INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
MINAS GERAIS
Campus Bambuí

Cálculo II - Lista de exercícios – Sequências e Séries

2019 – II - Prof. Evandro Ávila

01) Use a Regra de L'Hopital para calcular os seguintes limites:

1. $\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^2-6x+9}{x^2-7x+12}$ 2. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^x-e^{-x}}{\ln(x+1)}$ 3. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x^2}{1-\cos 2x}$

4. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x+\operatorname{sen} 2x}{x-\operatorname{sen} 2x}$ 5. $\lim\limits_{x\to \pi/2}\frac{\operatorname{sen} x-1}{\pi/2-x}$ 6. $\lim\limits_{x\to -2}\frac{2x^2-3x-2}{3x^2-x-14}$

7. $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^3-3x^2+5x-3}{x^2+x-2}$ 8. $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^4-16}{x-2}$ 9. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\operatorname{sen} x}{x}$

10. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x\,e^{3x}-x}{1-\cos 2x}$ 11. $\lim\limits_{x\to +\infty}\frac{e^x}{x^3}$ 12. $\lim\limits_{x\to +\infty}\frac{\operatorname{sen}(3/x)}{2/x}$.

02) Escreva os quatro primeiros elementos das sequências a seguir e determine se elas são convergentes ou divergentes. Caso seja convergente, ache o seu limite.

$a)\ \left\{\frac{n+1}{2n-1}\right\}$ $b)\ \left\{\frac{2n^2+1}{3n^2-n}\right\}$ $c)\ \left\{\frac{n^2+1}{n}\right\}$

$d)\ \left\{\frac{3n^3+1}{2n^2+n}\right\}$ $e)\ \left\{\frac{3-2n^2}{n^2-1}\right\}$ $f)\ \left\{\frac{e^n}{n}\right\}$

$g)\ \left\{\frac{\ln n}{n^2}\right\}$ $h)\ \left\{\frac{\log_b n}{n}\right\}, b>1$ $i)\ \left\{\frac{n}{n+1}\sin\frac{n\pi}{2}\right\}$

$j)\ \left\{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}\right\}$

02) Mostre que as sequências $\left\{\frac{n^2}{n-3}\right\}$ e $\left\{\frac{n^2}{n+4}\right\}$ divergem; porém, a sequência $\left\{\frac{n^2}{n-3}-\frac{n^2}{n+4}\right\}$ é convergente.

03)Nos exercícios a seguir, determine se a sequência dada é crescente, decrescente ou não-monótona.

a) $\left\{\frac{3n-1}{4n+5}\right\}$ b) $\left\{\frac{2n-1}{4n-1}\right\}$ c) $\left\{\frac{1-2n^2}{n^2}\right\}$

d) $\{\sin \pi n\}$ e) $\left\{\cos\frac{1}{3}\pi n\right\}$ f) $\left\{\frac{n^3-1}{n}\right\}$

g) $\left\{\frac{1}{n+\sin n^2}\right\}$ h) $\left\{\frac{2^n}{1+2^n}\right\}$ i) $\left\{\frac{5^n}{1+5^{2n}}\right\}$

j) $\left\{\frac{(2n)!}{5^n}\right\}$ k) $\left\{\frac{n!}{3^n}\right\}$ l) $\left\{\frac{n}{2^n}\right\}$

m) $\left\{\frac{n^n}{n!}\right\}$ n) $\{n^2+(-1)^n n\}$ o) $\left\{\frac{n!}{1.3.5.\ \dots .(2n-1)}\right\}$

p) $\left\{\frac{1.3.5.\ \dots .(2n-1)}{2^n.n!}\right\}$

04)Nos exercícios a seguir, determine se a sequência dada é limitada.

a) $\left\{\frac{n^2+3}{n+1}\right\}$ b) $\{3-(-1)^{n-1}\}$

05) Nos exercícios a seguir, encontre os quatro primeiros elementos da sequência de somas parciais $\{s_n\}$, e obtenha uma fórmula para s_n em termos de n. Determine também se a série infinita é convergente ou divergente, se for convergente, encontre a sua soma.

a) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$ b) $\sum_{n=1}^{+\infty} n$ c) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{5}{(3n+1)(3n-2)}$

d) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2}{(4n-3)(4n+1)}$ e) $\sum_{n=1}^{+\infty} \ln \frac{n}{n+1}$ f) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$

g) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2}{5^{n-1}}$ h) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^{n-1}}{3^n}$

06) Nos exercícios a seguir, encontre a série infinita que produz a sequência de somas parciais dada. Determine também se a série infinita é convergente ou divergente; se for convergente, encontre a sua soma.

a) $\{s_n\} = \left\{\frac{2n}{3n+1}\right\}$ b) $\{s_n\} = \left\{\frac{n^2}{n+1}\right\}$ c) $\{s_n\} = \left\{\frac{1}{3^n}\right\}$

d) $\{s_n\} = \{3^n\}$ e) $\{s_n\} = \{\ln(2n+1)\}$

07) Nos exercícios a seguir, escreva os quatro primeiros termos da série infinita dada e determine se ela é convergente ou divergente. Se for convergente, obtenha a sua soma.

$a) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n}{n+1}$ $b) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n+1}{3n+2}$ $c) \sum_{n=1}^{+\infty} [1+(-1)^n]$

$d) \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n$ $e) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3n^2}{n^2+1}$ $f) \sum_{n=1}^{+\infty} \ln \frac{1}{n}$

$g) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2}{3^{n-1}}$ $h) \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n+1} \left(\frac{3}{2^n}\right)$ $i) \sum_{n=1}^{+\infty} \left[\tan \frac{\pi}{6}\right]^n$

$j) \sum_{n=1}^{+\infty} e^{-n}$ $k) \sum_{n=1}^{+\infty} \cos \pi n$ $l) \sum_{n=1}^{+\infty} \sin \pi n$

08) Nos exercícios a seguir, determine se a série é convergente ou divergente. Se for convergente, ache a sua soma.

$a) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n+2}$ $b) \sum_{n=3}^{+\infty} \frac{1}{n-1}$ $c) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3}{2n}$

$d) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2}{3n}$ $e) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3}{2^n}$ $f) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2}{3^n}$

$g)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4}{3}\left(\frac{5}{7}\right)^n$

$h)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{7}{5}\left(\frac{3}{4}\right)^n$

$i)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\left[\sin\frac{4}{n}\pi + 3\right]}{4^n}$

$j)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\left[\cos\frac{1}{n}\pi + 1\right]}{2^n}$

$k)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{1}{2n} + \frac{1}{2^n}\right)$

$l)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{1}{3^n} + \frac{1}{3n}\right)$

$m)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{1}{2^n} + \frac{1}{3^n}\right)$

$n)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{1}{3^n} - \frac{1}{4^n}\right)$

$o)\ \sum_{n=1}^{+\infty} (e^{-n} + e^n)$

$p)\ \sum_{n=1}^{+\infty} (2^{-n} + 3^n)$

$q)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{1}{2n} - \frac{1}{3n}\right)$

$r)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{3}{2n} - \frac{2}{3n}\right)$

$s)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{3}{2^n} - \frac{2}{3^n}\right)$

$t)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{5}{4^n} + \frac{4}{5^n}\right)$

$u)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{1}{n^2} + 2\right)$

$v)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!}{5^n}$