

### 3. Messung elektrischer Größen:

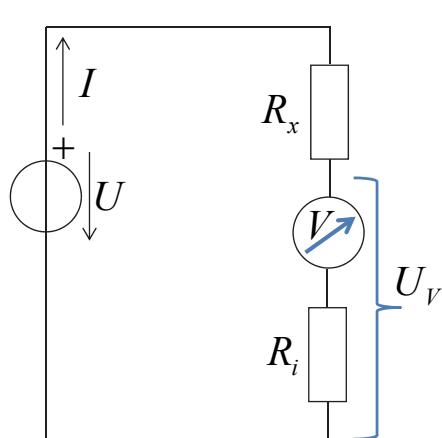
#### 3.2 Messung von Wirkwiderständen: Vorlesungsinhalte

- 3.2.1 Wirkwiderstandsbestimmung mit Spannungsmessung**
- 3.2.2 Wirkwiderstandsbestimmung mit gleichzeitiger Spannungs- und Strommessung**
- 3.2.3 Wirkwiderstandsbestimmung durch Vergleich mit Referenzwiderstand**
- 3.2.4 Wirkwiderstandsbestimmung mit Gleichspannungsbrückenschaltungen**
- 3.2.5 Wirkwiderstandsbestimmung mit Gleichstrombrückenschaltungen**

### 3. Messung elektrischer Größen:

#### 3.2 Messung von Wirkwiderständen:

##### **3.2.1 Wirkwiderstandsbestimmung mit Spannungsmessung**



$$\frac{U_V}{U} = \frac{R_i}{R_x + R_i} \Rightarrow R_x + R_i = \frac{U}{U_V} \cdot R_i \Rightarrow R_x = R_i \cdot \left( \frac{U}{U_V} - 1 \right)$$

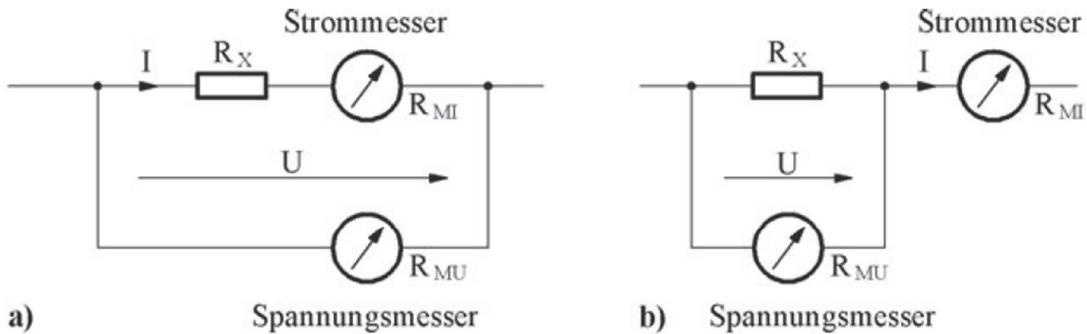
Messfehler:

$$\Delta R_x = \pm \left\{ \left| \frac{dR_x}{dR_i} \right| \cdot |\Delta R_i| + \left| \frac{dR_x}{dU_V} \right| \cdot |\Delta U_V| \right\} = \pm \left\{ \left| \frac{U}{U_V} - 1 \right| \cdot |\Delta R_i| + \left| R_i \cdot \left( -\frac{U}{U_V^2} \right) \right| \cdot |\Delta U_V| \right\}$$

### 3. Messung elektrischer Größen:

#### 3.2 Messung von Wirkwiderständen:

##### 3.2.2 Wirkwiderstandsbestimmung mit gleichzeitiger Spannungs- und Strommessung



**Abb. 9.1.** Bestimmung des ohmschen Widerstandes  $R_X$  durch separate Strom- und Spannungsmessung: a) Stromrichtige Schaltung, b) Spannungsrichtige Schaltung

(aus: R. Lerch: Elektrische Messtechnik)

### 3. Messung elektrischer Größen:

#### 3.2 Messung von Wirkwiderständen:

##### 3.2.2 Wirkwiderstandsbestimmung mit gleichzeitiger Spannungs- und Strommessung

Ein Widerstand  $R$  wird spannungsrichtig durch Strom- und Spannungsmessung bestimmt. Die Messwerte und relativen Messunsicherheiten betragen  $I = 10 \mu\text{A}; \pm 0,5\%$  und  $U = 0,48 \text{ V}; \pm 0,2\%$ , der Innenwiderstand des Spannungsmessgerätes ist  $R_U = 1 \text{ M}\Omega$ .

Damit ergibt die Widerstandsbestimmung

$$R = \frac{U}{I} = \frac{0,48 \text{ V}}{10 \mu\text{A}} = 48.000 \Omega \quad \text{und}$$

$$R_{\text{korr}} = R_w = \frac{U}{I - U/R_U} = \frac{0,48 \text{ V}}{10 \mu\text{A} - 0,48 \text{ V}/1 \text{ M}\Omega} = 50.420 \Omega.$$

Ohne Korrektur beträgt die relative systematische Messabweichung

$$e_{\text{rel}} = \frac{e}{R_w} = \frac{R - R_w}{R_w} = \frac{48.000 \Omega - 50.420 \Omega}{50.420 \Omega} = -4,8\%.$$

Nach der Korrektur verschwindet die systematische Abweichung und es verbleibt die relative Messunsicherheit der Widerstandsbestimmung

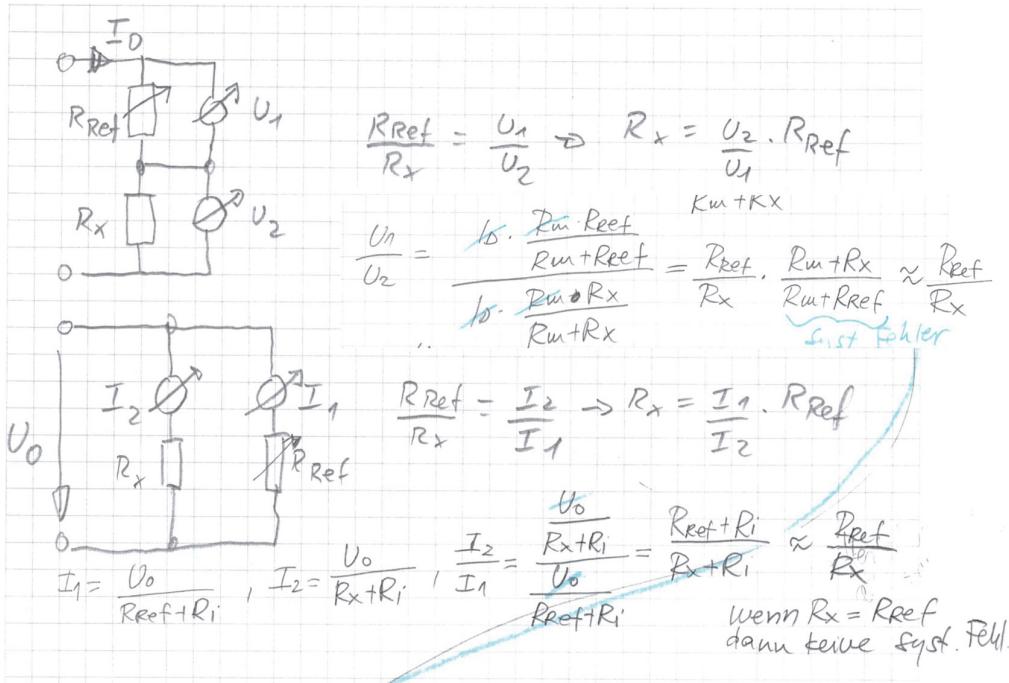
$$u_{R_{\text{rel}}} = \sqrt{u_{U_{\text{rel}}}^2 + u_{I_{\text{rel}}}^2} = \sqrt{(0,2\%)^2 + (0,5\%)^2} = 0,54\%.$$

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

### 3. Messung elektrischer Größen:

#### 3.2 Messung von Wirkwiderständen:

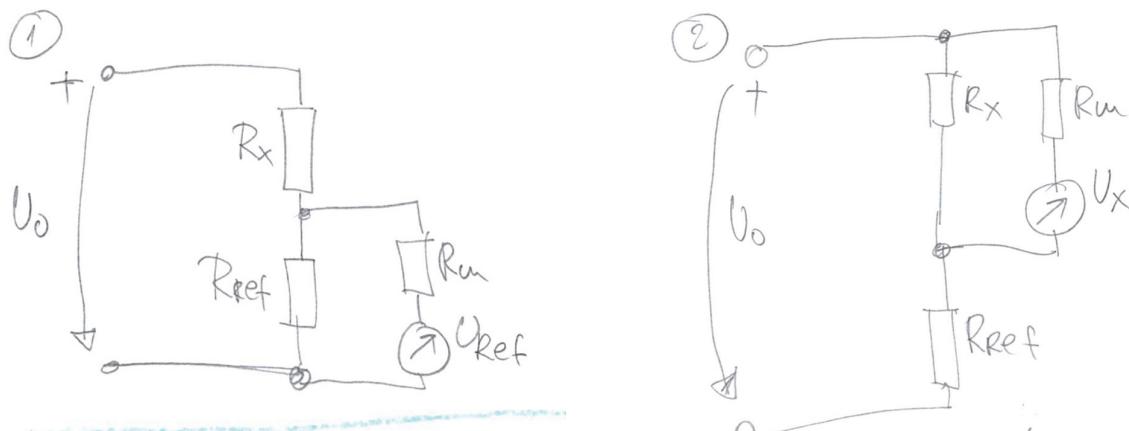
##### 3.2.3 Wirkwiderstandsbestimmung durch Vergleich mit Referenzwiderstand



### 3. Messung elektrischer Größen:

#### 3.2 Messung von Wirkwiderständen:

##### 3.2.3 Wirkwiderstandsbestimmung durch Vergleich mit Referenzwiderstand



$$\frac{U_x}{U_{Ref}} = \frac{R_x \cdot R_{Ref} \cdot U_0}{R_{Ref} \cdot R_{Ref} + R_x \cdot R_{Ref} + R_x \cdot R_{Ref}}$$

$$\frac{U_x}{U_{Ref}} = \frac{R_x \cdot R_{Ref} \cdot U_0}{R_{Ref} \cdot R_{Ref} + R_x \cdot R_{Ref} + R_x \cdot R_{Ref}}$$

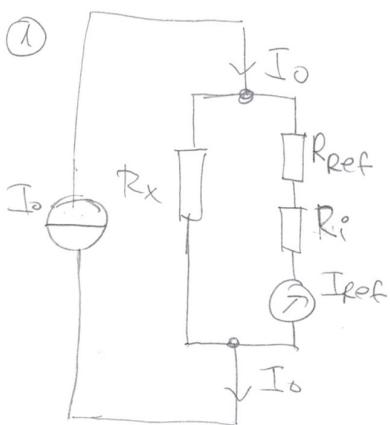
$$\frac{U_x}{U_{Ref}} = \frac{R_x \cdot R_{Ref} \cdot U_0}{R_{Ref} \cdot R_{Ref} + R_x \cdot R_{Ref} + R_x \cdot R_{Ref}}$$

$$= \frac{R_x}{R_{Ref}}$$

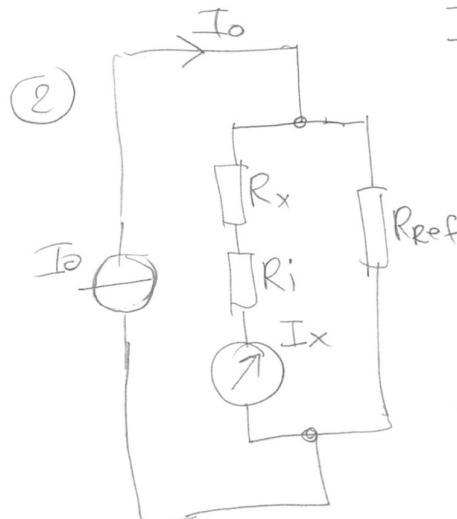
### 3. Messung elektrischer Größen:

#### 3.2 Messung von Wirkwiderständen:

##### 3.2.3 Wirkwiderstandsbestimmung durch Vergleich mit Referenzwiderstand



$$\frac{I_{ref}}{I_x} = \frac{\frac{R_x}{R_{ref} + R_i + R_x}}{\frac{I_0 R_{ref}}{R_{ref} + R_i + R_x}} = \frac{R_x}{R_{ref}}$$



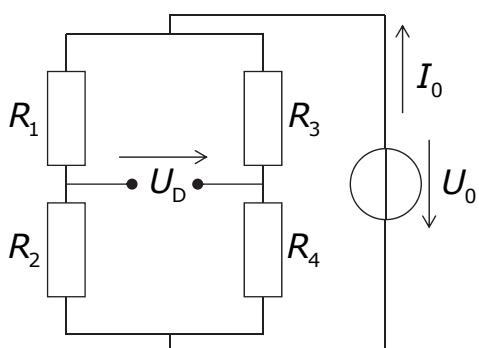
$$R_x = R_{ref} \cdot \frac{I_{ref}}{I_x}$$

### 3. Messung elektrischer Größen:

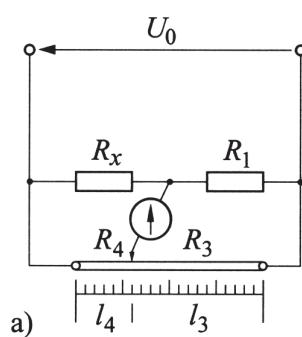
#### 3.2 Messung von Wirkwiderständen:

##### 3.2.4 Messung mit Gleichspannungsbrückenschaltungen:

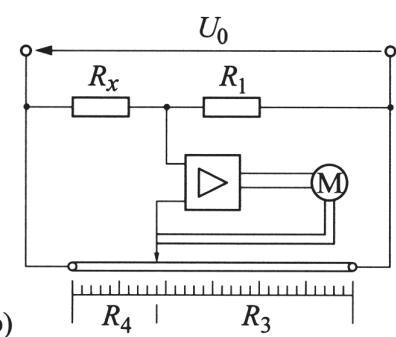
##### 3.2.4.1 Spannungsgespeiste Abgleich-Widerstandsmessbrücke



Prinzip einer Gleichspannungsbrückenschaltung



Schleifdrahtmessbrücke mit manuellem Abgleich (a) bzw. automatischem Abgleich (b)



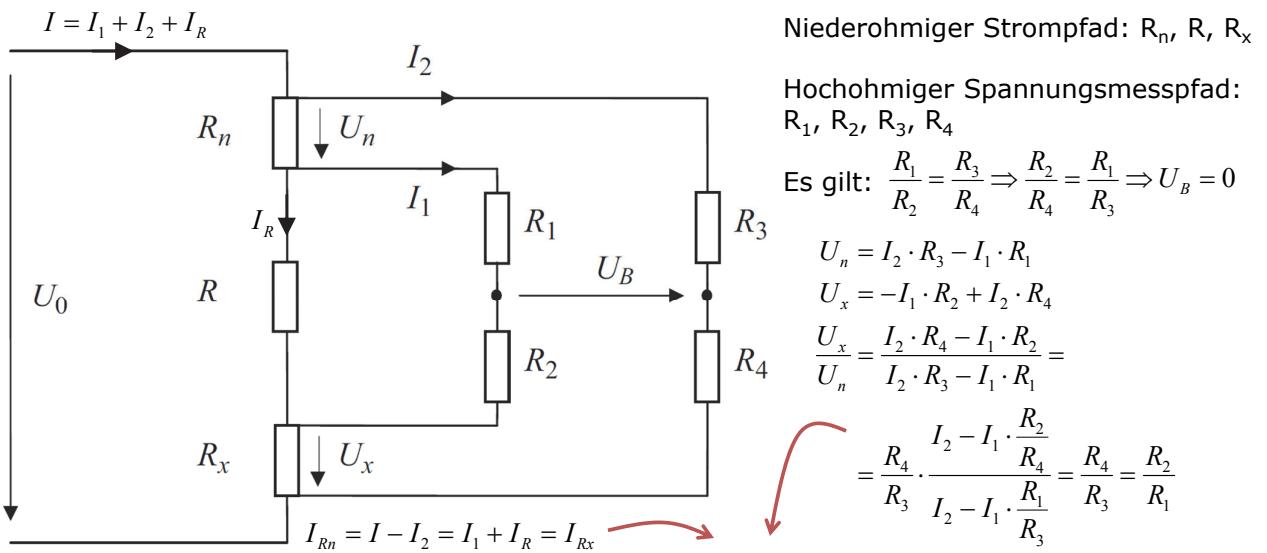
(E. Schrüfer: Elektrische Messtechnik)

### 3. Messung elektrischer Größen:

#### 3.2 Messung von Wirkwiderständen:

##### 3.2.4 Messung mit Gleichspannungsbrückenschaltungen:

###### 3.2.4.1 Thomson-Brücke



**Thomson-Brücke zur Messung kleiner Widerstände  $R_x$**

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

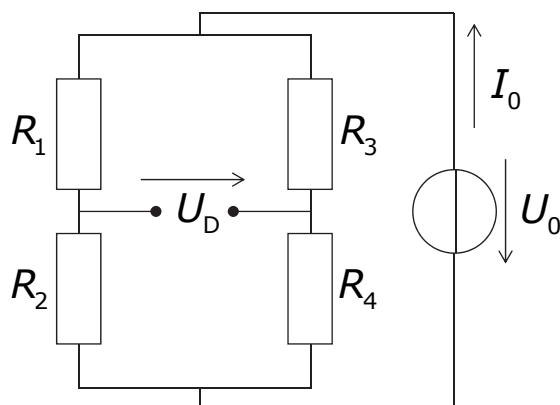
131

### 3. Messung elektrischer Größen:

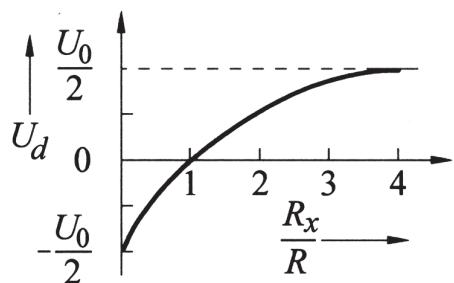
#### 3.2 Messung von Wirkwiderständen:

##### 3.2.4 Messung mit Gleichspannungsbrückenschaltungen:

###### 3.2.4.2 Spannungsgespeiste Ausschlags-Widerstandsmessbrücke



**Prinzip einer Gleichspannungsbrückenschaltung**



**Kennlinie einer Gleichspannungsbrückenschaltung**

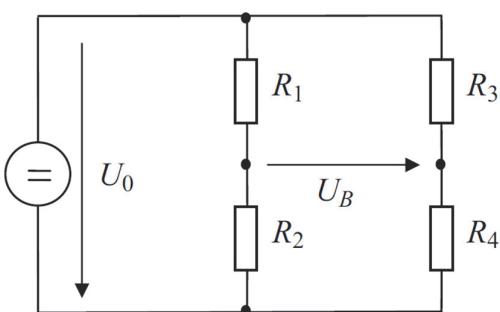
(E. Schräfer: Elektrische Messtechnik)

### 3. Messung elektrischer Größen:

#### 3.2 Messung von Wirkwiderständen:

##### 3.2.4 Messung mit Gleichspannungsbrückenschaltungen:

###### 3.2.4.2 Spannungsgespeiste Ausschlags-Widerstandsmessbrücke



$$U_B = U_0 \cdot \frac{R_2 \cdot R_3 - R_1 \cdot R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}$$

$$\frac{\delta E}{\delta R_1} = U_0 \cdot \frac{(R_1 + R_2)^2 - R_1 \cdot 2 \cdot (R_1 + R_2)}{(R_1 + R_2)^4},$$

$$\frac{\delta E}{\delta R_1} = 0 \quad \text{für} \quad (R_1 + R_2) - 2 \cdot R_1 = R_2 - R_1 = 0$$

$$R_1 = R_2$$

$$E = \frac{\delta U_B}{\delta R_2}$$

$$\begin{aligned} \frac{\delta U_B}{\delta R_2} &= U_0 \cdot \frac{R_3 \cdot (R_1 + R_2) \cdot (R_3 + R_4) - (R_2 \cdot R_3 - R_1 \cdot R_4) \cdot (R_3 + R_4)}{(R_1 + R_2)^2 \cdot (R_3 + R_4)^2} \\ &= U_0 \cdot \frac{R_3 \cdot R_1 + R_3 \cdot R_2 - R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_4}{(R_1 + R_2)^2 \cdot (R_3 + R_4)} \\ &= U_0 \cdot \frac{R_1 \cdot (R_3 + R_4)}{(R_1 + R_2)^2 \cdot (R_3 + R_4)} = U_0 \cdot \frac{R_1}{(R_1 + R_2)^2} \end{aligned}$$

$$E = \frac{\delta U_B}{\delta R_2} = U_0 \cdot \frac{R_1}{(R_1 + R_2)^2}$$

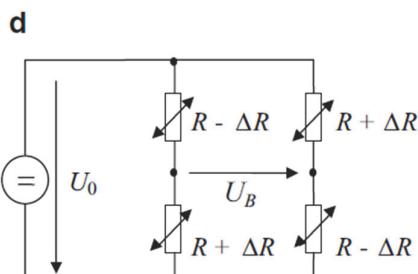
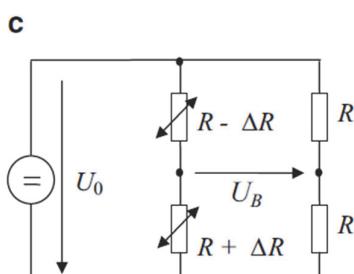
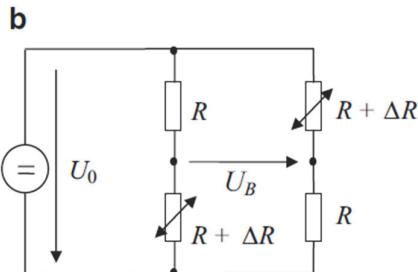
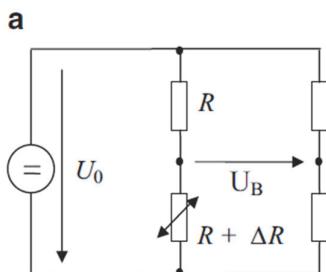
(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik

### 3. Messung elektrischer Größen:

#### 3.2 Messung von Wirkwiderständen:

##### 3.2.4 Messung mit Gleichspannungsbrückenschaltungen:

###### 3.2.4.2 Spannungsgespeiste Ausschlags-Widerstandsmessbrücke



**Abb. 6.11** a Viertelbrücke, b Halbbrücke 1, c Halbbrücke 2, d Vollbrücke

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik

### 3. Messung elektrischer Größen:

#### 3.2 Messung von Wirkwiderständen:

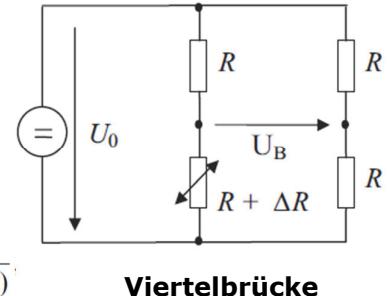
##### 3.2.4 Messung mit Gleichspannungsbrückenschaltungen:

###### 3.2.4.2 Spannungsgespeiste Ausschlags-Widerstandsmessbrücke

$$U_B = U_0 \cdot \frac{R_2 \cdot R_3 - R_1 \cdot R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}$$

Viertelbrücke:  $R_2 = R + \Delta R$ ,  $R_1 = R_3 = R_4 = R$

$$U_B = U_0 \frac{(R + \Delta R) \cdot R - R \cdot R}{(2R + \Delta R) \cdot 2R} = U_0 \frac{\Delta R}{2 \cdot (2R + \Delta R)}.$$



**Viertelbrücke**

$$U_B \approx U_0 \frac{\Delta R}{4R} \quad \text{für kleine Widerstandsänderungen } |\Delta R| \ll R$$

$$E = \frac{\delta U_B}{\delta \Delta R} \approx \frac{U_0}{4R} \quad \text{für } |\Delta R| \ll R.$$

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik

Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

135

### 3. Messung elektrischer Größen:

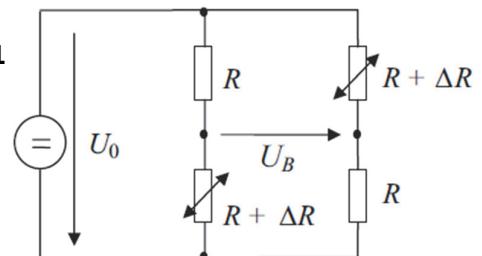
#### 3.2 Messung von Wirkwiderständen:

##### 3.2.4 Messung mit Gleichspannungsbrückenschaltungen:

###### 3.2.4.2 Spannungsgespeiste Ausschlags-Widerstandsmessbrücke

$$U_B = U_0 \cdot \frac{R_2 \cdot R_3 - R_1 \cdot R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}$$

**Halbbrücke 1**



Halbbrücke 1:  $R_2$  und  $R_3$  verändern sich gleichsinnig

$$R_2 = R + \Delta R, R_3 = R + \Delta R \quad (R_2 \text{ und } R_3 \text{ gleichsinnig}), R_1 = R_4 = R,$$

$$U_B = U_0 \frac{(R + \Delta R) \cdot (R + \Delta R) - R \cdot R}{(2R + \Delta R) \cdot (2R + \Delta R)} = U_0 \frac{2R \cdot \Delta R + \Delta R^2}{(2R + \Delta R)^2},$$

$$U_B \approx U_0 \frac{\Delta R}{2R} \quad \text{für kleine Widerstandsänderungen } |\Delta R| \ll R,$$

$$E = \frac{\delta U_B}{\delta \Delta R} \approx \frac{U_0}{2R} \quad \text{für } |\Delta R| \ll R.$$

Man erhält eine Verdopplung der Empfindlichkeit gegenüber der Viertelbrücke.

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik

Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

136

### 3. Messung elektrischer Größen:

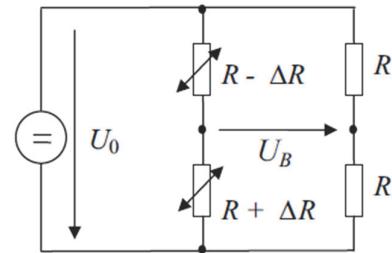
#### 3.2 Messung von Wirkwiderständen:

##### 3.2.4 Messung mit Gleichspannungsbrückenschaltungen:

###### 3.2.4.2 Spannungsgespeiste Ausschlags-Widerstandsmessbrücke

$$U_B = U_0 \cdot \frac{R_2 \cdot R_3 - R_1 \cdot R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}$$

**Halbbrücke 2**



Halbbrücke 2: Alternativ kann eine Halbbrücke auch aus zwei sich gegensinnig verändernden Widerständen  $R_1$  und  $R_2$  aufgebaut werden

$$R_1 = R - \Delta R, R_2 = R + \Delta R (R_1 \text{ und } R_2 \text{ gegensinnig}), R_3 = R_4 = R,$$

$$U_B = U_0 \frac{(R + \Delta R) \cdot R - (R - \Delta R) \cdot R}{(2R) \cdot (2R)} = U_0 \frac{2\Delta R \cdot R}{4R^2},$$

$$U_B = U_0 \frac{\Delta R}{2R},$$

$$E = \frac{\delta U_B}{\delta \Delta R} = \frac{U_0}{2R} \quad \text{hierbei ohne Einschränkungen für } \Delta R.$$

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

137

### 3. Messung elektrischer Größen:

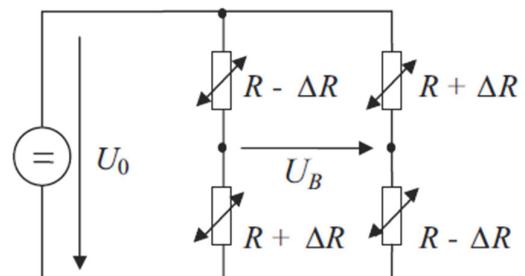
#### 3.2 Messung von Wirkwiderständen:

##### 3.2.4 Messung mit Gleichspannungsbrückenschaltungen:

###### 3.2.4.2 Spannungsgespeiste Ausschlags-Widerstandsmessbrücke

$$U_B = U_0 \cdot \frac{R_2 \cdot R_3 - R_1 \cdot R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}$$

**Vollbrücke**



Vollbrücke: Alle Brückenwiderstände verändern sich

$$R_2 = R + \Delta R, R_3 = R + \Delta R (R_2 \text{ und } R_3 \text{ gleichsinnig}),$$

$$R_1 = R - \Delta R, R_4 = R - \Delta R (R_1, R_4 \text{ gegensinnig zu } R_2, R_3),$$

$$U_B = U_0 \frac{(R + \Delta R)^2 - (R - \Delta R)^2}{(2R) \cdot (2R)} = U_0 \frac{2R \cdot \Delta R - (-2R \cdot \Delta R)}{(2R)^2},$$

$$U_B = U_0 \frac{\Delta R}{R},$$

$$E = \frac{\delta U_B}{\delta \Delta R} = \frac{U_0}{R}.$$

Diese Vollbrücke hat eine vierfach höhere Empfindlichkeit als die Viertelbrücke.

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

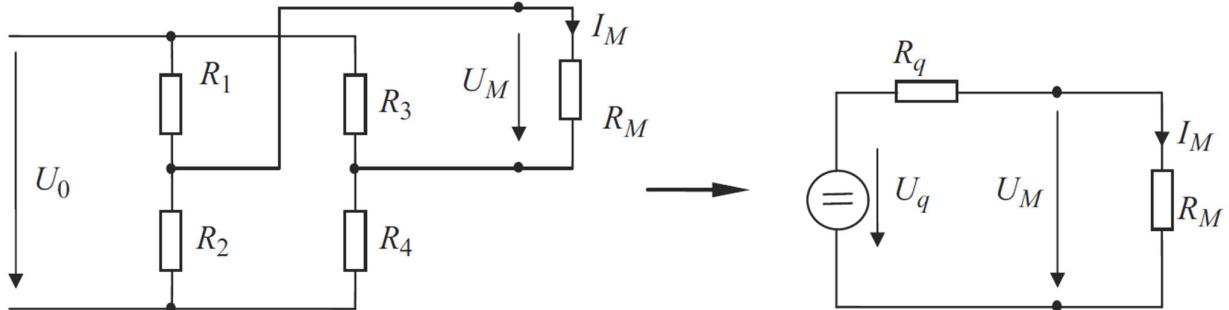
138

### 3. Messung elektrischer Größen:

#### 3.2 Messung von Wirkwiderständen:

##### 3.2.4 Messung mit Gleichspannungsbrückenschaltungen:

###### 3.2.4.4 Belastete Spannungsgespeiste Ausschlags-Widerstandsmessbrücke



**Belastete, spannungsgespeiste Messbrücke und die Darstellung nach Thévenin-Theorem mit einer realer Ersatzspannungsquelle**

$$U_q = U_B (R_M \rightarrow \infty) = U_0 \frac{R_2 \cdot R_3 - R_1 \cdot R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}$$

$$R_q = (R_1 // R_2) + (R_3 // R_4) = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4}$$

$$e_{\text{rel}} = \frac{R_M}{(R_q + R_M)} - 1 = -\frac{R_q}{R_q + R_M}$$

$$U_M = U_q \frac{R_M}{(R_q + R_M)}$$

$$e = U_M - U_{B(R \rightarrow \infty)} = U_M - U_q$$

$$e_{\text{rel}} = \frac{U_M - U_q}{U_q} = \frac{U_M}{U_q} - 1$$

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik

Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

139

### 3. Messung elektrischer Größen:

#### 3.2 Messung von Wirkwiderständen:

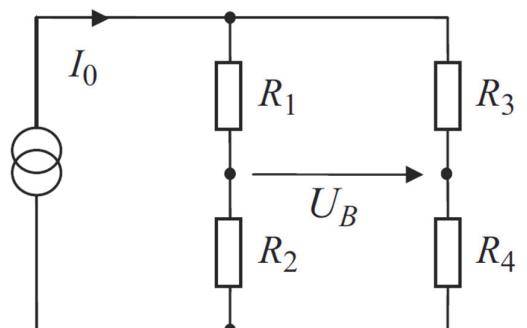
##### 3.2.5 Messung mit Gleichstrombrückenschaltungen:

###### 3.2.5.1 Stromgespeiste Ausschlags-Widerstandsmessbrücke

$$U_0 = I_0 \cdot ((R_1 + R_2) // (R_3 + R_4)) = I_0 \frac{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}$$

$$U_B = I_0 \frac{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} \cdot \frac{R_2 \cdot R_3 - R_1 \cdot R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)},$$

$$U_B = I_0 \cdot \frac{R_2 \cdot R_3 - R_1 \cdot R_4}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}.$$



**Stromgespeiste Wheatstone-Brücke**

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik

Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

140

## Literatur für Kap 3.1.2

Autor	Titel	Verlag
R. Lerch	Elektrische Messtechnik <b>Kapitel 9.1,9.2,9.3</b>	Springer Verlag
T. Mühl	Einführung in die elektrische Messtechnik <b>Kapitel 6.1, bitte Beispiel 6.3 als Hausaufgabe durcharbeiten, nachrechnen!</b>	Hanser Verlag