm k\pi, & \text{当 } a_k \neq a_{k-1} \text{ 时。} \end{cases}$$

- 仅当 $a_k \neq a_{k-1}$ ，且 $k$ 为奇数时， $p_k$ 才可能改变。
- 但此时  $q_k = a_k \cos \varphi_k = a_k p_k = \pm 1$
- $p_k$ 和 $a_k$ 同时改变时， $q_k$ 不改变；

## 讨论1 续

$$s_k(t) = p_k \cos \frac{\pi t}{2T_s} \cos \omega_c t - q_k \sin \frac{\pi t}{2T_s} \sin \omega_c t$$

- (2)  $q_k$  何时改变?

$$q_k = a_k \cos \varphi_k = a_k p_k = \pm 1$$

- 只有  $p_k$  和  $a_k$  仅有一个改变时,  $q_k$  改变

$$p_k = \cos \varphi_k = \pm 1$$

$p_k$  和  $a_k$  都不会改变

$$\varphi_k = \varphi_{k-1} + \frac{k\pi}{2} (a_{k-1} - a_k) = \begin{cases} \varphi_{k-1}, & \text{当 } a_k = a_{k-1} \text{ 时} \\ \varphi_{k-1} \pm k\pi, & \text{当 } a_k \neq a_{k-1} \text{ 时。} \end{cases}$$

- 仅当  $a_k \neq a_{k-1}$ , 且  $k$  为偶数时,  $p_k$  不改变,  $q_k$  才改变。
- 换句话说, 当  $k$  为奇数时,  $q_k$  不会改变。
- 所以两者不能同时改变。

当  $k$  为奇数时,  $p_k$  才可能改变  
当  $k$  为偶数时,  $q_k$  才会改变

## 讨论2

$$s_k(t) = p_k \cos \frac{\pi t}{2T_s} \cos \omega_c t - q_k \sin \frac{\pi t}{2T_s} \sin \omega_c t$$

- 此外，对于第 $k$ 个码元，它处于 $(k-1)T_s < t \leq kT_s$ 范围内，其起点是 $(k-1)T_s$ 。
- 由于 $k$ 为奇数时 $p_k$ 才可能改变，所以只有在起点为 $2nT_s$  ( $n$ 为整数)处，即 $\cos(\pi t/2T_s)$ 的过零点处 $p_k$ 才可能改变。
- 同理， $q_k$ 只能在 $\sin(\pi t/2T_s)$ 的过零点改变。
- 因此，加权函数 $\cos(\pi t/2T_s)$ 和 $\sin(\pi t/2T_s)$ 都是正负符号不同的半个正弦波周期。这样就保证了波形的连续性。



# MSK信号举例

$$s_k(t) = p_k \cos \frac{\pi t}{2T_s} \cos \omega_c t - q_k \sin \frac{\pi t}{2T_s} \sin \omega_c t$$

## 取值表

$k$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$t$	$(-T_s, 0)$	$(0, T_s)$	$(T_s, 2T_s)$	$(2T_s, 3T_s)$	$(3T_s, 4T_s)$	$(4T_s, 5T_s)$	$(5T_s, 6T_s)$	$(6T_s, 7T_s)$	$(7T_s, 8T_s)$	$(8T_s, 9T_s)$
$a_k$	+1	+1	-1	+1	-1	-1	+1	+1	-1	+1
$b_k$	+1	+1	-1	-1	+1	-1	-1	-1	+1	+1
$\varphi_k$	0	0	0	$\pi$	$\pi$	$\pi$	$\pi$	$\pi$	$\pi$	0
$p_k$	+1	+1	+1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	+1
$q_k$	+1	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	+1

开始

- 设 $k = 0$ 时为初始状态，输入序列为 $a_k$ 。
- 由此例可以看出， $p_k$ 和 $q_k$ 不可能同时改变符号。

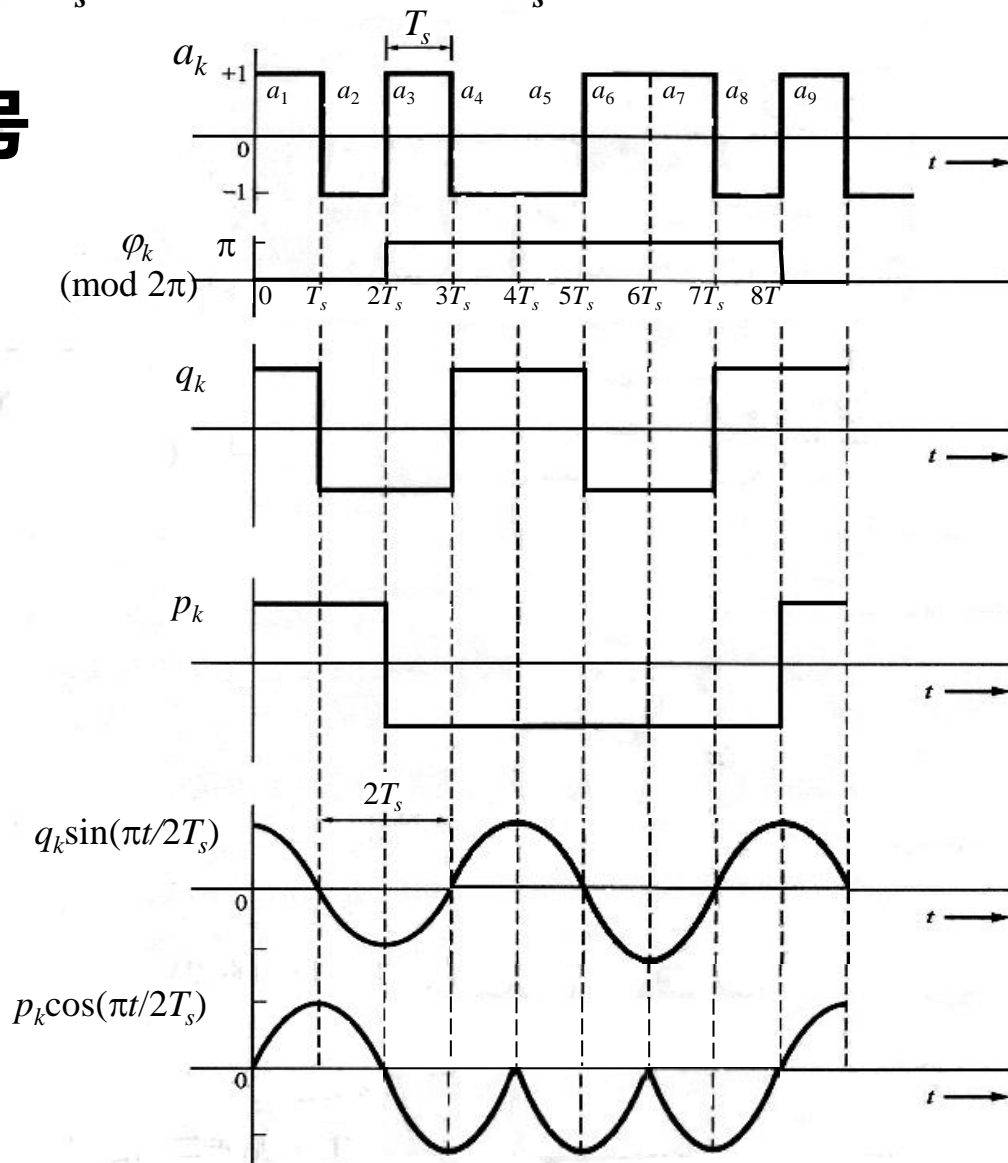
# 波形图

$$s_k(t) = p_k \cos \frac{\pi t}{2T_s} \cos \omega_c t - q_k \sin \frac{\pi t}{2T_s} \sin \omega_c t$$

由图可见，MSK信号  
波形相当于一种特殊的QPSK信号波形

其正交的两路码元也是偏置的

特殊之处主要在于其  
包络是正弦形，而不是矩形。



# 第8章 新型数字带通调制技术

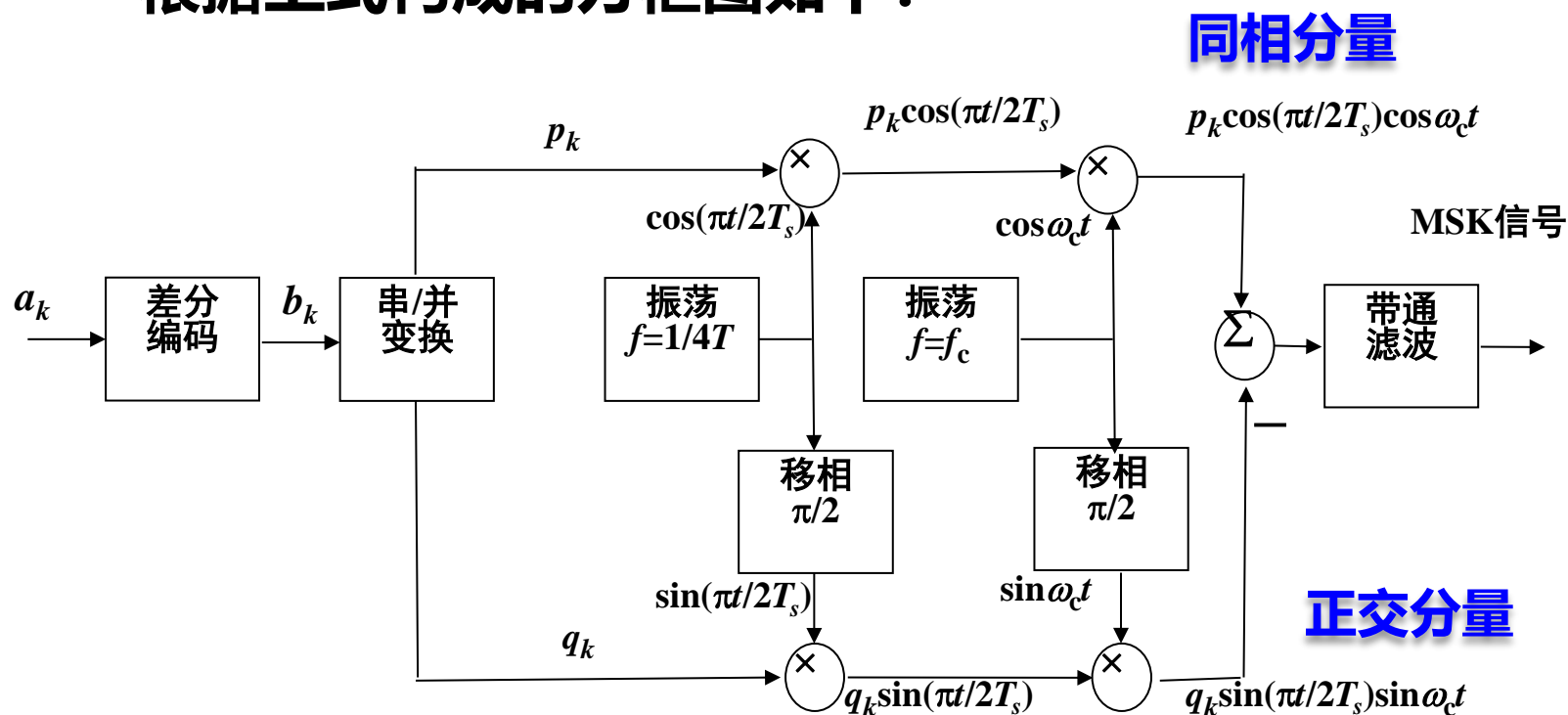
- 8.1 正交振幅调制(QAM)
- 8.2 最小频移键控和高斯最小频移键控
- 8.3 正交频分复用
  - 8.2.1 正交2FSK信号的最小频率间隔
  - 8.2.2 MSK信号的基本原理
  - 8.2.3 MSK信号的产生和解调
  - 8.2.4 MSK信号的功率谱
  - 8.2.5 MSK信号的误码率性能
  - 8.2.6 高斯最小频移键控

# 1. MSK信号的产生方法

- 已知：MSK信号可以用两个**正交的分量**表示：

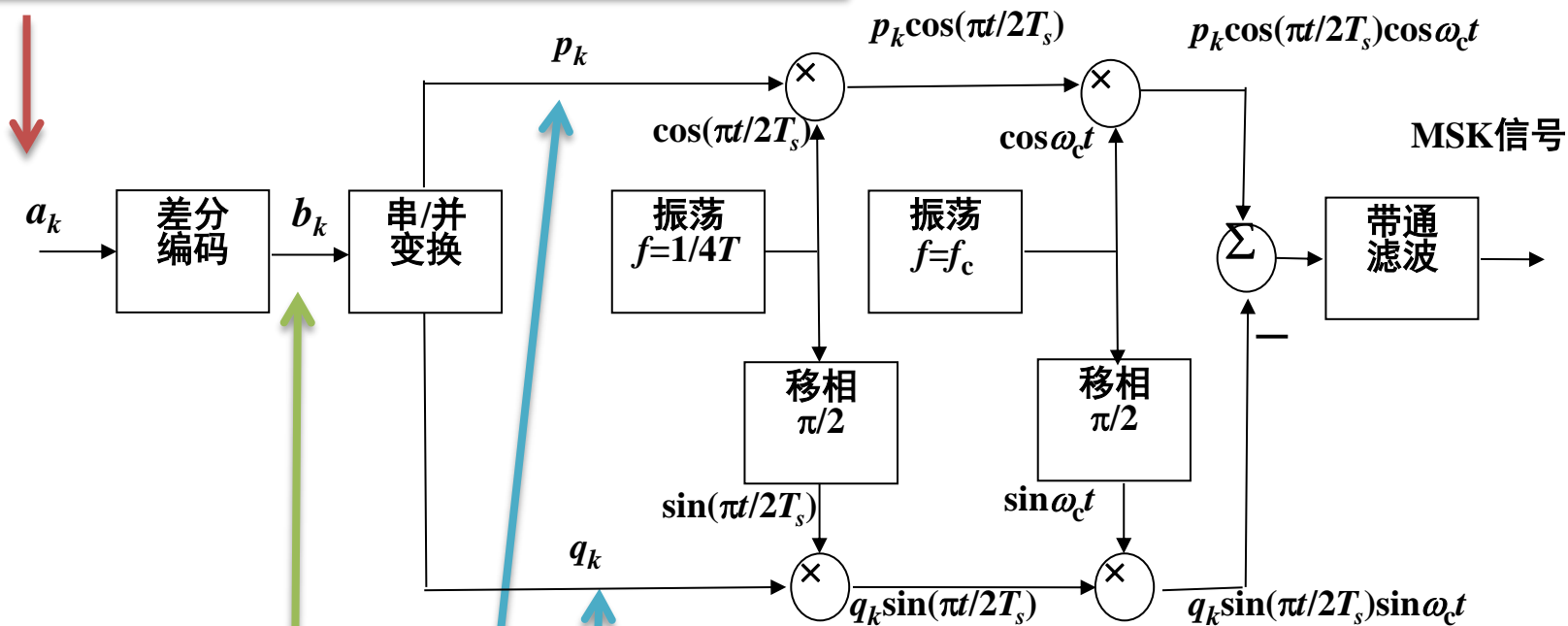
$$s_k(t) = p_k \cos \frac{\pi t}{2T_s} \cos \omega_c t - q_k \sin \frac{\pi t}{2T_s} \sin \omega_c t \quad (k-1)T_s < t \leq kT_s$$

- 根据上式构成的方框图如下：



# 方框图原理举例说明

输入序列:  $a_k = a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$   
 $= +1, -1, +1, -1, -1, +1, +1, -1, +1$



差分编码后:  $b_k = b_1, b_2, b_3, b_4, \dots = +1, -1, -1, +1, -1, -1, -1, +1, +1$

串/并变换, 分成  $p_k$  支路和  $q_k$  支路:

$b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6, \dots = p_1, q_2, p_3, q_4, p_5, q_6, \dots$

串/并变换，分成 $p_k$ 支路和 $q_k$ 支路：

$$b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6, \dots = p_1, q_2, p_3, q_4, p_5, q_6, \dots$$

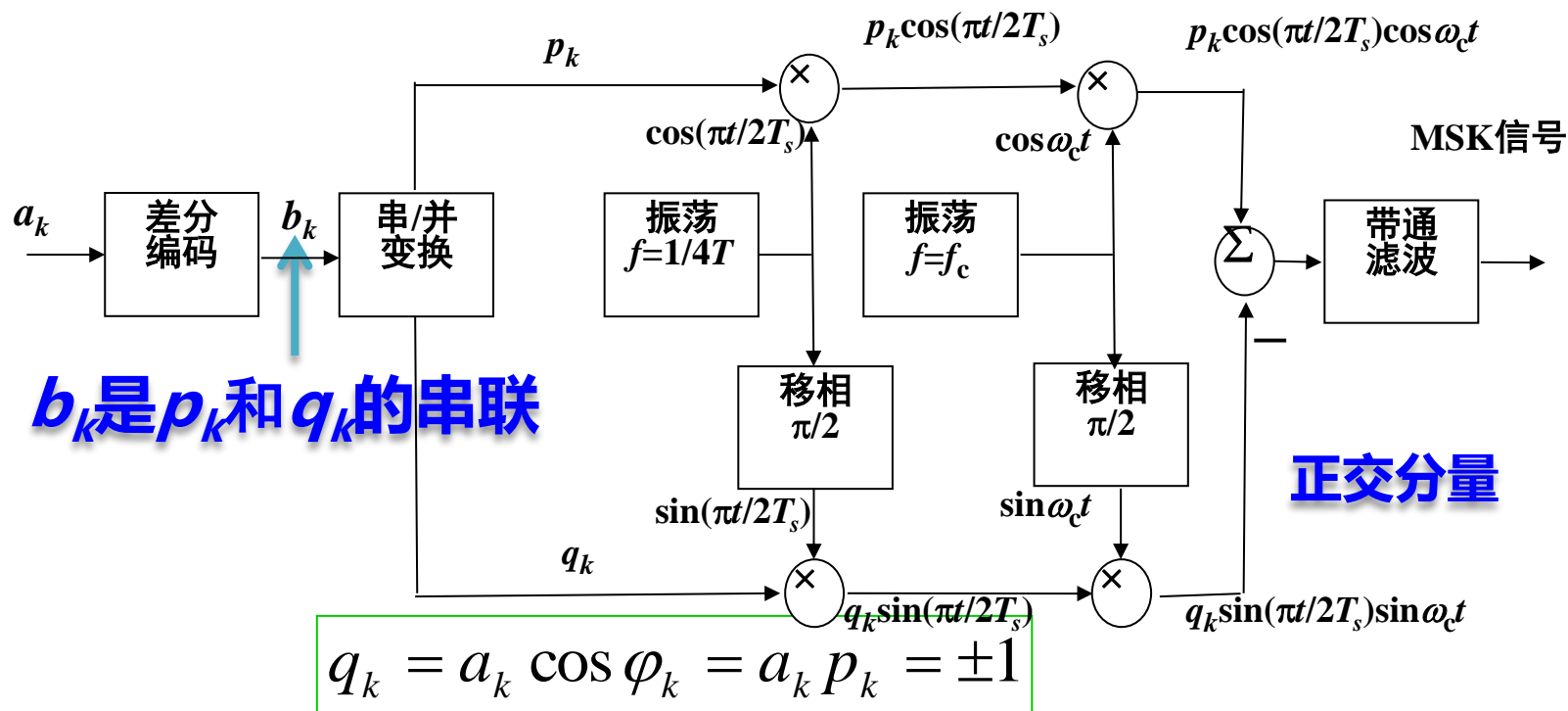
- 已知：串/并变换输出的**支路码元长度为输入码元长度的两倍**
- 若仍然采用原来的序号 $k$ ，将支路第 $k$ 个**码元长度仍当作为 $T_s$** ，则可以写成

$$b_1 = p_1 = p_2, \quad b_2 = q_2 = q_3, \quad b_3 = p_3 = p_4, \quad b_4 = q_4 = q_5, \dots$$

- 这里的 $p_k$ 和 $q_k$ 的长度仍是原来的 $T_s$ 。换句话说，因为 $p_1 = p_2 = b_1$ ，所以由 $p_1$ 和 $p_2$ 构成一个长度等于 $2T_s$ 的取值为 $b_1$ 的码元。
- $p_k$ 和 $q_k$ 再经过两次相乘，就能合成MSK信号了。

$$p_k = \cos \varphi_k = \pm 1$$

同相分量



问题:  $a_k$ 和 $b_k$ 之间是差分编码关系吗??

# $a_k$ 和 $b_k$ 之间是差分编码关系的证明

- **分析：**按差分编码定义，需证明仅当输入为“-1”时， $b_k$ 变号
  - 而 $b_k$ 由 $p_1, q_2, p_3, q_4, \dots, p_{k-1}, q_k, p_{k+1}, q_{k+2}, \dots$  组成
  - **→** 即要证明当输入码元为“-1”时， $q_k = -p_{k-1}$ ，或 $p_k = -q_{k-1}$ 。
- 
- **证明：** (1) 当 $k$ 为偶数时
  - 由 $b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6, \dots = p_1, q_2, p_3, q_4, p_5, q_6, \dots$  可知：
  - $k$ 为偶数时，串并变换输出的两路码元分别为：
    - $q_k = b_k$  **→ 此路为当前输出 → 证明此路满足差分要求**
    - $p_k = p_{k-1} = b_{k-1}$  **→ 此路维持前一时刻输出**



# 证明： $k$ 为偶数时输出满足差分关系

- 由相位递归条件

$$\varphi_k = \varphi_{k-1} + \frac{k\pi}{2}(a_{k-1} - a_k) = \begin{cases} \varphi_{k-1}, & \text{当 } a_k = a_{k-1} \text{ 时} \\ \varphi_{k-1} \pm k\pi, & \text{当 } a_k \neq a_{k-1} \text{ 时。} \end{cases}$$

- 和正交表示式  $q_k = a_k \cos \varphi_k = a_k p_k = \pm 1$
- 并将  $p_k = p_{k-1}$  代入
- 得到  $q_k = a_k p_k = a_k p_{k-1}$
- 所以，当且仅当  $a_k = -1$  时， $q_k = -p_{k-1}$ ，即  $b_k$  变号。

## (2)当 $k$ 为奇数时

- 由  $b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6, \dots = p_1, q_2, p_3, q_4, p_5, q_6, \dots$  知此时对应右端中码元为  $p_k$ 。

- 由递归条件
$$\varphi_k = \varphi_{k-1} + \frac{k\pi}{2}(a_{k-1} - a_k) = \begin{cases} \varphi_{k-1}, & \text{当 } a_k = a_{k-1} \text{ 时} \\ \varphi_{k-1} \pm k\pi, & \text{当 } a_k \neq a_{k-1} \text{ 时。} \end{cases}$$

- 可知此时若  $a_k$  变号, 则  $\varphi_k$  改变  $\pi$ , 即  $p_k$  变号, 否则  $p_k$  不变号, 故有

$$p_k = (a_k \cdot a_{k-1}) p_{k-1} = a_k (a_{k-1} p_{k-1}) = a_k q_{k-1}$$

- 将  $a_k = -1$  代入上式, 得到

- $$p_k = -q_{k-1}$$

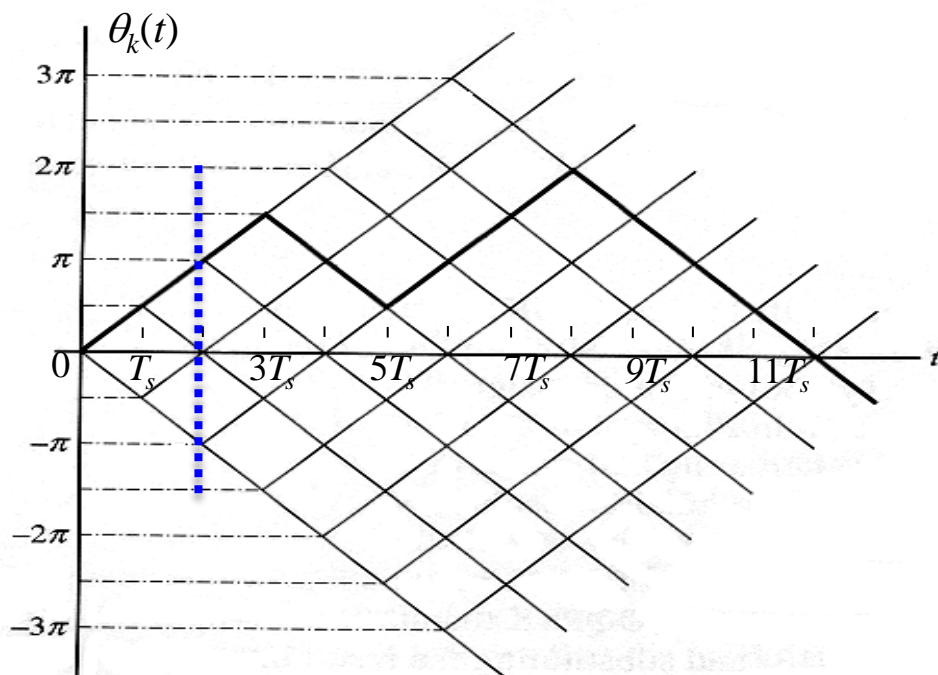
- 上面证明了  $a_k$  和  $b_k$  之间是差分编码关系。

## 2. MSK信号的解调方法

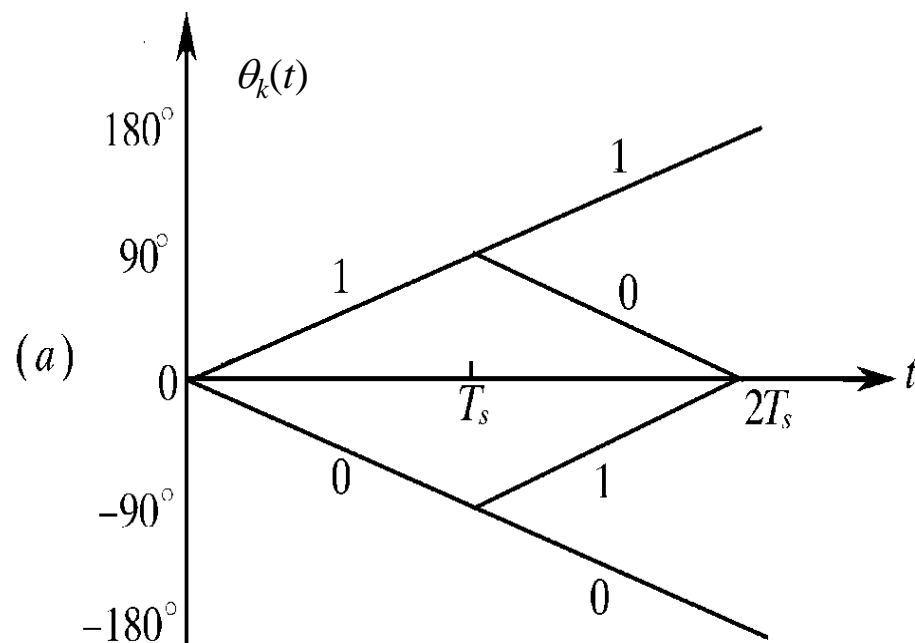
- MSK是2FSK，故进行相干和不相干解调，此外还有延时判决相干解调法的原理

现在先考察 $k = 1$ 和 $k = 2$ 的两个码元。设 $\varphi_1(t) = 0$ ,

则由下图可知，在 $t = 2T$ 时， $\theta_k(t)$ 的相位可能为0或 $\pm\pi$



- 在  $t = 2T$  时,  $\theta_k(t)$  的放大画出如下:



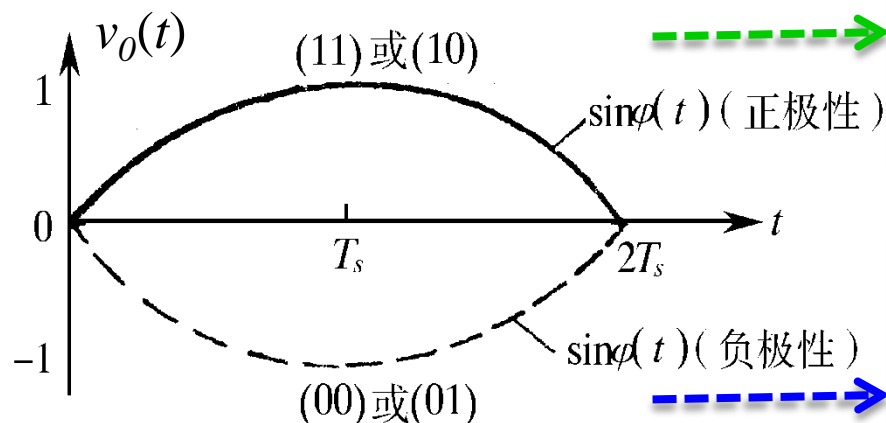
- 在解调时，若用 $\cos(\omega_c t + \pi/2)$ 作为相干载波与此信号相乘，则得到

$$\cos[\omega_c t + \theta_k(t)] \cos(\omega_c t + \pi/2) = \frac{1}{2} \cos[\theta_k(t) - \frac{\pi}{2}] + \frac{1}{2} \cos[2\omega_c t + \theta_k(t) + \frac{\pi}{2}]$$

- 上式中右端第二项的频率为 $2\omega_c$ 。将它用低通滤波器滤除，并省略掉常数(1/2)后，得到输出电压

$$v_0 = \cos[\theta_k(t) - \frac{\pi}{2}] = \sin \theta_k(t)$$

- 按照输入码元 $a_k$ 的取值不同，输出电压 $v_o$ 的轨迹图如下：



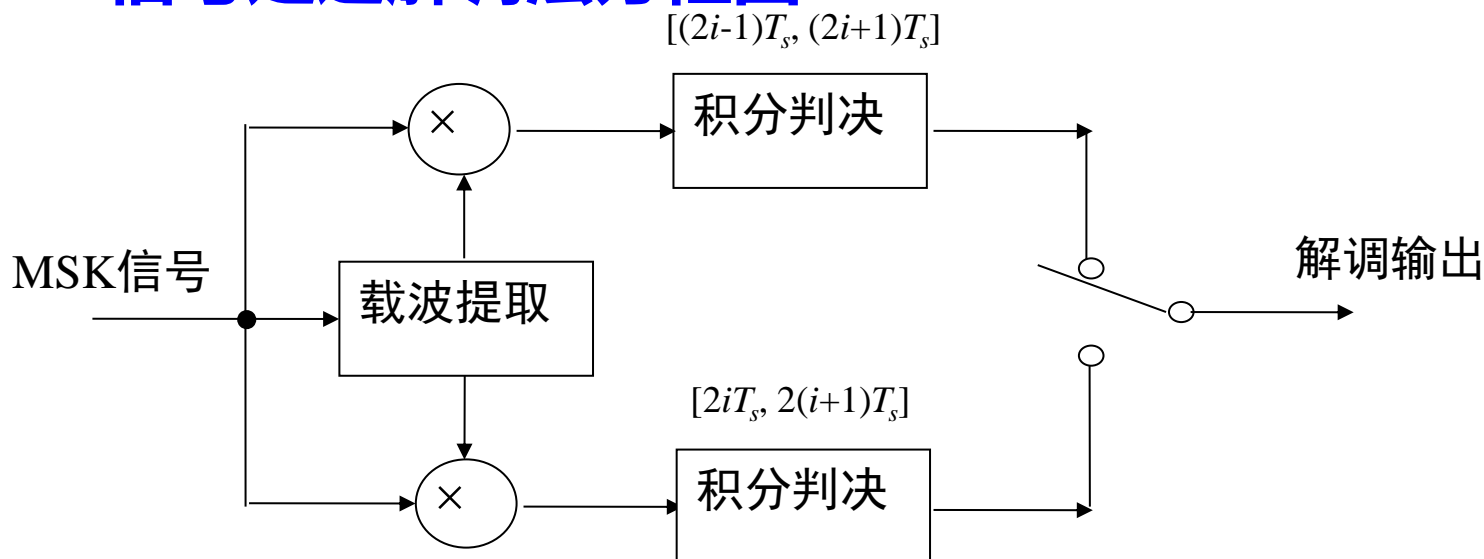
若输入两码元为 “+1, +1” 或 “+1, -1”，则 $\theta_k(t)$ 的值在 $0 < t \leq 2T_s$ 期间始终为正。

若输入的一对码元为 “-1, +1” 或 “-1, -1”，则 $\theta_k(t)$ 的值始终为负。

- 因此，若在此 $2T_s$ 期间对上式积分，则：
  - 积分结果为正值时，说明第1个接收码元为 “+1”；
  - 积分结果为负值时，说明第1个接收码元为 “-1”。

按照此法，在 $T_s < t \leq 3T_s$ 期间积分，就能判断第2个接收码元的值，依此类推。

- 用这种方法解调，由于利用了前后两个码元的信息对于前一个码元作判决，故可以提高数据接收的可靠性。
- MSK信号延迟解调法方框图



- 图中两个积分判决器的积分时间长度均为 $2T_s$ ，但是错开时间 $T_s$ 。上支路的积分判决器先给出第 $2i$ 个码元输出，然后下支路给出第 $(2i+1)$ 个码元输出。

# 第8章 新型数字带通调制技术

- 8.1 正交振幅调制(QAM)
- 8.2 最小频移键控和高斯最小频移键控
- 8.3 正交频分复用
  - 8.2.1 正交2FSK信号的最小频率间隔
  - 8.2.2 MSK信号的基本原理
  - 8.2.3 MSK信号的产生和解调
  - 8.2.4 MSK信号的功率谱
  - 8.2.5 MSK信号的误码率性能
  - 8.2.6 高斯最小频移键控

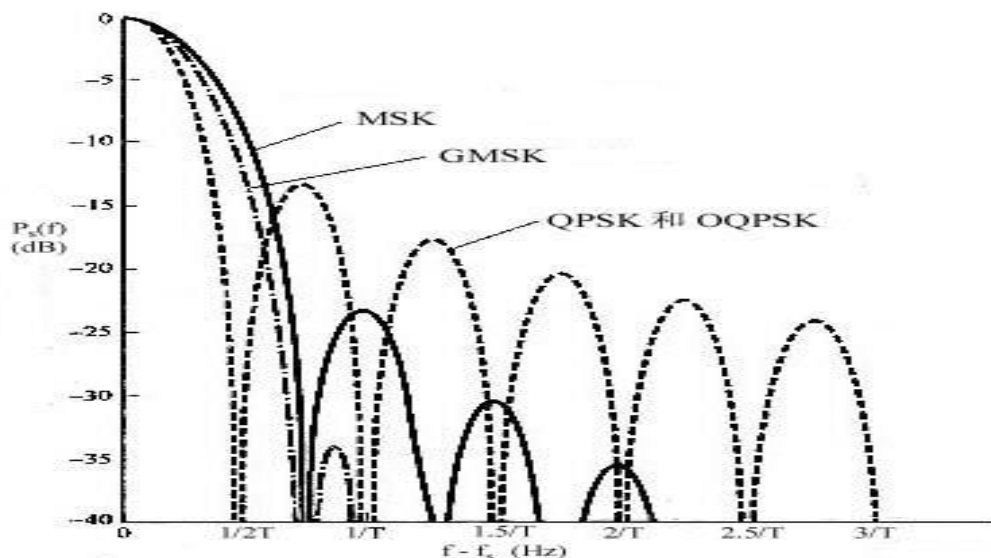


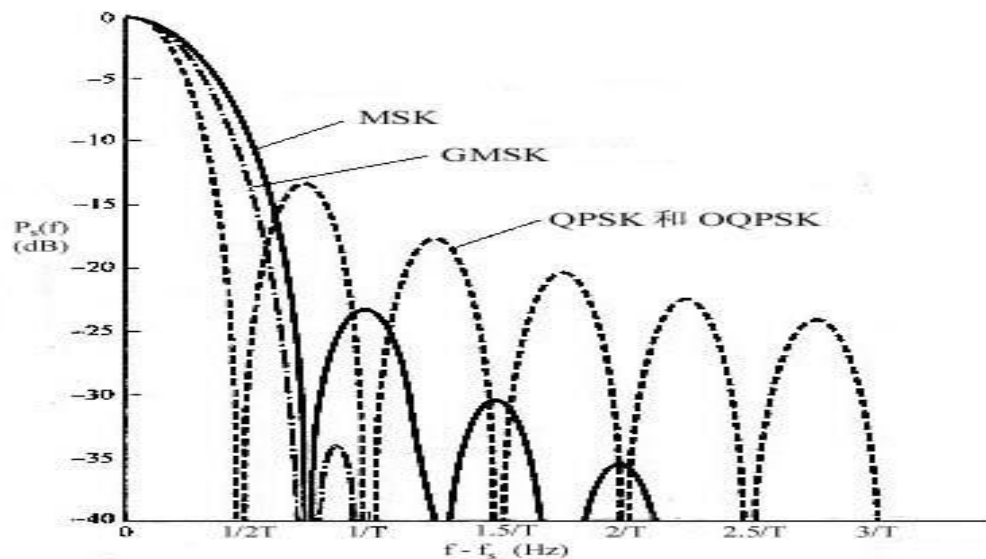
## 8.2.4 MSK信号的功率谱

- MSK信号的归一化（平均功率 = 1 W时）单边功率谱密度 $P_s(f)$ 的计算结果如下

$$P_s(f) = \frac{32T_s}{\pi^2} \left[ \frac{\cos 2\pi(f - f_s)T_s}{1 - 16(f - f_s)^2 T_s^2} \right]^2$$

- 按照上式画出的曲线在下图中用实线示出。应当注意，图中横坐标是以载频为中心画的，即横坐标代表频率( $f - f_s$ )，





- 由此图可见，与QPSK和OQPSK信号相比：MSK信号的功率谱密度更为集中，即其旁瓣下降得更快。故它对于相邻频道的干扰较小。

- 计算表明，包含90%信号功率的带宽B近似值如下：
  - 对于QPSK、OQPSK、MSK:  $B \cong 1/T_s \text{ Hz};$
  - 对于BPSK:  $B \cong 2/T_s \text{ Hz};$
- 而包含99%信号功率的带宽近似值为：
  - 对于 MSK:  $B \cong 1.2/T_s \text{ Hz}$
  - 对于 QPSK及OPQSK:  $B \cong 6/T_s \text{ Hz}$
  - 对于 BPSK:  $B \cong 9/T_s \text{ Hz}$
- 由此可见，MSK信号的带外功率下降非常快。

# 第8章 新型数字带通调制技术

- 8.1 正交振幅调制(QAM)
- 8.2 最小频移键控和高斯最小频移键控
- 8.3 正交频分复用
  - 8.2.1 正交2FSK信号的最小频率间隔
  - 8.2.2 MSK信号的基本原理
  - 8.2.3 MSK信号的产生和解调
  - 8.2.4 MSK信号的功率谱
  - 8.2.5 MSK信号的误码率性能
  - 8.2.6 高斯最小频移键控

## 8.2.5 MSK信号的误码率性能

- MSK信号是用极性相反的半个正（余）弦波形去调制两个正交的载波。
- 因此，当用匹配滤波器分别接收每个正交分量时，MSK信号的误比特率性能和2PSK、QPSK及OQPSK等的性能一样。
- 但是，若把它当作FSK信号用相干解调法在每个码元持续时间 $T_s$ 内解调，则其性能将比2PSK信号的性能差3dB。

# 第8章 新型数字带通调制技术

- 8.1 正交振幅调制(QAM)
- 8.2 最小频移键控和高斯最小频移键控
- 8.3 正交频分复用
  - 8.2.1 正交2FSK信号的最小频率间隔
  - 8.2.2 MSK信号的基本原理
  - 8.2.3 MSK信号的产生和解调
  - 8.2.4 MSK信号的功率谱
  - 8.2.5 MSK信号的误码率性能
  - 8.2.6 高斯最小频移键控

## 8.2.6 高斯最小频移键控

- 在进行MSK调制前将矩形信号脉冲先通过一个高斯型的低通滤波器。这样的体制称为高斯最小频移键控(GMSK)。
- 此高斯型低通滤波器的频率特性表示式为：

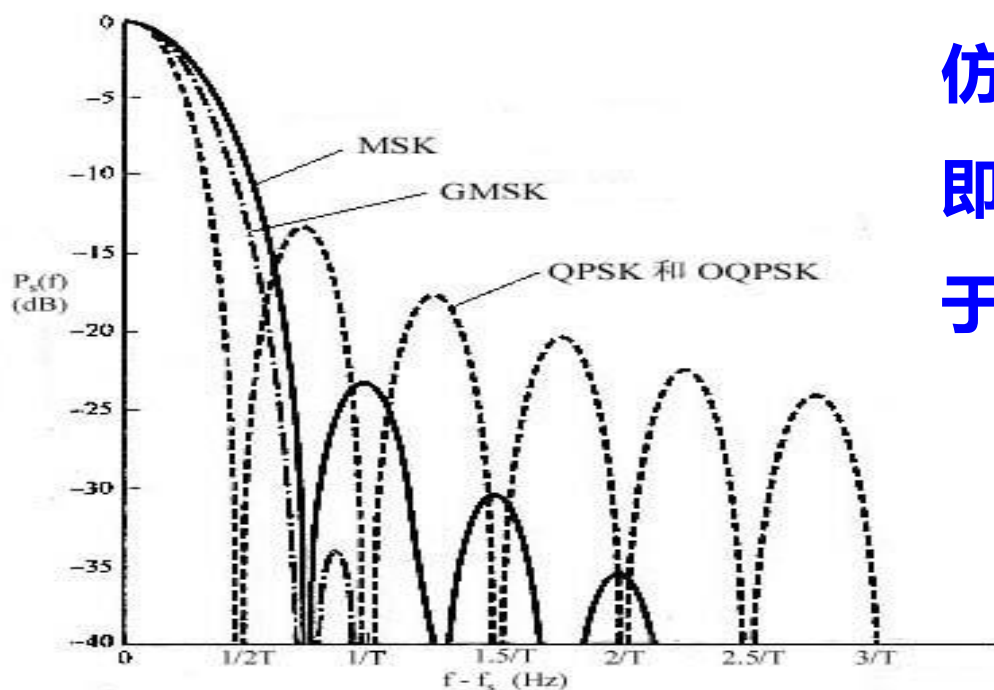
$$H(f) = \exp[-(\ln 2 / 2)(f / B)^2]$$

- 式中，B - 滤波器的3 dB带宽。
- 将上式作逆傅里叶变换，得到此滤波器的冲激响应h(t)：

$$h(t) = \frac{\sqrt{\pi}}{\alpha} \exp\left(-\frac{\pi}{\alpha} t\right)^2$$

- 式中  $\alpha = \sqrt{\frac{\ln 2}{2}} \frac{1}{B}$
- 由于h(t)为高斯特性，故称为高斯型滤波器。

- GMSK信号的功率谱密度很难分析计算，用计算机仿真方法得到的结果也示于图中



仿真时采用的  $BT_s = 0.3$ ,  
即滤波器的3 dB带宽  $B$  等  
于码元速率的0.3倍。



- **GMSK应用：**

- 在GSM制的蜂窝网中就是采用 $BT_s = 0.3$ 的GMSK调制
- 这是为了得到更大的用户容量，因为在那里对带外辐射的要求非常严格。

- **GMSK体制的缺点：**

- 是有码间串扰。 $BT_s$ 值越小，码间串扰越大。

# 第8章 新型数字带通调制技术

---

- 8.1 正交振幅调制(QAM)
- 8.2 最小频移键控和高斯最小频移键控
- 8.3 正交频分复用

## 8.3.1 概述

- **回顾**：前述调制，都是采用一个正弦型振荡作为载波，将基带调制到载波上。
- 若信道不理想，很难保持理想传输特性时，会产生严重的**信号失真和码间串扰**。如：
  - 短波无线信道
  - 低速的数字信道
- **解决**：
  - 均衡
  - 采用**多载波**，将信道分成多个子信道。

# 单载波调制&多载波调制

单载波体制：

码元持续时间  $T_s$  短，  
但占用带宽  $B$  大；

由于信道特性

$|C(f)|$  不理想，产生码间串扰。

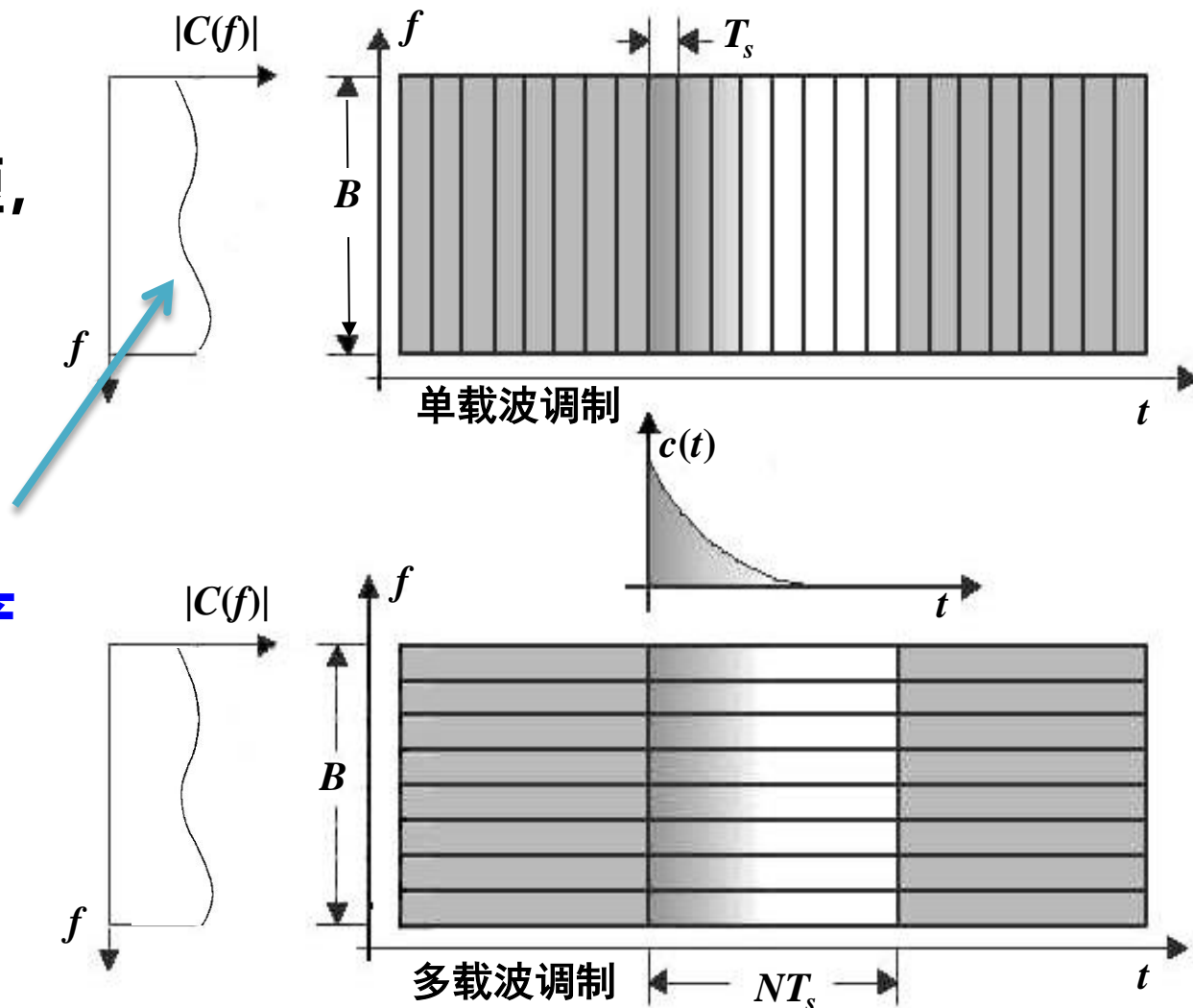


图8-12 13 多载波调制原理

# 单载波调制&多载波调制

## 多载波体制：

将信道分成许多子信道。

假设有10个子信道，  
则每个载波的调制  
码元速率将降低至  
1/10，每个子信  
道的带宽也随之减  
小为1/10

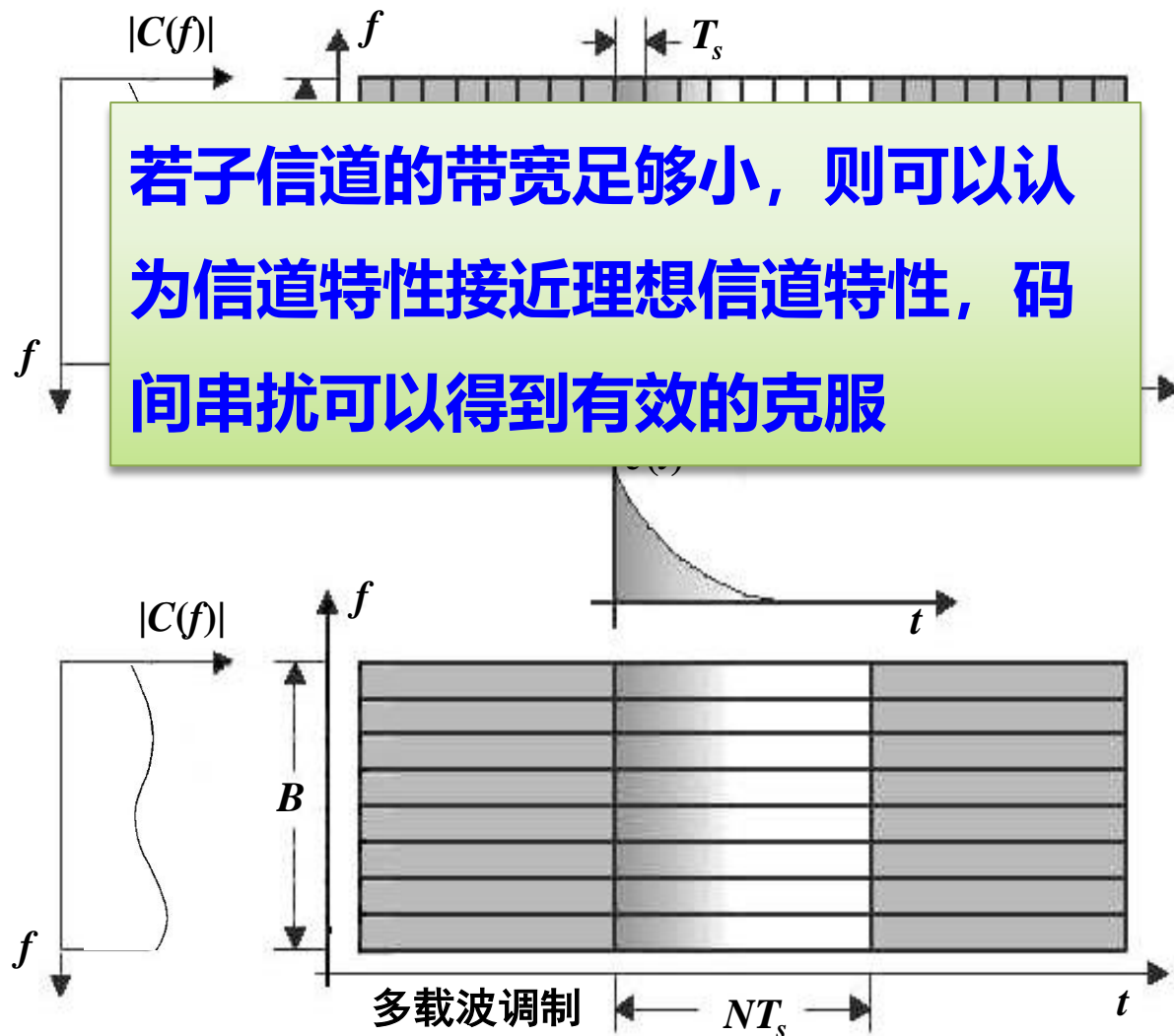


图8-12 13 多载波调制原理

# 正交频分复用(OFDM)

- **OFDM**：一类多载波并行调制体制
- **OFDM的特点**：
  - 为了提高频率利用率和增大传输速率，各路子载波的已调信号频谱有部分重叠；
  - 各路已调信号是严格正交的，以便接收端能完全地分离各路信号；
  - 各路子载波的调制是多进制调制；
  - 各路子载波的调制制度可以不同，根据各个子载波处信道特性的优劣不同采用不同的体制。如：2DPSK和256QAM分别用于不同信道。此外，还可以自适应地改变调制体制以适应信道特性的变化。

# 正交频分复用(OFDM)

- **OFDM的应用:**

- 广泛应用于非对称数字用户环路 (ADSL)、高清电视信号传输 (HDTV)、WLAN、WWAN、蜂窝网

- **OFDM的缺点:**

- 对信道产生的频率偏移和相位噪声很敏感;
- 信号峰值功率和平均功率的比值较大, 这将会降低射频功率放大器的效率。

## 8.3.2 OFDM的基本原理

- **表示式**

- 设在一个OFDM系统中有N个子信道，每个子信道采用的子载波为

$$x_k(t) = B_k \cos(2\pi f_k t + \varphi_k) \quad k = 0, 1, \dots, N-1$$

$B_k$  - 第 $k$ 路子载波的振幅，它受基带码元的调制

$f_k$  - 第 $k$ 路子载波的频率

$\varphi_k$  - 第 $k$ 路子载波的初始相位

- 则在此系统中的**N路子信号之和**可以表示为

$$s(t) = \sum_{k=0}^{N-1} x_k(t) = \sum_{k=0}^{N-1} B_k \cos(2\pi f_k t + \varphi_k)$$



实数

复数

$$s(t) = \sum_{k=0}^{N-1} x_k(t) = \sum_{k=0}^{N-1} B_k \cos(2\pi f_k t + \varphi_k) \xrightarrow{\text{改写}} s(t) = \sum_{k=0}^{N-1} B_k e^{j2\pi f_k t + \varphi_k}$$

- 改写后， $B_k$ 是复数，第 $k$ 路子信道的复输入数据。
- 因此，上式右端是一个复函数。但是，物理信号 $s(t)$ 是实函数。
- 所以，若希望用上式的形式表示一个实函数，式中的输入复数据 $B_k$ 应该使上式右端的虚部等于零。
- 如何做到这一点，将在以后讨论。

# 正交条件

- 为了使这N路子信道信号在接收时能够完全分离，要求它们满足**正交条件**。
- 在码元持续时间 $T_s$ 内任意两个子载波都正交的条件是：

$$\int_0^T \cos(2\pi f_k t + \varphi_k) \cos(2\pi f_i t + \varphi_i) dt = 0$$

- 上式可以用三角公式改写成

$$\begin{aligned} & \int_0^T \cos(2\pi f_k t + \phi_k) \cos(2\pi f_i t + \phi_i) dt \\ &= \frac{1}{2} \int_0^T \cos[(2\pi(f_k - f_i)t + \phi_k - \phi_i)] dt \\ & \quad + \frac{1}{2} \int_0^T \cos[(2\pi(f_k + f_i)t + \phi_k + \phi_i)] dt = 0 \end{aligned}$$

- 它的积分结果为

$$\frac{\sin[2\pi(f_k + f_i)T_s + \phi_k + \phi_i]}{2\pi(f_k + f_i)} + \frac{\sin[2\pi(f_k - f_i)T_s + \phi_k - \phi_i]}{2\pi(f_k - f_i)} - \frac{\sin(\phi_k + \phi_i)}{2\pi(f_k + f_i)} - \frac{\sin(\phi_k - \phi_i)}{2\pi(f_k - f_i)} = 0$$

- 令上式等于0的条件是：

$$(f_k + f_i)T_s = m \quad \text{和} \quad (f_k - f_i)T_s = n$$

其中  $m = \text{整数}$  和  $n = \text{整数}$ ；并且  $\phi_k$  和  $\phi_i$  可以取任意值。

$$(f_k + f_i)T_s = m \quad \text{和} \quad (f_k - f_i)T_s = n$$

- 由上式解出，要求

$$f_k = (m + n)/2T_s, \quad f_i = (m - n)/2T_s$$

- 即要求:

- 子载频满足  $f_k = k/2T_s$ ，式中  $k = \text{整数}$ ;
- 且要求子载频间隔  $\Delta f = f_k - f_i = n/T_s$ ,

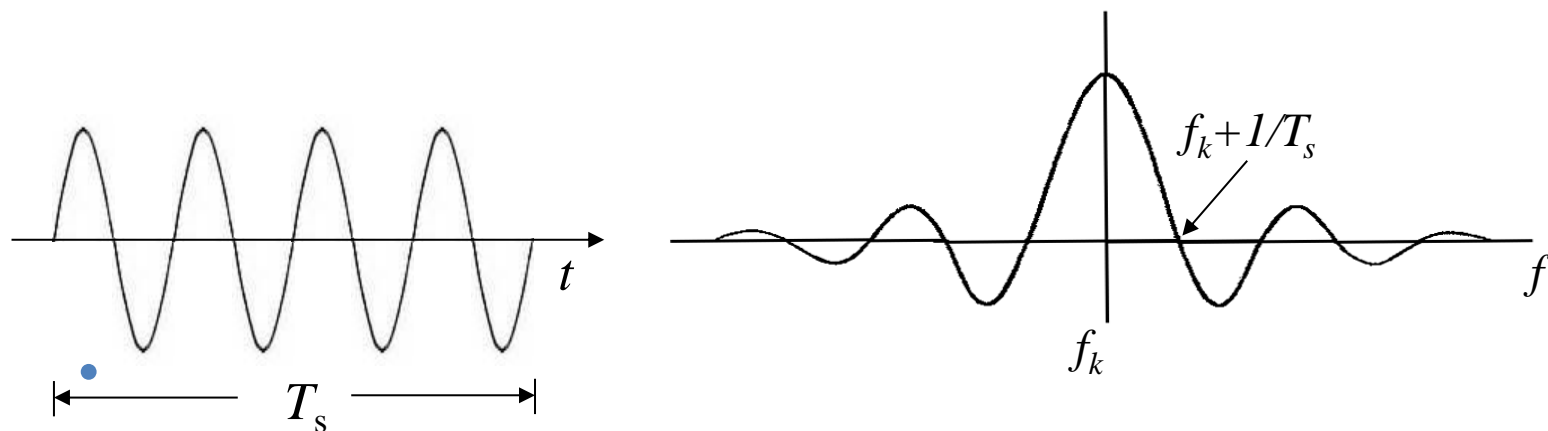
- 故要求的最小子载频间隔为

$$\Delta f_{\min} = 1/T_s$$

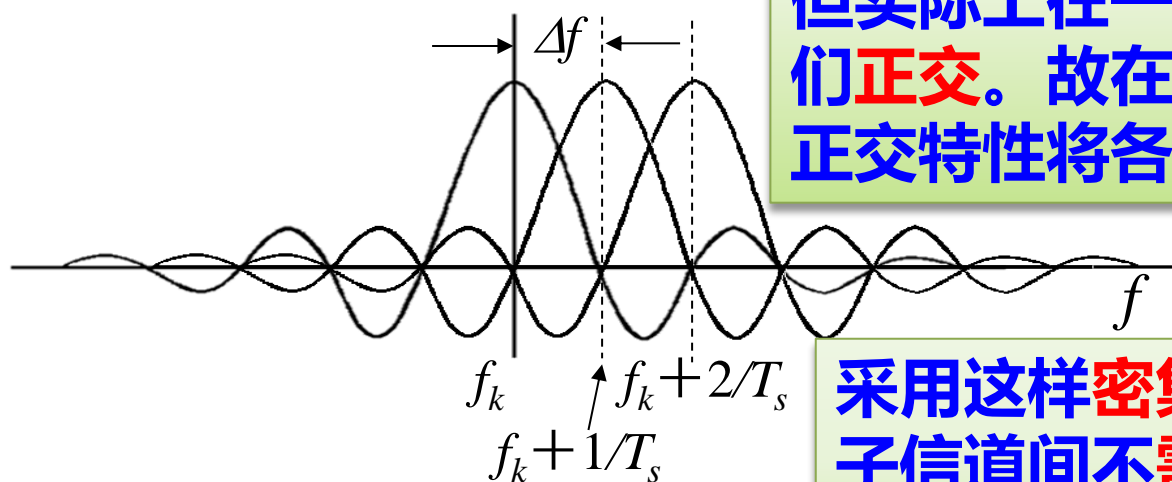
- 这就是子载频正交的条件。

# OFDM的频域特性

- 设在一个子信道中，子载波的频率为 $f_k$ 、码元持续时间为 $T_s$ ，则此码元的波形和其频谱密度画出如下图：



- 在OFDM中，各相邻子载波的频率间隔等于最小容许间隔  $\Delta f = 1/T_s$
- 故各子载波合成后的频谱密度曲线如下图



由图看，各路子载波的**频谱重叠**，但实际上在一个码元持续时间内它们**正交**。故在接收端很容易利用此正交特性将各路子载波分离开。

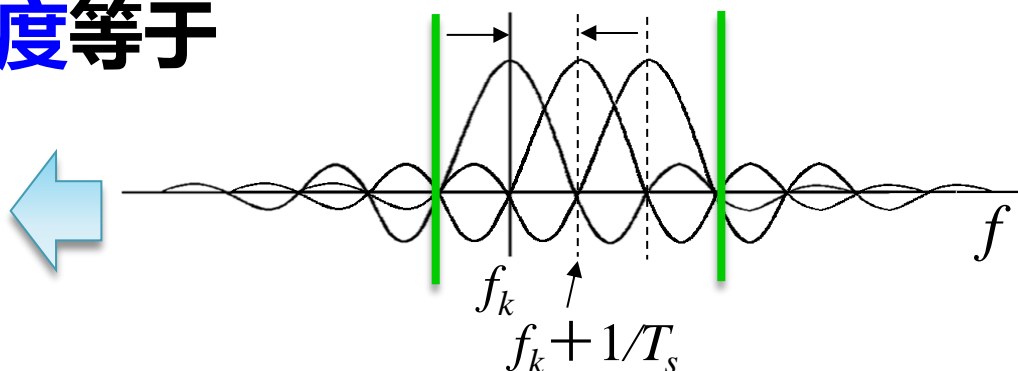
采用这样**密集**的子载频，并且在子信道间**不需要保护频带间隔**，因此能够充分利用频带。这是OFDM的一大优点。

- 在子载波受调制后，若采用的是BPSK、QPSK、4QAM、64QAM等类调制制度，则其各路频谱的位置和形状没有改变，仅幅度和相位有变化，故仍保持其正交性，因为 $\varphi_k$ 和 $\varphi_i$ 可以取任意值而不影响正交性。
- 各路子载波的调制制度可以不同，按照各个子载波所处频段的信道特性采用不同的调制制度，并且可以随信道特性的变化而改变，具有很大的灵活性。这是OFDM体制的又一个重要优点。

# OFDM体制的频带利用率

- 设一OFDM系统中共有**N**路子载波，子信道码元持续时间为**T<sub>s</sub>**，每路子载波均采用**M 进制的调制**，则它占用的**频带宽度**等于

$$B_{OFDM} = \frac{N+1}{T_s}$$



- **频带利用率**为单位带宽传输的比特率：

$$\eta_{B/OFDM} = \frac{N \log_2 M}{\underbrace{T_s}_{\text{比特率}}} \cdot \frac{1}{B_{OFDM}} = \frac{N}{N+1} \log_2 M$$

- 当N很大时,  $\eta_{B/OFDM} \approx \log_2 M$



- 若用**单个载波的M 进制**码元传输，为得到相同的传输速率，则码元持续时间应缩短为 $(T_s/N)$ ，而占用带宽等于 $(2N/T_s)$
- 故**单载波时的频带利用率**为

$$\eta_{B/M} = \frac{N \log_2 M}{T_s} \boxed{\frac{T_s}{2N}} = \frac{1}{2} \log_2 M$$

- **结论：**
- **OFDM和单载波体制相比，频带利用率大约增至两倍。**

## 8.3.3 OFDM的实现：以MQAM调制为例

- 复习DFT公式
- 设一个时间信号 $s(t)$ 的抽样函数为 $s(k)$ ，其中 $k = 0, 1, 2, \dots, K-1$ ，则 $s(k)$ 的离散傅里叶变换(DFT)定义为：

$$S(n) = \frac{1}{\sqrt{K}} \sum_{k=0}^{K-1} s(k) e^{-j(2\pi/K)nk} \quad (n = 0, 1, 2, \dots, K-1)$$

- 并且 $S(n)$ 的逆离散傅里叶变换(IDFT)为：

$$s(k) = \frac{1}{\sqrt{K}} \sum_{n=0}^{K-1} S(n) e^{j(2\pi/K)nk} \quad (k = 0, 1, 2, \dots, K-1)$$

- 若信号的抽样函数 $s(k)$ 是**实函数**，则其 $K$ 点DFT的值 $S(n)$ 一定满足对称性条件：

$$S(K - k - 1) = S^*(k) \quad (k = 0, 1, 2, \dots, K - 1)$$

- 式中 $S^*(k)$ 是 $S(k)$ 的复共轭。

- 
- 现在，令OFDM信号的 $\varphi_k = 0$ ，则式

$$s(t) = \sum_{k=0}^{N-1} B_k e^{j2\pi f_k t + \varphi_k}$$



$$s(t) = \sum_{k=0}^{N-1} B_k e^{j2\pi f_k t}$$

# 比较:

**OFDM:**  $s(t) = \sum_{k=0}^{N-1} B_k e^{j2\pi f_k t}$       **IDFT:**  $s(k) = \frac{1}{\sqrt{K}} \sum_{n=0}^{K-1} S(n) e^{j(2\pi / K)nk}$

- **结论:** 左式和IDFT式非常相似。
- 若暂时不考虑两式常数因子的差异以及求和项数(K和N)的不同, 则可以:
  - 将IDFT中的K个离散值 $S(n)$ 当作是K路OFDM并行信号的子信道中信号码元取值 $B_k$
  - IDFT式的左端就相当上式左端的OFDM信号 $s(t)$ 。
- 即: 可以用计算IDFT的方法来获得OFDM信号。
- 下面就来讨论如何具体解决这个计算问题。

# OFDM信号的产生

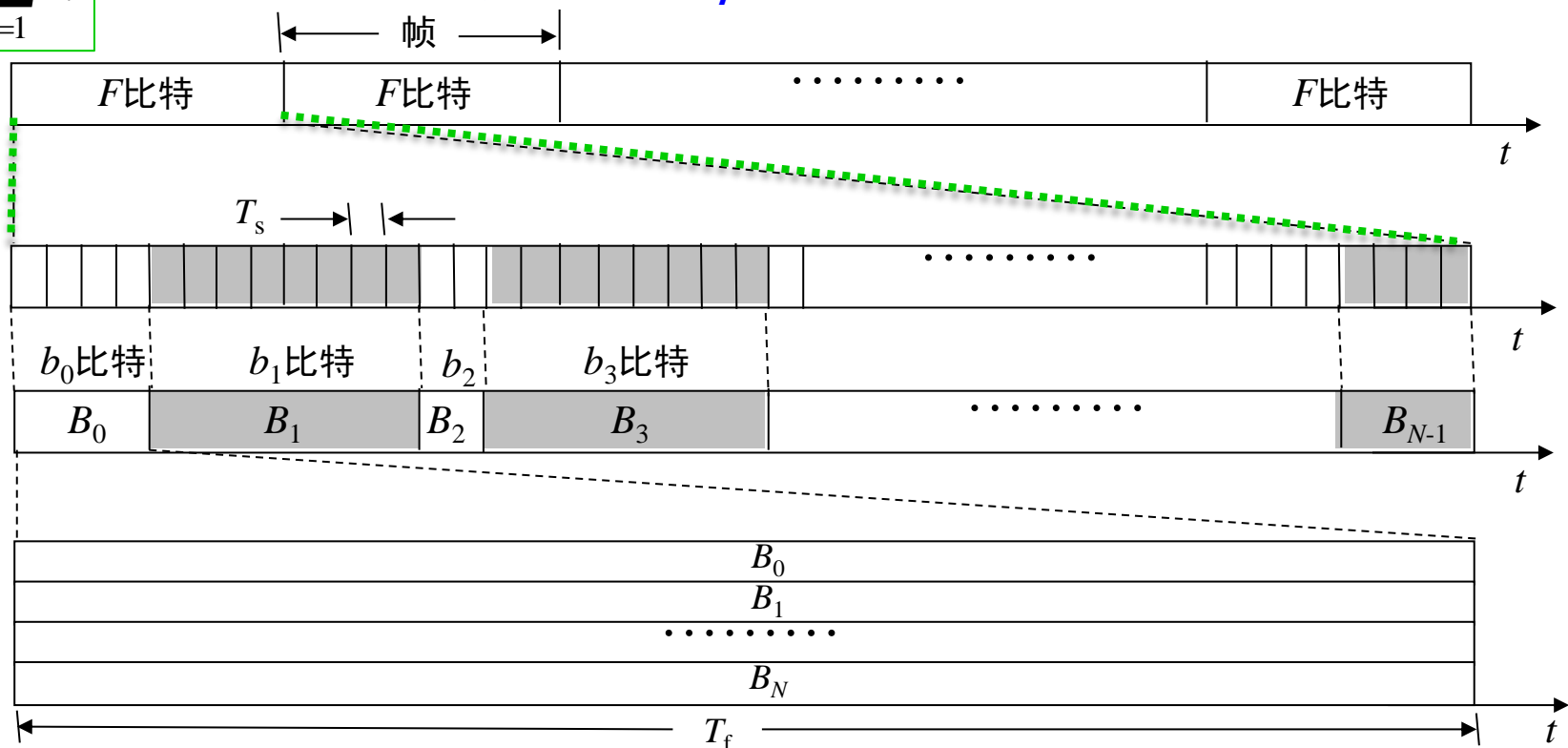
- **码元分组：**

- 先将输入码元序列分成帧，每帧F个码元，即有F比特。

然后将此F比特分成N组，每组中比特数可不同，如图。

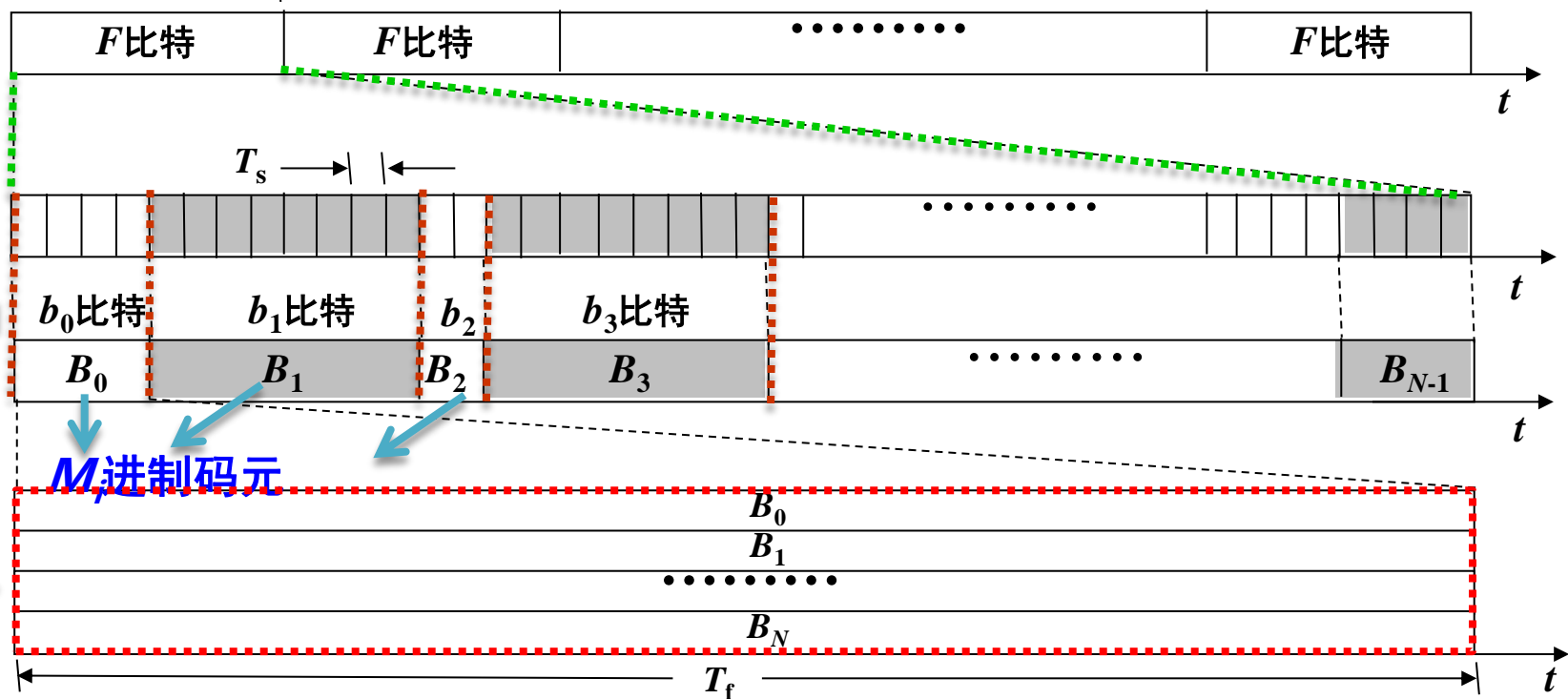
第i组中包含的比特数为 $b_i$

$$F = \sum_{i=1}^N b_i$$



# 码元分组 续

将每组中的 $b_i$ 个比特看作是一个 $M$ 进制码元 $B_i$ , 其中  
 $b_i = \log_2 M_i$  帧  $\longrightarrow$

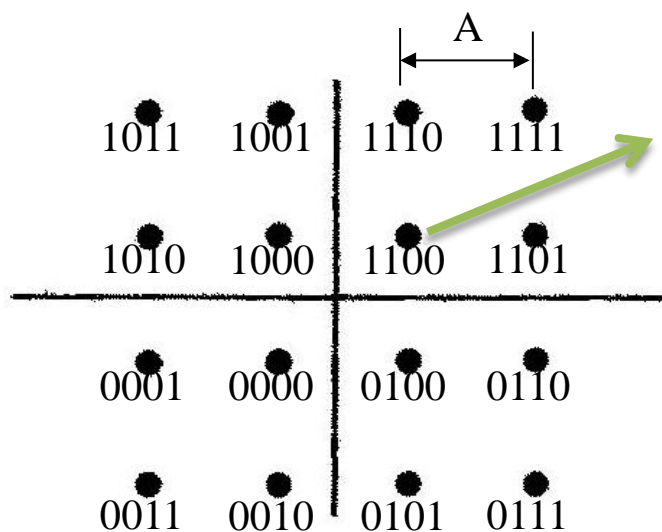


经过串/并变换将 $F$ 个串行码元 $b_i$ 变为 $N$ 个（路）并行码元 $B_i$ 。  
 各路并行码元 $B_i$ 持续时间相同，均为一帧时间  $T_f = F \cdot T_s$ ，但  
 是各路码元 $B_i$ 包含的比特数不同。

# MQAM调制

- 这样得到的 $N$ 路并行码元 $B_i$ 用来对于 $N$ 个子载波进行不同的MQAM调制。
- 这时的各个码元 $B_i$ 可能属于不同的 $M_i$ 进制，所以它们各自进行不同的MQAM调制。
- MQAM调制中一个码元可以用平面上的一个点表示。而平面上的一个点可以用一个矢量或复数表示。下面用复数 $B_i$ 表示此点。
- 将 $M_i$ 进制的码元 $B_i$ 变成一一对应的复数 $B_i$ 的过程称为映射过程。

- 例: 若有一个码元 $B_i$ 是16进制的, 它由二进制的输入码元 “1100”构成, 则它应进行16QAM调制。
- 设其星座图如下图所示



则此16进制码元调制后的相位应该为 $45^\circ$ , 振幅为 $A/2^{1/2}$

此映射过程就应当将输入码元 “1100” 映射为 :

$$B_i = (A/\sqrt{2})e^{j\pi/4}$$



# 用IDFT实现OFDM

$$s(k) = \frac{1}{\sqrt{K}} \sum_{n=0}^{K-1} S(n) e^{j(2\pi/K)nk} \quad (k = 0, 1, 2, \dots, K-1)$$

- 首先，令OFDM的**最低子载波频率等于0**，以满足上式右端第一项（即 $n = 0$ 时）的指数因子等于1。
- 为了得到所需的已调信号最终频率位置，可以用上变频的方法将所得OFDM信号的频谱向上搬移到指定的高频上。

- 其次，我们令  $K = 2N$ ，使IDFT的项数等于子信道数目  $N$  的两倍
- 并用对称性条件： $S(K - k - 1) = S^*(k)$  由  $N$  个并行复数码元序列  $\{B_i\}$ ，(其中  $i = 0, 1, 2, \dots, N - 1$ )，生成  $K = 2N$  个等效的复数码元序列  $\{B'_n\}$ ，(其中  $n = 0, 1, 2, \dots, 2N - 1$ )
- 即令  $\{B'_n\}$  中的元素等于：

$$B'_{K-n-1} = B_n^*, \quad n = 1, 2, \dots, N - 1$$

$$B'_{K-n-1} = B_{K-n-1}, \quad n = N, N + 1, N + 2, \dots, 2N - 2$$

$$B'_0 = \text{Re}(B_0)$$

$$B'_{K-1} = B'_{2N-1} = \text{Im}(B_0)$$

- 将生成的新码元序列 $\{B_n\}$ 作为 $S(n)$ ，代入IDFT，得

- $$s(k) = \frac{1}{\sqrt{K}} \sum_{n=0}^{K-1} B'_n e^{j(2\pi/K)nk} \quad k = 0, 1, 2, \dots, K-1$$

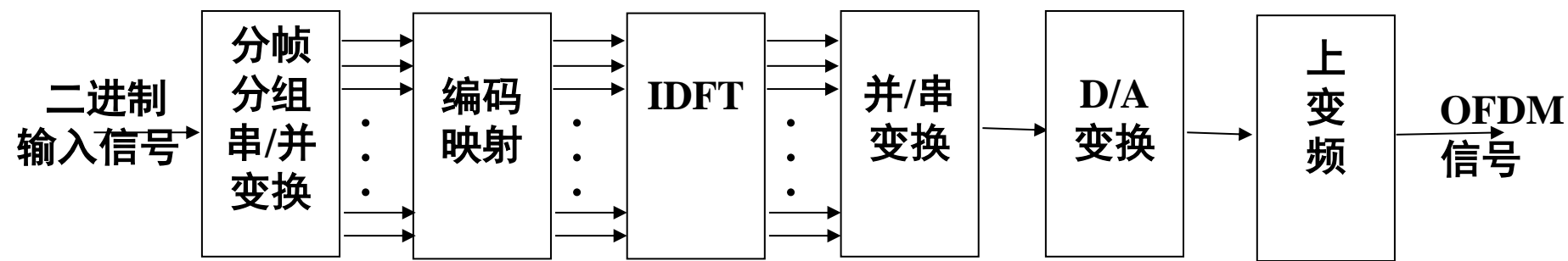
- 式中  $s(k) = s(kT_f / K)$

- 它相当于OFDM信号 $s(t)$ 的抽样值。故 $s(t)$ 可以表示为

$$s(t) = \frac{1}{\sqrt{K}} \sum_{n=0}^{K-1} B'_n e^{j(2\pi/T_f)nt} \quad (0 \leq t \leq T_f)$$

- 子载波频率 $f_k = n/T_f$ ， $(n = 0, 1, 2, \dots, N - 1)$ 。
- 离散抽样信号 $s(k)$ 经过D/A变换后就得到上式的OFDM信号 $s(t)$ 。

## • OFDM调制原理方框图



# 第8章 新型数字带通调制技术

---

- 8.4小结