Corso di Laurea in Informatica

I parziale di Analisi Matematica

20 Dicembre 2019

Cognome: ....

Nome: ....

Numero di matricola: ....

Email: ....

Risultati

1.(pt.1)	
2.(pt.1)	
3.(pt.1)	
4.(pt.7)	
5.(pt.5)	

Risolvere gli esercizi seguenti, scrivendo e motivando dettagliatamente il procedimento seguito. Soluzioni prive di calcoli e spiegazioni NON SARANNO VALUTATE.
È possibile scrivere sul retro dei fogli nel caso in cui lo spazio previsto per la risposta non sia sufficiente.

Esercizio 1(pt. 1)
Data $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, scrivere la definizione di

$$\lim_{x \to -3^+} f(x) = -\infty$$

Risposta:

Esercizio 2(pt. 1)
La funzione $f : \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x|x|$ è derivabile su $\mathbf{R}$? Giustificare la risposta.
Risposta:

Esercizio 3(pt. 1)
Enunciare il teorema di Cauchy per le funzioni $f, g : [-1, 1] \longrightarrow \mathbf{R}$.

Esercizio 4(pt. 7)
Sia data la funzione $\mathcal{D}(f) \to \mathbf{R}$

$$f(x) = \frac{x^2}{x+1} e^{-6x/(x+1)}.$$

I Disegnare il suo grafico (dominio di f, limiti ai bordi del dominio di f, zeri e segno della derivata prima).

II Calcolare l'immagine di f sul suo dominio naturale $\mathcal{D}(f)$.

III Stabilire per quali $\lambda \in \mathbf{R}$ l'equazione $f(x) = \lambda$ ha tre soluzioni reali distinte.

È utile osservare che

$$\lim_{x \to -1^-} f(x) = \lim_{x \to -1^-} \frac{\frac{x^2}{x+1}}{e^{6x/(x+1)}}.$$

Esercizio 5(pt. 5)
Sapendo che, per $t \to 0$,

- $e^t = 1 + t + \frac{1}{2!}t^2 + \frac{1}{3!}t^3 + \frac{1}{4!}t^4 + \frac{1}{5!}t^5 + \frac{1}{6!}t^6 + o(t^6)$,
- $\cos t = 1 - \frac{1}{2!}t^2 + \frac{1}{4!}t^4 - \frac{1}{6!}t^6 + o(t^6)$,
- $\ln(1+t) = t - \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{3}t^3 - \frac{1}{4}t^4 + \frac{1}{5}t^5 - \frac{1}{6}t^6 + o(t^6)$,

calcolare

$$\lim_{x \to 0} \frac{\ln(1 + x\cos(x)) - e^{x - \frac{1}{3}x^3} + 1 + x^2}{e^{x^4} - 1}$$

Risposta:
CALCOLARE gli sviluppi di Taylor delle seguenti funzioni, NELLA FORMA in cui saranno usati nel limite dato (con tutte le semplificazioni algebriche effettuate) e risolvere il limite assegnato:

- $e^{x^4} - 1 =$
- $e^{x - \frac{1}{3}x^3} =$

- $\ln(1 + x\cos(x)) =$

Quindi:

$$\ln(1 + x\cos(x)) - e^{x-\frac{1}{3}x^3} + 1 + x^2 =$$

e infine

$$\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1 + x\cos(x)) - e^{x-\frac{1}{3}x^3} + 1 + x^2}{e^{x^4} - 1} =$$