Corso di Laurea in Informatica

I parziale di Analisi Matematica

21 Dicembre 2020

Cognome: ....

Nome: ....

Numero di matricola: ....

Email: ....

Risultati

1.(pt.1)	
2.(pt.2)	
3.(pt.5)	
4.(pt.7)	

Risolvere gli esercizi seguenti, scrivendo e motivando dettagliatamente il procedimento seguito. Soluzioni prive di calcoli e spiegazioni NON SARANNO VALUTATE.
È possibile scrivere sul retro dei fogli nel caso in cui lo spazio previsto per la risposta non sia sufficiente.

Esercizio 1(pt. 1)
Data $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, scrivere la definizione di

$$\lim_{x \to -10^+} f(x) = -7$$

Risposta:

Esercizio 2(pt. 2)
Calcolare l'equazione della retta tangente al grafico della funzione $f(x) = (1 + \cos(x))^x$ nel punto $x = \frac{\pi}{2}$.
Risposta:

Esercizio 3(pt. 5)
Sapendo che, per $t \to 0$,

- $\sin t = t - \frac{1}{3!}t^3 + \frac{1}{5!}t^5 - \frac{1}{7!}t^7 + o(t^7)$,

- $e^t = 1 + t + \frac{1}{2!}t^2 + \frac{1}{3!}t^3 + \frac{1}{4!}t^4 + \frac{1}{5!}t^5 + \frac{1}{6!}t^6 + o(t^6)$,

- $\ln(1+t) = t - \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{3}t^3 - \frac{1}{4}t^4 + \frac{1}{5}t^5 - \frac{1}{6}t^6 + o(t^6)$,

- $(1+t)^\alpha = 1 + \alpha t + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}t^2 + \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{3!}t^3 + \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)(\alpha-3)}{4!}t^4 + o(t^4)$.

calcolare

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^{\frac{1}{2}\sin(x)} - \sqrt{1 + \ln(1+x)} - \frac{1}{2}x^2}{\sin(x^3)}$$

Risposta:
CALCOLARE gli sviluppi di Taylor delle seguenti funzioni, NELLA FORMA in cui saranno usati nel limite dato (con tutte le semplificazioni algebriche effettuate) e risolvere il limite assegnato:

- $\sin(x^3) =$

- $e^{\frac{1}{2}\sin(x)} =$

- $\sqrt{1+\ln(1+x)} =$

Quindi:

$$e^{\frac{1}{2}\sin(x)} - \sqrt{1+\ln(1+x)} - \frac{1}{2}x^2 =$$

e infine

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{\frac{1}{2}\sin(x)} - \sqrt{1+\ln(1+x)} - \frac{1}{2}x^2}{\sin(x^3)} =$$

Esercizio 3(pt. 7)
Sia data la funzione $\mathcal{D}(f) \to \mathbf{R}$

$$f(x) = (x^2 - 3x + 2 + \frac{1}{e}) \ln(x^2 - 3x + 2 + \frac{1}{e}).$$

I Disegnare il suo grafico (dominio di f, limiti ai bordi del dominio di f, zeri e segno della derivata prima).

II Calcolare l'immagine di f sul suo dominio naturale $\mathcal{D}(f)$.

III Stabilire per quali $\lambda \in \mathbf{R}$ l'equazione $f(x) = \lambda$ ha due soluzioni reali distinte.