



MESSTECHNIK AI
Prof. Dr. László Juhász

innovativ & lebendig – Bildungsregion DonauWald

Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

Zur Person

Prof. Dr. László Juhász

geb. 1970

Lehrgebiet: Mess- und Regelungstechnik

Start: 1.9.2015

Material:

Ergänzendes Material wird hin- und wieder auf dem **iLearn** Plattform der THD verfügbar

iLearn.th-deg.de → Anmelden → [**AI3 - Messtechnik**](#)

Erreichbarkeit : **THD, C-218, Sprechzeiten Donnerstag 9:45-10:45**
Tel: 0991 / 3615-532
E-Mail: laszlo.juhasz@th-deg.de



Vorlesungsinhalte: Messtechnik

- 1. Einleitung**
- 2. Grundlagen**
- 3. Messung elektrischer Größen**
- 4. Komponenten**
- 5. Messung nicht-elektrischer Größen**

1. Einleitung: Vorlesungsinhalte

- 1.1 Organisatorisches**
- 1.2 Literaturhinweise**
- 1.3 Physikalische Größen, Einheiten und Vorsätze**

1. Einleitung:

1.2 Literatur zur Vorlesung:

1.2.1 Bücherauswahl

Autor	Titel	Verlag
W.-J. Becker, K. W. Bonfig, K. Höing	Handbuch Elektrische Messtechnik	Hüthig Verlag
K. Bergmann	Elektrische Messtechnik	Vieweg + Teubner
R. Felderhoff, U. Freyer	Elektrische und elektronische Messtechnik	Hanser Verlag
G. Heyne	Elektronische Messtechnik	Oldenbourg Verlag
R. Lerch	Elektrische Messtechnik	Springer Verlag
R. Lerch	Elektrische Messtechnik (Übungsbuch)	Springer Verlag
Th. Mühl	Einführung in die elektrische Messtechnik	Vieweg + Teubner
J. Niebuhr, G. Lindner	Physikalische Messtechnik mit Sensoren	Oldenbourg Verlag
R. Parthier	Messtechnik	Vieweg + Teubner
W. Pfeiffer	Elektrische Messtechnik	VDE Verlag
E. Schrüfer	Elektrische Messtechnik	Hanser Verlag
Wolf-Jürgen Becker, Walter Hofmann	Aufgabensammlung Elektrische Messtechnik	Vieweg+Teubner
N. Weichert, M. Wülker	Messtechnik und Messdatenerfassung	Oldenbourg Verlag

1. Einleitung:

1.2 Literatur zur Vorlesung:

1.2.1 Bücherauswahl



Reinhard Lerch

Elektrische Messtechnik: Analoge, digitale und computergestützte Verfahren

Verlag: Springer; 2012

Sprache: Deutsch

ISBN-10: 3642226086

ISBN-13: 978-3642226083

Über das Bibliothek der THD herunterladbar!*

*Funktioniert nur aus der Hochschulnetz oder durch VPN

1. Einleitung:

1.2 Literatur zur Vorlesung:

1.2.1 Bücherauswahl



Elmar Schrüfer, Leonhard M. Reindl, Bernhard Zagar

Elektrische Messtechnik: Messung elektrischer und nichtelektrischer Größen

Verlag: Carl Hanser Verlag GmbH, 2014

Sprache: Deutsch

ISBN-10: 3446442081

ISBN-13: 978-3446442085

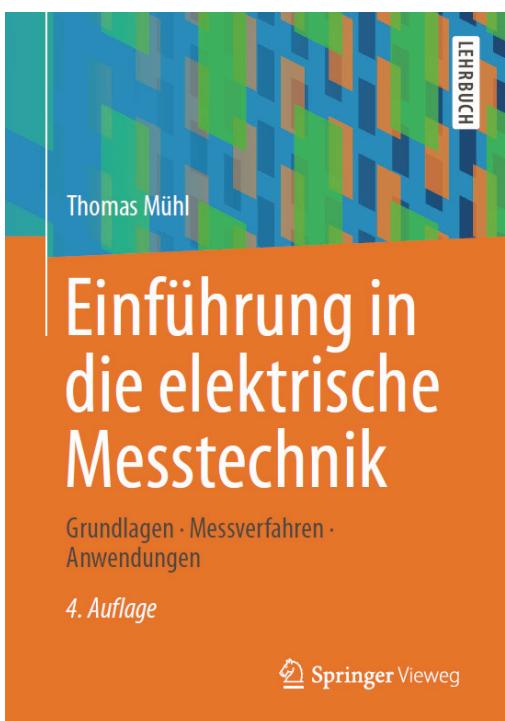
Über das Bibliothek der THD herunterladbar!*

*Funktioniert nur aus der Hochschulnetz oder durch VPN

1. Einleitung:

1.2 Literatur zur Vorlesung:

1.2.1 Bücherauswahl



Thomas Mühl

Einführung in die elektrische Messtechnik

Verlag: Springer Vieweg; Auflage: 4., 2014

Sprache: Deutsch

ISBN-10: 3834808997

ISBN-13: 978-3834808998

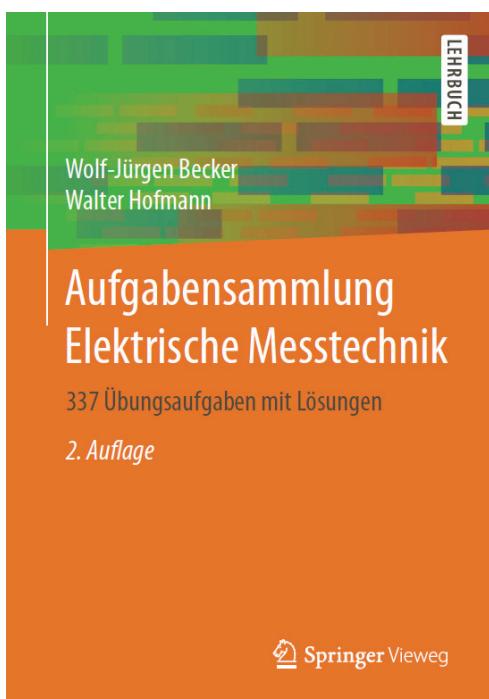
Über das Bibliothek der THD herunterladbar!*

*Funktioniert nur aus der Hochschulnetz oder durch VPN

1. Einleitung:

1.2 Literatur zur Vorlesung:

1.2.1 Bücherauswahl



Wolf-Jürgen Becker, Walter Hofmann

**Aufgabensammlung Elektrische Messtechnik:
337 Übungsaufgaben mit Lösungen**

Verlag: Vieweg+Teubner Verlag, 2014

Sprache: Deutsch

ISBN: 978-3-658-05155-6 (Print)

978-3-658-05156-3 (Online)

Über das Bibliothek der THD herunterladbar!*

*Funktioniert nur aus der Hochschulnetz oder durch VPN

1. Einleitung:

1.2 Literatur zur Vorlesung:

1.2.1 Bücherauswahl



*Reinhard Lerch, Manfred Kaltenbacher,
Franz Lindinger, Alexander Sutor*

Elektrische Messtechnik: Übungsbuch

Verlag: Springer; Auflage: 2. Aufl. (27. September 2004)

Sprache: Deutsch

ISBN-10: 3540218831

ISBN-13: 978-3540218838

**Auch als E-Book (PDF ohne DRM
Kopierschutz) verfügbar**

<http://www.springer.com/de/book/9783540264378>

1. Einleitung:

1.2 Literatur zur Vorlesung:

1.2.2 Normen (IEC 60617, Auszug)

	Ideale Stromquelle		Voltmeter
	Ideale Spannungsquelle		Amperemeter (für Blindstrom)
	Spannungswandler, allg.		Veränderbarer Widerstand
	Diode		Induktivität

1. Einleitung:

1.2 Literatur zur Vorlesung:

1.2.1a Motivation

Der Begriff des Messens

Voraussetzungen

- Existenz eines Zahlensystems
- Definition einer Messgröße
- Festlegung der Einheit

Elektrische Messtechnik

- Rein elektrische Größen
- Nicht-elektrische Größen

Teilaufgaben

- Gewinnung des Messsignals
- Verarbeitung und Übertragung des Messsignals
- Darstellung, Dokumentation und Speicherung der Messwerte

1. Einleitung:

1.2 Literatur zur Vorlesung:

1.2.1a Motivation

Ziele beim Messen

- Sicherstellen der Genauigkeit (Kalibrierung)
- Verrechnung (Energie, Masse, Stückzahl)
- Prüfung
- Qualitätssicherung (z.B. Materialprüfung)
- Regelung
- Optimierung
- Überwachung (z.B. Schadensfrüherkennung)
- Meldung / Abschaltung (Schutzsystem)
- Mustererkennung (Gestalt, Oberfläche, Geräusch)

1. Einleitung:

1.2 Literatur zur Vorlesung:

1.2.1b Begriffe

Maßsystemen, Einheiten, Naturkonstanten

Physikalische Größe = Zahlenwert · Einheit

Man ist bestrebt, die Einheiten durch unvergängliche atomare Größen zu definieren, die an jedem Ort und zu jeder Zeit mit hoher Genauigkeit bestimmt werden können.

Naturkonstante	Zeichen	Zahlenwert	Einheit
Elektrische Elementarladung	e_0	$1,6022 \cdot 10^{-19}$	As
Elektrische Feldkonstante	ε_0	$8,8542 \cdot 10^{-12}$	$\text{AsV}^{-1}\text{m}^{-1}$
Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	c_0	299 792 458	ms^{-1}
Magnetische Feldkonstante	μ_0	$1,2566 \cdot 10^{-6}$	$\text{VsA}^{-1}\text{m}^{-1}$
Masse des Elektrons	m_0	$9,1095 \cdot 10^{-31}$	kg
Plancksches Wirkungsquantum	h	$6,6262 \cdot 10^{-34}$	Js

1. Einleitung:

1.2 Literatur zur Vorlesung:

1.2.1b Begriffe

- **Messen** ist der experimentelle Vorgang, durch den ein spezieller Wert (**Messwert**) einer physikalischen Größe (**Messgröße**) als Vielfaches (**Maßzahl**) einer Einheit oder eines Bezugswertes ermittelt wird.
- **Messprinzip** heißt die physikalische Erscheinung, die bei der Messung benutzt wird.
- Ein **Messgerät** liefert Messwerte und deren Verknüpfungen.
- Als **Hilfsgeräte** werden Komponenten bezeichnet, die nicht unmittelbar der Aufnahme, Umformung oder der Ausgabe von Messwerten dienen.
- Eine **Messeinrichtung** besteht aus einem oder mehreren zusammenhängenden Messgeräten mit den Zusatzeinrichtungen, die ein Ganzes bilden.
- **Messsignale** stellen Messgrößen im Signalflussweg der Messeinrichtung durch zugeordnete physikalische Größen dar.
- Das **Messergebnis** ist ein Wert, der i.Allg. aus mehreren Messwerten einer physikalischen Größe ermittelt wird. Ein einzelner Messwert kann auch das Ergebnis sein.

1. Einleitung:

1.3 Physikalische Größen, Einheiten u. Vorsätze:

1.3.1 Basisgrößen

Größe	Formel-zeichen	Basis-einheit	Abk. d. Einheit	Definition der Basiseinheit
Zeit	t	Sekunde	s	Vielfaches der Periodendauer eines atomaren Übergangs
Masse	m	Kilogramm	kg	Masse eines Eichkörpers
Länge	l	Meter	m	Streckenlänge, die Licht in def. Zeit zurücklegt
Temperatur	T	Kelvin	K	Bruchteil der Wassertemperatur am Tripelpunkt
Stromstärke	I	Ampere	A	Stromstärke, die zwischen 2 Leitern def. Kraft erzeugt
Lichtstärke	I_L	Candela	cd	Lichtstärke einer Strahlungsquelle mit def. Frequenz und Strahlstärke
Stoffmenge	n	Mol	mol	Stoffmenge wie Atomanzahl in def. Masse vom ^{12}C

1. Einleitung:

1.3 Physikalische Größen, Einheiten u. Vorsätze:

1.3.2 Vorsätze > 1

Faktor	Vorsatz	Vorsatz-zeichen	Beispiele
10^1	Deka	da	
10^2	Hekto	h	Durchschnittlicher jährlicher Bierkonsum pro Kopf in Bayern = 1,554 hl
10^3	Kilo	k	Gesamtlänge der deutschen Autobahn = 12700 km
10^6	Mega	M	Nettoleistung Isar II = 1410 MW
10^9	Giga	G	durchschnittliche Energie eines Blitzes = 1,5 GJ
10^{12}	Tera	T	Abstand Sonne – Saturn = 1,4 Tm
10^{15}	Peta	P	Jährlicher Primärenergieverbrauch in Bayern = 1978 PJ
10^{18}	Exa	E	Jährlicher Primärenergieverbrauch in Deutschland = 13,842 EJ

1. Einleitung:

1.3 Physikalische Größen, Einheiten u. Vorsätze:

1.3.3 Vorsätze < 1

Faktor	Vorsatz	Vorsatz-zeichen	Beispiele
10^{-1}	Dezi	d	Maximal zugelassene Breite und Tiefe von Fußballtorpfosten = 1,2 dm
10^{-2}	Centi	c	Durchmesser der 1-€-Münze = 2,325 cm
10^{-3}	Milli	m	Dicke der 1-€-Münze = 2,33 mm
10^{-6}	Mikro	μ	Größe von Bakterien $\sim \mu\text{m}$
10^{-9}	Nano	n	typische Größe von organischen Molekülen = 20 nm
10^{-12}	Piko	p	Kapazität von Kondensatoren $\sim \text{pF}$
10^{-15}	Femto	f	Pulsdauer von Hochleistungslaser = 100 fs
10^{-18}	Atto	a	Dauer ultrakurzer Lichtpulse = 650 as

1. Einleitung:

1.3 Physikalische Größen, Einheiten u. Vorsätze: 1.3.4 Abgeleitete Größen (Elektromagnetismus/ Auswahl)

Größe	Formel-zeichen	Kohärente Einheiten	Basis-Einheiten	Bemerkungen
Ladung	q, Q	C	A · s	q : Ladung eines Ladungsträgers, Q : Gesamtladung
Spannung	u, U	$V = \frac{W}{A}$	$\frac{kg \cdot m^2}{s^3 \cdot A}$	u : t-abh. Spannung $u(t)$; U : Spannungswert
(Ohmscher) Widerstand	R	$\Omega = \frac{V}{A}$	$\frac{kg \cdot m^2}{s^3 \cdot A^2}$	
Arbeit, Energie	W	$J = V \cdot A \cdot s = W \cdot s$	$\frac{kg \cdot m^2}{s^2}$	$1 \text{ eV} = 1,6022 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
Leistung	P	$W = V \cdot A = \frac{J}{s}$	$\frac{kg \cdot m^2}{s^3}$	
Elektrische Feldstärke	E	$\frac{N}{C} = \frac{V}{m}$	$\frac{kg}{A \cdot s^3}$	
Kapazität	C	$F = \frac{C}{V}$	$\frac{A^2 \cdot s^4}{m^2 \cdot kg}$	
Magnetische Feldstärke	B	$T = \frac{N \cdot s}{C \cdot m} = \frac{V \cdot s}{m^2}$	$\frac{kg}{A \cdot s^2}$	$1 \text{ G} = 10^{-4} \text{ T}$
Magnetischer Fluss	Φ	$Wb = V \cdot s = T \cdot m^2$	$\frac{kg \cdot m^2}{A \cdot s^4}$	
Induktivität	L	$H = \frac{V \cdot s}{A} = \frac{Wb}{A}$	$\frac{kg \cdot m^2}{A^2 \cdot s^4}$	

1. Einleitung:

1.3 Physikalische Größen, Einheiten u. Vorsätze: 1.3.5 Griechische Buchstaben

Name	Buch-staben	Verwendung
Alpha	A , α	Winkel, Winkelbeschleunigung
Beta	B , β	Winkel
Gamma	Γ , γ	Winkel, Wichte
Delta	Δ , δ	Winkel
Epsilon	E , ε	Influenzkonstante, Dehnung
Zeta	Z , ζ	Widerstandsbeiwert
Eta	H , η	Wirkungsgrad
Theta	Θ , ϑ	Winkel
Jota	I , ι	
Kappa	K , κ	Adiabatenexponent
Lambda	Λ , λ	Wellenlänge
My	M , μ	Induktionskonstante

Name	Buch-staben	Verwendung
Ny	N , ν	Frequenz
Xi	Ξ , ξ	Schall-auslenkung
Omkron	O , o	
Pi	Π , π	
Rho	P , ρ	Dichte
Sigma	Σ , σ	Stefan-Boltzmann-Konstante
Tau	T, τ	Zeit
Ypsilon	Y , υ	
Phi	Φ , φ	Winkel
Chi	X , χ	Suszeptibilität
Psi	Ψ , ψ	
Omega	Ω , ω	Kreisfrequenz

Empfohlene Literatur für die Einleitung

Autor	Titel	Verlag
R. Lerch	Elektrische Messtechnik Kapitel 1 und 2	Springer Verlag
E. Schrüfer L. Reindl B. Zagar	Elektrische Messtechnik Kapitel 1.1 und 1.2	Hanser Verlag

2. Grundlagen: Vorlesungsinhalte

- 2.1 Elektrotechnische Grundlagen**
- 2.2 Grundstruktur von Messeinrichtungen**
- 2.3 Genauigkeitskriterien**
- 2.4 Übertragungsverhalten von Messgliedern**
- 2.5 Messfehler und Messunsicherheiten**

2. Grundlagen:

2.1 Elektrotechnische Grundlagen:

2.1.1 Wiederholung (Auswahl)

- **Knotensatz** (1. Kirchhoffsches Gesetz, Gesetz von der Stromsumme):

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0$$

- **Maschensatz** (2. Kirchhoffsches Gesetz, Gesetz von der Spannungssumme):

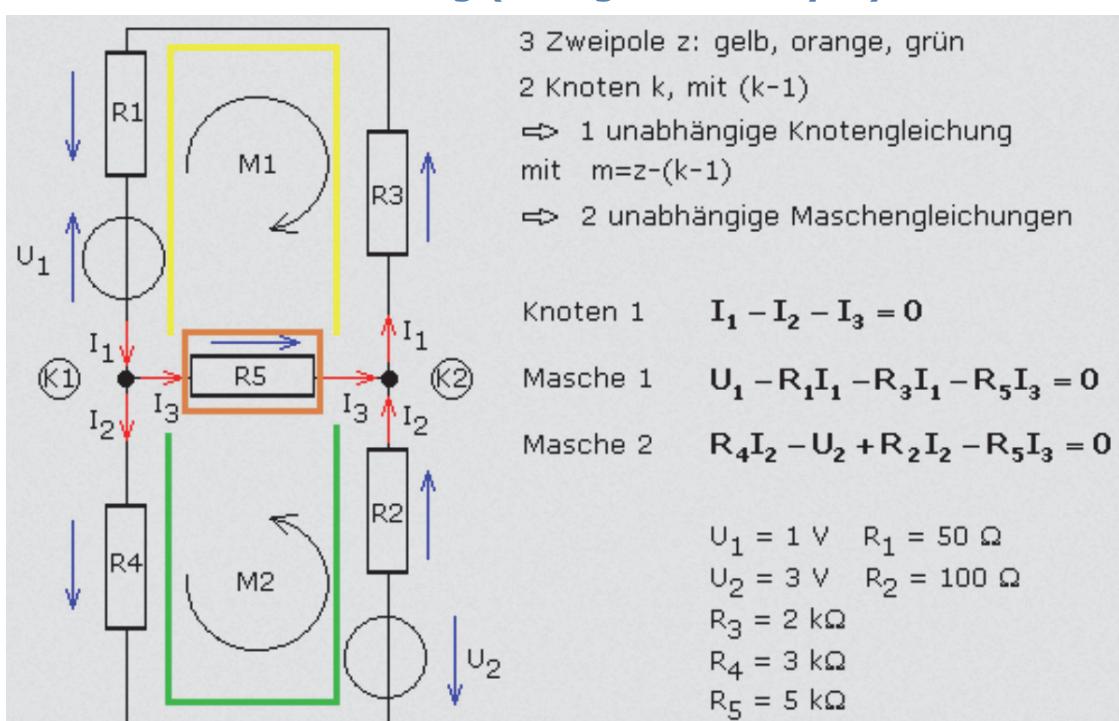
$$\sum_{i=1}^n U_i = 0$$

- **Zweigstromanalyse**
- **Überlagerungsverfahren** (Superpositionsverfahren)
- **Thévenin- und Norton-Äquivalent**

2. Grundlagen:

2.1 Elektrotechnische Grundlagen:

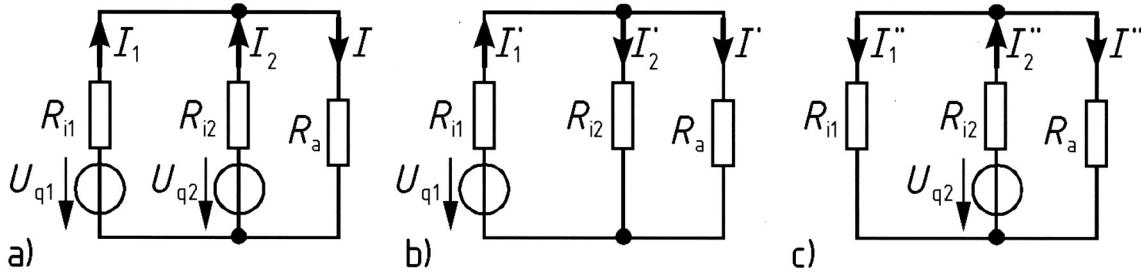
2.1.1 Wiederholung (Zweigstromanalyse)



2. Grundlagen:

2.1 Elektrotechnische Grundlagen:

2.1.1 Wiederholung (Überlagerungsverfahren)



Überlagerungssatz / Anwendungsbeispiel

a) Schaltung, b) Teilschaltung 1, c) Teilschaltung 2

(aus: H. Frohne et al: Moeller Grundlagen der Elektrotechnik)

Siehe auch:

<http://elektroniktutor.oszkim.de/analogtechnik/netzwerk.html>

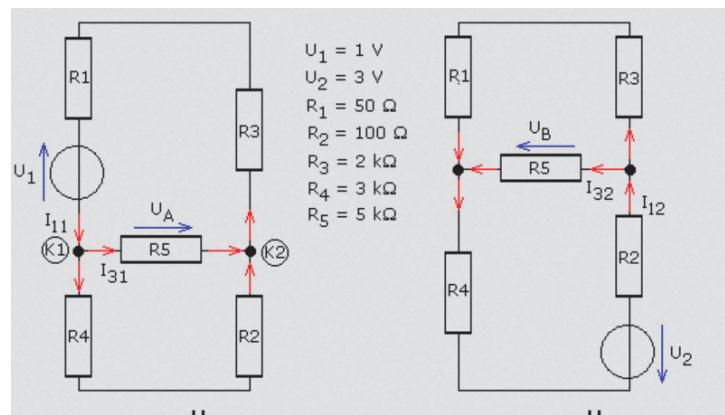
Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

25

2. Grundlagen:

2.1 Elektrotechnische Grundlagen:

2.1.1 Wiederholung (Überlagerungsverfahren)



$$I_{11} = \frac{U_1}{R_1 + R_3 + (R_5 \parallel (R_4 + R_2))}$$

$$U_A = (R_5 \parallel (R_4 + R_2)) \cdot I_{11}$$

$$I_{31} = \frac{U_A}{R_5}$$

$$I_{12} = \frac{U_2}{R_2 + (R_5 \parallel (R_3 + R_1)) + R_4}$$

$$U_B = (R_5 \parallel (R_3 + R_1)) \cdot I_{12}$$

$$I_{32} = \frac{U_B}{R_5}$$

Spannung und Strom im Brückenzweig von K1 nach K2

$$I_3 = I_{31} + (-I_{32}) = 96,56 \mu\text{A} - 191,56 \mu\text{A}$$

$$U_{R5} = U_A + (-U_B) = 0,483 \text{ V} - 0,958 \text{ V}$$

$I_3 = -95 \mu\text{A}$

$U_{R5} = -0,475 \text{ V}$

Quelle:

<http://elektroniktutor.oszkim.de/analogtechnik/netzwerk.html>

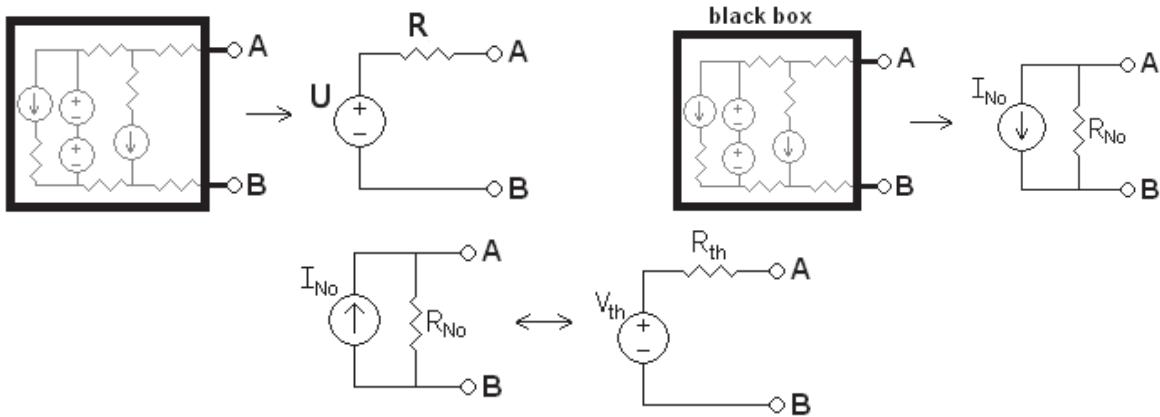
Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

26

2. Grundlagen:

2.1 Elektrotechnische Grundlagen:

2.1.1 Wiederholung Thévenin-Äquivalent



Thévenin und Norton-Äquivalent

Siehe auch:

http://elektroniktutor.oszkim.de/analogtechnik/u_ersatz.html

http://elektroniktutor.oszkim.de/analogtechnik/i_ersatz.html

2. Grundlagen:

2.2 Grundstruktur von Messeinrichtungen:

2.2.1 Definitionen

Messen: experimenteller Vorgang, durch den ein spezieller Wert einer physikalischen Größe als Vielfaches einer Einheit oder eines Bezugswertes ermittelt wird [DIN 1319]

Messgröße: physikalische Größe, deren Wert durch eine Messung ermittelt werden soll [VDI/VDE 2600]

Messwert: gemessener spezieller Wert einer Messgröße, Angabe als Produkt aus Zahlenwert und Einheit [DIN 1319]

Messergebnis: ein aus mehreren Messwerten einer physikalischen Größe (oder aus Messwerten für verschiedene Größen) nach einer festgelegten Beziehung ermittelter Wert (oder Werteverlauf) [VDI/VDE 2600]

Messprinzip: charakteristische physikalische Erscheinung, die bei der Messung benutzt wird [DIN 1319]

Messverfahren (-methode): spezielle Art der Anwendung eines Messprinzips [VDI/VDE 2600]

Messgerät: liefert oder verkörpert Messwerte (bzw. Verknüpfung von Messwerten) [DIN 1319]

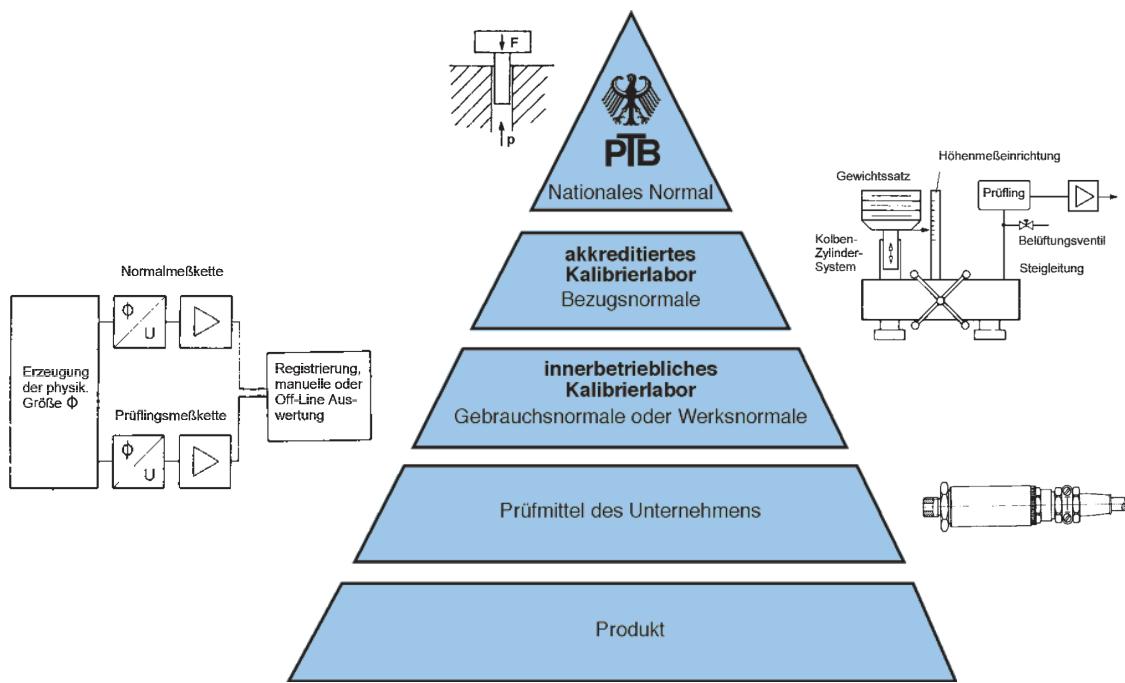
Messeinrichtung: Messgerät (oder mehrere zusammenhängende Messgeräte) mit zusätzlichen Einrichtungen, z.B. Hilfsgeräten [DIN 1319]

Messsignale: Darstellung von Messgrößen im Signalflussweg einer Messeinrichtung durch zugeordnete physikalische Größen (gleicher oder anderer Art) [VDI/VDE 2600]

2. Grundlagen:

2.2 Grundstruktur von Messeinrichtungen:

2.2.2 Hierarchie der Mess- und Prüfmittel



© DKD, PTB

2. Grundlagen:

2.2 Grundstruktur von Messeinrichtungen:

2.2.3 Normale

physikalische Größe	Primärnormal	typische Genauigkeit	Referenznormal	typische Genauigkeit
Spannung	Weston-Normalelement ($U = 1,0186V$)	$\frac{\Delta U}{U} = \pm 5 \cdot 10^{-6}$	Dioden-Transistor-Referenzspannungsquelle	$\frac{\Delta U}{U} = \pm 10^{-5}$
Widerstand	Manganwiderstand (hermetisch abgeschlossen, $R = 1\Omega$)	$\frac{\Delta R}{R} \geq \pm 10^{-7}$	Manganwiderstände im Bereich von 1Ω , $1M\Omega$ oder Widerstandsdekaden	$\frac{\Delta R}{R} \geq \pm 10^{-5}$
Kapazität	Berechenbarer Kondensator aus vier Stäben genauer Länge $C = 10pF$ oder $1pF$	$\frac{\Delta C}{C} \geq \pm 10^{-7}$	Glas- oder Glimmerkondensator $C = 100pF \dots 1nF$	$\frac{\Delta C}{C} \geq \pm 10^{-5}$
Induktivität	Lange dünne Luftspule $L = 1 \dots 10mH$	$\frac{\Delta L}{L} \geq \pm 10^{-6}$	Zylinderspulen, Eisenkernspulen $L = 0,1mH \dots 10H$	$\frac{\Delta L}{L} \geq \pm 10^{-4}$
Zeit	„Atomuhr“, Cäsiumresonator mit nachfolgender Pulsgewinnung und Frequenzteiler auf 1s	$\frac{\Delta t}{t} \geq \pm 10^{-13}$	Normfrequenzsender DCF77, sendet auf 77,5 kHz BCD-kodierte Zeitinformation	$\frac{\Delta t}{t} \geq \pm 10^{-13}$
Frequenz	„Atomuhr“, Cäsiumresonator	$\frac{\Delta f}{f} \geq \pm 10^{-13}$	Quarzoszillator (temperaturstabilisiert)	$\frac{\Delta f}{f} \geq \pm 10^{-10}$

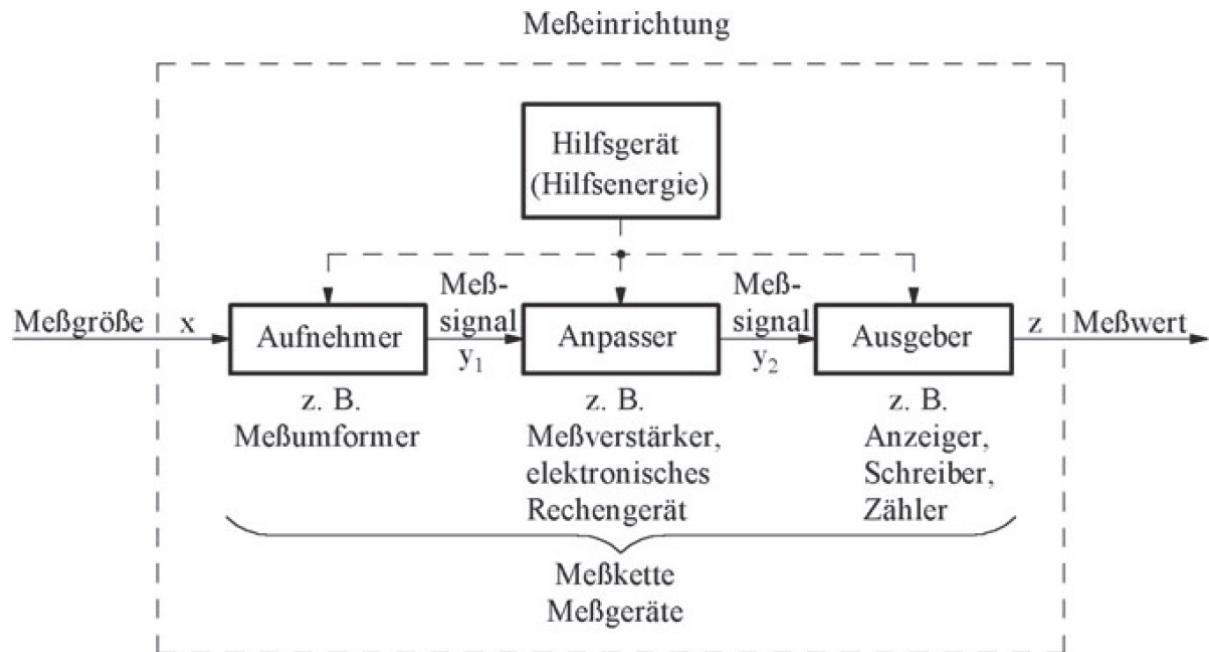
Primär- und Referenznormale

(aus: R. Parthier: Messtechnik)

2. Grundlagen:

2.2 Grundstruktur von Messeinrichtungen:

2.2.5 Struktur nach VDI/VDI 2600



aus: R. Lerch: Elektrische Messtechnik

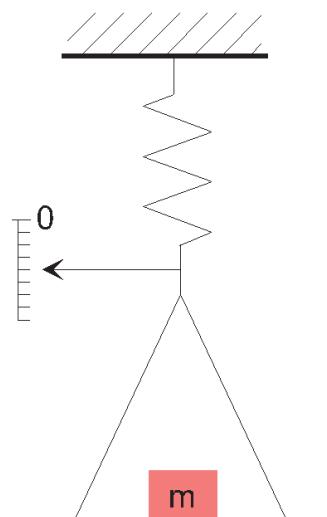
Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

31

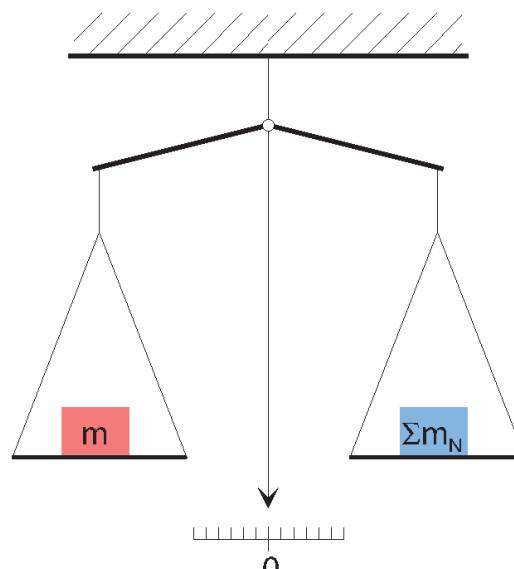
2. Grundlagen:

2.2 Grundstruktur von Messeinrichtungen:

2.2.4 Klassifizierung von Messverfahren: Ausschlagmethode-Kompensationsmethode



Ausschlagverfahren



Kompensationsverfahren

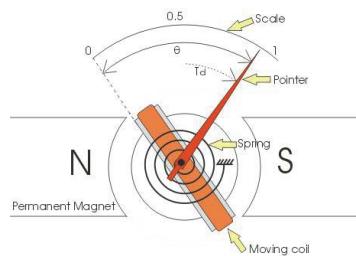
Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

32

2. Grundlagen:

2.2 Grundstruktur von Messeinrichtungen:

2.2.4 Klassifizierung von Messverfahren: Analog - Digital



Bei den *analogen Meßmethoden* wird die Meßgröße durch eine eindeutige und stetige Anzeigegröße (Meßwert) dargestellt. Häufig hat der Ausgeber einer analog arbeitenden Meßeinrichtung eine Skalenanzeige.

Im Gegensatz dazu wird bei den *digitalen Meßmethoden* die Meßgröße in Form einer in festgelegten Schritten quantisierten Anzeigegröße dargestellt. Der Ausgeber wird hier im allgemeinen in Form einer Ziffernanzeige oder einer Bildschirmausgabe realisiert.

aus: R. Lerch: Elektrische Messtechnik

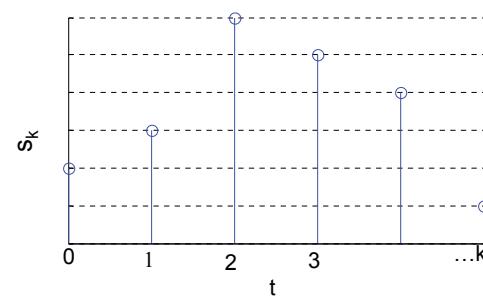
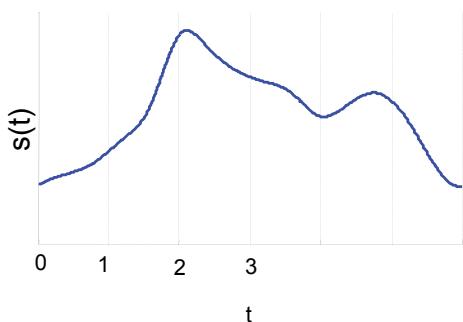
Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

33

2. Grundlagen:

2.2 Grundstruktur von Messeinrichtungen:

2.2.4 Klassifizierung von Messverfahren: Kontinuierlich - Diskontinuierlich



Von *kontinuierlichen Meßvorgängen* spricht man, wenn die Meßgröße ohne zeitliche Unterbrechung erfaßt und auch dargestellt wird. Von einer *diskontinuierlichen Messung* ist die Rede, wenn die Meßgröße nur zu bestimmten (diskreten) Zeitpunkten erfaßt (abgetastet) wird.

aus: R. Lerch: Elektrische Messtechnik

Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

34

2. Grundlagen:

2.2 Grundstruktur von Messeinrichtungen:

2.2.4 Klassifizierung von Messverfahren: Direkt - Indirekt

Bei den *direkten Meßmethoden* wird die Meßgröße unmittelbar mit einer Maßverkörperung derselben physikalischen Dimension verglichen. Bei den *indirekten Methoden* wird die Meßgröße zunächst in eine proportionale Zwischengröße umgewandelt und erst diese wird schließlich mit der Maßverkörperung verglichen. Die Bestimmung des Volumens eines Zylinders über die Messung seines Durchmessers und seiner Länge ist ein typisches Beispiel für eine indirekte Messung.

aus: R. Lerch: Elektrische Messtechnik

Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

35

2. Grundlagen:

2.2 Grundstruktur von Messeinrichtungen:

2.2.4 Die Informationsträger im Messsignal

- Das Signal ist eine physikalische Größe (*Signalträger, Informationsträger*), die sich zeitlich verändert lässt.
- Der Signalträger besitzt einen wahrnehmbaren Parameter (*Informationsparameter*), der die Werte der Meßgröße eindeutig und reproduzierbar wiedergeben kann, d. h. die Meßgröße wird auf den Informationsparameter in mathematisch eineindeutiger Weise abgebildet.

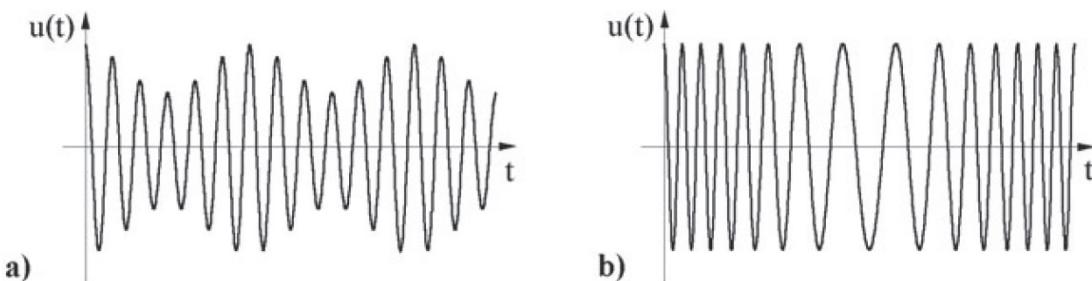


Abb. 1.3. a) Amplitudenmoduliertes Signal (Der Meßwert ist proportional zur Momentanamplitude.), b) Frequenzmoduliertes Signal (Der Meßwert ist proportional zur Momentanfrequenz.)

aus: R. Lerch: Elektrische Messtechnik

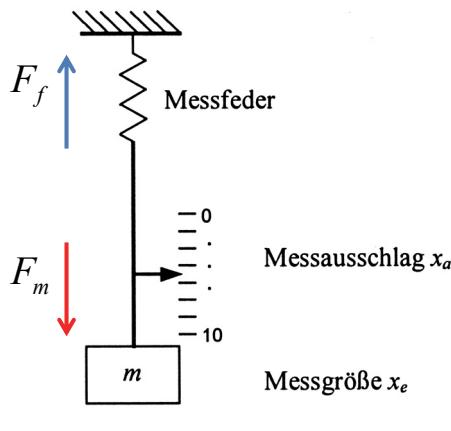
Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

36

2. Grundlagen:

2.2 Grundstruktur von Messeinrichtungen:

2.2.4 Messmethoden (1)



$$F_f \approx c \cdot x_a = c \cdot \Delta x$$

$$F_m = x_e \cdot g = m \cdot g$$

$F_f = F_m \rightarrow$ ausbalancierte stationäre Lage

$$c \cdot \Delta x = m \cdot g$$

$$m = \frac{c}{g} \cdot \Delta x \rightarrow x_e = K \cdot x_a$$

$$x_e \sim x_a$$

Ausschlagmethode

(aus: R. Parthier: Messtechnik)

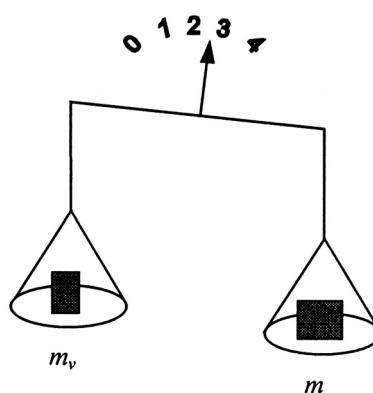


2. Grundlagen:

2.2 Grundstruktur von Messeinrichtungen:

2.2.4 Messmethoden (1)

$$\sum M_i = 0$$



Differenzmethode (Vergleichs- oder Unterschiedsverfahren)

Gegenüberstellung Messgröße (z.B. zu messende Masse m) / Vergleichsgröße (z.B. Vergleichsmasse m_v)
 • Bsp. **Neigungswaage** (Balkenwaage)

Differenzmethode

Messgröße m , konstante Vergleichsmasse m_v
 (aus: R. Parthier: Messtechnik)

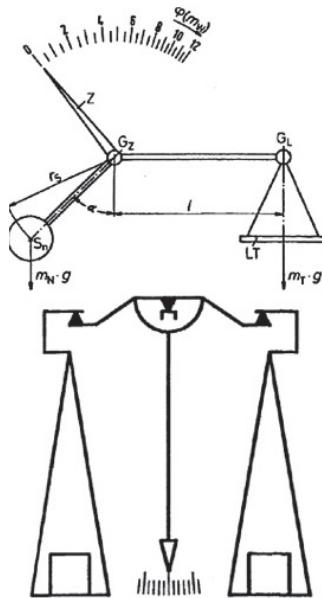
2. Grundlagen:

2.2 Grundstruktur von Messeinrichtungen:

2.2.4 Messmethoden (1)

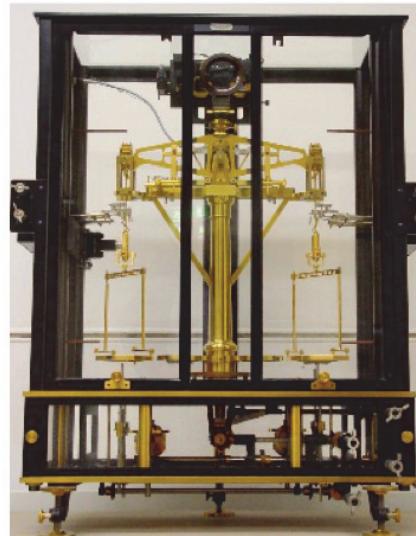
Mechanisches System Waage:
Klassische Präzisions-Feinwerktechnik

Neigungswaage:
mechanischer
Krafaufnehmer
 $\sum M = 0$



Balkenwaage:
Kraft-
kompensations-
prinzip

Gleicharmige Balkenwaage:
Historischer Massekomparator der
PTB, Laserinterferometer als
Positionsdetektor, $\Delta m = 8 \mu\text{g}$



Quelle: Czichos,
Mechatronik,
Vieweg Verlag,
2006

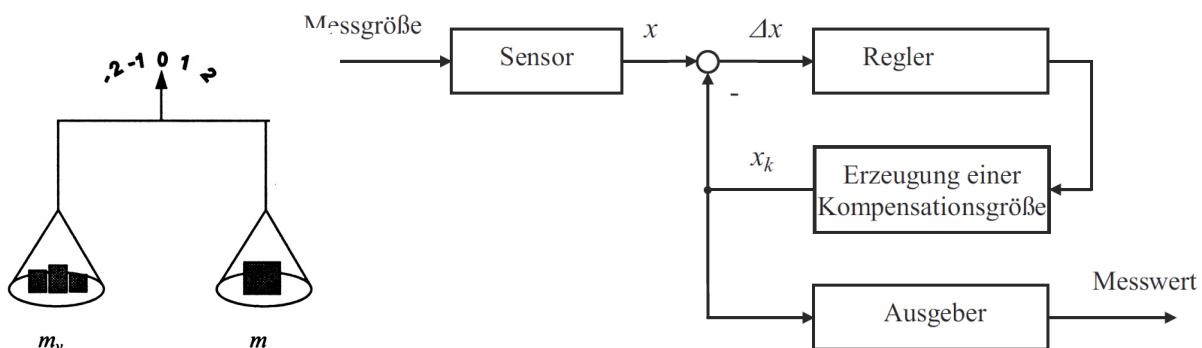
Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

39

2. Grundlagen:

2.2 Grundstruktur von Messeinrichtungen:

2.2.4 Messmethoden (2)



Kompensationsmethode

Messgröße m , variable
Vergleichsmasse m_v
(aus: R. Parthier: Messtechnik)

Signalfluss bei der Kompensationsmethode

(aus: R. Lerch: Elektrische Messtechnik)

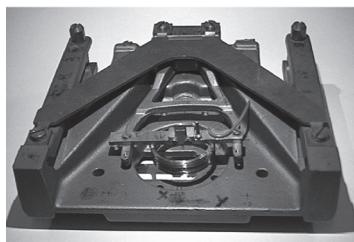
Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

40

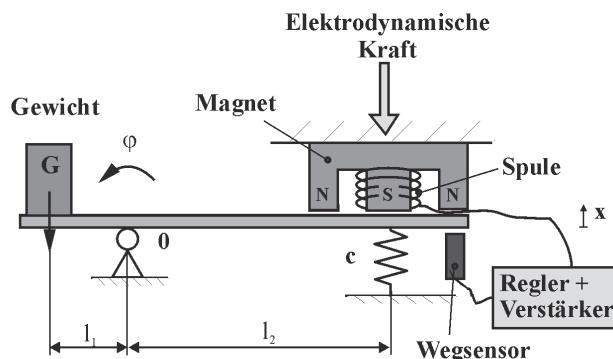
2. Grundlagen:

2.2 Grundstruktur von Messeinrichtungen:

2.2.4 Messmethoden (2)



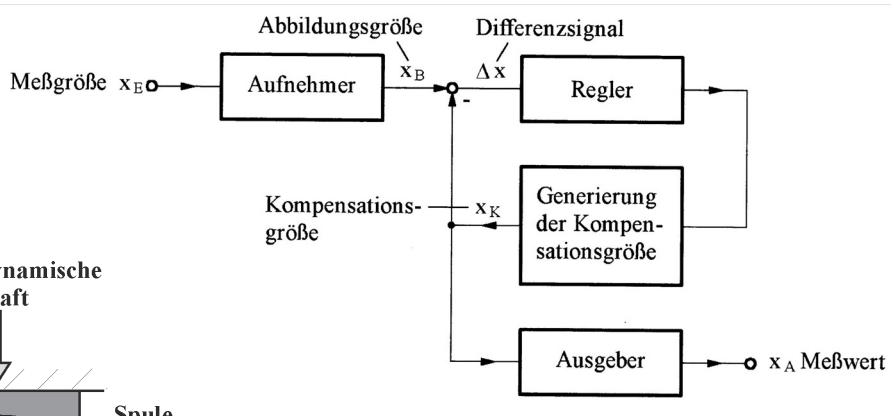
Realsystem: Kompensationswaage



Modell der Waage

Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

41



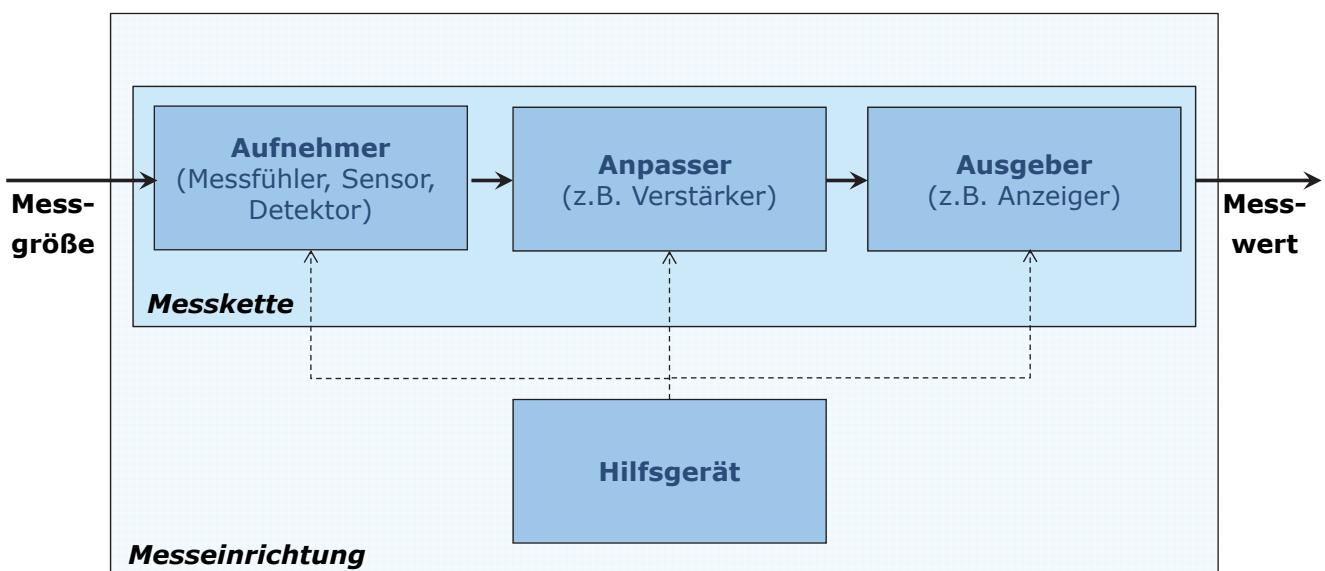
Signalfluss bei der Kompensationsmethode

(aus: R. Lerch: Elektrische Messtechnik)

2. Grundlagen:

2.2 Grundstruktur von Messeinrichtungen:

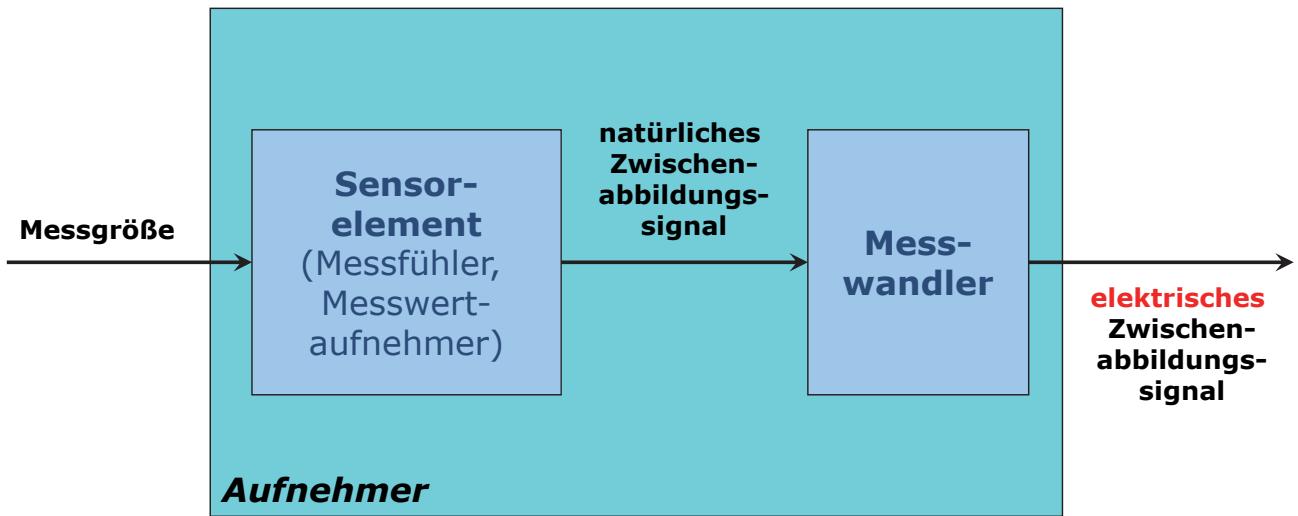
2.2.5 Struktur nach VDI/VDI 2600



2. Grundlagen:

2.2 Grundstruktur von Messeinrichtungen:

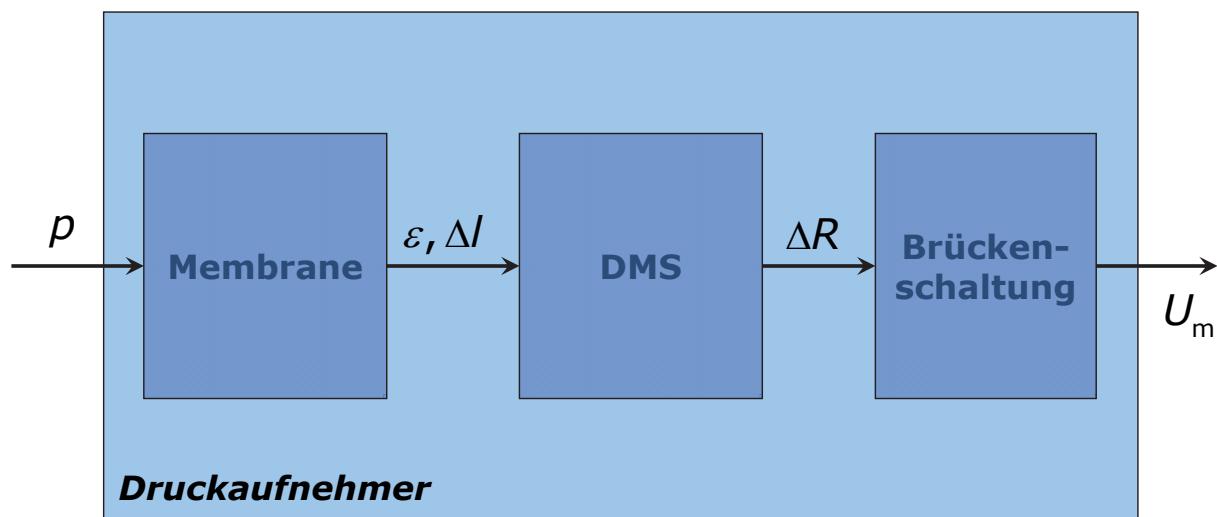
2.2.6 Aufnehmer (Struktur)



2. Grundlagen:

2.2 Grundstruktur von Messeinrichtungen

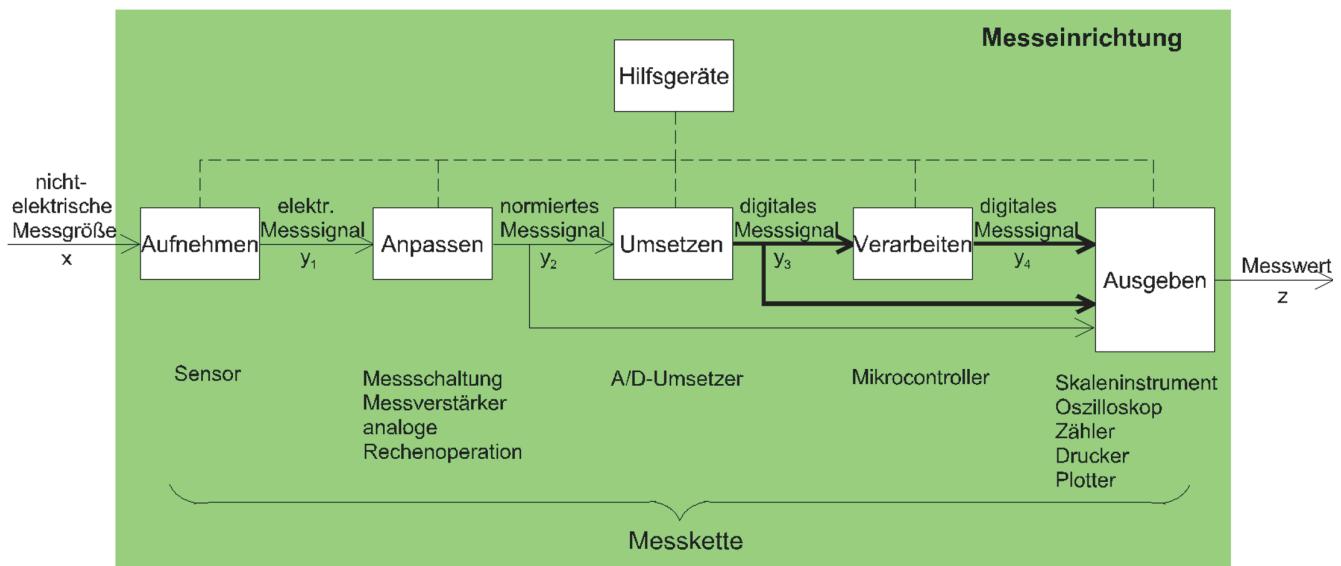
2.2.6 Aufnehmer (Beispiel)



2. Grundlagen:

2.2 Grundstruktur von Messeinrichtungen

2.2.6 Struktur einer digitaler Messeinrichtung



2. Grundlagen:

2.2 Grundstruktur von Messeinrichtungen

2.2.6 Aufnehmer (Typen)

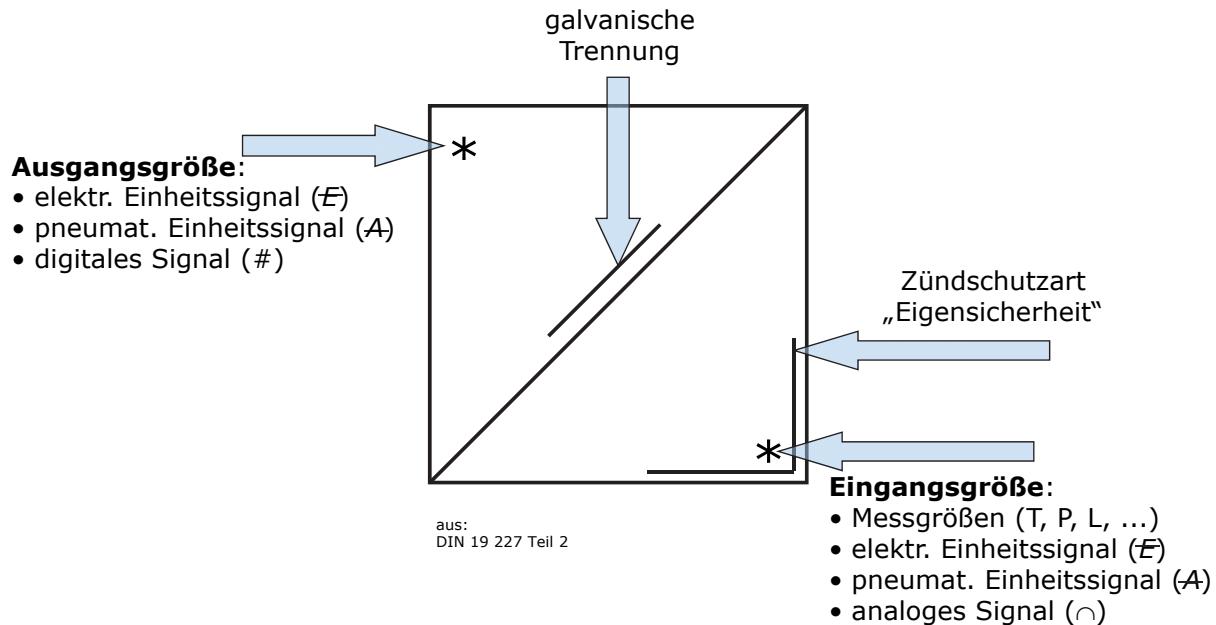
	Induktiver Durchfluß-aufnehmer		Thermoelement
	Kapazitiver Aufnehmer für Stand	06510A	Messgröße
	Aufnehmer für Stand, akustisch	05511A	Widerstands-thermometer
	Piezoelektrischer Aufnehmer für Druck	06513A	Widerstandsauf-nehmer für Druck
	Membranauf-nehmer für Druck	06514A	Membranauf-nehmer für Druck

aus:
DIN 19 227 Teil 2

2. Grundlagen:

2.2 Grundstruktur von Messeinrichtungen

2.2.7 Anpasser



2. Grundlagen:

2.2 Grundstruktur von Messeinrichtungen:

2.2.8 Ausgeber

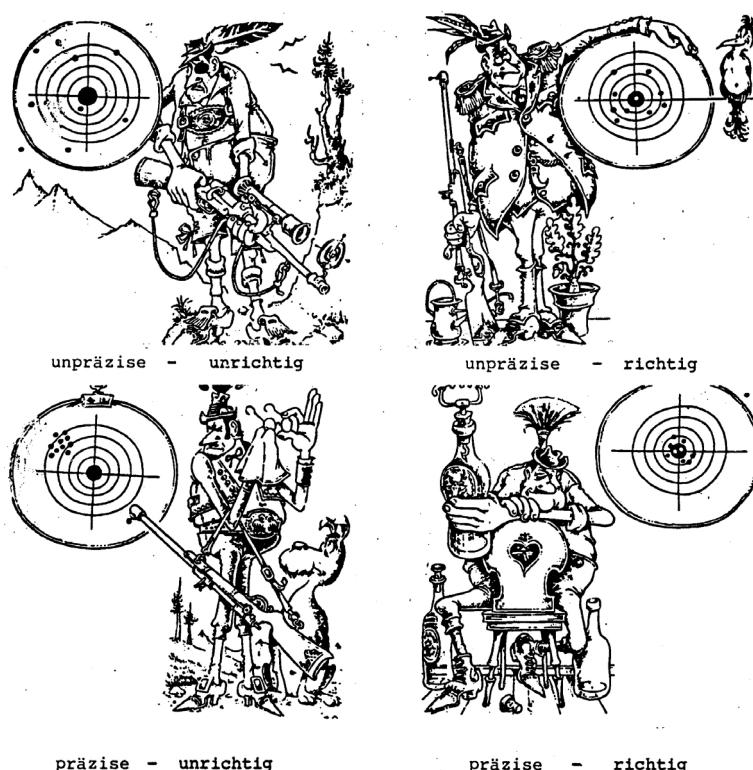
	Zähler		Basisymbol Anzeiger, allgemein
	Schreiber, analog Anzahl der Kanäle als Ziffer, z. B. 6		06551A
	Schreiber, digital		06552A
	Drucker		Anzeiger, digital
			Grenzsignalgeber für unteren und oberen Grenzwert
			▽ links: unterer Grenzwert
			▽ rechts: oberer Grenzwert
			▽ oben: oberer Grenzwert
			▽ unten: unterer Grenzwert

aus: DIN 19 227 Teil 2

Empfohlene zus. Literatur für Kap. 2.1-2.2

Autor	Titel	Verlag
R. Lerch	Elektrische Messtechnik Kapitel 1 und 2	Springer Verlag
E. Schrüfer L. Reindl B. Zagar	Elektrische Messtechnik Kapitel 1.8	Hanser Verlag
R. Felderhoff, U. Freyer	Elektrische und elektronische Messtechnik Kapitel 1.1-1.5 inkl. Übungsaufgaben	Hanser Verlag
T. Mühl	Einführung in die elektrische Messtechnik: Grundlagen, Messverfahren, Anwendungen Kapitel 1	Springer Vieweg

2. Grundlagen: 2.3 Genauigkeitskriterien einer Messung



ISAS:
aus „Statistische Bewertung von Analyseverfahren und -ergebnissen“

2. Grundlagen:

2.3 Genauigkeitskriterien einer Messung

2.3.1 Kriterium Richtigkeit

Formelzeichen	Größe	Formeln
x_w	wahrer Wert [true value], richtiger Wert x_r , auch: W	
x	gemessener Wert [measured value], Messwert, Anzeigewert (auch: A , x_f)	
\bar{x}	gemessener (arithmetischer) Mittelwert (Durchschnitt) aus n Einzelmessungen [mean value]	$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$
u	Messunsicherheit, -fehler [measuring error]	$u = u_z + u_s$
u_z	zufällige (statistische) Abweichung	$u_z = \frac{t \cdot s}{\sqrt{n}}$
u_s	systematische konstante Abweichung [systematic error], abs. systemat. Fehler, abs. Messfehler, abs. Abweichung, abs. auch: e	$u_s = \Delta x = x_f - x_w$
f	relative Abweichung, relativer Fehler (auch: f)	$f = \frac{\Delta x}{x_w} \approx \frac{\Delta x}{x}$
\bar{x}_E	berichtigter Mittelwert, beste „Schätzung des Wertes“	$\bar{x}_E = \bar{x} + k$
k	Korrektion	$k = -u_s$
ε	relative Messunsicherheit, -abweichung [measuring error]	$\varepsilon = \frac{u}{\bar{x}_E}$

2. Grundlagen:

2.3 Genauigkeitskriterien einer Messung:

2.3.2 Kriterium Präzision

Formelzeichen	Größe	Formeln
x_i	Wert der i-ten Messung (v. n Einzelmessg.) einer Stichprobe / Messreihe	
\bar{x}	gemessener (arithmetischer, empirischer) Mittelwert (Durchschnitt, [mean value]) aus Stichprobe mit Umfang n aus Grundgesamtheit (mit ∞ vielen Werten)	$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$
μ	Schätzwert des Erwartungswerts des Mittelwerts, Schwerpunkt der Verteilungsdichtefunktion $h(x)$	$\bar{x} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \mu$
s^2	Empirische Varianz, Varianz der Stichprobe	$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$
σ^2	Schätzwert des Parameters der Verteilungsdichtefunktion $h(x)$, Varianz	$s^2 \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \sigma^2$
s	empirische Standardabweichung, empirische Streuung, Streuungsmaß, Streuung der Stichprobe [scattering of observation]	$s = \sqrt{s^2}$
σ	Schätzwert der Standardabweichung [standard deviation] der Grundgesamtheit, mittl. quadrat. Fehler	$s \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \sigma$
v	empirischer Variationskoeffizient [coefficient of variation]	$v = \frac{s}{ \bar{x} }$
s_{ges}	empirische Standardabweichung der Mittelwerte	$s_{\text{ges}} = \frac{\sqrt{s^2}}{\sqrt{n}}$

2. Grundlagen:

2.3 Genauigkeitskriterien einer Messung: 2.3.3 Toleranzklassen (Beispiel Druckmessgeräte)

Toleranz-klasse	Verkehrs-fehlergrenze	Eich-fehlergrenze
Klasse 0,1	$\pm 0,1 \%$	$\pm 0,08 \%$
Klasse 0,2	$\pm 0,2 \%$	$\pm 0,16 \%$
Klasse 0,3	$\pm 0,3 \%$	$\pm 0,25 \%$
Klasse 0,6	$\pm 0,6 \%$	$\pm 0,5 \%$
Klasse 1,0	$\pm 1,0 \%$	$\pm 0,8 \%$
Klasse 1,6	$\pm 1,6 \%$	$\pm 1,3 \%$
Klasse 2,5	$\pm 2,5 \%$	$\pm 2 \%$
Klasse 4,0	$\pm 4,0 \%$	$\pm 3 \%$

2. Grundlagen:

2.3 Genauigkeitskriterien einer Messung: 2.3.4 Statische Kenngrößen (systematische Fehler)

- Bürdenfehler (Rückwirkung der Messeinrichtung)
- Umwelteinflüsse (Temperatur, Feuchte, Druck, ...)
- Einstreuung (elektrische / elektromagnetische Felder)
- Übertragungsverhalten der Messeinrichtung
 - Nullpunktfehler
 - Steigungs- (Verstärkungs-) fehler
 - Nichtlinearitäten
 - Dynamische Fehler

2. Grundlagen:

2.3 Genauigkeitskriterien einer Messung:

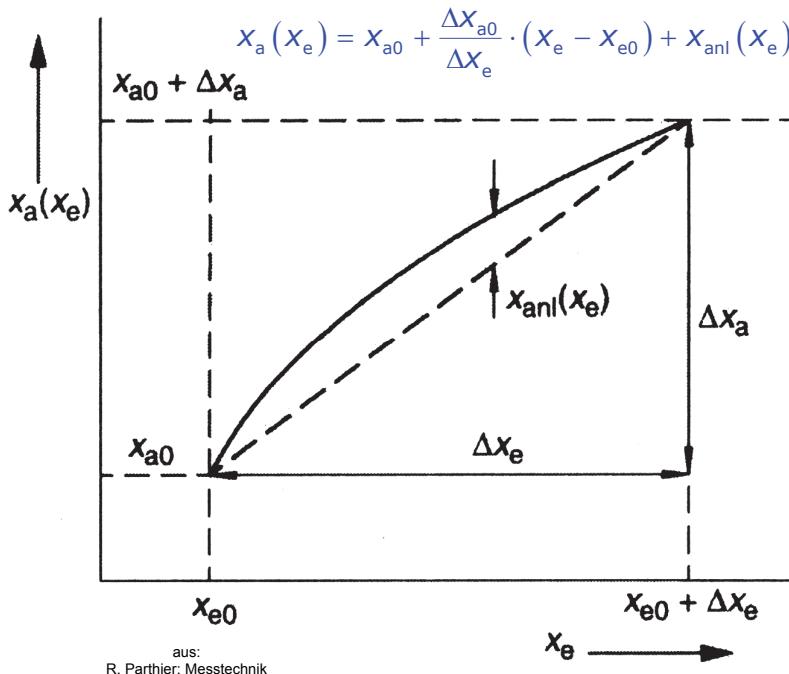
2.3.4 Statische Kenngrößen (Begriffe)

- **Anzeigebereich** ist der Bereich, der am Messinstrument abgelesen werden kann.
 - **Messbereich** ist der Teil des Anzeigebereichs, für den der Messfehler innerhalb der Fehlergrenzen liegt.
 - **Messgrenzen** geben die Anwendbarkeit des Messgeräts an, z.B. +10 .. +80 °C.
 - **Empfindlichkeit** ist das Verhältnis der Änderung der Anzeige Δy zur Änderung der Messgröße Δx :
- $$\varepsilon(x) = \frac{dy}{dx} = \frac{\Delta y}{\Delta x} + \frac{dy_{nl}(x)}{dx}$$
- **Auflösung** ist der Kehrwert der Empfindlichkeit, falls die Umkehrspanne 0 ist.
 - **Umkehrspanne** entsteht durch Reibung und Lose.

2. Grundlagen:

2.3 Genauigkeitskriterien einer Messung:

2.3.4 Statische Kenngrößen (Begriffe)



$$x_a(x_e) = x_{a0} + \frac{\Delta x_{a0}}{\Delta x_e} \cdot (x_e - x_{e0}) + x_{anl}(x_e)$$

Spezialfall: lineare Kennlinie

$$x_a(x_e) = x_{a0} + \frac{\Delta x_{a0}}{\Delta x_e} \cdot (x_e - x_{e0})$$

$$\text{Übertragungsfaktor } k = \frac{\Delta x_a}{\Delta x_e}$$

$$\text{Empfindlichkeit } E = \frac{dx_a}{dx_e}$$

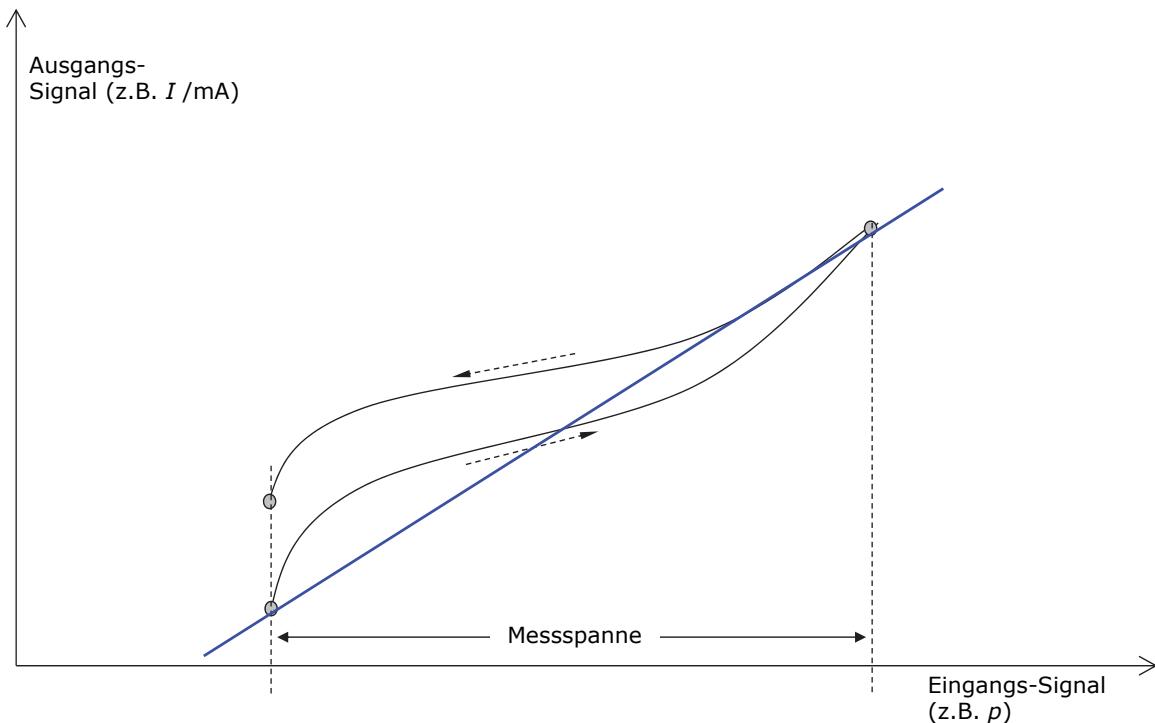
Spezialfall: lineare Kennlinie

$$\text{Empfindlichkeit } E = \frac{\Delta x_a}{\Delta x_e}$$

2. Grundlagen:

2.3 Genauigkeitskriterien einer Messung:

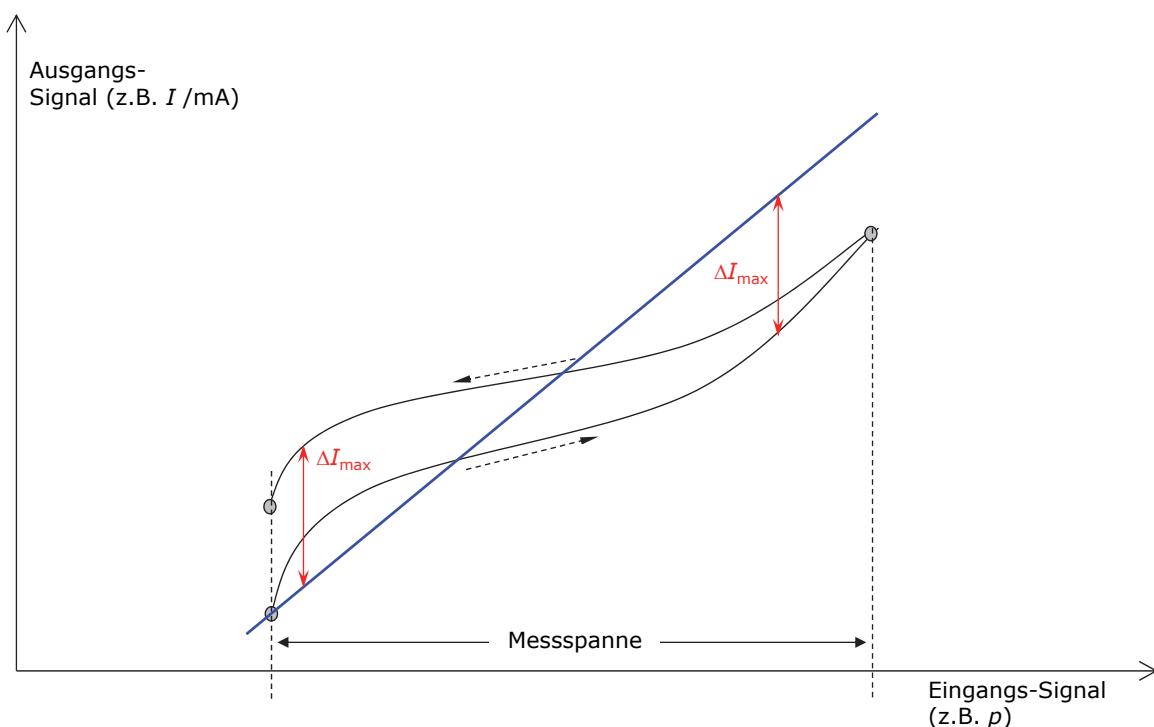
2.3.4 Statische Kenngrößen (Festpunkt-, Grenzpunteinstellung)



2. Grundlagen:

2.3 Genauigkeitskriterien einer Messung:

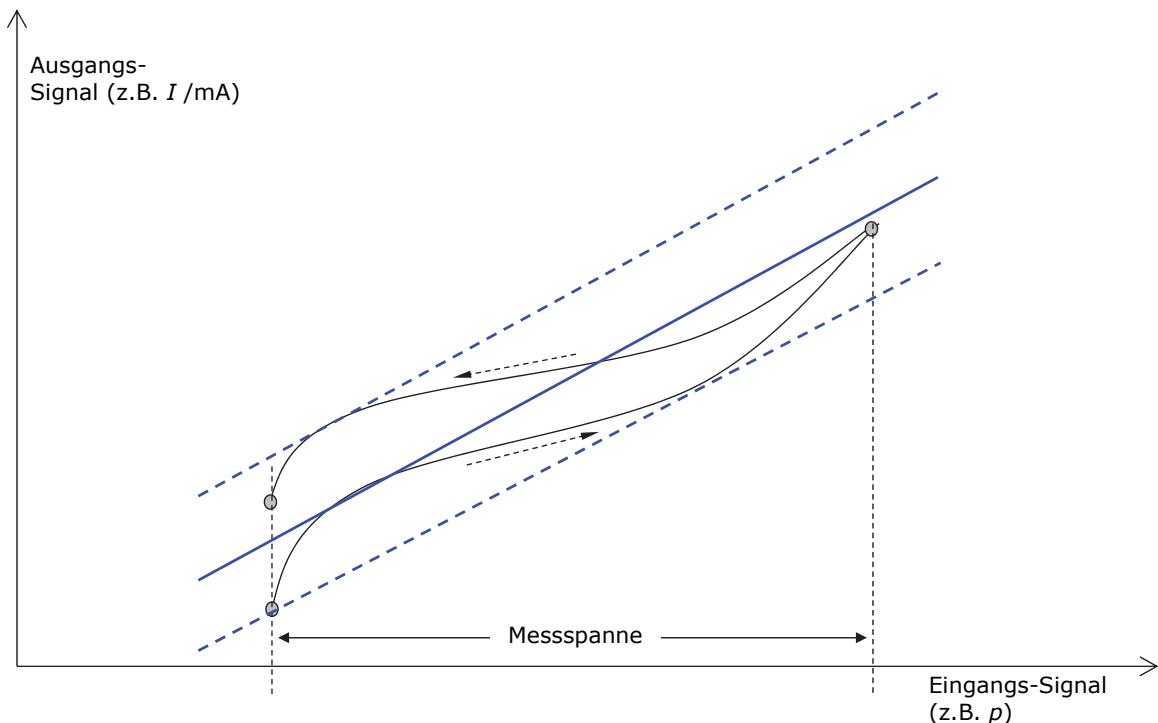
2.3.4 Statische Kenngrößen (Anfangspunkt-, Nullpunkteinstellung)



2. Grundlagen:

2.3 Genauigkeitskriterien einer Messung:

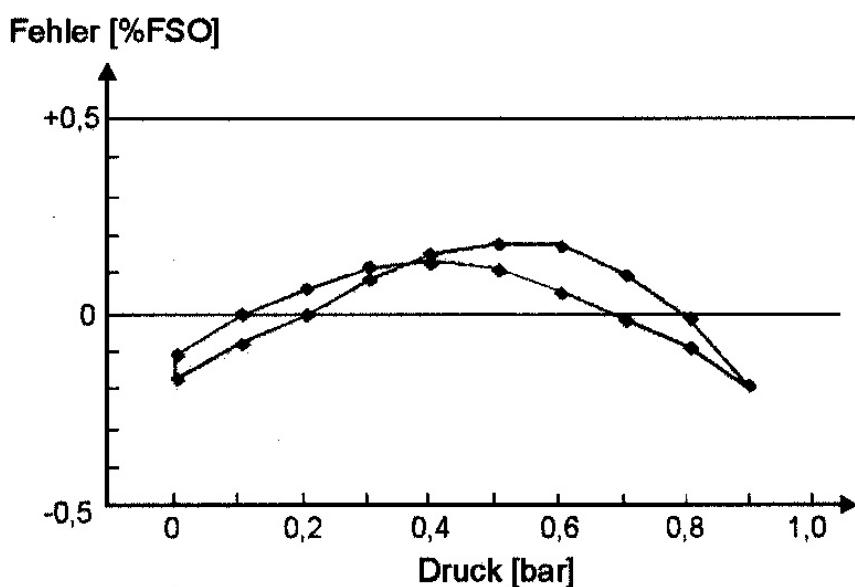
2.3.4 Statische Kenngrößen (Kleinstwert-, Toleranzbandeinstellung)



2. Grundlagen:

2.3 Genauigkeitskriterien einer Messung:

2.3.4 Statische Kenngrößen (Nichtlinearität, Beispiel)



Nichtlinearität einer piezoresistiven Druckmesszelle
(Analog Microelectronics)

2. Grundlagen:

2.3 Genauigkeitskriterien einer Messung:

2.3.4 Statische Kenngrößen (zufällige Fehler)

- Unvollkommenheit des Beobachters von analogen Instrumenten (Interpolations- und Parallaxenfehler).
- Unvollkommenheit der Messeinrichtung, z.B. durch Rauschen in elektronischen Bauelementen.
- Einstreuungen durch elektromagnetische Felder, z.B. durch Schaltimpulse. Dies sind eigentlich systematische Fehler, aber hier wird das zeitliche Verhalten der Ursache nicht erkannt.

2. Grundlagen:

2.4 Systematischer Fehler

2.4.1 Systematische Fehler, Fehlerfortpflanzung

Bekannte Einflüsse → bekannte systematische Abweichung: Δx

$$x_{korr} = x - \Delta x = x \cdot \left(1 - \frac{\Delta x}{x}\right) \quad \begin{aligned} \Delta x &\rightarrow \text{absoluter Fehler} \\ \frac{\Delta x}{x} &\rightarrow \text{relativer Fehler} \end{aligned}$$

Fortpflanzung der bekannten Messfehler

$$\begin{aligned} y &= f(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \underbrace{y + \Delta y}_{\text{Messergebnis}} &= f(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2, \dots, x_n + \Delta x_n) \\ \Delta y &= f(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2, \dots, x_n + \Delta x_n) - f(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{aligned}$$

Mit Hilfe nach dem linearen Glied abgebrochenen Taylorreihe der Funktion $f(\mathbf{x} + \Delta \mathbf{x})$

$$f(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2, \dots, x_n + \Delta x_n) \approx f(x_1, x_2, \dots, x_n) + \frac{\partial f}{\partial x_1} \cdot \Delta x_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} \cdot \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_n} \cdot \Delta x_n$$

2. Grundlagen:

2.4 Systematischer Fehler

2.4.1 Systematische Fehler, Fehlerfortpflanzung

Lässt sich dann die Differenz Δy aus den partiellen Ableitungen und als klein angenommenen Änderungen Δx_i als folgt berechnen:

$$\Delta y = \frac{\partial f}{\partial x_1} \cdot \Delta x_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} \cdot \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_n} \cdot \Delta x_n = \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot \Delta x_i \quad \text{für } \Delta x_i \ll x_i$$

Fall 1: $y = a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_2 + \dots + a_n \cdot x_n \rightarrow \Delta y = a_1 \cdot \Delta x_1 + a_2 \cdot \Delta x_2 + \dots + a_n \cdot \Delta x_n$

Fall 2: $y = a_1 \cdot x_1^{\alpha_1} \cdot a_2 \cdot x_2^{\alpha_2} \cdot \dots \cdot a_n \cdot x_n^{\alpha_n}$

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} = \alpha_1 \cdot a_1 \cdot x_1^{\alpha_1-1} \cdot a_2 \cdot x_2^{\alpha_2} \cdot \dots \cdot a_n \cdot x_n^{\alpha_n} = y \cdot \frac{\alpha_1}{x_1} \quad \dots \quad \frac{\partial y}{\partial x_i} = y \cdot \frac{\alpha_i}{x_i}$$

\Rightarrow

$$\Delta y = y \cdot \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i}{x_i} \cdot \Delta x_i = y \cdot \sum_{i=1}^n \alpha_i \cdot \frac{\Delta x_i}{x_i} \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta y}{y} = \sum_{i=1}^n \alpha_i \cdot \frac{\Delta x_i}{x_i}$$

2. Grundlagen:

2.4 Systematischer Fehler

2.4.1 Systematische Fehler, Fehlerfortpflanzung

- Bei der *Addition* von Meßgrößen werden die *absoluten* Fehler *addiert*.
- Bei der *Subtraktion* von Meßgrößen werden die *absoluten* Fehler *subtrahiert*.
- Bei der *Multiplikation* von Meßgrößen werden die *relativen* Fehler *addiert*.
- Bei der *Division* von Meßgrößen werden die *relativen* Fehler *subtrahiert*.

In vielen Fällen sind die Richtungsabweichungen der Fehler und damit ihre Vorzeichen unbekannt. Dann kann man nur einen „**worst case**“ Fehlerband definieren. Δy entspricht dann den maximalen Absoluten Fehler der auftreten kann.

$$\Delta y = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot \Delta x_i \right|$$

$$y \in [y_m - \Delta y, \dots, y_m + \Delta y]$$

Dann können wir nur feststellen, dass der richtiger Wert im Bereich der Δy um den gemessenen Wert y_m liegt.

Empfohlene zus. Literatur für Kap. 2.4

Autor	Titel	Verlag
R. Lerch	Elektrische Messtechnik Kapitel 5.1	Springer Verlag
E. Schrüfer L. Reindl B. Zagar	Elektrische Messtechnik Kapitel 1.4.1	Hanser Verlag
T. Mühl	Einführung in die elektrische Messtechnik: Grundlagen, Messverfahren, Anwendungen Kapitel 2.1, 2.2	Springer Vieweg

Aufgabe Fehlerfortpflanzung bei syst. Fehler

Schrüfer, Beispiel 2.1, Seite 33	Elektrische Messtechnik	Hanser Verlag
----------------------------------	-------------------------	---------------

Beispiel 1.2 (Schrüfer)

Seite 11 Aufgabe
Messtechnik AT

Messungen an dem Verbraucher mit folgenden tel. Fehlern durchgeführt

$$\frac{\Delta V}{V} = -0,01 \quad \frac{\Delta I}{I} = 0,02 \quad \frac{\Delta R}{R} = -0,031$$

Relativer Fehler der Verbraucherleistung?

$$P = V \cdot I = I^2 \cdot R = \frac{V^2}{R}$$

Aufgabe Fehlerfortpflanzung bei syst. Fehler

R. Lerch

Elektrische Messtechnik (Übungsbuch)

Springer Verlag

Beispiel 3.2: Systematischer Fehler bei einer Widerstandsmessung

Es wird der Wert eines ohmschen Widerstandes mittels einer Strom-Spannungsmessung ermittelt.

$F_I = 15 \text{ mA}$ absoluter Fehler des Amperemeters

$F_U = 100 \text{ mV}$ absoluter Fehler des Voltmeters

$I_m = 0,7 \text{ A}$ gemessener Strom

$U_m = 8 \text{ V}$ gemessene Spannung

- Wie groß ist der maximale absolute systematische Fehler bei dieser Meßmethode?
- Bestimmen Sie den Fehler mit der Regel: *Bei der Division von Meßgrößen werden deren relative Fehler subtrahiert.* Zeigen Sie, daß der so ermittelte Fehler mit dem unter Punkt a) berechneten Fehler übereinstimmt.

Aufgabe Fehlerfortpflanzung bei syst. Fehler

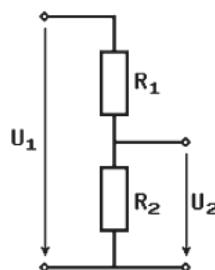
Wird eingetragen

Wird eingetragen

Wird eingetragen

Hausaufgabe

Aufgabe Mit der in Bild dargestellten Schaltung soll die Spannung U_1 bestimmt werden. Gegeben sind: $R_1 = 4 \text{ k}\Omega - 2\%$; $R_2 = 1 \text{ k}\Omega + 1\%$; $U_2 = 200 \text{ V} - 1,5\%$



Bild

- Welchen Wert hat U_1 ?
- Berechnen Sie den systematischen Fehler von U_1 (absolut und relativ).
- Berechnen Sie den maximal möglichen Fehler von U_1 (absolut und relativ).

2. Grundlagen:

2.4 Messwertstatistik

2.4.1 Definitionen

- Histogramm mit Klassenbreite Δx ,
- Absolute Häufigkeit Δy , Relative Häufigkeit $\frac{\Delta y}{y}$
- Häufigkeitsdichte $h_x = \frac{\Delta y}{y \cdot \Delta x}$ Summenhäufigkeit $S_x = \sum \frac{\Delta y}{y} = \sum h_x \cdot \Delta x$

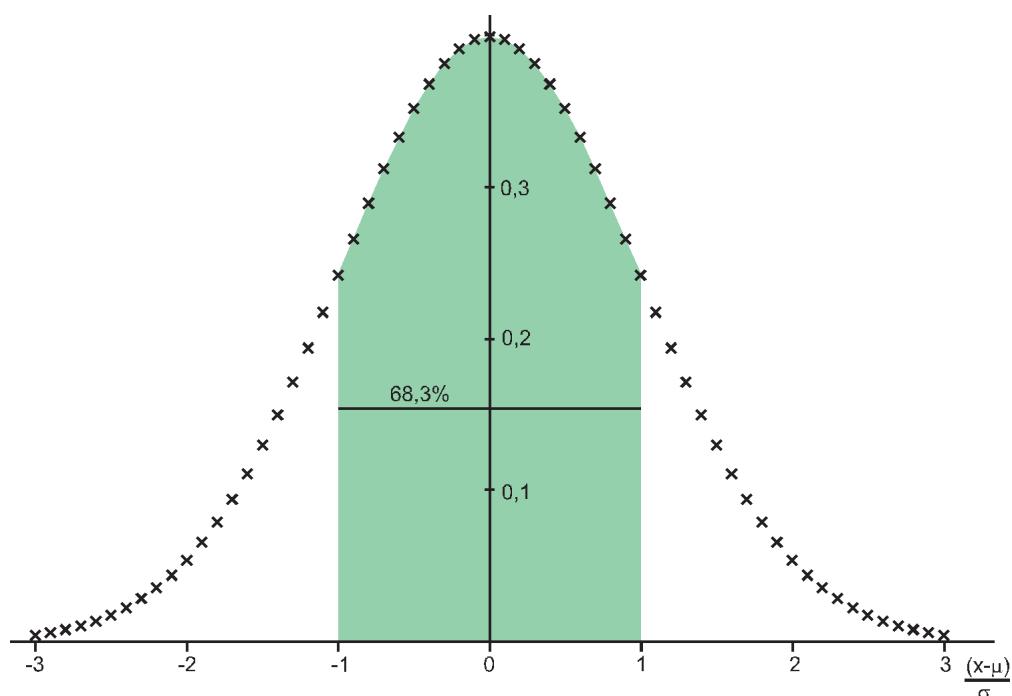
Grenzübergang für $\Delta x \rightarrow 0$ und $n \rightarrow \infty$:

- Kontinuierliche Häufigkeitsdichte $h(x)$ wird Verteilungs- oder Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $p(x)$.
- Kontinuierliche Summenhäufigkeit $S(x)$ wird Verteilungs- oder Wahrscheinlichkeitsfunktion $P(x)$.

2. Grundlagen:

2.4 Messwertstatistik

2.4.3 Gauß'sche Glockenkurve



2. Grundlagen:

2.4 Messwertstatistik

2.4.3 Gauß-Verteilung

Häufigkeitsdichte	$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$
Summenhäufigkeit	$P(x) = \int_{-\infty}^x p(\xi) d\xi = \text{erf}(x)$
Mittelwert (Schwerpunkt, 1. statistisches Moment)	$\mu = \int_{-\infty}^{\infty} xp(x) dx = E\{x\} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$
Varianz (Zentralmoment 2. Ordnung)	$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 p(x) dx = E\{(x - \mu)^2\} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2$
Standardabweichung	$\sigma = +\sqrt{\sigma^2}$
Erhaltungstendenz	$V_{xy}(\tau) = \iint (x - \mu)(y - \mu) p(x, y, \tau) dx dy = E\{(x - \mu)(y - \mu)\}$

2. Grundlagen:

2.4 Messwertstatistik

2.4.3 Tabelle der Wahrscheinlichkeitsfunktion

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2} \quad \Phi(x) = \int_0^x \varphi(\xi) d\xi$$

x	0,...	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
φ	0,...	3989	3970	3910	3814	3683	3521	3332	3123	2897	2661
Φ	0,...	0	0398	0793	1179	1554	1915	2257	2580	2881	3159
x	1,...	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
φ	0,...	2420	2179	1942	1714	1497	1295	1109	0941	0790	0656
Φ	0,...	3413	3643	3849	4032	4192	4332	4452	4554	4641	4713
x	2,...	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
φ	0,0...	5399	4398	3547	2833	2239	1753	1358	1042	0792	0595
Φ	0,4	772	821	8610	8928	9180	9379	9534	9653	9744	9813
x		3,0	3,2	3,4	3,6	3,8	4,0	4,2	4,4	4,6	4,8
φ	0,00...	4432	2384	1232	0612	0292	0134	0059	0025	0010	0004
Φ	0,49...	8650	9313	9663	9841	9928	9968	9987	9995	9998	9999

2. Grundlagen:

2.4 Messwertstatistik

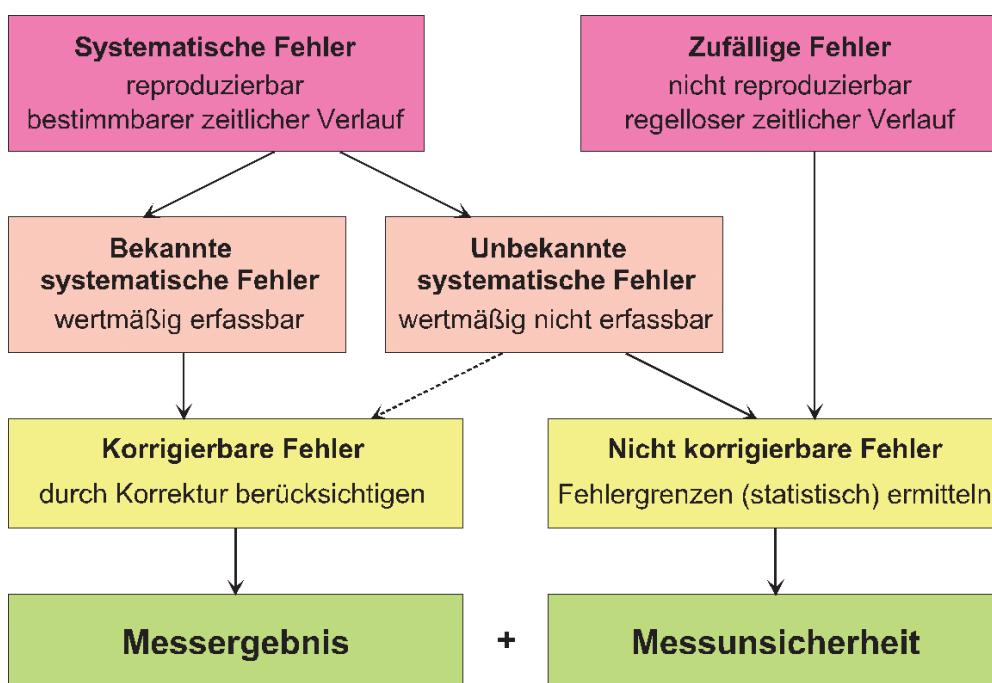
2.4.4 Student'sche Verteilung

$\rightarrow (1-\alpha)$	68,3%	95%	99%
$\downarrow n$	t	t	t
2	1,84	12,71	63,66
3	1,32	4,30	9,93
4	1,20	3,18	5,84
5	1,15	2,78	4,60
6	1,11	2,57	4,03
8	1,08	2,37	3,5
10	1,06	2,26	3,25
20	1,03	2,09	2,86
50	1,01	2,01	2,68
∞	1,00	1,96	2,58

2. Grundlagen:

2.4 Messwertstatistik

2.4.5 Fehlerkorrektur



2. Grundlagen:

2.3 Genauigkeitskriterien einer Messung:

2.3.5 Dynamisches Verhalten der Messgeräte

Das Ausgangssignal eines Messgeräts kann nicht beliebig schnell dem Eingangssignal folgen, da in dem Messgerät

- Reibungs- und Dämpfungswiderstände überwunden,
- Massen beschleunigt oder abgebremst,
- Ladungen zu- oder abgeführt,
- Energiespeicher gefüllt oder geleert

werden müssen. Ein sich zeitlich änderndes Eingangssignal $x_e(t)$ bedingt ein sich zeitlich änderndes Ausgangssignal $x_a(t)$. Dabei sind auch die Ableitungen der Zeitfunktionen von Bedeutung. So ist, um das dynamische Verhalten eines Messgeräts zu beschreiben, die Differenzialgleichung zwischen dem Eingangs- und dem Ausgangssignal aufzustellen. Die höchste Ableitung des Ausgangssignals bestimmt dann die Ordnung der Differenzialgleichung.

Quelle: Elmar Schräfer, Leonhard M. Reindl, Bernhard Zagar, Elektrische Messtechnik: Messung elektrischer und nichtelektrischer Größen, Verlag: Carl Hanser Verlag GmbH, 2014, ISBN-10: 3446442081, ISBN-13: 978-3446442085

Kapitel 1.5, Seite 48

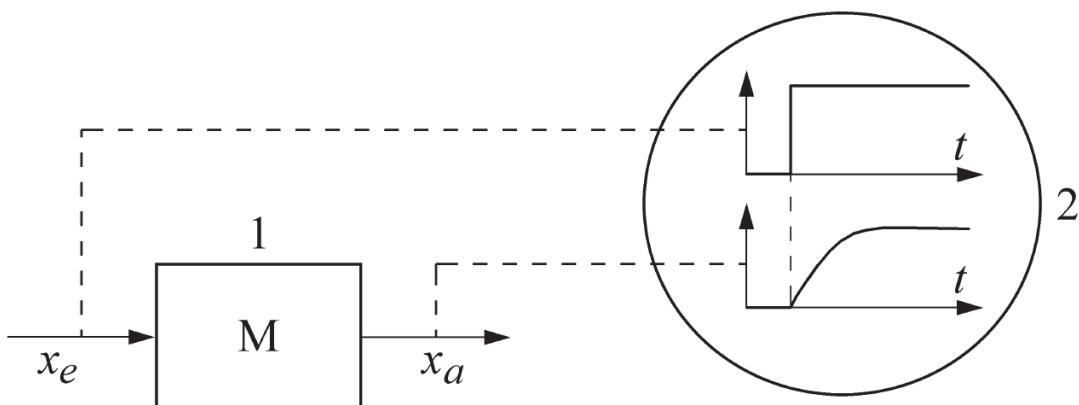
Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

75

2. Grundlagen:

2.3 Genauigkeitskriterien einer Messung:

2.3.5 Dynamisches Verhalten der Messgeräte



anregende Funktion	Antwortfunktion
Sinusfunktion	Sinusantwort; Amplituden- u. Phasengang; Frequenzgang
Sprungfunktion	Sprungantwort; Übergangsfunktion
Impulsfunktion	Impulsantwort; Gewichtsfunktion

Quelle: Elmar Schräfer, Leonhard M. Reindl, Bernhard Zagar, Elektrische Messtechnik: Messung elektrischer und nichtelektrischer Größen, Verlag: Carl Hanser Verlag GmbH, 2014, ISBN-10: 3446442081, ISBN-13: 978-3446442085

Kapitel 1.5, Seite 48

Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

76

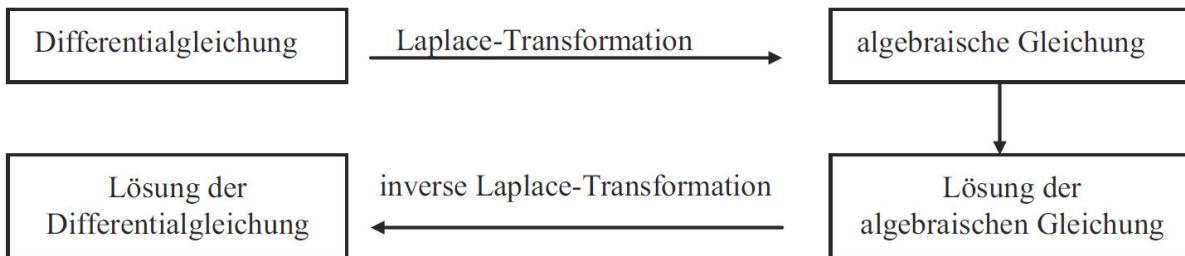
2. Grundlagen:

2.3 Genauigkeitskriterien einer Messung:

2.3.5 Dynamisches Verhalten der Messgeräte

$$X(s) = L\{x(t)\} = \int_0^{\infty} x(t) \cdot e^{-st} dt,$$

$$x(t) = L^{-1}\{X(s)\} = \frac{1}{2\pi j} \int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty} X(s) \cdot e^{st} ds.$$



Quelle: Thomas Mühl, **Einführung in die elektrische Messtechnik**, Verlag: Springer Vieweg; Auflage: 4., 2014, ISBN-10: 3834808997
ISBN-13: 978-3834808998

Kapitel 3.2.1, Seite 43

Tafelschrieb, Herleitung Verzögerungsglied 1. Ordnung

Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

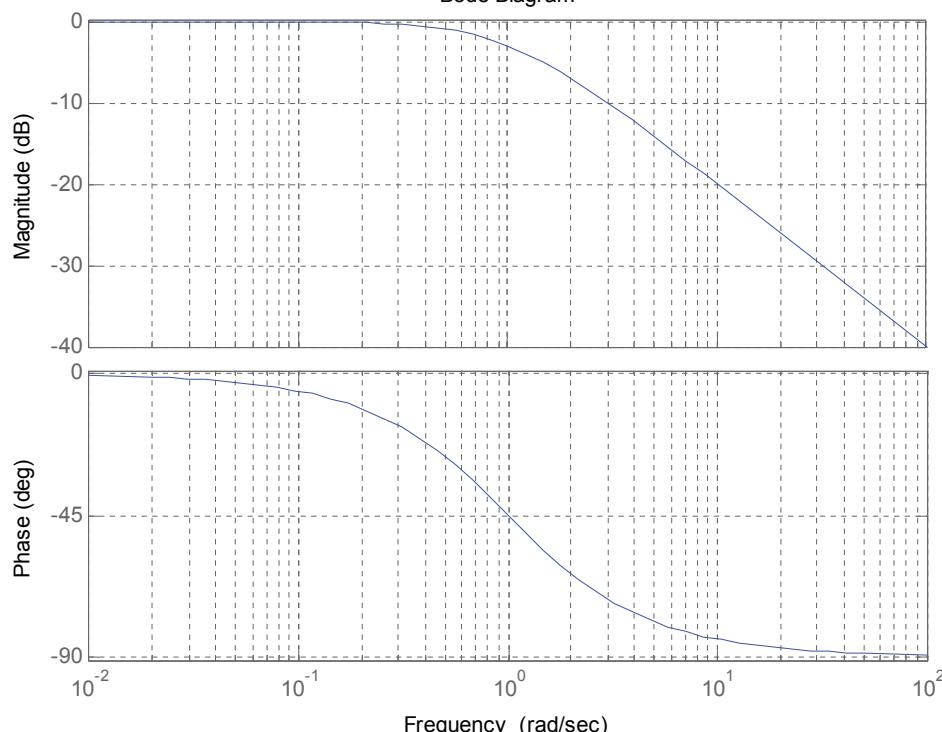
77

2. Grundlagen:

2.3 Genauigkeitskriterien einer Messung:

2.3.5 Dynamisches Verhalten der Messgeräte

Bode Diagram



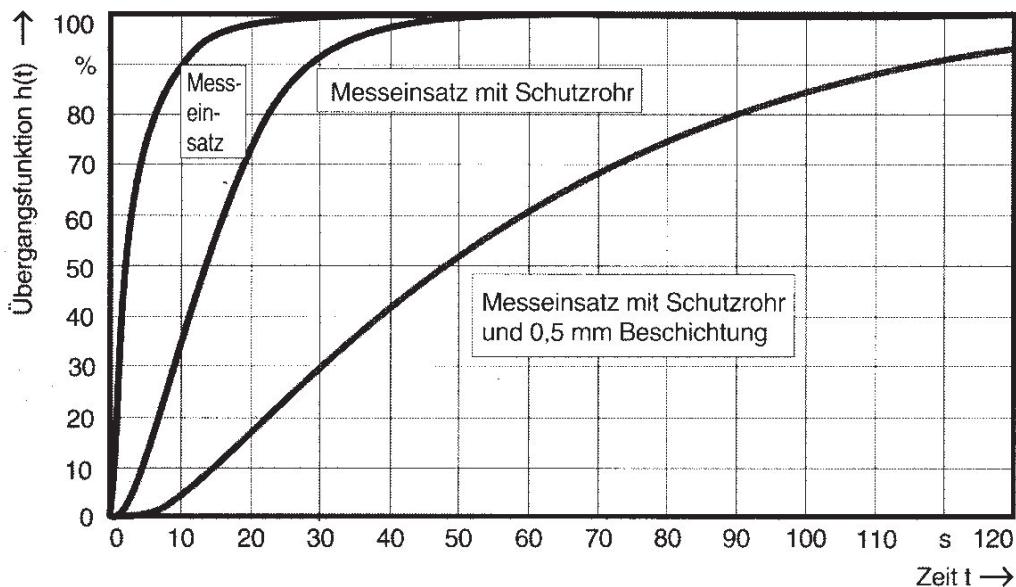
Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

78

2. Grundlagen:

2.3 Genauigkeitskriterien einer Messung:

2.3.5 Dynamische Kenngrößen (Zeitverhalten, Beispiel)

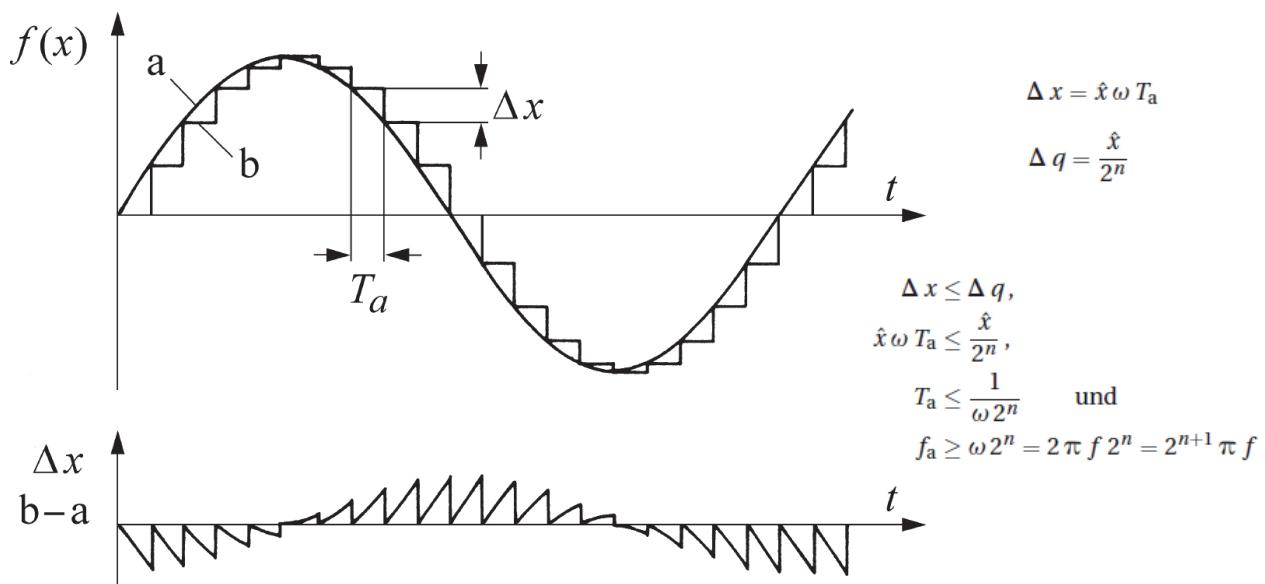


Zeitverhalten von Widerstandsthermometern
 (Messbedingungen in Wasser: $v_w = 0,4 \text{ m/s} \pm 0,05 \text{ m/s}$; $\vartheta_w = 25^\circ\text{C}$)
 (aus ABB: Praxis der industriellen Temperaturmessung)

2. Grundlagen:

2.3 Genauigkeitskriterien einer Messung:

2.3.6 Dynamische Fehlermöglichkeiten



Quelle: Elmar Schrüfer, Leonhard M. Reindl, Bernhard Zagar, Elektrische Messtechnik: Messung elektrischer und nichtelektrischer Größen, Verlag: Carl Hanser Verlag GmbH, 2014, ISBN-10: 3446442081, ISBN-13: 978-3446442085

2. Grundlagen:

2.3 Genauigkeitskriterien einer Messung:

2.3.8 Definition des dynamischen Messfehlers

Momentane dynamische Messfehler: $f_{dyn}(t) = x(t) - x_w(t)$

Mittelwert der dynamischer Messfehler: $\overline{f_{dyn}} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T f_{dyn}(t) \cdot dt$

Mittlere quadratische dynamische Fehler: $\overline{f_{dyn}^2} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T f_{dyn}^2(t) \cdot dt$

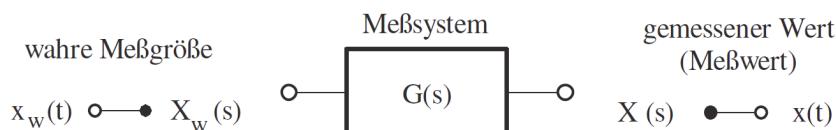
Quadratische Mittelwert des Messsignals: $\overline{x^2} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) \cdot dt$

Bezogene quadratische Mittelwert des dynamischen Fehlers: $\overline{f_{dyn_bez}^2} = \frac{\overline{f_{dyn}^2}}{\overline{x^2}}$

2. Grundlagen:

2.3 Genauigkeitskriterien einer Messung:

2.3.9 Bestimmung des dynamischen Messfehlers



$$\begin{aligned} F_{dyn}(s) &= X(s) - X_w(s) = \\ &= X_w(s) \cdot (G(s) - 1) = \\ &= X(s) \cdot \left(1 - \frac{1}{G(s)}\right) \end{aligned}$$

$$X(s) = X_w(s) \cdot G(s)$$

$$X_w(s) = \frac{X(s)}{G(s)}$$

Vorwärtsanalyse: $f_{dyn}(t) = \mathcal{L}'\{X_w(s) \cdot (G(s) - 1)\}$

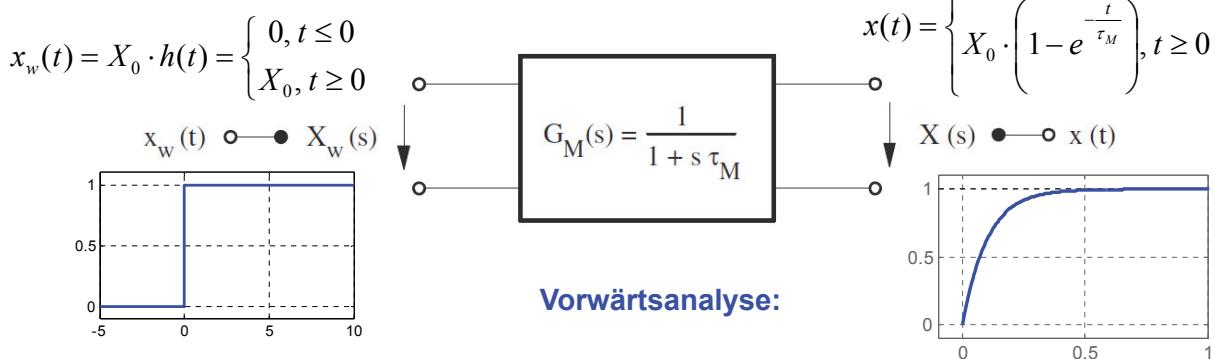
Rückwärtsanalyse: $f_{dyn}(t) = \mathcal{L}'\left\{X(s) \cdot \left(1 - \frac{1}{G(s)}\right)\right\}$

2. Grundlagen:

2.3 Genauigkeitskriterien einer Messung:

2.3.9 Bestimmung des dynamischen Messfehlers

Beispiel 1: Messsystem (Tiefpass 1. Ordnung):



Vorwärtsanalyse:

$$f_{dyn}(t) = \mathcal{L}'\{X_w(s) \cdot (G_M(s) - 1)\} = \mathcal{L}'\left\{\frac{X_0}{s} \cdot \left(\frac{1}{1+s \cdot \tau_M} - 1\right)\right\} = \mathcal{L}'\left\{-\frac{X_0 \cdot \tau_M}{1+s \cdot \tau_M}\right\} = -X_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau_M}}$$

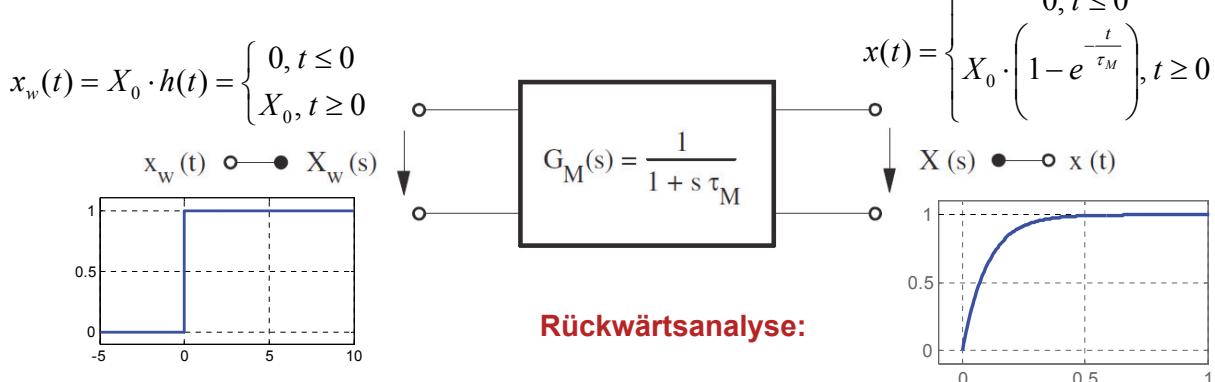
$$\overline{f_{dyn}^2} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \cdot \int_0^T X_0^2 \cdot e^{-\frac{2t}{\tau_M}} dt = -\frac{X_0^2 \cdot \tau_M}{2} \cdot \lim_{T \rightarrow \infty} \left(e^{-\frac{2t}{\tau_M}} \Big|_0^T \right) = -\frac{X_0^2 \cdot \tau_M}{2} \cdot \left(\lim_{T \rightarrow \infty} \left(e^{-\frac{2t}{\tau_M}} \right) - 1 \right) = 0$$

2. Grundlagen:

2.3 Genauigkeitskriterien einer Messung:

2.3.9 Bestimmung des dynamischen Messfehlers

Beispiel 1: Messsystem (Tiefpass 1. Ordnung):



Rückwärtsanalyse:

$$f_{dyn}(t) = \mathcal{L}'\left\{X(s) \cdot \left(1 - \frac{1}{G_M(s)}\right)\right\} = \dots = \mathcal{L}'\left\{-\frac{X_0 \cdot \tau_M}{1+s \cdot \tau_M}\right\} = -X_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau_M}}$$

$$\overline{f_{dyn}^2} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \cdot \int_0^T X_0^2 \cdot e^{-\frac{2t}{\tau_M}} dt = -\frac{X_0^2 \cdot \tau_M}{2} \cdot \lim_{T \rightarrow \infty} \left(e^{-\frac{2t}{\tau_M}} \Big|_0^T \right) = -\frac{X_0^2 \cdot \tau_M}{2} \cdot \left(\lim_{T \rightarrow \infty} \left(e^{-\frac{2t}{\tau_M}} \right) - 1 \right) = 0$$

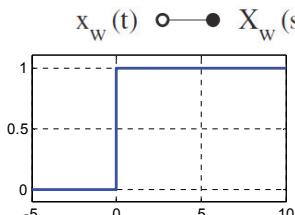
2. Grundlagen:

2.3 Genauigkeitskriterien einer Messung:

2.3.9 Bestimmung des dynamischen Messfehlers

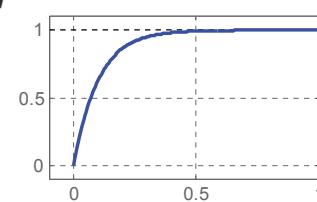
Beispiel 1: Messsystem (Tiefpass 1. Ordnung):

$$x_w(t) = X_0 \cdot h(t) = \begin{cases} 0, t \leq 0 \\ X_0, t \geq 0 \end{cases}$$

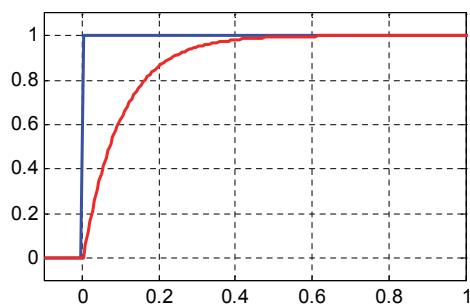


$$G_M(s) = \frac{1}{1 + s \tau_M}$$

$$x(t) = \begin{cases} 0, t \leq 0 \\ X_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_M}}\right), t \geq 0 \end{cases}$$



Es ist auch logisch, da ...



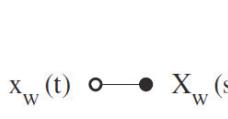
2. Grundlagen:

2.3 Genauigkeitskriterien einer Messung:

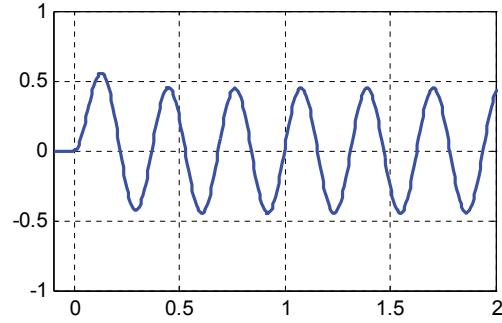
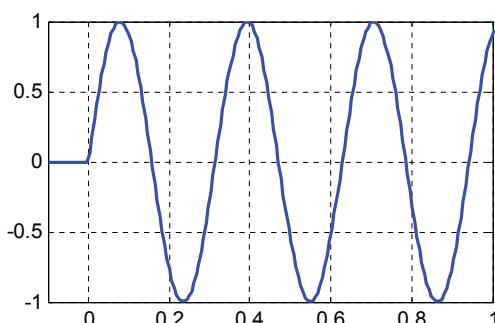
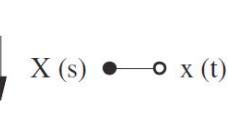
2.3.9 Bestimmung des dynamischen Messfehlers

Beispiel 2: Messsystem (Tiefpass 1. Ordnung):

$$x_w(t) = X_0 \cdot \sin(\omega_e \cdot t) \cdot h(t) = \begin{cases} 0, t \leq 0 \\ X_0 \cdot \sin(\omega_e \cdot t), t \geq 0 \end{cases}$$



$$G_M(s) = \frac{1}{1 + s \tau_M}$$



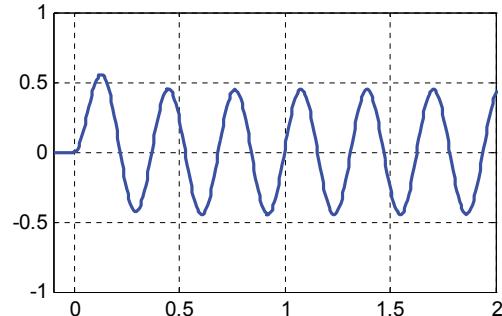
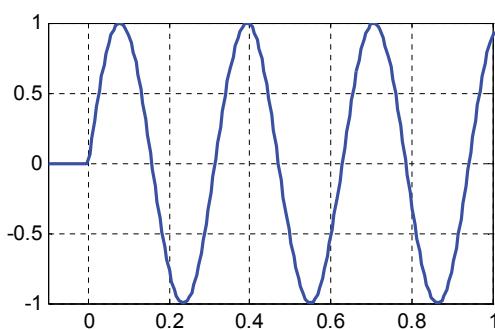
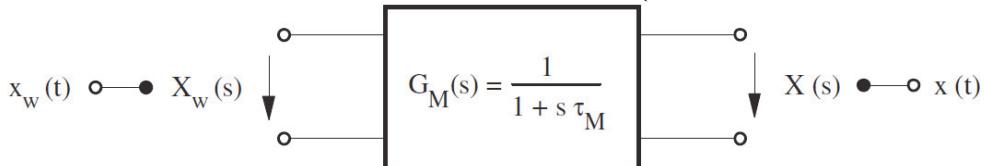
2. Grundlagen:

2.3 Genauigkeitskriterien einer Messung:

2.3.9 Bestimmung des dynamischen Messfehlers

Beispiel 2: Messsystem (Tiefpass 1. Ordnung):

$$x_w(t) = h(t) \cdot X_0 \cdot \sin(\omega_e \cdot t) \quad x(t) = h(t) \cdot X_0 \cdot \left(\dots \cdot e^{-t/\tau_M} + \frac{\sin(\omega_e \cdot t - \arctan(\omega_e \cdot \tau_M))}{\sqrt{\tau_M^2 \cdot \omega_e^2 + 1}} \right)$$



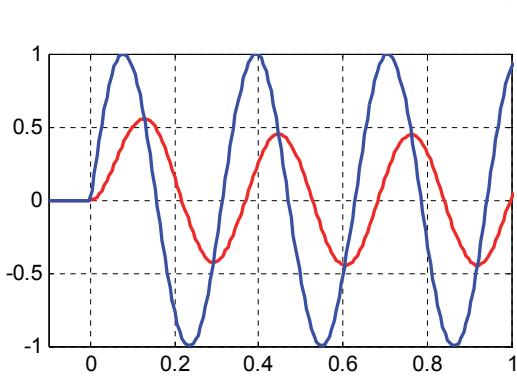
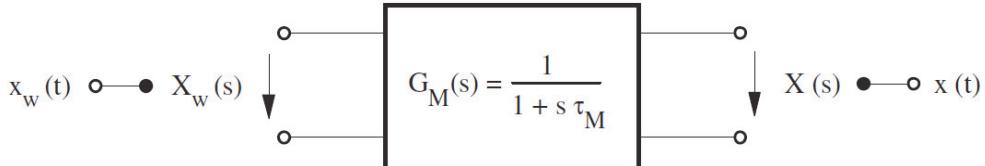
2. Grundlagen:

2.3 Genauigkeitskriterien einer Messung:

2.3.9 Bestimmung des dynamischen Messfehlers

Beispiel 2: Messsystem (Tiefpass 1. Ordnung):

$$x_w(t) = h(t) \cdot X_0 \cdot \sin(\omega_e \cdot t) \quad x(t) = h(t) \cdot X_0 \cdot \left(\dots \cdot e^{-t/\tau_M} + \frac{\sin(\omega_e \cdot t - \arctan(\omega_e \cdot \tau_M))}{\sqrt{\tau_M^2 \cdot \omega_e^2 + 1}} \right)$$



$$\begin{aligned} f_{dyn} &\Big|_{t>>0} = -X_0^2 \cdot \frac{\tau_M^2 \cdot \omega_e^2}{1 + \tau_M^2 \cdot \omega_e^2} \cdot \sin^2 \left(\omega_e \cdot t + \arctan \left(\frac{1}{\tau_M \cdot \omega_e} \right) \right) \\ \overline{f_{dyn}^2} &= X_0^2 \cdot \frac{\tau_M^2 \cdot \omega_e^2}{1 + \tau_M^2 \cdot \omega_e^2} \cdot \int_0^{2\pi/\omega_e} \sin^2 \left(\omega_e \cdot t + \arctan \left(\frac{1}{\tau_M \cdot \omega_e} \right) \right) \cdot dt \\ \overline{f_{dyn}^2} &= X_0^2 \cdot \frac{\pi}{\omega_e} \cdot \frac{\tau_M^2 \cdot \omega_e^2}{1 + \tau_M^2 \cdot \omega_e^2} = X_0^2 \cdot \frac{\pi}{\omega_e} \cdot \frac{\omega_e^2 / \omega_g^2}{1 + \omega_e^2 / \omega_g^2}, \quad \omega_g = \frac{1}{\tau_M} \\ \overline{f_{dyn_bez}^2} &= \frac{\tau_M^2 \cdot \omega_e^2}{1 + \tau_M^2 \cdot \omega_e^2} = \frac{\omega_e^2 / \omega_g^2}{1 + \omega_e^2 / \omega_g^2} \end{aligned}$$

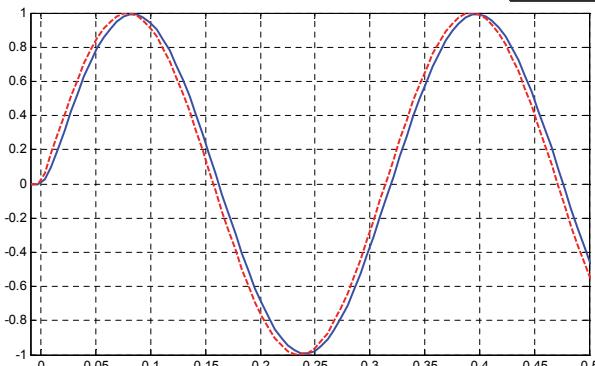
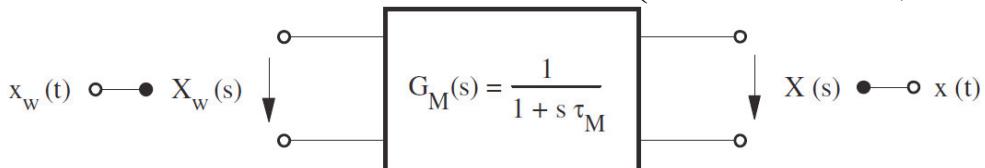
2. Grundlagen:

2.3 Genauigkeitskriterien einer Messung:

2.3.9 Bestimmung des dynamischen Messfehlers

Beispiel 2: Messsystem (Tiefpass 1. Ordnung):

$$x_w(t) = h(t) \cdot X_0 \cdot \sin(\omega_e \cdot t) \quad x(t) = h(t) \cdot X_0 \cdot \left(\dots \cdot e^{-t/\tau_M} + \frac{\sin(\omega_e \cdot t - \arctan(\omega_e \cdot \tau_M))}{\sqrt{\tau_M^2 \cdot \omega_e^2 + 1}} \right)$$



Um den dynamischen Messfehler zu begrenzen, muss der Grenzfrequenz des Messsystems **deutlich** ($>10x$) höher sein, als die höchste erwartete Eingangs frequenz!

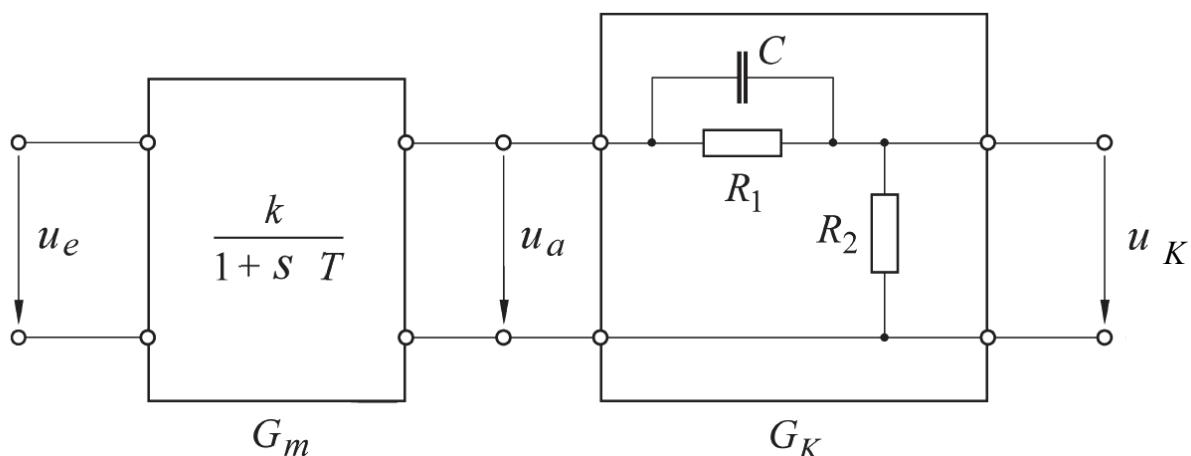
$$\frac{1}{\tau_M} = \omega_G \gg \omega_e \rightarrow \tau_M \cdot \omega_e = \frac{\omega_e}{\omega_G} \ll 1$$

$$\rightarrow f_{dyn_bez}^2 = \frac{\tau_M^2 \cdot \omega_e^2}{1 + \tau_M^2 \cdot \omega_e^2} = \frac{\omega_e^2 / \omega_g^2}{1 + \omega_e^2 / \omega_g^2} \approx 0$$

2. Grundlagen:

2.3 Genauigkeitskriterien einer Messung:

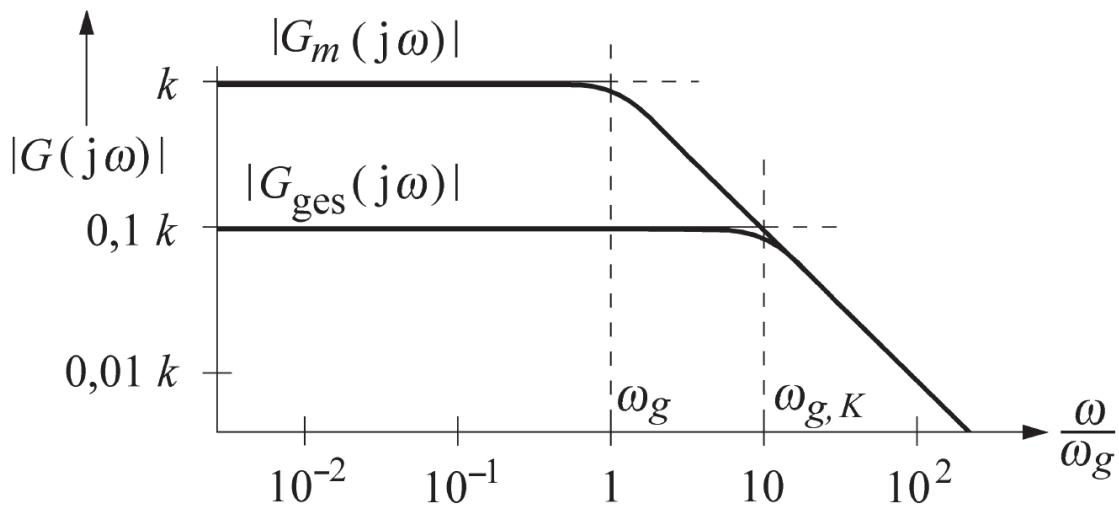
2.3.9 Korrektur des dynamischen Fehlers



2. Grundlagen:

2.3 Genauigkeitskriterien einer Messung:

2.3.9 Korrektur des dynamischen Fehlers



Quelle: Elmar Schräfer, Leonhard M. Reindl, Bernhard Zagar, Elektrische Messtechnik: Messung elektrischer und nichtelektrischer Größen, Verlag: Carl Hanser Verlag GmbH, 2014, ISBN-10: 3446442081, ISBN-13: 978-3446442085

Kapitel 1.6.2, Seite 67

Tafelschrieb, Herleitung Kompensation

Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

91

2. Grundlagen:

2.3 Genauigkeitskriterien einer Messung:

2.3.7 Zusammengesetzte Systeme

$$G(s) = G_1(s) \cdot G_2(s)$$

$$E = E_1 \cdot E_2$$

$$\frac{\Delta E}{E} = \sqrt{\left(\frac{\Delta E_1}{E_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta E_2}{E_2}\right)^2}$$

$$G(s) = G_1(s) + G_2(s)$$

$$y = G_1(s) \cdot e$$

$$e = u - G_2(s) \cdot y \quad \text{-- Beispiel negative Rückführung}$$

$$y = G_1(s) \cdot (u - G_2(s) \cdot y) = G_1(s) \cdot u - G_1(s) \cdot G_2(s) \cdot y$$

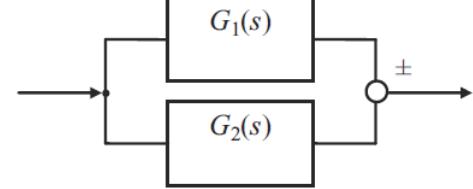
$$y \cdot (1 + G_1(s) \cdot G_2(s)) = G_1(s) \cdot u$$

$$G(s) = \frac{y}{u} = \frac{G_1(s)}{1 + G_1(s) \cdot G_2(s)}$$

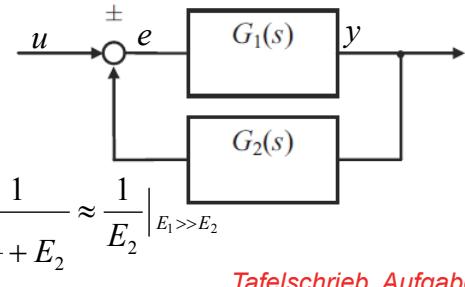
Serienschaltung / Kettenstruktur



Parallelstruktur



Kreisstruktur



Tafelschrieb, Aufgaben

Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

92

Empfohlene Literatur für Kap. 2.3-2.4

Autor	Titel	Verlag
R. Lerch	Elektrische Messtechnik Kapitel 5	Springer Verlag
E. Schrüfer L. Reindl B. Zagar	Elektrische Messtechnik Kapitel 1.3-1.7	Hanser Verlag
T. Mühl	Einführung in die elektrische Messtechnik Kapitel 3.2	Hanser Verlag
R. Felderhoff, U. Freyer	Elektrische und elektronische Messtechnik Kapitel 1.6-1.9 inkl. Übungen	Springer Verlag

3. Messung elektrischer Größen: Vorlesungsinhalte

- 3.1 Messung von Stromstärke und Spannung**
- 3.2 Messung von Wirkwiderständen**
- 3.3 Messung von Blindwiderständen**

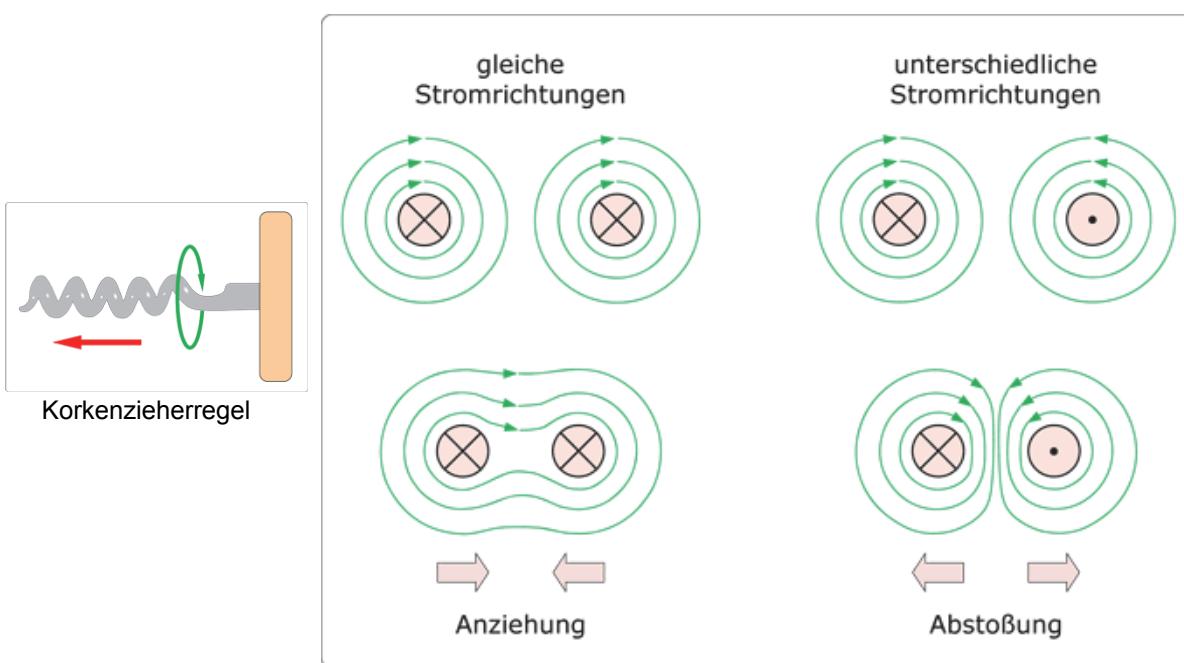
3. Messung elektrischer Größen:

3.1 Messung von Stromstärke und Spannung: Vorlesungsinhalte

- 3.1.1 **Gleichstrom- und Gleichspannungsmessung**
- 3.1.1.1 **Gleichstrommessung**
- 3.1.1.2
- 3.2 **Messung von Wirkwiderständen**
- 3.3 **Messung von Blindwiderständen**

3. Messung elektrischer Größen:

3.1 Messung von Stromstärke und Spannung: 3.1.1 Gleichstrom- und Gleichspannungsmessung

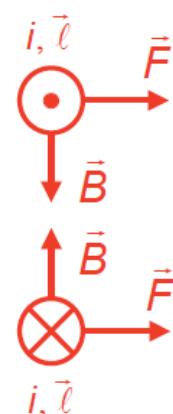
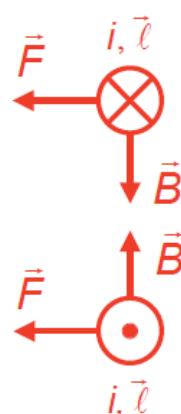
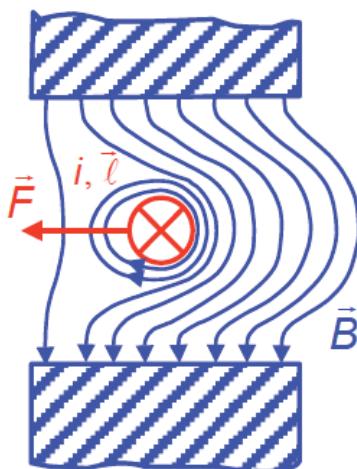


Magnetische Kraftwirkungen zwischen zwei parallel liegenden Leitern mit elektrischem Strom

3. Messung elektrischer Größen:

3.1 Messung von Stromstärke und Spannung:

3.1.1 Gleichstrom- und Gleichspannungsmessung



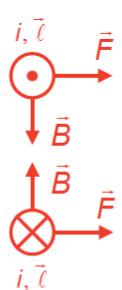
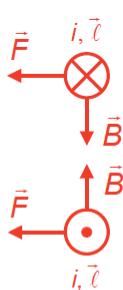
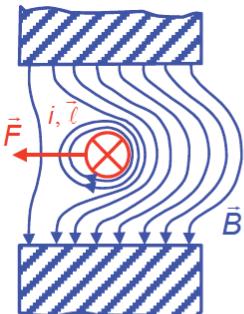
$$\vec{F} = i \cdot (\vec{l} \times \vec{B})$$

Kraftwirkung auf stromführenden Leiter

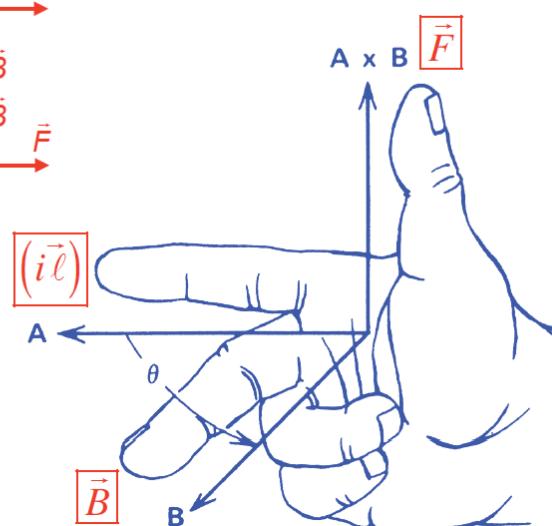
3. Messung elektrischer Größen:

3.1 Messung von Stromstärke und Spannung:

3.1.1 Gleichstrom- und Gleichspannungsmessung



(3) Rechte-Hand-Regel:



(1) Ausgangsgleichung:

$$\vec{F} = i \cdot (\vec{l} \times \vec{B})$$

(2) Größen:

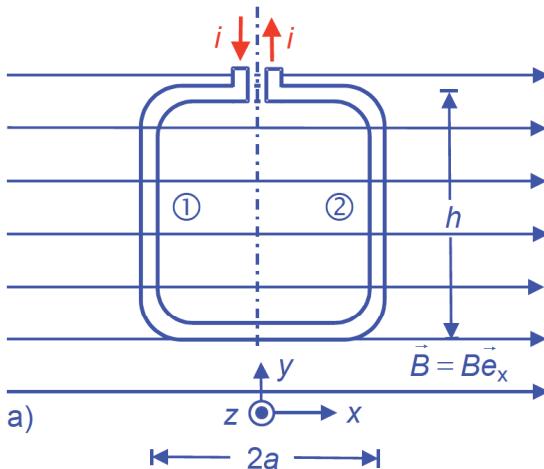
$$\{(\vec{i}\vec{l}), \vec{B}, \vec{F}\}$$

Rechte-Hand-Regel
Rechte-Hand-Regel

3. Messung elektrischer Größen:

3.1 Messung von Stromstärke und Spannung:

3.1.1 Gleichstrom- und Gleichspannungsmessung



- **Geschlossene**, von der Stromstärke i durchflossene Leiterschleife.
- Magnetfeld in x -Richtung.
- Drehachse in y -Richtung.
- Gemäss **Rechte-Hand-Regel** (Folie 179) wirken die Kräfte in z -Richtung.
- **Kräfte** auf die beiden Leiter:

$$\vec{F}_1 = i_1 \cdot (\vec{l}_1 \times \vec{B}) = i \cdot (-h\vec{e}_y \times B\vec{e}_x) \\ = i \cdot h \cdot B \cdot \vec{e}_z$$

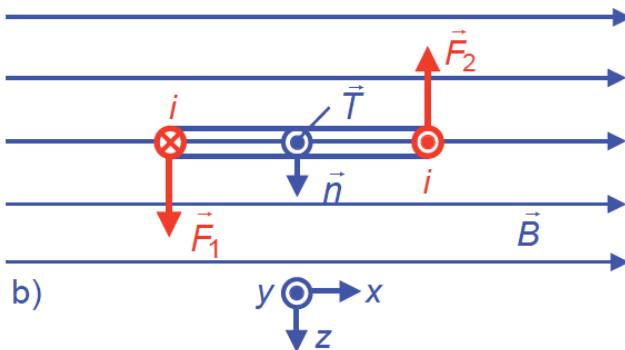
$$\vec{F}_2 = i_2 \cdot (\vec{l}_2 \times \vec{B}) = i \cdot (+h\vec{e}_y \times B\vec{e}_x) \\ = -i \cdot h \cdot B \cdot \vec{e}_z$$

Drehmoment an einer Leiterschleife im Magnetfeld

3. Messung elektrischer Größen:

3.1 Messung von Stromstärke und Spannung:

3.1.1 Gleichstrom- und Gleichspannungsmessung



- **Drehmoment** auf die Leiterschleife:

$$\vec{T} = \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = -a \cdot \vec{e}_x \times \vec{F}_1 + a \cdot \vec{e}_x \times \vec{F}_2 = a \cdot i \cdot h \cdot B \cdot (-\vec{e}_x \times \vec{e}_z + \vec{e}_x \times (-\vec{e}_z)) \\ = (2 \cdot a \cdot i \cdot h \cdot B) \cdot \vec{e}_y = T_y \cdot \vec{e}_y$$

- **Hebelarme** zur Erzeugung des Drehmoments:

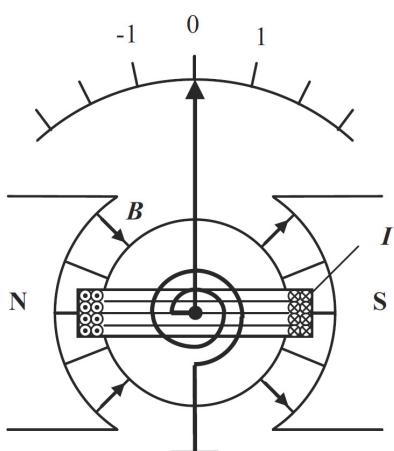
$$\vec{s}_1 = -a \cdot \vec{e}_x \quad \vec{s}_2 = +a \cdot \vec{e}_x$$

Drehmoment an einer Leiterschleife im Magnetfeld

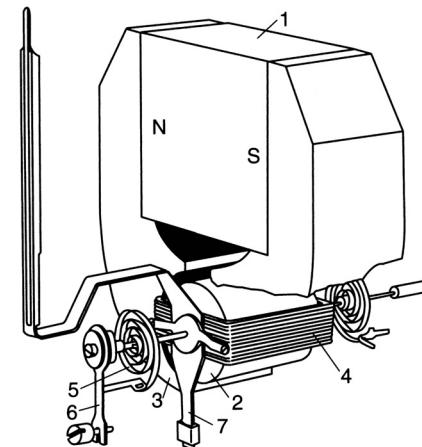
3. Messung elektrischer Größen:

3.1 Messung von Stromstärke und Spannung:

3.1.1 Gleichstrom- und Gleichspannungsmessung



Prinzipbild eines Drehspulmesswerks



Aufbau eines Drehspulmessgeräts

1: Permanentmagnet

2: Weicheisenkern

3: Polschuh

4: Drehspule

5: Spiralfeder, Stromzuführung

6: Nullpunkteinstellung

7: Äquilibrierarm

(aus: J. Niebuhr, G. Lindner: Physikalische Messtechnik mit Sensoren)

3. Messung elektrischer Größen:

3.1 Messung von Stromstärke und Spannung:

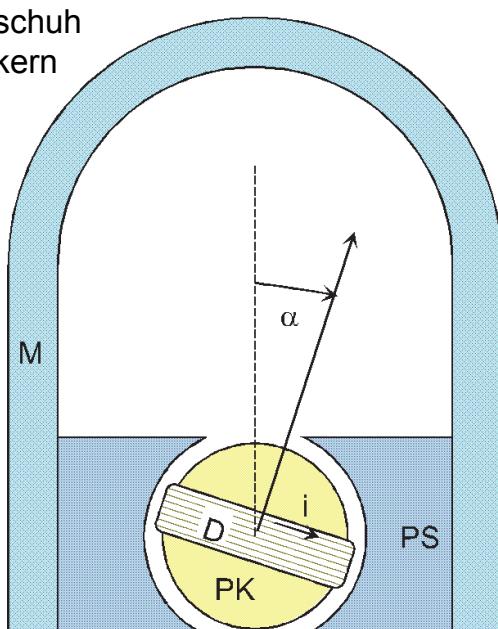
3.1.1 Gleichstrom- und Gleichspannungsmessung

M ... Magnet

D ... Drehspule

PS ... Polschuh

PK ... Polkern



$$\vec{M}_{el} = 2 \cdot N \cdot \vec{r} \times \vec{F} = 2 \cdot N \cdot i \cdot \vec{r} \times (\vec{l} \times \vec{B})$$

$$M_{mech} = -D \cdot \alpha$$

$$M_d = (2 \cdot N \cdot r \cdot l \cdot B)^2 \cdot \frac{1}{R_K} \cdot \dot{\alpha} = \eta \cdot \dot{\alpha}$$

Differenzialgleichung:

$$\Theta \cdot \ddot{\alpha} + \eta \cdot \dot{\alpha} + D \cdot \alpha = M_{el}$$

Statische Ruhelage für konstante Stromstärke $i=l$:

$$\ddot{\alpha} = 0, \quad \dot{\alpha} = 0$$

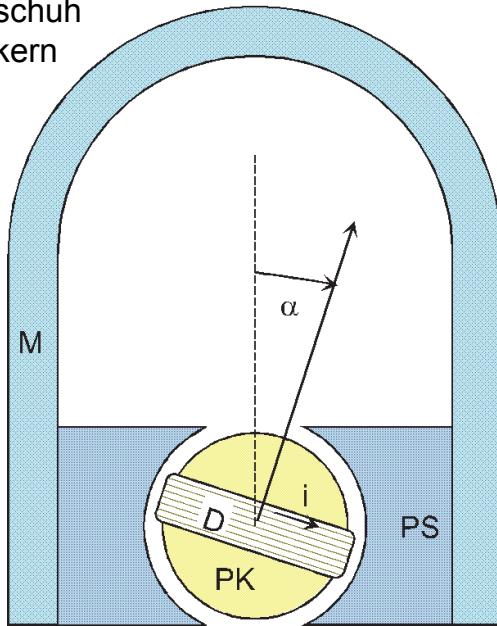
$$D \cdot \alpha = M_{el} \rightarrow \alpha = \frac{M_{el}}{D}$$

$$\alpha = \frac{2 \cdot N \cdot l \cdot B \cdot r}{D} \cdot I = S_i \cdot I$$

3. Messung elektrischer Größen:

3.1 Messung von Stromstärke und Spannung: 3.1.1 Gleichstrom- und Gleichspannungsmessung

M ... Magnet
D ... Drehspule
PS ... Polschuh
PK ... Polkern

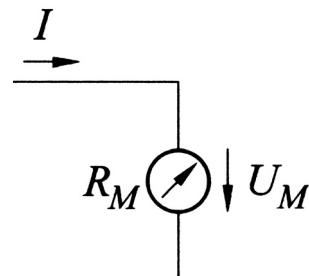


Darstellung des Drehspulmesswerks in stationäre Ruhelage :

$$\alpha = \frac{2 \cdot N \cdot l \cdot B \cdot r}{D} \cdot I = S_i \cdot I$$

$$U_M = R_M \cdot I$$

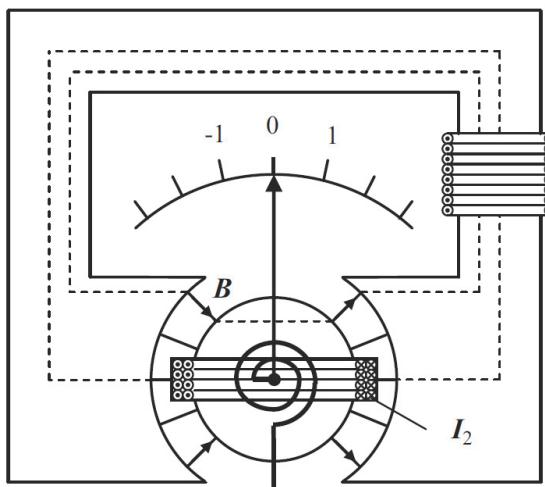
Innerer Widerstand R_M !



3. Messung elektrischer Größen:

3.1 Messung von Stromstärke und Spannung: 3.1.1 Gleichstrom- und Gleichspannungsmessung

Feldstärke H, Induktion im Luftspalt B:



$$I_1 \oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = N_1 \cdot i_1$$

$$2 \cdot l_{Luft} \cdot H_{Luft} + l_{FE} \cdot H_{FE} = N_1 \cdot i_1$$

$$\mu_{FE} \gg \mu_0 \rightarrow 2l_{Luft} \cdot H_{Luft} = N_1 \cdot i_1$$

$$B_{Luft} = \mu_0 \cdot H_{Luft} = \frac{\mu_0 \cdot N_1}{2 \cdot l_{Luft}} \cdot i_1$$

Drehmoment

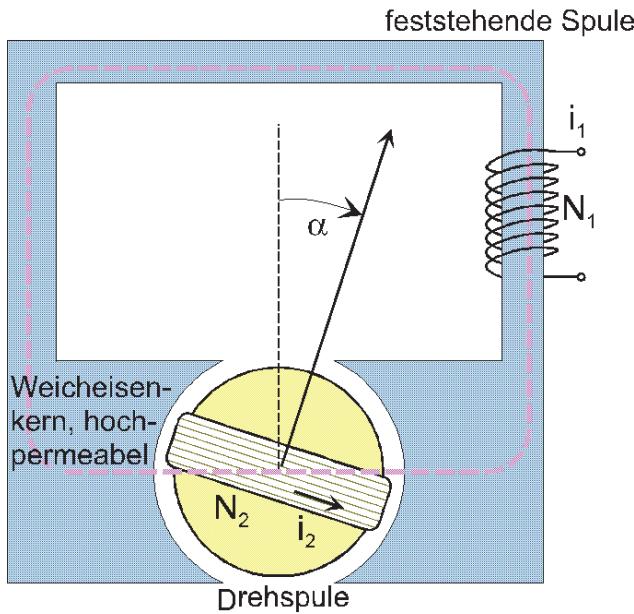
$$M_{el} = 2 \cdot N_2 \cdot \vec{r} \times \vec{F} = 2 \cdot N_2 \cdot \vec{r} \times (i_2 (\vec{l} \times \vec{B}_{Luft}))$$

$$M_{el} = 2 \cdot N_2 \cdot r \cdot l \cdot B_{Luft} \cdot \vec{e}_a = \frac{\mu_0 \cdot N_1 \cdot N_2 \cdot r \cdot l}{l_{Luft}} \cdot i_1 \cdot i_2 \cdot \vec{e}_a$$

3. Messung elektrischer Größen:

3.1 Messung von Stromstärke und Spannung:

3.1.1 Gleichstrom- und Gleichspannungsmessung



Stationärer Endwert

$$\alpha = \frac{\mu_0 \cdot N_1 \cdot N_2 \cdot r \cdot l}{D \cdot l_{Luft}} \cdot i_1 \cdot i_2$$

Bei Anregung mit Wechselströmen

$$i_1 = \hat{i}_1 \sin \omega t$$

$$i_2 = \hat{i}_2 \sin(\omega t + \varphi)$$

wird

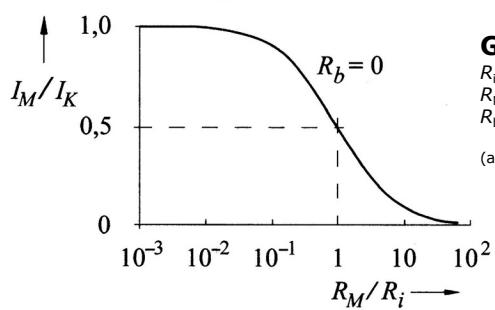
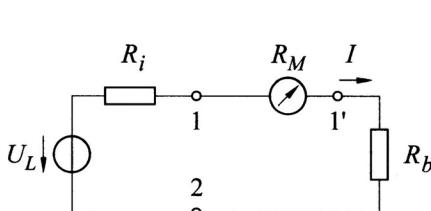
$$\alpha = k \frac{\hat{i}_1}{\sqrt{2}} \frac{\hat{i}_2}{\sqrt{2}} \cos \varphi$$

→ Wirkleistungsmessung

3. Messung elektrischer Größen:

3.1 Messung von Stromstärke und Spannung:

3.1.1 Gleichstrom- und Gleichspannungsmessung



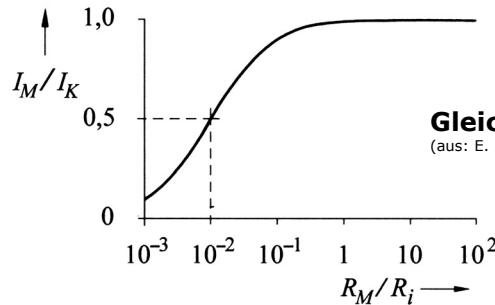
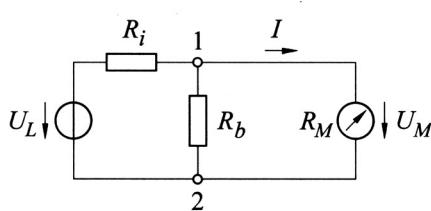
Gleichstrommessung

R_i: Innenwiderstand

R_M: Widerstand d. Strommessgeräts

R_b: Lastwiderstand

(aus: E. Schrüfer: Elektrische Messtechnik)



Gleichspannungsmessung

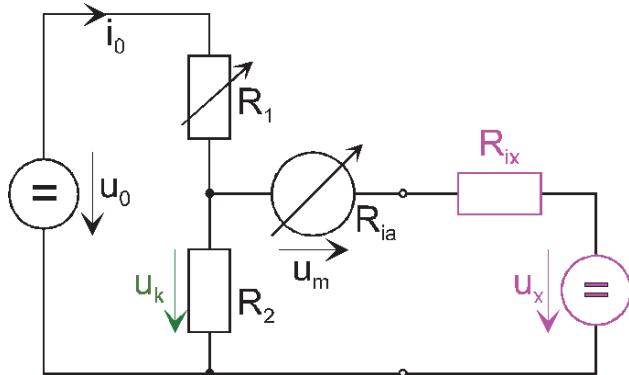
(aus: E. Schrüfer: Elektrische Messtechnik)

3. Messung elektrischer Größen:

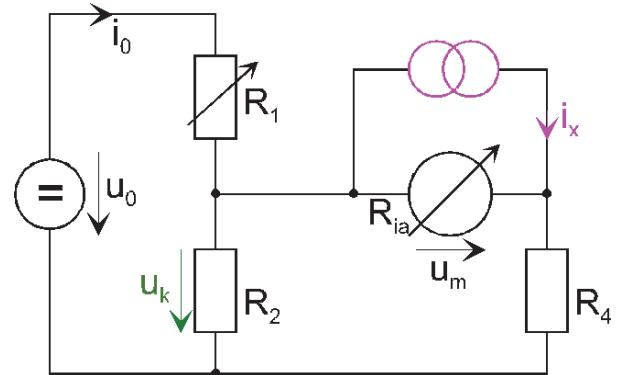
3.1 Messung von Stromstärke und Spannung:

3.1.1 Gleichstrom- und Gleichspannungsmessung

Kompensationsschaltungen



Spannungsmessung



Strommessung

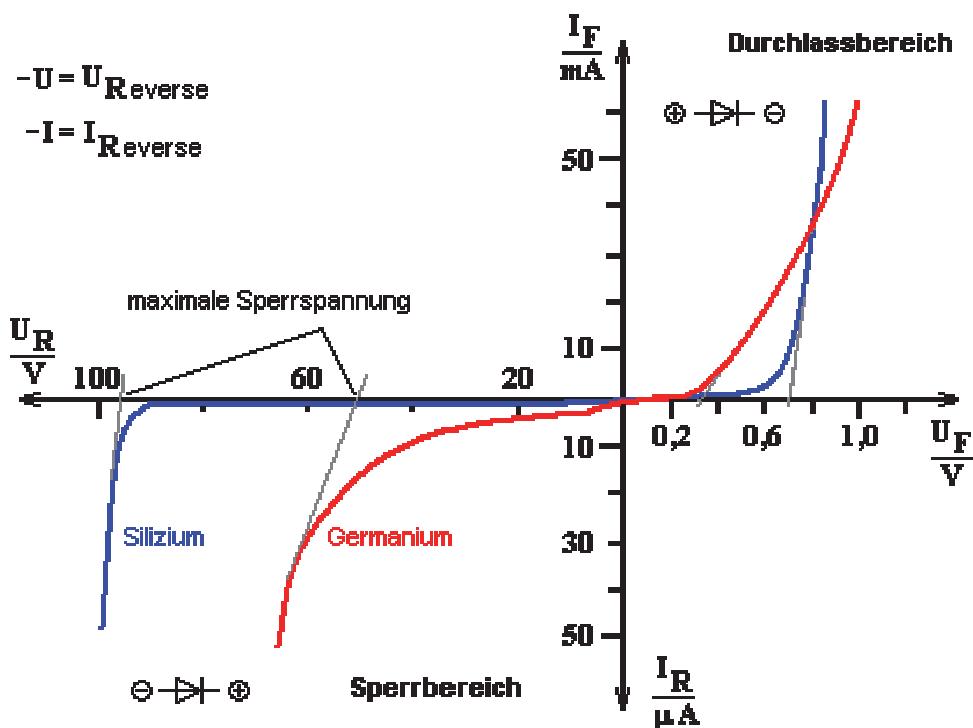
Literatur für Kap 3.1.1

Autor	Titel	Verlag
R. Lerch	Elektrische Messtechnik Kapitel 6.1.1, 6.1.3, 6.1.8, 6.2	Springer Verlag
E. Schrüfer L. Reindl B. Zagar	Elektrische Messtechnik Kapitel 2.1.1, 2.1.2	Hanser Verlag
T. Mühl	Einführung in die elektrische Messtechnik Kapitel 4.1.1, 4.1.3, 4.1.5, 5.1 (Ganze Unterkapitel)	Hanser Verlag

3. Messung elektrischer Größen:

3.1 Messung von Stromstärke und Spannung:

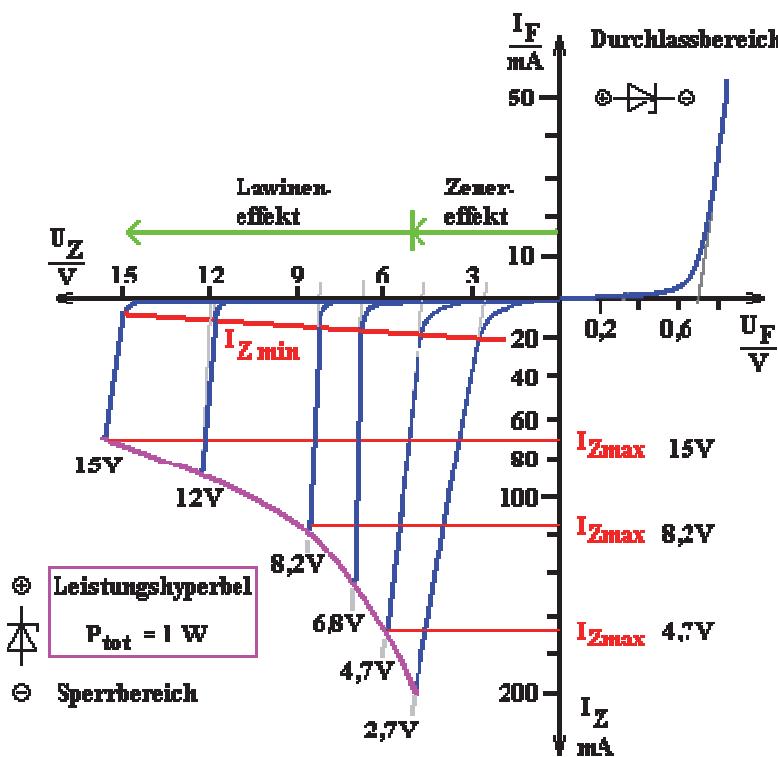
3.1.1 Überspannungsschutz mit Halbleiterdioden



3. Messung elektrischer Größen:

3.1 Messung von Stromstärke und Spannung:

3.1.1 Überspannungsschutz mit Halbleiterdioden



3. Messung elektrischer Größen:

3.1 Messung von Stromstärke und Spannung:

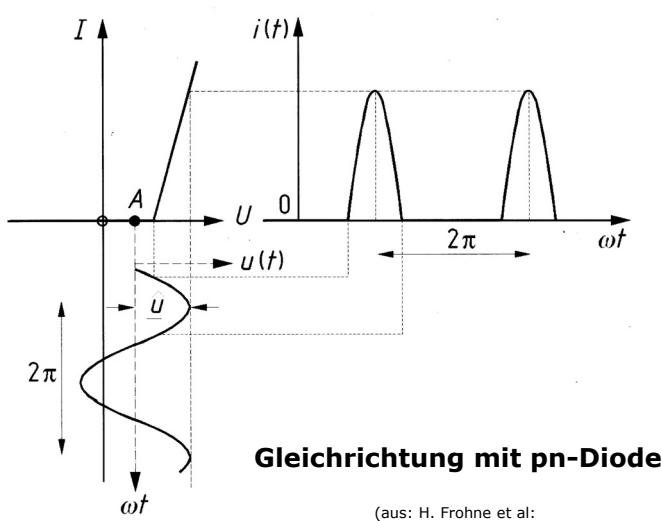
3.1.2 Wechselstrom- und Wechselspannungsmessung (1)

Scheitelwert (max. Amplitude)	\hat{u}, \hat{i}	Arithmetischer Mittelwert	$\bar{u} = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt$
Kreisfrequenz	$\omega = 2\pi f$	Gleichrichtwert	$ \bar{u} = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt$
Periodendauer	$T = 1/f$	Effektivwert (quad. Mittelwert)	$u_{eff} = +\sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt} = +\sqrt{\sum_{i=1}^n u_{eff,i}^2}$
Phase	φ	Scheitelfaktor (crest factor)	$C = \frac{\hat{u}}{u_{eff}}$
Spannung	$u = \hat{u} \cdot \sin(\omega t + \varphi_u)$	Formfaktor	$F = \frac{u_{eff}}{ u }$
Strom	$i = \hat{i} \cdot \sin(\omega t + \varphi_i)$	Diese Definitionen gelten auch für nicht-sinusförmige Größen.	

3. Messung elektrischer Größen:

3.1 Messung von Stromstärke und Spannung:

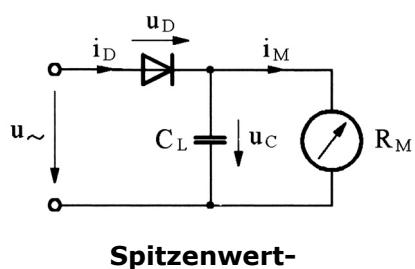
3.1.2 Wechselstrom- und Wechselspannungsmessung (1)



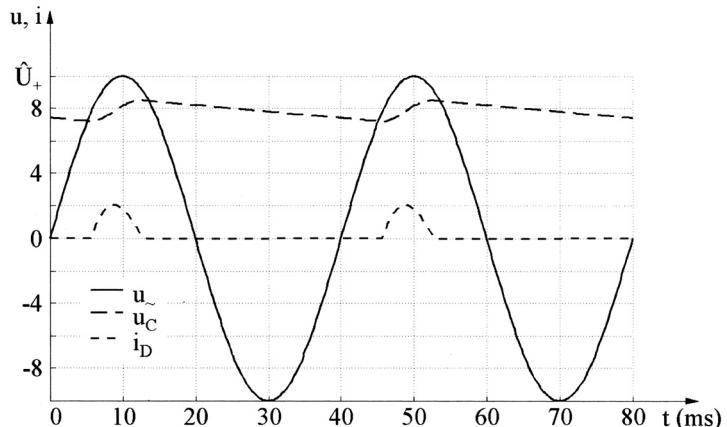
3. Messung elektrischer Größen:

3.1 Messung von Stromstärke und Spannung:

3.1.2 Wechselstrom- und Wechselspannungsmessung (2)



(aus: R. Lerch: Elektrische Messtechnik)

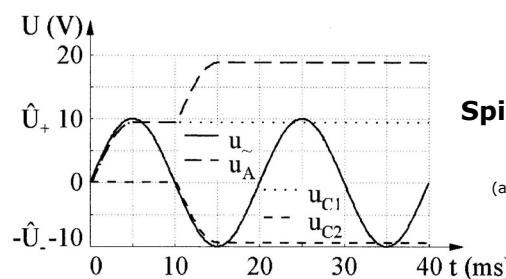
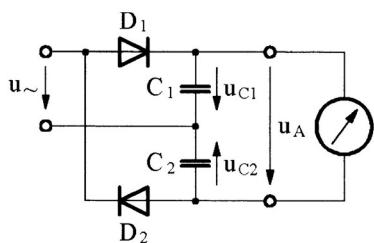


(aus: R. Lerch: Elektrische Messtechnik)

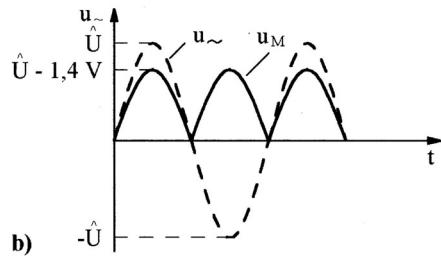
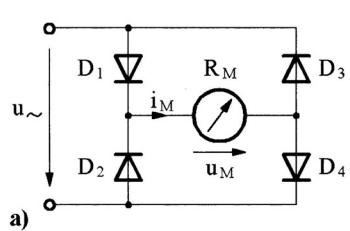
3. Messung elektrischer Größen:

3.1 Messung von Stromstärke und Spannung:

3.1.2 Wechselstrom- und Wechselspannungsmessung (3)



(aus: R. Lerch: Elektrische Messtechnik)



Doppelweg-Gleichrichtung mit Graetz-Schaltung

a: Schaltung, b: Spannungsverlauf

(aus: R. Lerch: Elektrische Messtechnik)

3. Messung elektrischer Größen:

3.1 Messung von Stromstärke und Spannung:

3.1.2 Wechselstrom- und Wechselspannungsmessung (3)

Typ	Anzeige	Verwendung
Drehspulmeßwerk	$\alpha \sim \overline{i(t)} = \bar{i}$	Universelles Meßwerk (hohe Empfindlichkeit)
Drehspulmeßwerk mit Gleichrichter	$\alpha \sim \overline{ i(t) } \sim \overline{ i } \cdot \text{Formfaktor}$	i. allg. werden die Geräte mit einem Formfaktor $F = 1,11$ für rein sinusförmige Wechselgrößen kalibriert
elektrodynamisches Meßwerk	$\alpha \sim \overline{i_1(t)i_2(t)}$	Leistungsmessung (Effektivwertmesser)

Das Verhalten von Standard-Zeigermeßgeräten bei der Messung von Wechselgrößen

(aus: R. Lerch: Elektrische Messtechnik)

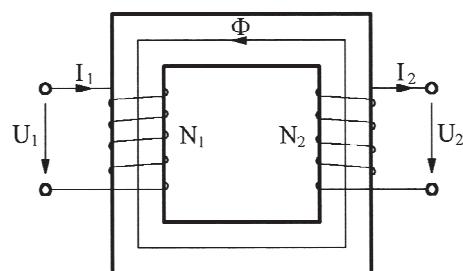
Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

115

3. Messung elektrischer Größen:

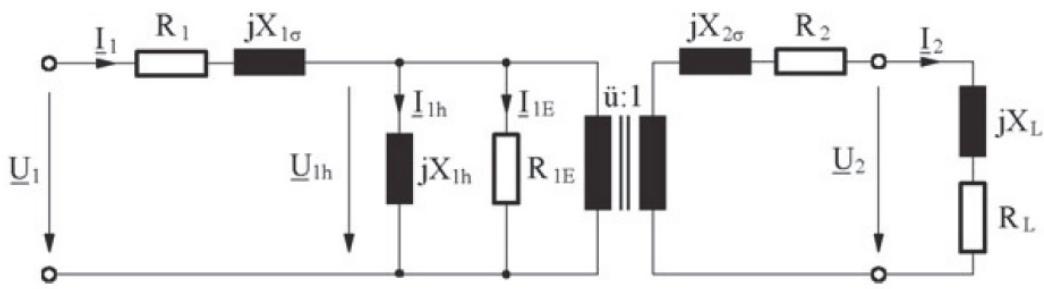
3.1 Messung von Stromstärke und Spannung:

3.1.2 Wechselstrom- und Wechselspannungsmessung (Messwandler 1)



Idealer Transformator

(aus: R. Lerch: Elektrische Messtechnik)



(aus: R. Lerch: Elektrische Messtechnik)

Abb. 6.36. Ersatzschaltbild eines Transformators. Der im Ersatzschaltbild enthaltene Übertrager (Übersetzungsverhältnis $\ddot{u}: 1$) weist ideale Eigenschaften auf.

Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

116

3. Messung elektrischer Größen:

3.1 Messung von Stromstärke und Spannung:

3.1.2 Wechselstrom- und Wechselspannungsmessung (Messwandler 1)

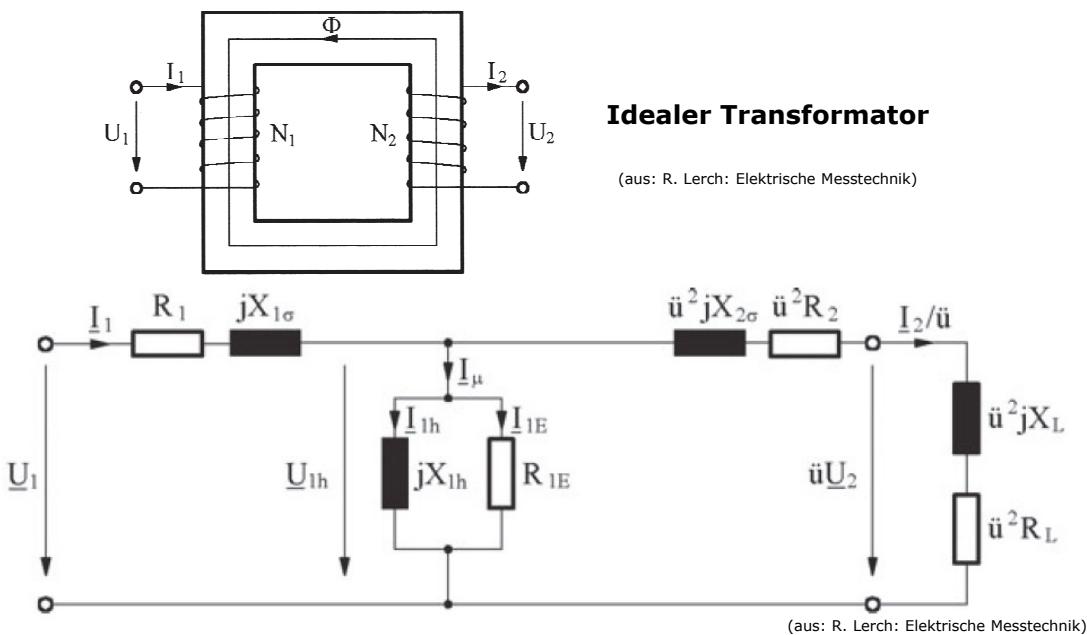
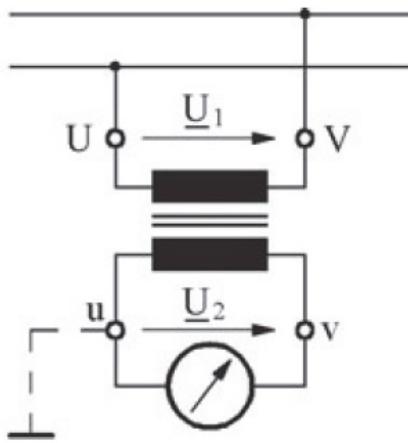


Abb. 6.37. Transformator-Ersatzschaltbild, bei dem alle sekundärseitig auftretenden Größen und Elemente auf die Primärseite umgerechnet wurden.

3. Messung elektrischer Größen:

3.1 Messung von Stromstärke und Spannung:

3.1.2 Wechselstrom- und Wechselspannungsmessung (Messwandler 2)



$$\frac{U_{1eff}}{U_{2eff}} = \frac{N_1}{N_2} = \dot{u} = k_u$$

$$\underline{Z}_1 = \dot{u}^2 \cdot \underline{Z}_2 = k_u^2 \cdot \underline{Z}_2$$

$$\dot{u} \gg 1 \Rightarrow \underline{Z}_1 \gg \underline{Z}_2$$

Spannungswandlerschaltung mit standardmäßiger Bezeichnung der Anschlußklemmen.

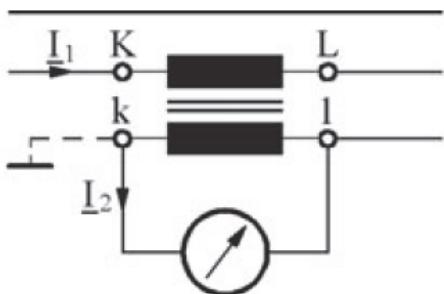
U, V : Primäranschlußklemmen;
u, v: Sekundäranschlußklemmen.

(aus: Lerch: Elektrische Messtechnik)

3. Messung elektrischer Größen:

3.1 Messung von Stromstärke und Spannung:

3.1.2 Wechselstrom- und Wechselspannungsmessung (Messwandler 2)



$$\frac{I_{1\text{eff}}}{I_{2\text{eff}}} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{\ddot{u}} = k_i$$

$$\underline{Z}_1 = \ddot{u}^2 \cdot \underline{Z}_2 = \frac{1}{k_i^2} \cdot \underline{Z}_2$$

$$\ddot{u} \ll 1 \Rightarrow \underline{Z}_1 \ll \underline{Z}_2$$

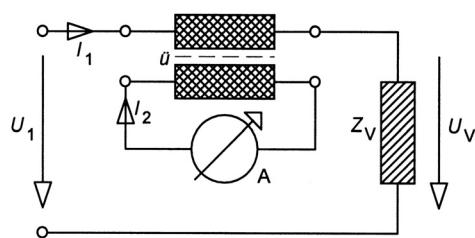
Stromwandlerschaltung mit standardmäßiger Bezeichnung der Anschlußklemmen.
K, L: Primäranschußklemmen; k, l: Sekundäranschußklemmen.

(aus: Lerch: Elektrische Messtechnik)

3. Messung elektrischer Größen:

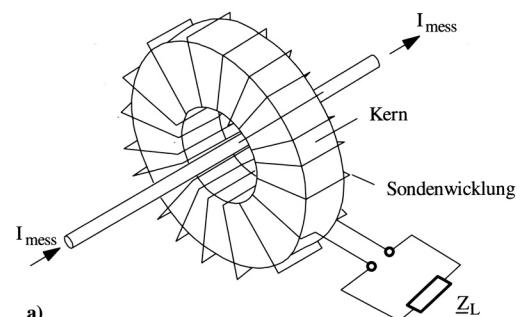
3.1 Messung von Stromstärke und Spannung:

3.1.2 Wechselstrom- und Wechselspannungsmessung (Messwandler 3)



Stromwandlerschaltung

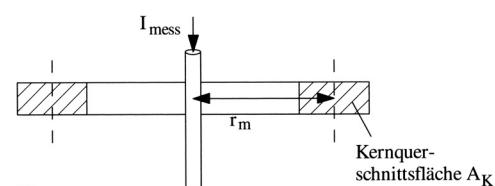
(aus: W. Pfeiffer: Elektrische Messtechnik)



Strommesszange

a: prinzipielle Anordnung,
b: Querschnittsgeometrie

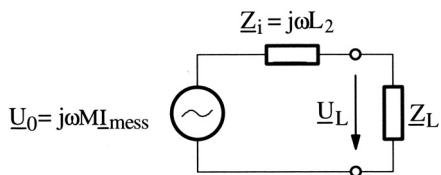
(aus: R. Lerch: Elektrische Messtechnik)



3. Messung elektrischer Größen:

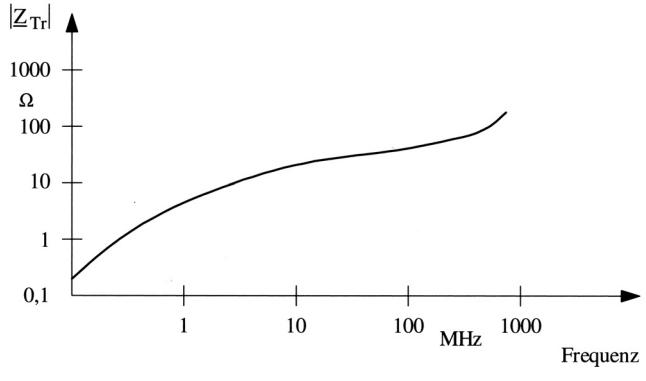
3.1 Messung von Stromstärke und Spannung:

3.1.2 Wechselstrom- und Wechselspannungsmessung (Messwandler 4)



**Ersatzschaltbild
einer Strommesszange
(sekundärseitig)**

(aus: R. Lerch: Elektrische Messtechnik)



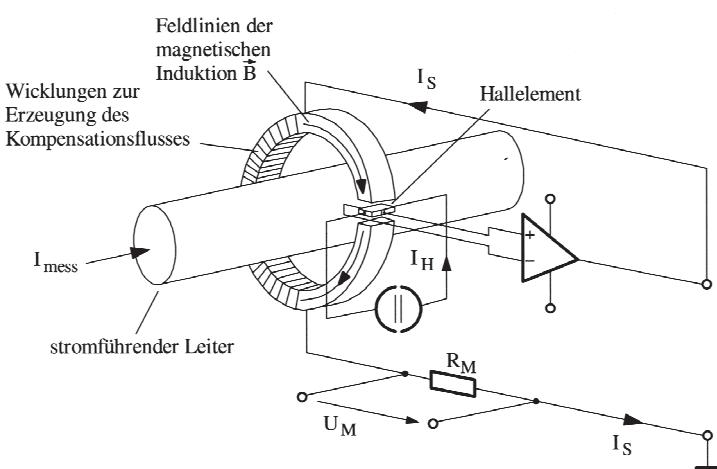
Transferimpedanz einer Strommesszange

(aus: R. Lerch: Elektrische Messtechnik)

3. Messung elektrischer Größen:

3.1 Messung von Stromstärke und Spannung:

3.1.2 Wechselstrom- und Wechselspannungsmessung (Messwandler 5)



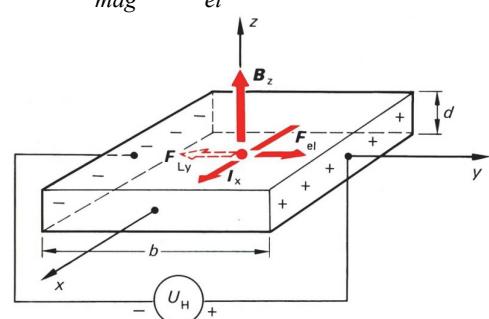
Prinzip einer Gleichstrommesszange

(aus: R. Lerch: Elektrische Messtechnik)

$$\vec{F}_{LV} = \vec{F}_{mag} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$

$$\vec{F}_{el} = q \cdot \vec{E}_H$$

$$\vec{F}_{mag} + \vec{F}_{el} = 0$$



Prinzip eines Hallelements

(aus: E. Hering, R. Martin, M. Stohrer: Physik für Ingenieure)

Literatur für Kap 3.1.2

Autor	Titel	Verlag
R. Lerch	Elektrische Messtechnik Kapitel 6.3	Springer Verlag
E. Schrüfer L. Reindl B. Zagar	Elektrische Messtechnik Kapitel 2.1.3 (Deckung nur teilweise!)	Hanser Verlag
T. Mühl	Einführung in die elektrische Messtechnik Kapitel 5.2 (Deckung nur teilweise!)	Hanser Verlag

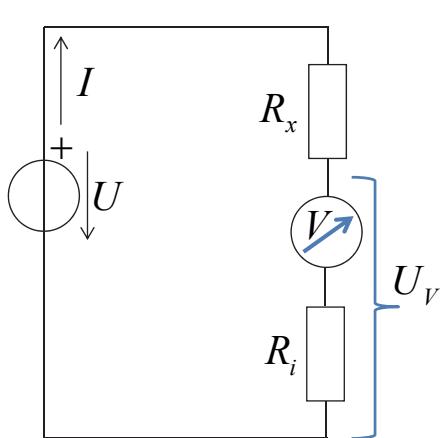
3. Messung elektrischer Größen: 3.2 Messung von Wirkwiderständen: Vorlesungsinhalte

- 3.2.1 Wirkwiderstandsbestimmung mit Spannungsmessung**
- 3.2.2 Wirkwiderstandsbestimmung mit gleichzeitiger Spannungs- und Strommessung**
- 3.2.3 Wirkwiderstandsbestimmung durch Vergleich mit Referenzwiderstand**
- 3.2.4 Wirkwiderstandsbestimmung mit Gleichspannungsbrückenschaltungen**
- 3.2.5 Wirkwiderstandsbestimmung mit Gleichstrombrückenschaltungen**

3. Messung elektrischer Größen:

3.2 Messung von Wirkwiderständen:

3.2.1 Wirkwiderstandsbestimmung mit Spannungsmessung



$$\frac{U_V}{U} = \frac{R_i}{R_x + R_i} \Rightarrow R_x + R_i = \frac{U}{U_V} \cdot R_i \Rightarrow R_x = R_i \cdot \left(\frac{U}{U_V} - 1 \right)$$

Messfehler:

$$\Delta R_x = \pm \left\{ \left| \frac{dR_x}{dR_i} \right| \cdot |\Delta R_i| + \left| \frac{dR_x}{dU_V} \right| \cdot |\Delta U_V| \right\} = \pm \left\{ \left| \frac{U}{U_V} - 1 \right| \cdot |\Delta R_i| + \left| R_i \cdot \left(-\frac{U}{U_V^2} \right) \right| \cdot |\Delta U_V| \right\}$$

3. Messung elektrischer Größen:

3.2 Messung von Wirkwiderständen:

3.2.2 Wirkwiderstandsbestimmung mit gleichzeitiger Spannungs- und Strommessung

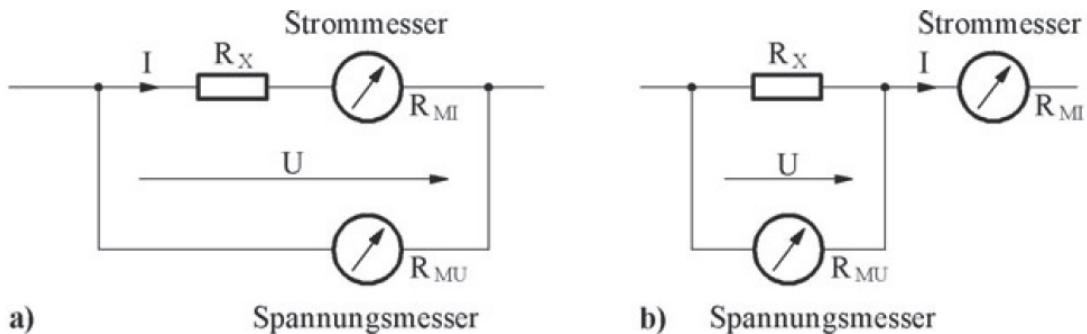


Abb. 9.1. Bestimmung des ohmschen Widerstandes R_X durch separate Strom- und Spannungsmessung: a) Stromrichtige Schaltung, b) Spannungsrichtige Schaltung

(aus: R. Lerch: Elektrische Messtechnik)

3. Messung elektrischer Größen:

3.2 Messung von Wirkwiderständen:

3.2.2 Wirkwiderstandsbestimmung mit gleichzeitiger Spannungs- und Strommessung

Ein Widerstand R wird spannungsrichtig durch Strom- und Spannungsmessung bestimmt. Die Messwerte und relativen Messunsicherheiten betragen $I = 10 \mu\text{A}$; $\pm 0,5\%$ und $U = 0,48 \text{ V}$; $\pm 0,2\%$, der Innenwiderstand des Spannungsmessgerätes ist $R_U = 1 \text{ M}\Omega$.

Damit ergibt die Widerstandsbestimmung

$$R = \frac{U}{I} = \frac{0,48 \text{ V}}{10 \mu\text{A}} = 48.000 \Omega \quad \text{und}$$

$$R_{\text{korr}} = R_w = \frac{U}{I - U/R_U} = \frac{0,48 \text{ V}}{10 \mu\text{A} - 0,48 \text{ V}/1 \text{ M}\Omega} = 50.420 \Omega.$$

Ohne Korrektur beträgt die relative systematische Messabweichung

$$e_{\text{rel}} = \frac{e}{R_w} = \frac{R - R_w}{R_w} = \frac{48.000 \Omega - 50.420 \Omega}{50.420 \Omega} = -4,8\%.$$

Nach der Korrektur verschwindet die systematische Abweichung und es verbleibt die relative Messunsicherheit der Widerstandsbestimmung

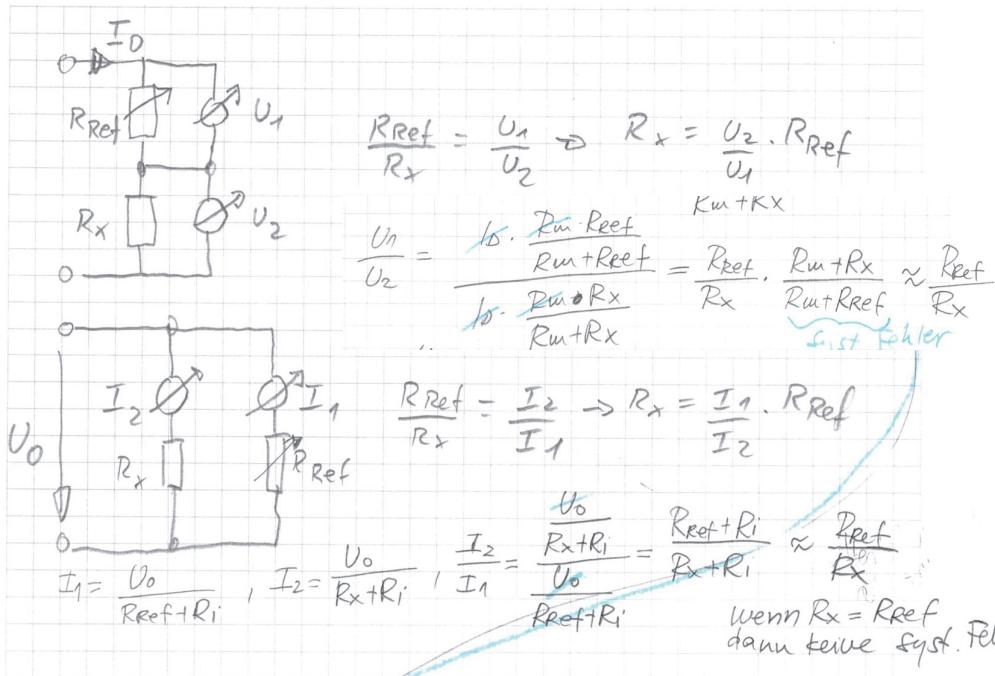
$$u_{R_{\text{rel}}} = \sqrt{u_{U_{\text{rel}}}^2 + u_{I_{\text{rel}}}^2} = \sqrt{(0,2\%)^2 + (0,5\%)^2} = 0,54\%.$$

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik

3. Messung elektrischer Größen:

3.2 Messung von Wirkwiderständen:

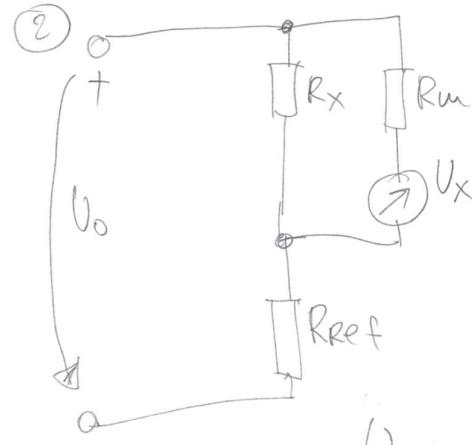
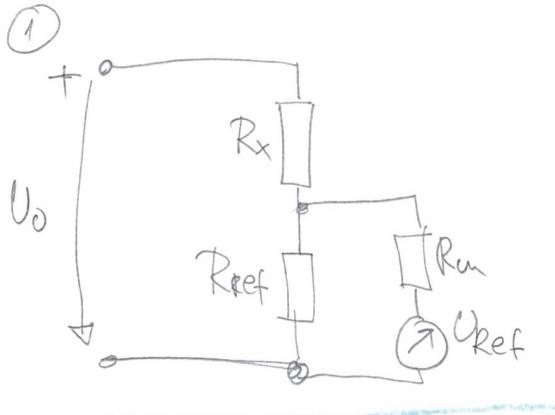
3.2.3 Wirkwiderstandsbestimmung durch Vergleich mit Referenzwiderstand



3. Messung elektrischer Größen:

3.2 Messung von Wirkwiderständen:

3.2.3 Wirkwiderstandsbestimmung durch Vergleich mit Referenzwiderstand



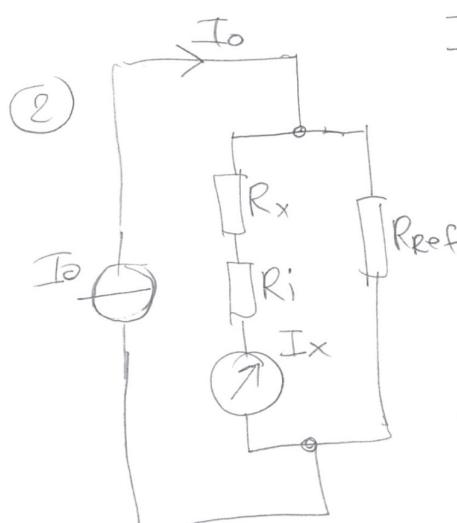
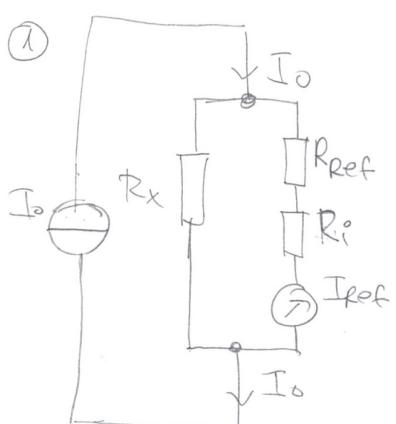
$$\frac{U_x}{U_{\text{ref}}} = \frac{\cancel{R_x} \cdot \cancel{R_{\text{ref}}} \cdot U_0}{\cancel{R_{\text{ref}}} \cdot R_{\text{ref}} + R_x \cdot R_{\text{ref}} + R_x \cdot \cancel{R_{\text{ref}}}} = \frac{\cancel{R_{\text{ref}}} \cdot U_0}{\cancel{R_{\text{ref}}} \cdot R_{\text{ref}} + R_x \cdot R_{\text{ref}} + R_x \cdot \cancel{R_{\text{ref}}}}$$

$$= \frac{R_x}{R_{\text{ref}}}$$

3. Messung elektrischer Größen:

3.2 Messung von Wirkwiderständen:

3.2.3 Wirkwiderstandsbestimmung durch Vergleich mit Referenzwiderstand



$$\frac{I_{\text{ref}}}{I_x} = \frac{\cancel{R_x}}{\cancel{R_{\text{ref}}} + R_{\text{ref}} + R_x} = \frac{R_x}{R_{\text{ref}}}$$

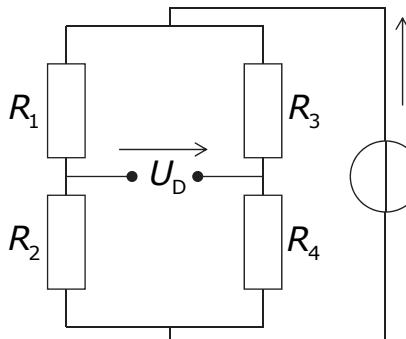
$$R_x = R_{\text{ref}} \cdot \frac{I_{\text{ref}}}{I_x}$$

3. Messung elektrischer Größen:

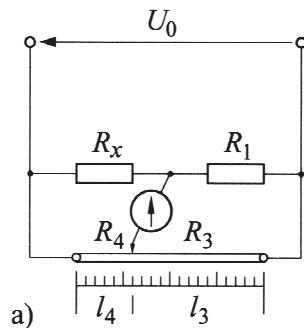
3.2 Messung von Wirkwiderständen:

3.2.4 Messung mit Gleichspannungsbrückenschaltungen:

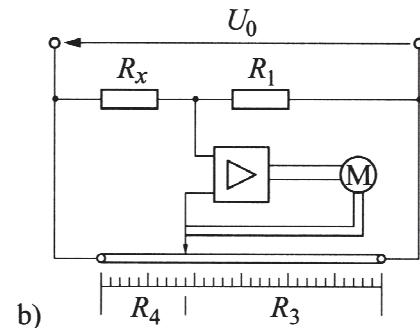
3.2.4.1 Spannungsgespeiste Abgleich-Widerstandsmessbrücke



Prinzip einer
Gleichspannungs-
brückenschaltung



Schleifdrahtmessbrücke
mit manuellem Abgleich (a)
bzw. automatischem Abgleich (b)



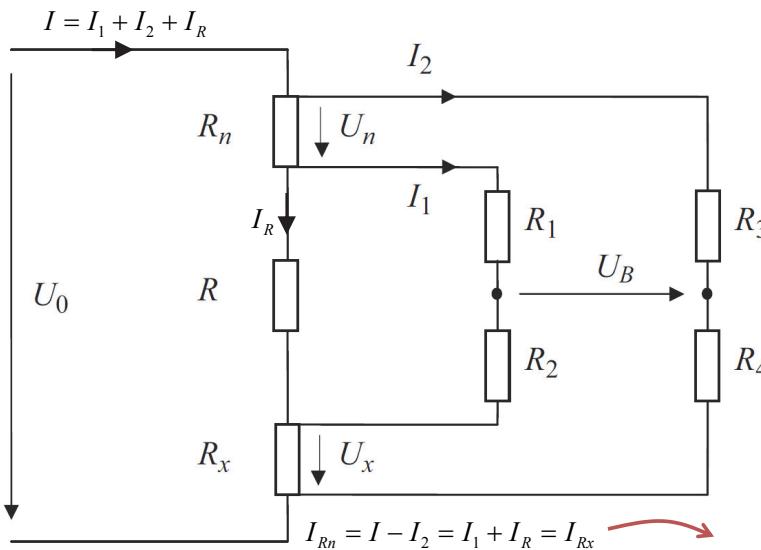
(E. Schröfer: Elektrische Messtechnik)

3. Messung elektrischer Größen:

3.2 Messung von Wirkwiderständen:

3.2.4 Messung mit Gleichspannungsbrückenschaltungen:

3.2.4.1 Thomson-Brücke



Thomson-Brücke zur Messung kleiner
Widerstände R_x

Niederohmiger Strompfad: R_n , R , R_x

Hochohmiger Spannungsmesspfad:
 R_1 , R_2 , R_3 , R_4

$$\text{Es gilt: } \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \Rightarrow \frac{R_2}{R_4} = \frac{R_1}{R_3} \Rightarrow U_B = 0$$

$$U_n = I_2 \cdot R_3 - I_1 \cdot R_1$$

$$U_x = -I_1 \cdot R_2 + I_2 \cdot R_4$$

$$\frac{U_x}{U_n} = \frac{I_2 \cdot R_4 - I_1 \cdot R_2}{I_2 \cdot R_3 - I_1 \cdot R_1} =$$

$$= \frac{R_4}{R_3} \cdot \frac{I_2 - I_1 \cdot \frac{R_2}{R_4}}{I_2 - I_1 \cdot \frac{R_1}{R_3}} = \frac{R_4}{R_3} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{R_x}{R_n}$$

$$U_x = R_x \cdot I_{Rx}$$

$$U_n = R_n \cdot I_{Rn}$$

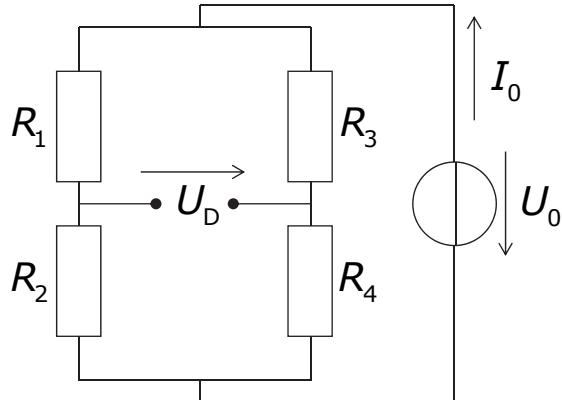
$$\frac{U_x}{U_n} = \frac{R_x}{R_n} \Rightarrow R_x = R_n \cdot \frac{U_x}{U_n} = R_n \cdot \frac{R_2}{R_1}$$

3. Messung elektrischer Größen:

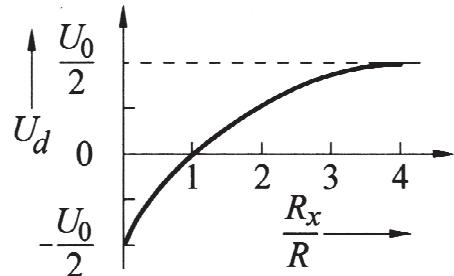
3.2 Messung von Wirkwiderständen:

3.2.4 Messung mit Gleichspannungsbrückenschaltungen:

3.2.4.3 Spannungsgespeiste Ausschlags-Widerstandsmessbrücke



**Prinzip einer
Gleichspannungsbrückenschaltung**



**Kennlinie einer
Gleichspannungsbrückenschaltung**

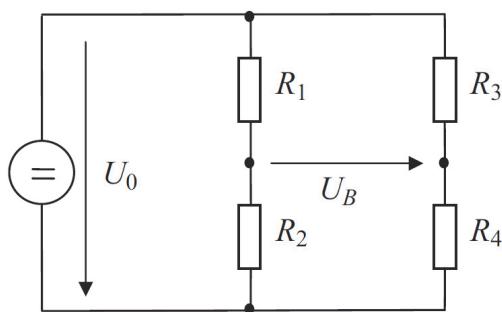
(E. Schrüfer: Elektrische Messtechnik)

3. Messung elektrischer Größen:

3.2 Messung von Wirkwiderständen:

3.2.4 Messung mit Gleichspannungsbrückenschaltungen:

3.2.4.3 Spannungsgespeiste Ausschlags-Widerstandsmessbrücke



$$U_B = U_0 \cdot \frac{R_2 \cdot R_3 - R_1 \cdot R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}$$

$$\frac{\delta E}{\delta R_1} = U_0 \cdot \frac{(R_1 + R_2)^2 - R_1 \cdot 2 \cdot (R_1 + R_2)}{(R_1 + R_2)^4},$$

$$\frac{\delta E}{\delta R_1} = 0 \quad \text{für} \quad (R_1 + R_2) - 2 \cdot R_1 = R_2 - R_1 = 0$$

$$R_1 = R_2$$

$$E = \frac{\delta U_B}{\delta R_2}$$

$$\frac{\delta U_B}{\delta R_2} = U_0 \cdot \frac{R_3 \cdot (R_1 + R_2) \cdot (R_3 + R_4) - (R_2 \cdot R_3 - R_1 \cdot R_4) \cdot (R_3 + R_4)}{(R_1 + R_2)^2 \cdot (R_3 + R_4)^2}$$

$$= U_0 \cdot \frac{R_3 \cdot R_1 + R_3 \cdot R_2 - R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_4}{(R_1 + R_2)^2 \cdot (R_3 + R_4)}$$

$$= U_0 \cdot \frac{R_1 \cdot (R_3 + R_4)}{(R_1 + R_2)^2 \cdot (R_3 + R_4)} = U_0 \cdot \frac{R_1}{(R_1 + R_2)^2}$$

$$E = \frac{\delta U_B}{\delta R_2} = U_0 \cdot \frac{R_1}{(R_1 + R_2)^2}$$

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik

3. Messung elektrischer Größen:

3.2 Messung von Wirkwiderständen:

3.2.4 Messung mit Gleichspannungsbrückenschaltungen:

3.2.4.3 Spannungsgespeiste Ausschlags-Widerstandsmessbrücke

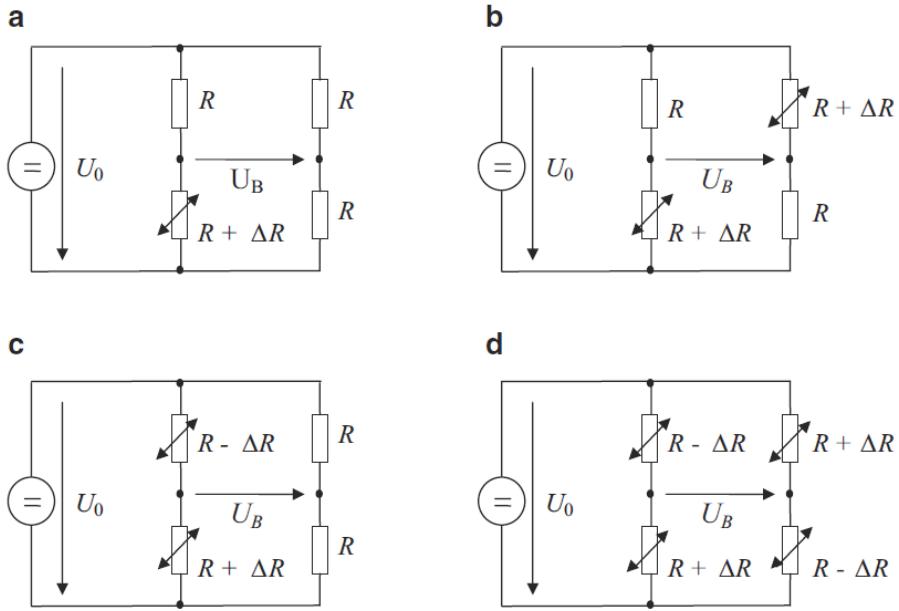


Abb. 6.11 a Viertelbrücke, b Halbbrücke 1, c Halbbrücke 2, d Vollbrücke

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik

Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

135

3. Messung elektrischer Größen:

3.2 Messung von Wirkwiderständen:

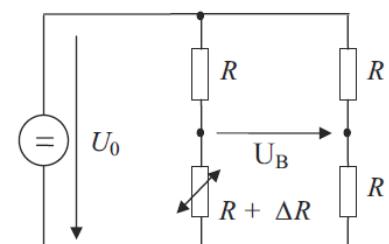
3.2.4 Messung mit Gleichspannungsbrückenschaltungen:

3.2.4.3 Spannungsgespeiste Ausschlags-Widerstandsmessbrücke

$$U_B = U_0 \cdot \frac{R_2 \cdot R_3 - R_1 \cdot R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}$$

Viertelbrücke: $R_2 = R + \Delta R$, $R_1 = R_3 = R_4 = R$

$$U_B = U_0 \frac{(R + \Delta R) \cdot R - R \cdot R}{(2R + \Delta R) \cdot 2R} = U_0 \frac{\Delta R}{2 \cdot (2R + \Delta R)}.$$



Viertelbrücke

$$U_B \approx U_0 \frac{\Delta R}{4R} \quad \text{für kleine Widerstandsänderungen } |\Delta R| \ll R$$

$$E = \frac{\delta U_B}{\delta \Delta R} \approx \frac{U_0}{4R} \quad \text{für } |\Delta R| \ll R.$$

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik

Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

136

3. Messung elektrischer Größen:

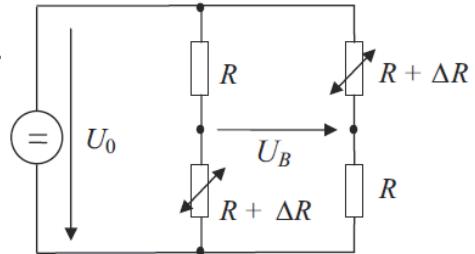
3.2 Messung von Wirkwiderständen:

3.2.4 Messung mit Gleichspannungsbrückenschaltungen:

3.2.4.3 Spannungsgespeiste Ausschlags-Widerstandsmessbrücke

$$U_B = U_0 \cdot \frac{R_2 \cdot R_3 - R_1 \cdot R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}$$

Halbbrücke 1



Halbbrücke 1: R_2 und R_3 verändern sich gleichsinnig

$$R_2 = R + \Delta R, R_3 = R + \Delta R \quad (R_2 \text{ und } R_3 \text{ gleichsinnig}), R_1 = R_4 = R,$$

$$U_B = U_0 \frac{(R + \Delta R) \cdot (R + \Delta R) - R \cdot R}{(2R + \Delta R) \cdot (2R + \Delta R)} = U_0 \frac{2R \cdot \Delta R + \Delta R^2}{(2R + \Delta R)^2},$$

$$U_B \approx U_0 \frac{\Delta R}{2R} \quad \text{für kleine Widerstandsänderungen } |\Delta R| \ll R,$$

$$E = \frac{\delta U_B}{\delta \Delta R} \approx \frac{U_0}{2R} \quad \text{für } |\Delta R| \ll R.$$

Man erhält eine Verdopplung der Empfindlichkeit gegenüber der Viertelbrücke.

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik

3. Messung elektrischer Größen:

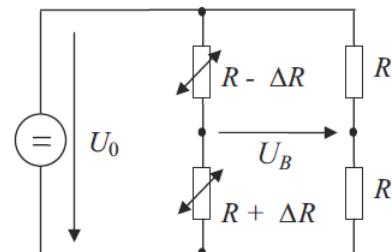
3.2 Messung von Wirkwiderständen:

3.2.4 Messung mit Gleichspannungsbrückenschaltungen:

3.2.4.3 Spannungsgespeiste Ausschlags-Widerstandsmessbrücke

$$U_B = U_0 \cdot \frac{R_2 \cdot R_3 - R_1 \cdot R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}$$

Halbbrücke 2



Halbbrücke 2: Alternativ kann eine Halbbrücke auch aus zwei sich gegensinnig verändernden Widerständen R_1 und R_2 aufgebaut werden

$$R_1 = R - \Delta R, R_2 = R + \Delta R \quad (R_1 \text{ und } R_2 \text{ gegensinnig}), R_3 = R_4 = R,$$

$$U_B = U_0 \frac{(R + \Delta R) \cdot R - (R - \Delta R) \cdot R}{(2R) \cdot (2R)} = U_0 \frac{2\Delta R \cdot R}{4R^2},$$

$$U_B = U_0 \frac{\Delta R}{2R},$$

$$E = \frac{\delta U_B}{\delta \Delta R} = \frac{U_0}{2R} \quad \text{hierbei ohne Einschränkungen für } \Delta R.$$

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik

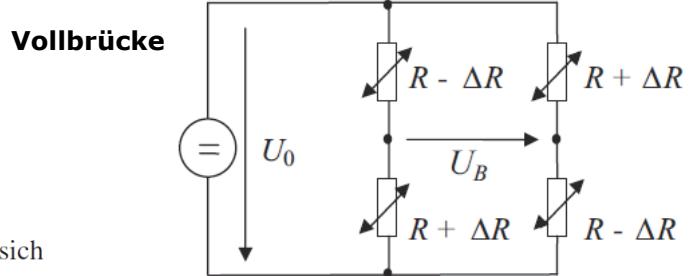
3. Messung elektrischer Größen:

3.2 Messung von Wirkwiderständen:

3.2.4 Messung mit Gleichspannungsbrückenschaltungen:

3.2.4.3 Spannungsgespeiste Ausschlags-Widerstandsmessbrücke

$$U_B = U_0 \cdot \frac{R_2 \cdot R_3 - R_1 \cdot R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}$$



Vollbrücke: Alle Brückenwiderstände verändern sich

$$R_2 = R + \Delta R, R_3 = R + \Delta R \quad (R_2 \text{ und } R_3 \text{ gleichsinnig}),$$

$$R_1 = R - \Delta R, R_4 = R - \Delta R \quad (R_1, R_4 \text{ gegensinnig zu } R_2, R_3),$$

$$U_B = U_0 \frac{(R + \Delta R)^2 - (R - \Delta R)^2}{(2R) \cdot (2R)} = U_0 \frac{2R \cdot \Delta R - (-2R \cdot \Delta R)}{(2R)^2},$$

$$U_B = U_0 \frac{\Delta R}{R},$$

$$E = \frac{\delta U_B}{\delta \Delta R} = \frac{U_0}{R}.$$

Diese Vollbrücke hat eine vierfach höhere Empfindlichkeit als die Viertelbrücke.

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

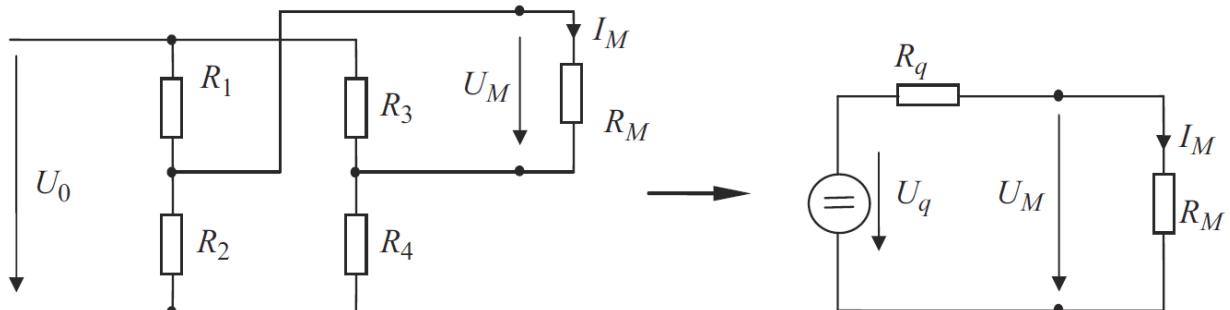
139

3. Messung elektrischer Größen:

3.2 Messung von Wirkwiderständen:

3.2.4 Messung mit Gleichspannungsbrückenschaltungen:

3.2.4.4 Belastete Spannungsgespeiste Ausschlags-Widerstandsmessbrücke



Belastete, spannungsgespeiste Messbrücke und die Darstellung nach Thévenin-Theorem mit einer realer Ersatzspannungsquelle

$$U_q = U_B \quad (R_M \rightarrow \infty) = U_0 \frac{R_2 \cdot R_3 - R_1 \cdot R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}$$

$$R_q = (R_1 // R_2) + (R_3 // R_4) = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4}$$

$$e_{\text{rel}} = \frac{R_M}{(R_q + R_M)} - 1 = -\frac{R_q}{R_q + R_M}$$

$$U_M = U_q \frac{R_M}{(R_q + R_M)}$$

$$e = U_M - U_{B(R \rightarrow \infty)} = U_M - U_q$$

$$e_{\text{rel}} = \frac{U_M - U_q}{U_q} = \frac{U_M}{U_q} - 1$$

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

140

3. Messung elektrischer Größen:

3.2 Messung von Wirkwiderständen:

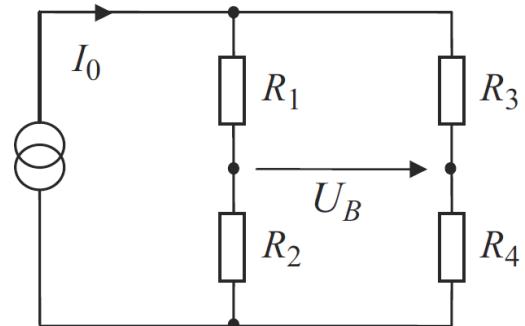
3.2.5 Messung mit Gleichstrombrückenschaltungen:

3.2.5.1 Stromgespeiste Ausschlags-Widerstandsmessbrücke

$$U_0 = I_0 \cdot ((R_1 + R_2) // (R_3 + R_4)) = I_0 \frac{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}$$

$$U_B = I_0 \frac{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} \cdot \frac{R_2 \cdot R_3 - R_1 \cdot R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)},$$

$$U_B = I_0 \cdot \frac{R_2 \cdot R_3 - R_1 \cdot R_4}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}.$$



Stromgespeiste Wheatstone-Brücke

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik

Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

141

Literatur für Kap 3.2

Autor	Titel	Verlag
R. Lerch	Elektrische Messtechnik Kapitel 9.1, 9.2, 9.3	Springer Verlag
T. Mühl	Einführung in die elektrische Messtechnik Kapitel 6.1, bitte Beispiel 6.3 als Hausaufgabe durcharbeiten, nachrechnen!	Hanser Verlag

3. Messung elektrischer Größen:

3.3 Messung von Blindwiderständen: Vorlesungsinhalte

- 3.3.1 Komplexe Darstellung von Blindwiderständen
- 3.3.2 Ersatzschaltungen verlustbehafteter Blindwiderstände (Reihenschaltung)
- 3.3.3 Ersatzschaltungen verlustbehafteter Blindwiderstände (Parallelschaltung)
- 3.3.4 Blindwiderstandsbestimmung durch Wechselstrom- und Wechselspannungsmessungen
- 3.3.5 Blindwiderstandsbestimmung durch Vergleich mit Referenzelement
- 3.3.6 Blindwiderstandsbestimmung durch Resonanzverfahren
- 3.3.7 Blindwiderstandsbestimmung durch Dreispannungsmessmethode
- 3.3.8 Blindwiderstandsbestimmung mit Wechselspannungsbrückenschaltungen

3. Messung elektrischer Größen:

3.3.1 Komplexe Darstellung von Blindwiderständen

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}}$$

$$\underline{Z} = \operatorname{Re}(\underline{Z}) + j \operatorname{Im}(\underline{Z}) = R + jX$$

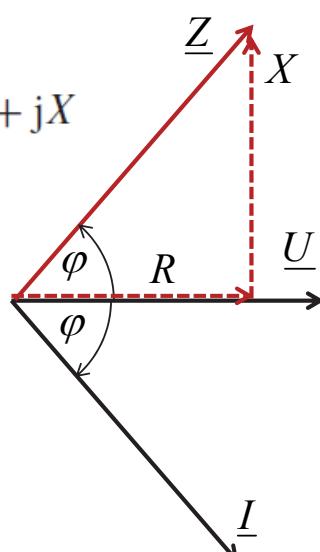
$$\underline{Z} = |\underline{Z}| \cdot e^{j\varphi_Z}$$

$$Z = |\underline{Z}| = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} \quad \leftarrow U \text{ und } I \text{ sind Effektivwerte!}$$

$$\varphi = \varphi_z = \varphi_U - \varphi_I$$

$$X = \operatorname{Im}(\underline{Z}) \quad \text{und} \quad R = \operatorname{Re}(\underline{Z})$$

Blindwiderstand und ohmscher (Wirk-) Widerstand



3. Messung elektrischer Größen:

3.3.1 Komplexe Darstellung von Blindwiderständen

Verlustfaktor $\tan \delta$ und Güte Q

Der Phasenwinkel φ zwischen Strom und Spannung an einer idealen Blindkomponente beträgt $+90^\circ$ oder -90° . Der Verlustwinkel δ beschreibt für eine reale Komponente die Differenz zu $\pm 90^\circ$:

$$\delta = 90^\circ - |\varphi|.$$

Der Tangens des Verlustwinkels wird als Verlustfaktor $\tan \delta$ bezeichnet:

$$\tan \delta = \tan (90^\circ - |\varphi|) = \frac{\operatorname{Re}(\underline{Z})}{|\operatorname{Im}(\underline{Z})|}.$$

Die Güte Q ist definiert als Kehrwert des Verlustfaktors

$$Q = \frac{1}{\tan \delta}.$$

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

3. Messung elektrischer Größen:

3.3.1 Komplexe Darstellung von Blindwiderständen

Verlustfaktor $\tan \delta$ und Güte Q

Der Phasenwinkel φ zwischen Strom und Spannung an einer idealen Blindkomponente beträgt $+90^\circ$ oder -90° . Der Verlustwinkel δ beschreibt für eine reale Komponente die Differenz zu $\pm 90^\circ$:

$$\delta = 90^\circ - |\varphi|.$$

Der Tangens des Verlustwinkels wird als Verlustfaktor $\tan \delta$ bezeichnet:

$$\tan \delta = \tan (90^\circ - |\varphi|) = \frac{\operatorname{Re}(\underline{Z})}{|\operatorname{Im}(\underline{Z})|}.$$

Die Güte Q ist definiert als Kehrwert des Verlustfaktors

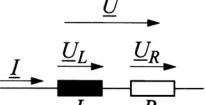
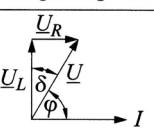
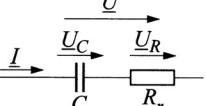
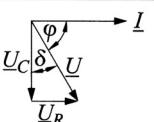
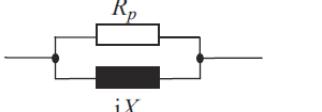
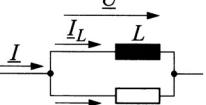
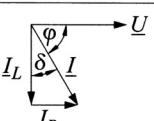
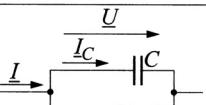
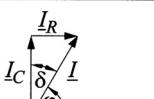
$$Q = \frac{1}{\tan \delta}.$$

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

3. Messung elektrischer Größen:

3.3 Messung von Blindwiderständen:

3.3.2,3 Ersatzschaltungen verlustbehafteter Wirkwiderstände

Ersatzschaltung	Zeigerdiagramm	$\tan \delta$	
		$\frac{U_R}{U_L}$ $\frac{R_r}{\omega L}$	
		$\frac{U_R}{U_C}$ $R_r \omega C$	
		$\frac{I_R}{I_L}$ $\frac{\omega L}{R_p}$	
		$\frac{I_R}{I_C}$ $\frac{1}{R_p \omega C}$	

Reihenersatzschaltung

$$\underline{Z} = R_s + jX_s$$

Parallelersatzschaltung

$$\frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{R_p} + \frac{1}{jX_p}$$

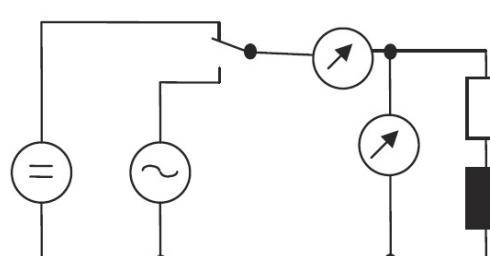
Reihen- und Parallel-Ersatzschaltungen verlustbehafteter Wirkwiderstände

(E. Schröfer: Elektrische Messtechnik)

3. Messung elektrischer Größen:

3.3 Messung von Blindwiderständen:

3.3.4 Blindwiderstandsbestimmung durch Wechselstrom- und Wechselspannungsmessungen



$$R = \frac{U_0}{I_0} \quad \text{und} \quad |\underline{Z}| = \frac{U_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}} \\ |\underline{Z}|^2 = R^2 + X^2$$

Messung der Gleich- und Effektivwerte

$$X^2 = |\underline{Z}|^2 - R^2$$

3. Messung elektrischer Größen:

3.3 Messung von Blindwiderständen:

3.3.5 Blindwiderstandsbestimmung durch Vergleich mit Referenzelement

Steht ein Referenzelement zur Verfügung, so kann der gesuchte Bindwiderstand bei gegebener Spannung aus einer Strommessung und bei gegebenem Strom aus einer Spannungsmessung ermittelt werden (Bild 4.2).

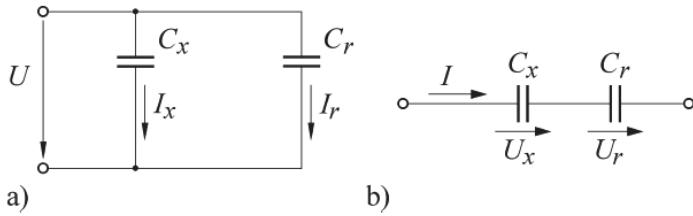


Bild 4.2 Bestimmung einer Kapazität C_x mit Hilfe einer Vergleichskapazität C_r durch
a) Strommessungen und
b) Spannungsmessungen

Die Eingangsgröße und ihre Frequenz gehen dabei nicht in das Ergebnis ein. Für einen Kondensator als Beispiel folgt für den Fall a mit $U = U_x = U_r$:

$$\frac{I_x}{\omega C_x} = \frac{I_r}{\omega C_r}; \quad C_x = C_r \frac{I_x}{I_r} \quad (4.5)$$

und für den Fall b mit $I = I_x = I_r$:

$$\omega C_x U_x = \omega C_r U_r; \quad C_x = C_r \frac{U_r}{U_x}. \quad (4.6)$$

(aus: E. Schrüfer, L. Reindl, B. Zagar: Elektrische Messtechnik)

3. Messung elektrischer Größen:

3.3 Messung von Blindwiderständen:

3.3.5 Blindwiderstandsbestimmung durch Vergleich mit Referenzelement

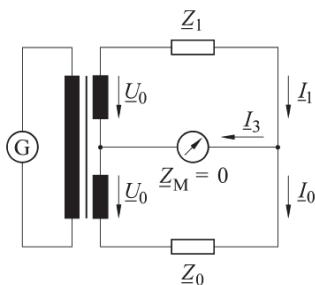


Bild 4.3 Kontinuierliche Messung von Impedanzunterschieden;
Transformatorbrücke

Der Transformator enthält zwei sehr genau ausgeführte Sekundärwicklungen, die zwei gleiche Sekundärspannungen U_0 liefern. Die erste Spannung liegt an dem zu messenden Scheinwiderstand Z_1 , die zweite an dem bekannten Scheinwiderstand Z_0 . Gemessen wird der Strom I_3 in der gemeinsamen Leitung. Die Maschengleichungen liefern

$$U_0 - I_1 Z_1 = 0 \quad I_1 = \frac{U_0}{Z_1},$$

$$U_0 - I_0 Z_0 = 0 \quad I_0 = \frac{U_0}{Z_0}$$

und der gesuchte Strom I_3 ergibt sich aus der Knotenpunktgleichung zu

$$I_3 = I_1 - I_0.$$

Für einen Kondensator als Beispiel mit $Z_1 = 1/\omega C_1$ und $Z_0 = 1/\omega C_0$ ist I_3 ein Maß für die Kapazitätsdifferenz:

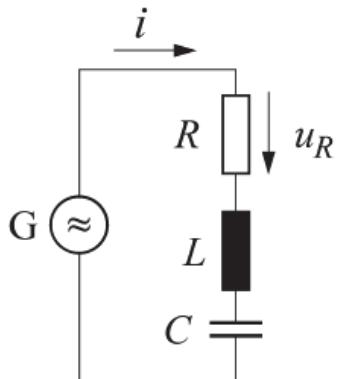
$$I_3 = \omega U_0 (C_1 - C_0). \quad (4.7)$$

(aus: E. Schrüfer, L. Reindl, B. Zagar: Elektrische Messtechnik)

3. Messung elektrischer Größen:

3.3 Messung von Blindwiderständen:

3.3.5 Blindwiderstandsbestimmung durch Vergleich mit Referenzelement



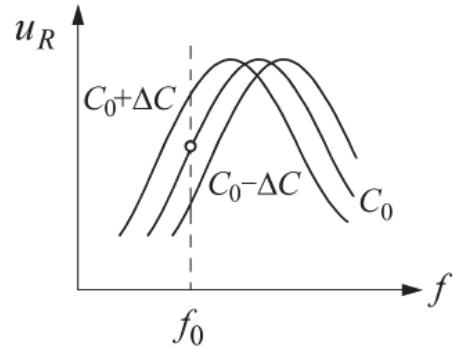
$$\underline{Z} = R + jX = R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)$$

$$\omega_r L = \frac{1}{\omega_r C} \quad \text{bzw.} \quad f_r = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

$$L \cdot C = \frac{1}{(2 \cdot \pi \cdot f_r)^2} = \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot f_r^2}$$

$$L = \frac{1}{C \cdot 4 \cdot \pi^2 \cdot f_r^2} \quad \text{bei bekanntem } C, \text{ oder}$$

$$C = \frac{1}{L \cdot 4 \cdot \pi^2 \cdot f_r^2} \quad \text{bei bekanntem } L$$



(aus: E. Schrüfer, L. Reindl, B. Zagar: Elektrische Messtechnik)

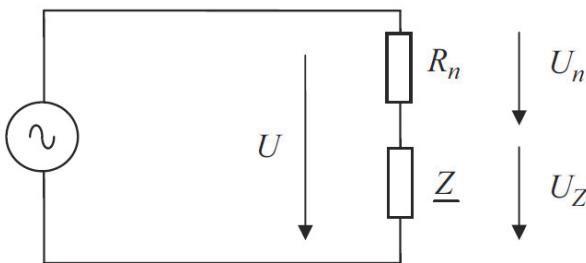
Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

151

3. Messung elektrischer Größen:

3.3 Messung von Blindwiderständen:

3.3.7 Drei-Spannungsmesser-Methode

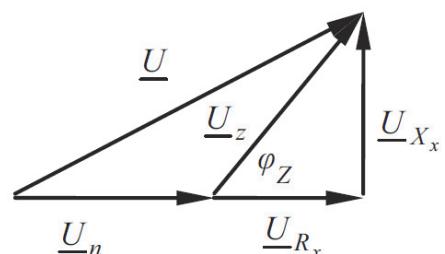


Messaufbau und Zeigerdiagramm

$$Z = \frac{U_z}{I} = \frac{U_z}{U_n / R_n} = R_n \cdot \frac{U_z}{U_n}$$

$$R_x = Z \cdot \cos \varphi_Z = R_n \cdot \frac{U_z}{U_n} \cdot \cos \varphi_Z$$

$$|X_x| = Z \cdot \sin \varphi_Z = R_n \cdot \frac{U_z}{U_n} \cdot \sin \varphi_Z$$



$$U^2 = U_n^2 + U_z^2 - 2 \cdot U_n \cdot U_z \cdot \cos(180^\circ - \varphi_Z)$$

$$|\varphi_Z| = \arccos \left(\frac{U^2 - U_n^2 - U_z^2}{2 \cdot U_n \cdot U_z} \right)$$

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

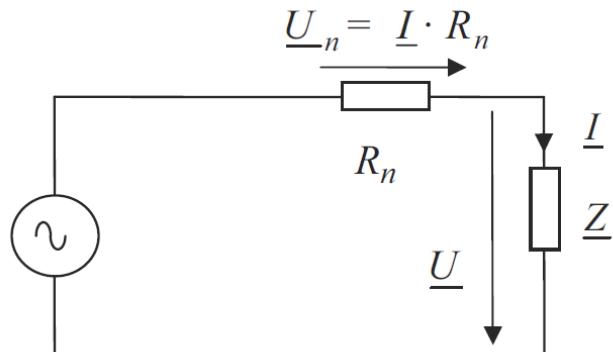
152

3. Messung elektrischer Größen:

3.3 Messung von Blindwiderständen:

3.3.7 Messung von Strom, Spannung und Phasenwinkel

- Messung der Effektivwerte und Phasendifferenz
- Genauigkeit bis 1%
- Problematisch beim der Messung von Komponenten sehr hohe Güte ($Q > 500$)



$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}}$$

Impedanzmessung durch Strom- und Spannungsmessung nach Betrag und Phase

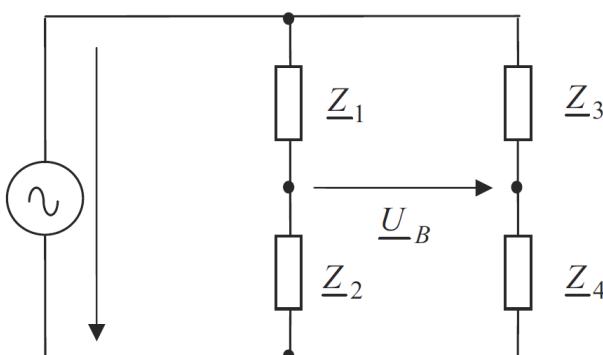
$$\underline{I} = \frac{\underline{U}_n}{R_n} \Rightarrow \underline{Z} = R_n \cdot \frac{\underline{U}}{\underline{U}_n} = R_n \cdot \frac{\underline{U}}{\underline{U}_n} \cdot e^{j(\varphi_U - \varphi_{U_n})}$$

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

3. Messung elektrischer Größen:

3.3 Messung von Blindwiderständen:

3.3.8 Blindwiderstandsbestimmung mit Wechselstrombrückenschaltungen



Abgleichmessbrücken:

$$\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_4 = \underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3$$

$$\underline{Y}_1 \cdot \underline{Y}_4 = \underline{Y}_2 \cdot \underline{Y}_3$$

$$\underline{U}_B = \underline{U}_0 \cdot \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} - \underline{U}_0 \cdot \frac{\underline{Z}_4}{\underline{Z}_3 + \underline{Z}_4} = \underline{U}_0 \cdot \frac{\underline{Z}_2 \cdot (\underline{Z}_3 + \underline{Z}_4) - \underline{Z}_4 \cdot (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2)}{(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2)(\underline{Z}_3 + \underline{Z}_4)},$$

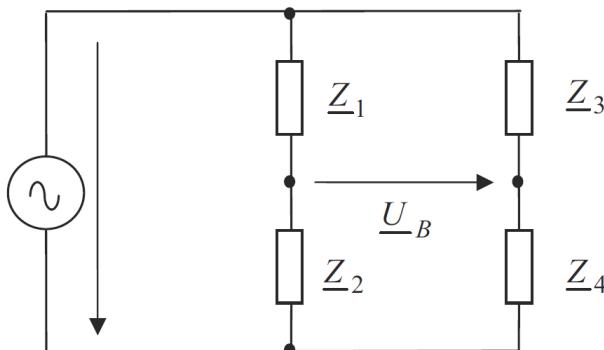
$$\underline{U}_B = \underline{U}_0 \cdot \frac{\underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3 - \underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_4}{(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) \cdot (\underline{Z}_3 + \underline{Z}_4)}.$$

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

3. Messung elektrischer Größen:

3.3 Messung von Blindwiderständen:

3.3.8 Blindwiderstandsbestimmung mit Wechselstrombrückenschaltungen



Abgleichmessbrücken:

$$\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_4 = \underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3$$

$$\underline{Y}_1 \cdot \underline{Y}_4 = \underline{Y}_2 \cdot \underline{Y}_3$$

Mit: $\underline{Z}_i = R_i + j \cdot X_i$ folgt:

$$R_2 \cdot R_3 - X_2 \cdot X_3 = R_1 \cdot R_4 - X_1 \cdot X_4$$

$$X_2 \cdot R_3 + R_2 \cdot X_3 = X_1 \cdot R_4 + R_1 \cdot X_4$$

Oder $\underline{Z}_i = |\underline{Z}_i| \cdot e^{j\varphi_{zi}}$ dann folgt:

$$|\underline{Z}_1| \cdot |\underline{Z}_4| = |\underline{Z}_2| \cdot |\underline{Z}_3|$$

$$\varphi_1 + \varphi_4 = \varphi_2 + \varphi_3$$

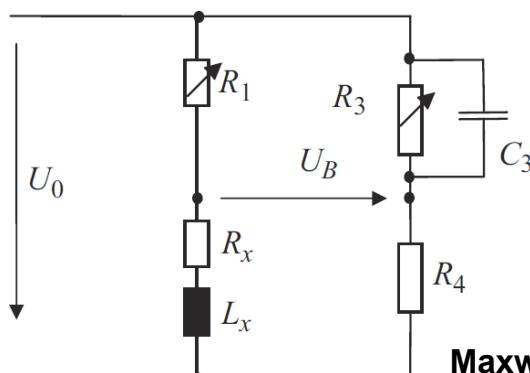
(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

Benötigt werden zwei unabhängig einstellbare Komponenten!

3. Messung elektrischer Größen:

3.3 Messung von Blindwiderständen:

3.3.8 Blindwiderstandsbestimmung mit Wechselstrombrückenschaltungen



$$\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_4 = \underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3$$

Maxwell-Wien Brücke

$$(R_x + j\omega L_x) \frac{R_3 \cdot \frac{1}{j\omega C_3}}{R_3 + 1/j\omega C_3} = R_1 \cdot R_4,$$

$$(R_x + j\omega L_x) \frac{R_3}{1 + j\omega R_3 C_3} = R_1 \cdot R_4 \quad \text{bzw.}$$

$$(R_x + j\omega L_x) \cdot R_3 = R_1 \cdot R_4 \cdot (1 + 1j\omega R_3 C_3)$$

$$R_x = \frac{R_4}{R_3} \cdot R_1$$

$$L_x = R_1 \cdot R_4 \cdot C_3$$

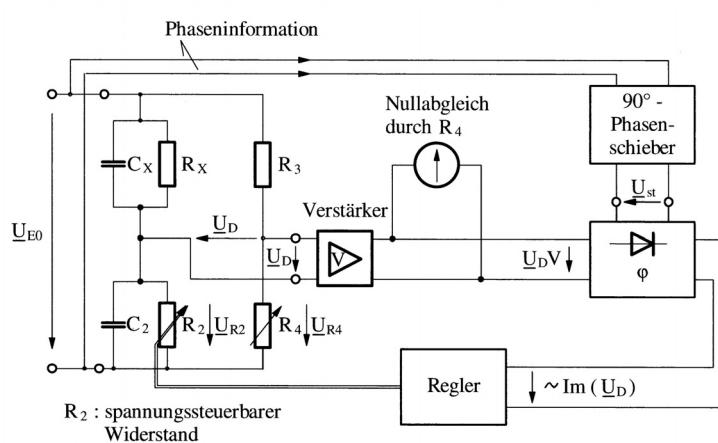
(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

3. Messung elektrischer Größen:

3.3 Messung von Blindwiderständen:

3.3.8 Blindwiderstandsbestimmung mit Wechselstrombrückenschaltungen /

3.3.8.1 Abgleich-Widerstandsmessbrücken



**Halbautomatisch
abgleichbare Wien-Brücke**

(R. Lerch: Elektrische Messtechnik)

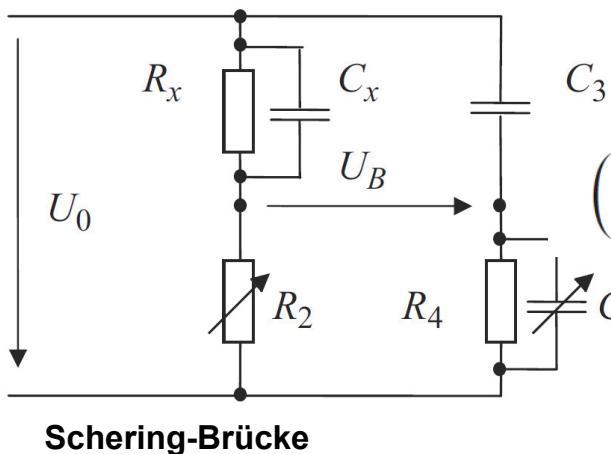
Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

157

3. Messung elektrischer Größen:

3.3 Messung von Blindwiderständen:

3.3.8 Blindwiderstandsbestimmung mit Wechselstrombrückenschaltungen



$$Y_1 \cdot Y_4 = Y_2 \cdot Y_3$$

$$\left(\frac{1}{R_x} + j\omega C_x \right) \cdot \left(\frac{1}{R_4} + j\omega C_4 \right) = \frac{1}{R_2} \cdot j\omega C_3$$

$$\frac{1}{R_x \cdot R_4} - \omega^2 C_x C_4 = 0$$

$$\frac{\omega C_x}{R_4} + \frac{\omega C_4}{R_x} = \frac{\omega C_3}{R_2}$$

→ $C_x = C_3 \cdot \frac{R_4}{R_2 \cdot (1 + (\omega R_4 C_4)^2)}$

und $\tan \delta = \frac{1}{\omega R_x C_x} = \omega R_4 C_4$

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

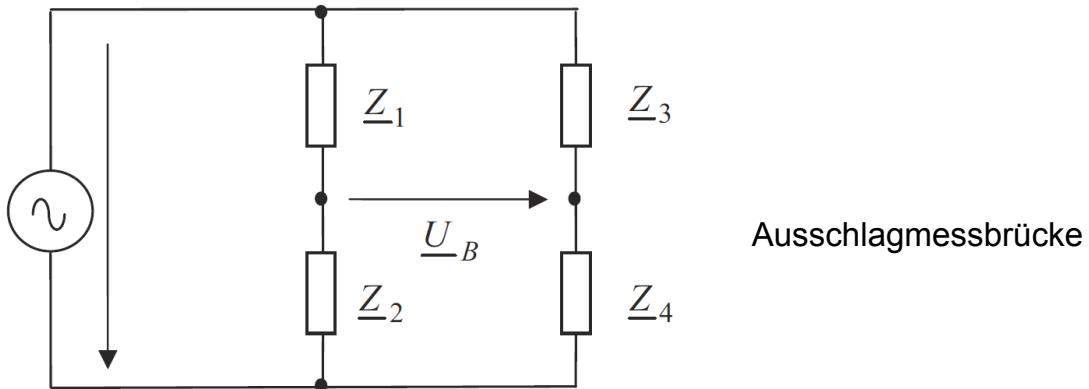
Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

158

3. Messung elektrischer Größen:

3.3 Messung von Blindwiderständen:

3.3.8 Blindwiderstandsbestimmung mit Wechselstrombrückenschaltungen



$$U_B = U_0 \cdot \frac{Z_2 \cdot Z_3 - Z_1 \cdot Z_4}{(Z_1 + Z_2) \cdot (Z_3 + Z_4)}$$

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

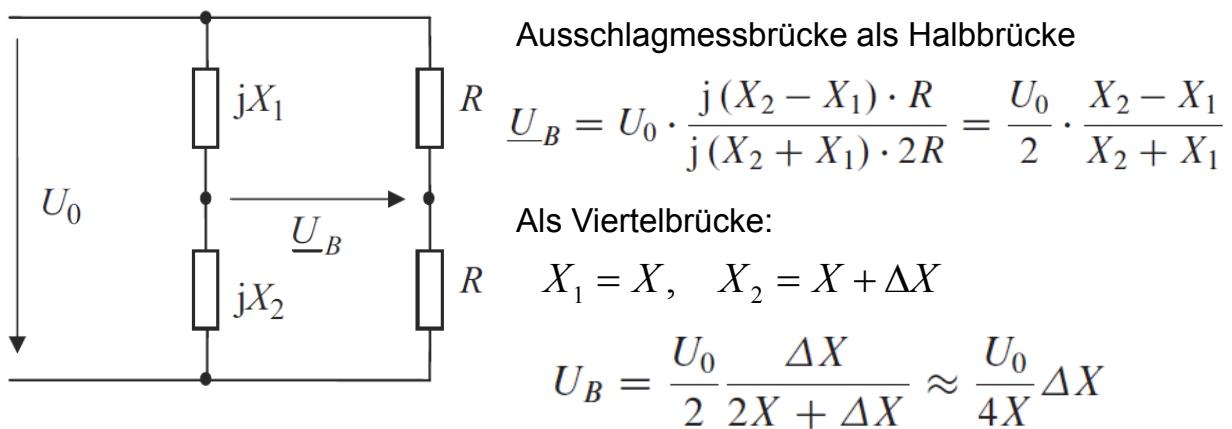
Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

159

3. Messung elektrischer Größen:

3.3 Messung von Blindwiderständen:

3.3.8 Blindwiderstandsbestimmung mit Wechselstrombrückenschaltungen



Als Halbbrücke mit zwei gegenläufigen Sensoren:

$$X_1 = X - \Delta X, \quad X_2 = X + \Delta X$$

$$U_B = \frac{U_0}{2} \cdot \frac{(X + \Delta X) - (X - \Delta X)}{(X + \Delta X) + (X - \Delta X)} = \frac{U_0}{2} \cdot \frac{2 \cdot \Delta X}{2X} = \frac{U_0}{2X} \cdot \Delta X$$

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

160

Literatur für Kap 3.3

Autor	Titel	Verlag
R. Lerch	Elektrische Messtechnik Kapitel 6.3	Springer Verlag
E. Schrüfer L. Reindl B. Zagar	Elektrische Messtechnik Kapitel 4	Hanser Verlag
T. Mühl	Einführung in die elektrische Messtechnik Kapitel 6.2 (bitte Beispiel 6.5 nachrechnen und Aufgaben 6.2 und 6.3 lösen)	Hanser Verlag

3. Messung elektrischer Größen: **3.4 Messung von Aktiven- und Blindleistung**

- 3.4.1 Messung von elektrischer Leistung bei Gleichströmen**
- 3.4.3 Leistung im Wechselstromkreis**
- 3.4.3 Messung von Wirkleistung im Wechselstromkreis**
- 3.4.4 Messung von Blindleistung im Wechselstromkreis**
- 3.4.5 Bestimmung von Scheinleistung und Leistungsfaktor**
- 3.4.6 Symmetrisches Dreiphasensystem**
- 3.4.7 Vierleitersystem und Dreileitersystem**
- 3.4.8 Leistung im Drehstromsystem**
- 3.4.9 Messung von Wirkleistung im Drehstromsystem**
- 3.4.10 Blindleistungsmessung im Drehstromsystem**
- 3.4.11 Digitale Leistungsmesser**
- 3.4.12 Messung der elektrischen Energie**

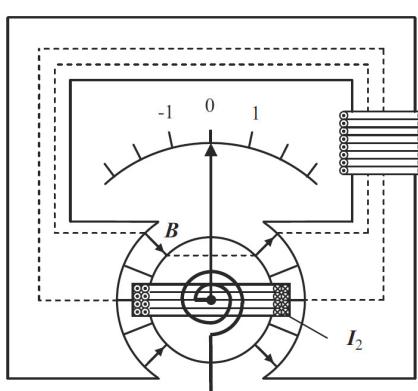
3. Messung elektrischer Größen:

3.4 Messung von elektrischer Leistung

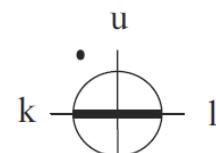
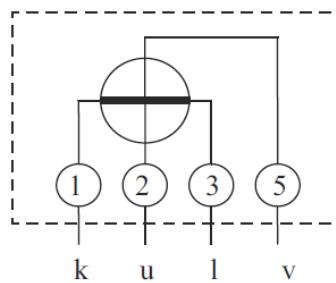
3.4.1 Messung von elektrischer Leistung bei Gleichströmen

$$P_V = U_V \cdot I_V$$

$$p_V(t) = u_V(t) \cdot i_V(t)$$



$$\alpha = k \cdot I_1 \cdot I_2 = k \cdot I_v \cdot \frac{U_v}{R_U} = k_P \cdot I_v \cdot U_v$$



Stromklemmen = k, l , Spannungsklemmen = u, v ,
Polaritätskennzeichnung = ●

Elektrodynamisches Messwerk als Leistungsmesser

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

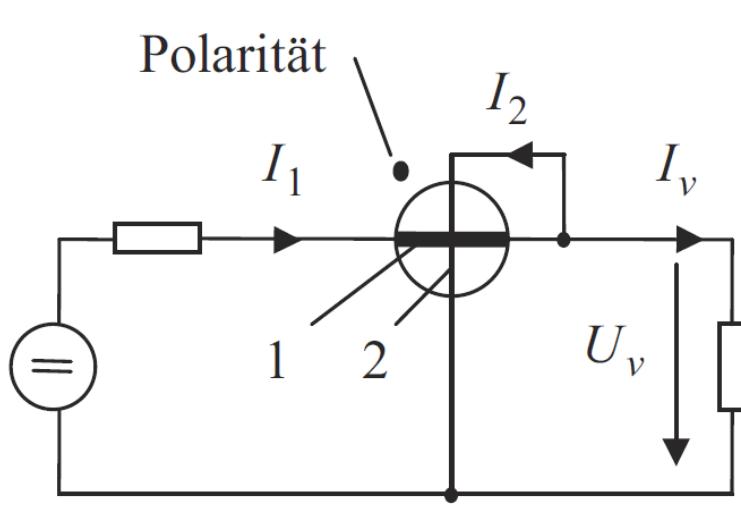
Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

163

3. Messung elektrischer Größen:

3.4 Messung von elektrischer Leistung

3.4.1 Messung von elektrischer Leistung bei Gleichströmen



$$P_V = U_V \cdot I_V, \quad I_2 = \frac{U_V}{R_U},$$

$$U_2 = U_V, \quad I_1 = I_V + I_2$$

$$P_{anz} = U_V \cdot (I_V + I_2) = P_V + \frac{U_V^2}{R_U}$$

$$F_P = P_{anz} - P_V = \frac{U_V^2}{R_U}$$

$$f_P = \frac{F_P}{P_V} = \frac{\left(\frac{U_V^2}{R_U} \right)}{U_V \cdot I_V} = \frac{U_V}{I_V} = \frac{R_V}{R_U}$$

Elektrodynamischer Leistungsmesser mit Spannungsrichtiger Anschluss

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

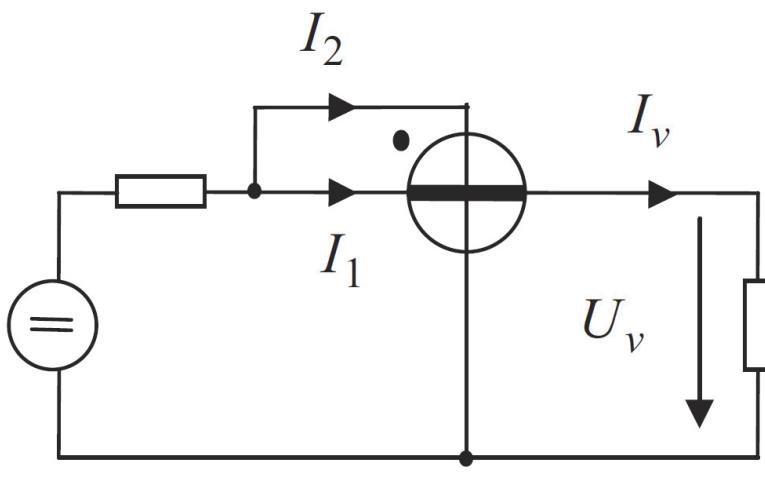
Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

164

3. Messung elektrischer Größen:

3.4 Messung von elektrischer Leistung

3.4.1 Messung von elektrischer Leistung bei Gleichströmen



$$\begin{aligned}
 P_V &= U_V \cdot I_V, \quad I_1 = I_V, \\
 U_2 &= U_m = U_V + I_V \cdot R_I, \\
 P_{anz} &= (U_V + I_V \cdot R_I) \cdot I_V = \\
 &= P_V + I_V^2 \cdot R_I \\
 F_P &= P_{anz} - P_V = I_V^2 \cdot R_I \\
 f_P &= \frac{F_P}{P_V} = \frac{I_V^2 \cdot R_I}{I_V^2 \cdot R_V} = \frac{R_I}{R_V}
 \end{aligned}$$

Elektrodynamischer Leistungsmesser mit Stromrichtiger Anschluss

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

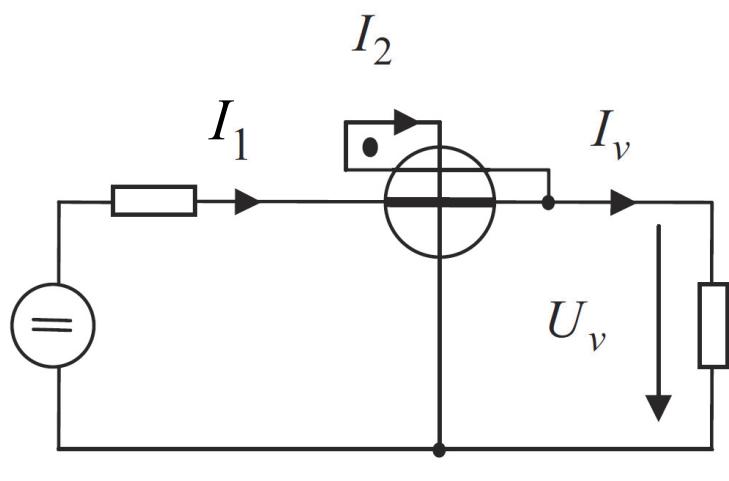
Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

165

3. Messung elektrischer Größen:

3.4 Messung von elektrischer Leistung

3.4.1 Messung von elektrischer Leistung bei Gleichströmen



$$\begin{aligned}
 P_V &= U_V \cdot I_V, \quad I_2 = \frac{U_V}{R_U}, \\
 U_2 &= U_V, \quad I_1 = I_V + I_2 \\
 P_{anz} &= U_V \cdot I_1 - U_V \cdot I_2 = \\
 &= U_V \cdot (I_V + I_2) - U_V \cdot I_2 \\
 P_{anz} &= P_V
 \end{aligned}$$

Elektrodynamischer Leistungsmesser mit Korrekturspule:

Die Korrekturspule erzeugt ein Magnetfeld, das dem der Stromspule entgegen gerichtet ist und korrigiert so die Wirkung des erhöhten Stroms I_1 .

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

166

3. Messung elektrischer Größen:

3.4 Messung von elektrischer Leistung

3.4.3 Leistung im Wechselstromkreis

$$u(t) = \hat{U} \cdot \sin(\omega t + \varphi_u), \quad i(t) = \hat{I} \cdot \sin(\omega t + \varphi_i) \quad U = \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{U} \quad I = \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{I}$$

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = \hat{U} \cdot \hat{I} \cdot \sin(\omega t + \varphi_u) \cdot \sin(\omega t + \varphi_i)$$

$$\sin \alpha \cdot \sin \beta = 0,5 \cdot (\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))$$

$$p(t) = \hat{U} / \sqrt{2} \cdot \hat{I} / \sqrt{2} \cdot (\cos(\varphi_u - \varphi_i) - \cos(2\omega t + \varphi_u + \varphi_i))$$

$$p(t) = U \cdot I \cdot \cos(\varphi_u - \varphi_i) - U \cdot I \cdot \cos(2\omega t + \varphi_u + \varphi_i).$$

$$P = \overline{p(t)} = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt$$

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T U \cdot I \cdot \cos(\varphi_u - \varphi_i) dt - \frac{1}{T} \int_0^T U \cdot I \cdot \cos(2\omega t + \varphi_u + \varphi_i) dt \\ = U \cdot I \cdot \cos(\varphi_u - \varphi_i) - 0,$$

$$\begin{aligned} \varphi &= \varphi_{ui} = \varphi_u - \varphi_i \\ P &= U \cdot I \cdot \cos \varphi \\ S &= U \cdot I \\ Q &= U \cdot I \cdot \sin \varphi \end{aligned}$$

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

3. Messung elektrischer Größen:

3.4 Messung von elektrischer Leistung

3.4.3 Leistung im Wechselstromkreis

$$\text{Leistungsfaktor: } \cos \varphi = \frac{P}{S} \quad \underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^*,$$

$$\underline{U} = U_{\text{eff}} e^{j\varphi_u}, \quad \underline{I} = I_{\text{eff}} e^{j\varphi_i}, \quad \underline{S} = U \cdot I \cdot e^{j(\varphi_u - \varphi_i)} = U \cdot I \cdot e^{j\varphi} = U \cdot I \cdot \cos \varphi + j \cdot U \cdot I \cdot \sin \varphi,$$

$$\underline{S} = P + j \cdot Q.$$

$$\text{Scheinleistung} \quad S = |\underline{S}| = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad \text{VA},$$

$$\text{Wirkleistung} \quad P = \text{Re}\{\underline{S}\} = U \cdot I \cdot \cos \varphi \quad \text{W},$$

$$\text{Blindleistung} \quad Q = \text{Im}\{\underline{S}\} = U \cdot I \cdot \sin \varphi \quad \text{var.}$$

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

3. Messung elektrischer Größen:

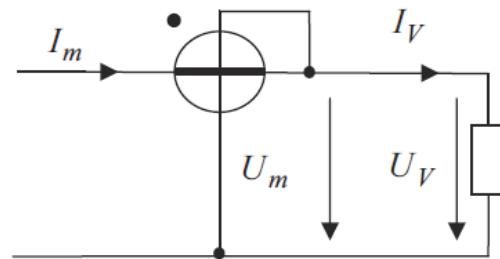
3.4 Messung von elektrischer Leistung

3.4.3 Messung von Wirkleistung im Wechselstromkreis

$$\overline{P}_{\text{anz}} = \overline{i_m(t) \cdot u_m(t)} = \overline{\hat{I}_m \cos(\omega t) \cdot \hat{U}_m \cos(\omega t + \varphi_m)} \\ = \hat{I}_m \hat{U}_m \cdot \overline{\cos(\omega t) \cdot \cos(\omega t + \varphi_m)}.$$

$$\sin \alpha \cdot \sin \beta = 0,5 \cdot (\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))$$

$$\overline{P}_{\text{anz}} = \hat{I}_m \hat{U}_m \cdot \overline{0,5 \cdot (\cos(\varphi_m) + \cos(2\omega t + \varphi_m))}.$$



Für $\omega \gg \omega_0$ ist $\overline{\cos(2\omega t + \varphi_m)} = 0$, und unter Verwendung der Effektivwerte anstatt der Amplituden ist

$$\overline{P}_{\text{anz}} = 0,5 \cdot \hat{U}_m \cdot \hat{I}_m \cdot \cos(\varphi_m) = U_m \cdot I_m \cdot \cos(\varphi_m).$$

Wirkleistungsmessung (unter Vernachlässigung des Eigenverbrauchs):

$$P_{\text{anz}} = U_m \cdot I_m \cdot \cos(\varphi_m) = U_V \cdot I_V \cdot \cos(\varphi_V) = P_V$$

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

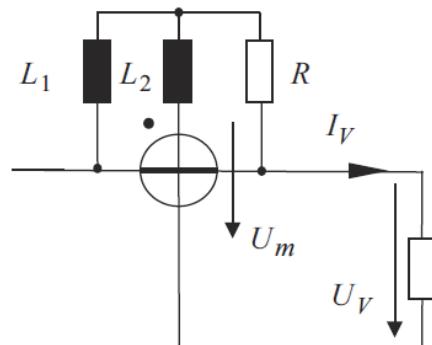
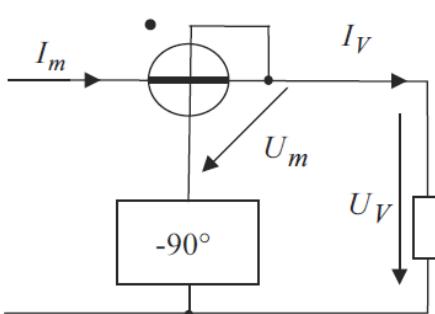
Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

169

3. Messung elektrischer Größen:

3.4 Messung von elektrischer Leistung

3.4.4 Messung von Blindleistung im Wechselstromkreis



Blindleistungsmessung mit einem elektrodynamischen Messwerk: Prinzipschaltung mit Phasenschieber und Hummelschaltung

$$\underline{I}_m = \underline{I}_V \\ \underline{U}_m = \underline{U}_V \cdot e^{-j90^\circ} \quad \rightarrow \quad P_{\text{anz}} = U_m \cdot I_m \cdot \cos(\varphi_m) = \text{Re}\{\underline{U}_m \cdot \underline{I}_m^*\}$$

$$P_{\text{anz}} = \text{Re}\{\underline{U}_V \cdot e^{-j90^\circ} \cdot \underline{I}_V^*\} = \text{Re}\{U_V \cdot I_V \cdot e^{j\varphi_V} \cdot e^{-j90^\circ}\} \\ = U_V \cdot I_V \cdot \cos(\varphi_V - 90^\circ), \quad \rightarrow \quad P_{\text{anz}} = U_V \cdot I_V \cdot \sin(\varphi_V) = Q_V$$

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

170

3. Messung elektrischer Größen:

3.4 Messung von elektrischer Leistung

3.4.5 Bestimmung von Scheinleistung und Leistungsfaktor

Durch Messung von Effektivwerten:

$$S = |\underline{S}| = U \cdot I$$

Alternativ durch Messung von Wirkleistung und Blindleistung:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

Leistungsfaktor:

$$\cos \varphi = \frac{P}{U \cdot I} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}}$$

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

171

3. Messung elektrischer Größen:

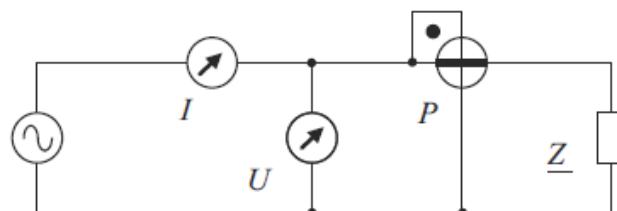
3.4 Messung von elektrischer Leistung

Die Anzeigewerte betragen:

$$I = 1,5 \text{ A},$$

$$U = 228 \text{ V},$$

$$P = 300 \text{ W}.$$



Das elektrodynamische Messinstrument zeigt direkt die Verbraucherwirkleistung an: $P_Z = P = 300 \text{ W}$.

Die Schein- und Blindleistung wird mit Hilfe von Gl. 7.7, 7.14 und 7.9 bestimmt:

$$S = U \cdot I = 228 \text{ V} \cdot 1,5 \text{ A} = 342 \text{ VA},$$

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{(342 \text{ VA})^2 - (300 \text{ W})^2} = 164 \text{ var},$$

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{300 \text{ W}}{342 \text{ VA}} = 0,877.$$

Aus den gemessenen Werten kann auch die Last \underline{Z} bestimmt werden:

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{228 \text{ V}}{1,5 \text{ A}} = 152 \Omega \quad \text{und} \quad \varphi_Z = \varphi = \arccos(\cos \varphi) = \arccos(0,877) = 28,7^\circ.$$

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

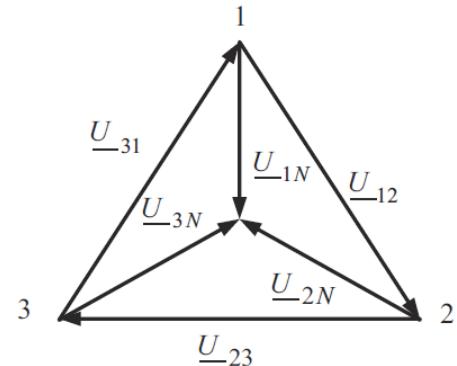
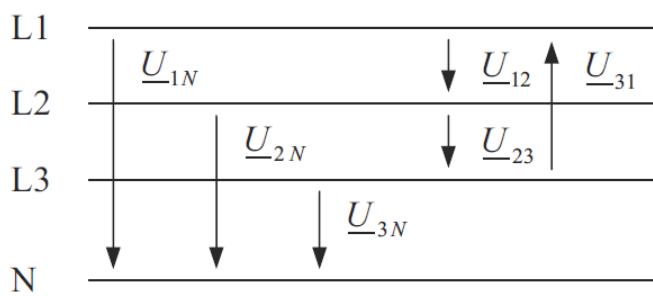
Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

172

3. Messung elektrischer Größen:

3.4 Messung von elektrischer Leistung

3.4.6 Symmetrisches Dreiphasensystem



Aussenleiterspannungen und Sternspannungen im Drehstromsystem

$$\underline{U}_{1N} = U \cdot e^{j0^\circ}, \quad \underline{U}_{12} = \underline{U}_{1N} - \underline{U}_{2N} = \sqrt{3} \cdot \underline{U}_{3N} \cdot e^{-j90^\circ},$$

$$\underline{U}_{2N} = U \cdot e^{-j120^\circ}, \quad \underline{U}_{23} = \underline{U}_{2N} - \underline{U}_{3N} = \sqrt{3} \cdot \underline{U}_{1N} \cdot e^{-j90^\circ},$$

$$\underline{U}_{3N} = U \cdot e^{-j240^\circ}, \quad \underline{U}_{31} = \underline{U}_{3N} - \underline{U}_{1N} = \sqrt{3} \cdot \underline{U}_{2N} \cdot e^{-j90^\circ}.$$

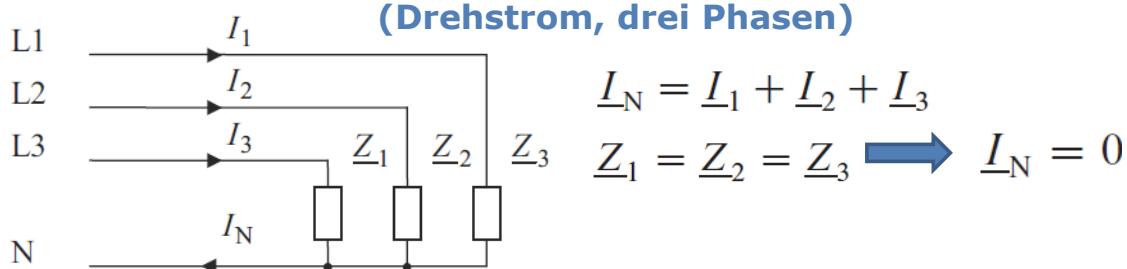
$$|\underline{U}_{ij}| = \sqrt{3} \cdot U.$$

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

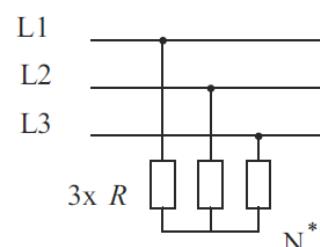
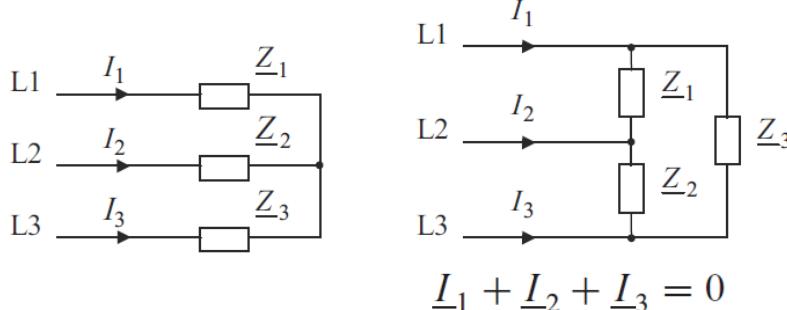
3. Messung elektrischer Größen:

3.4 Messung von elektrischer Leistung

3.4.7 Vierleitersystem und Dreileitersystem (Drehstrom, drei Phasen)



Vierleitersystem mit einer Last in Sternschaltung



Dreileitersysteme: Last in Sternschaltung, Last in Dreieckschaltung, künstlicher Sternpunkt

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

3. Messung elektrischer Größen:

3.4 Messung von elektrischer Leistung

3.4.8 Leistung im Drehstromsystem

$$P_{\text{ges}} = P_1 + P_2 + P_3$$

$$P_{\text{ges}} = U_{1N} \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1 + U_{2N} \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2 + U_{3N} \cdot I_3 \cdot \cos \varphi_3$$

$$S_{\text{ges}} = \underline{U}_{1N} \cdot \underline{I}_1^* + \underline{U}_{2N} \cdot \underline{I}_2^* + \underline{U}_{3N} \cdot \underline{I}_3^*,$$

$$S_{\text{ges}} = \left| \underline{S}_{\text{ges}} \right|$$

$$Q_{\text{ges}} = U_{1N} \cdot I_1 \cdot \sin \varphi_1 + U_{2N} \cdot I_2 \cdot \sin \varphi_2 + U_{3N} \cdot I_3 \cdot \sin \varphi_3$$

$$P_{\text{ges}} = \text{Re} \left\{ \underline{S}_{\text{ges}} \right\}$$

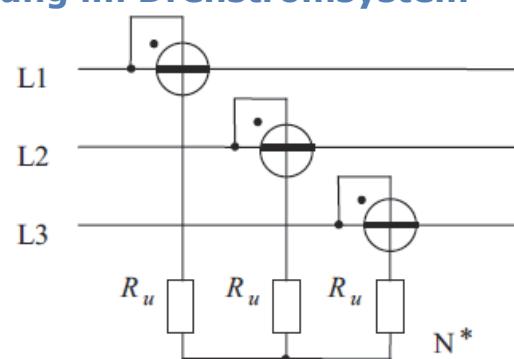
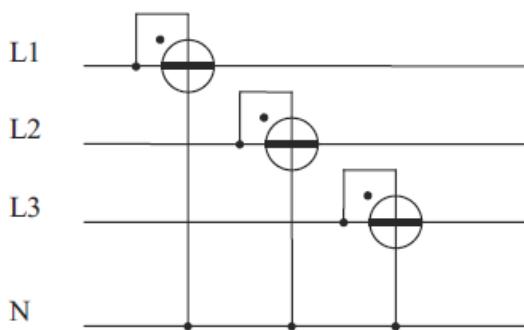
$$Q_{\text{ges}} = \text{Im} \left\{ \underline{S}_{\text{ges}} \right\}$$

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

3. Messung elektrischer Größen:

3.4 Messung von elektrischer Leistung

3.4.9 Messung von Wirkleistung im Drehstromsystem



Wirkleistungsmessung im Drehstromsystem: Vierleiterystem und Dreileiterystem mit künstlichem Sternpunkt N*

$$P_{\text{ges}} = U_{1N} \cdot I_1 \cdot \cos (\varphi_1) + U_{2N} \cdot I_2 \cdot \cos (\varphi_2) + U_{3N} \cdot I_3 \cdot \cos (\varphi_3),$$

$$P_{\text{ges}} = P_{\text{anz1}} + P_{\text{anz2}} + P_{\text{anz3}}.$$

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

3. Messung elektrischer Größen:

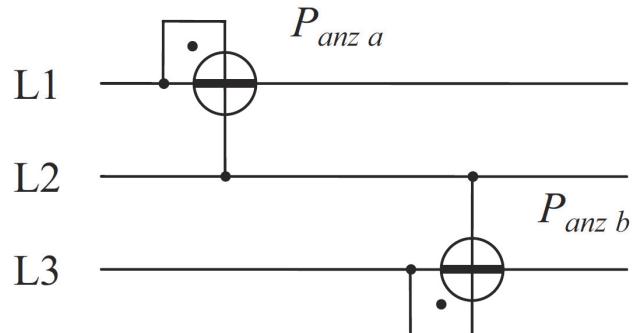
3.4 Messung von elektrischer Leistung

3.4.9 Messung von Wirkleistung im Drehstromsystem

$$\underline{S}_{\text{ges}} = \underline{U}_{1N} \cdot \underline{I}_1^* + \underline{U}_{2N} \cdot \underline{I}_2^* + \underline{U}_{3N} \cdot \underline{I}_3^*$$

$$\underline{U}_{12} = \underline{U}_{1N} - \underline{U}_{2N}$$

$$\underline{U}_{23} = \underline{U}_{2N} - \underline{U}_{3N}$$



Aaron-Schaltung zur Wirkleistungsmessung

$$\begin{aligned}\underline{S}_{\text{ges}} &= (\underline{U}_{12} + \underline{U}_{2N}) \cdot \underline{I}_1^* + \underline{U}_{2N} \cdot \underline{I}_2^* + (\underline{U}_{2N} - \underline{U}_{23}) \cdot \underline{I}_3^* \\ &= \underline{U}_{12} \cdot \underline{I}_1^* + \underline{U}_{2N} \cdot \underline{I}_1^* + \underline{U}_{2N} \cdot \underline{I}_2^* + \underline{U}_{2N} \cdot \underline{I}_3^* - \underline{U}_{23} \cdot \underline{I}_3^* \\ &= \underline{U}_{12} \cdot \underline{I}_1^* - \underline{U}_{23} \cdot \underline{I}_3^* + \underline{U}_{2N} \cdot (\underline{I}_1^* + \underline{I}_2^* + \underline{I}_3^*).\end{aligned}$$

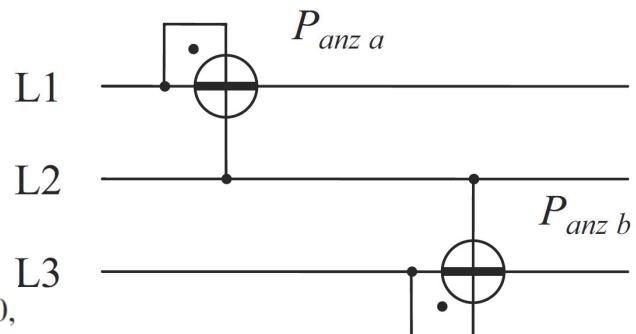
(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

3. Messung elektrischer Größen:

3.4 Messung von elektrischer Leistung

3.4.9 Messung von Wirkleistung im Drehstromsystem

$$\begin{aligned}\underline{S}_{\text{ges}} &= (\underline{U}_{12} + \underline{U}_{2N}) \cdot \underline{I}_1^* + \underline{U}_{2N} \cdot \underline{I}_2^* + (\underline{U}_{2N} - \underline{U}_{23}) \cdot \underline{I}_3^* \\ &= \underline{U}_{12} \cdot \underline{I}_1^* + \underline{U}_{2N} \cdot \underline{I}_1^* + \underline{U}_{2N} \cdot \underline{I}_2^* + \underline{U}_{2N} \cdot \underline{I}_3^* - \underline{U}_{23} \cdot \underline{I}_3^* \\ &= \underline{U}_{12} \cdot \underline{I}_1^* - \underline{U}_{23} \cdot \underline{I}_3^* + \underline{U}_{2N} \cdot (\underline{I}_1^* + \underline{I}_2^* + \underline{I}_3^*).\end{aligned}$$



Für ein Dreileitersystem ist $\underline{I}_1^* + \underline{I}_2^* + \underline{I}_3^* = 0$,

und mit $\underline{U}_{32} = -\underline{U}_{23}$ erhält man

Aaron-Schaltung zur Wirkleistungsmessung

$$\underline{S}_{\text{ges}} = \underline{U}_{12} \cdot \underline{I}_1^* + \underline{U}_{32} \cdot \underline{I}_3^* \quad \text{und damit}$$

$$\rightarrow P_{\text{ges}} = P_{\text{anza}} + P_{\text{anzb}}$$

$$P_{\text{ges}} = U_{12} \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_a + U_{32} \cdot I_3 \cdot \cos \varphi_c.$$

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

3. Messung elektrischer Größen:

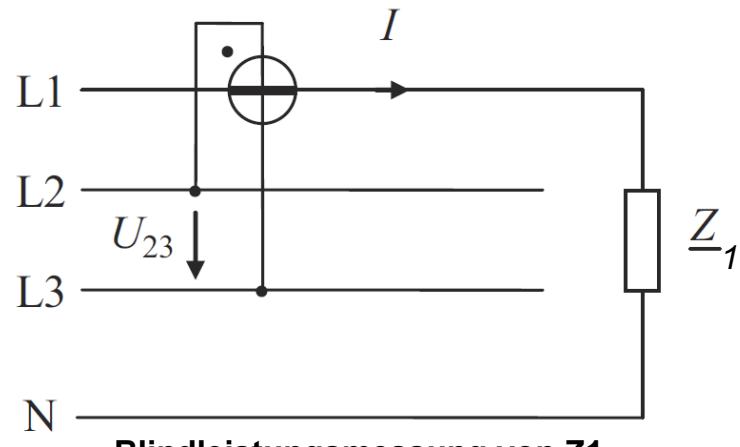
3.4 Messung von elektrischer Leistung

3.4.10 Blindleistungsmessung im Drehstromsystem

$$\underline{U}_{12} = \sqrt{3} \cdot \underline{U}_{3N} \cdot e^{-j90^\circ}$$

$$\underline{U}_{23} = \sqrt{3} \cdot \underline{U}_{1N} \cdot e^{-j90^\circ}$$

$$\underline{U}_{31} = \sqrt{3} \cdot \underline{U}_{2N} \cdot e^{-j90^\circ}$$



$$Q_1 = U_{1N} \cdot I_1 \cdot \sin \varphi_1 = U_{23} / \sqrt{3} \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_a$$

$$P_{\text{anz}} = U_{23} \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_a = \sqrt{3} \cdot Q_{Z1}$$

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

3. Messung elektrischer Größen:

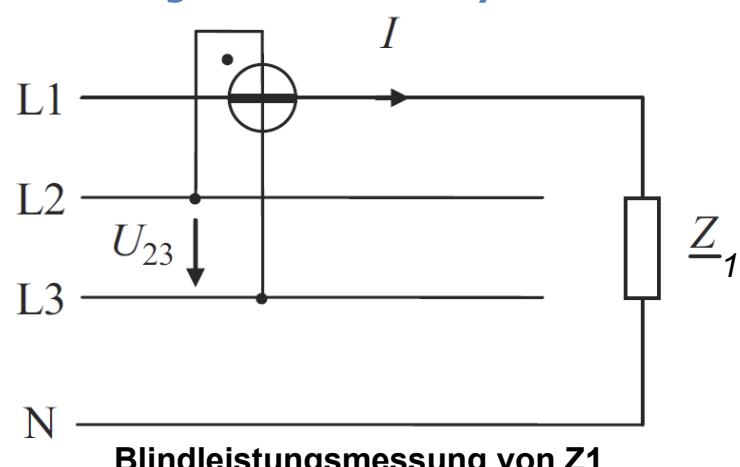
3.4 Messung von elektrischer Leistung

3.4.10 Blindleistungsmessung im Drehstromsystem

$$\underline{U}_{12} = \sqrt{3} \cdot \underline{U}_{3N} \cdot e^{-j90^\circ}$$

$$\underline{U}_{23} = \sqrt{3} \cdot \underline{U}_{1N} \cdot e^{-j90^\circ}$$

$$\underline{U}_{31} = \sqrt{3} \cdot \underline{U}_{2N} \cdot e^{-j90^\circ}$$



$$Q_1 = U_{1N} \cdot I_1 \cdot \sin \varphi_1 = U_{23} / \sqrt{3} \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_a$$

$$P_{\text{anz}} = U_{23} \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_a = \sqrt{3} \cdot Q_{Z1}$$

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

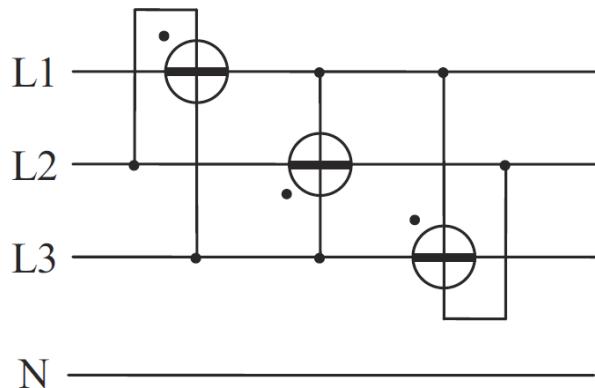
3. Messung elektrischer Größen:

3.4 Messung von elektrischer Leistung

3.4.10 Blindleistungsmessung im Drehstromsystem

Blindleistungsmessung in beliebig belasteten Vier- und Dreileitersystemen

$$Q_{\text{ges}} = \frac{P_{\text{anz}1}}{\sqrt{3}} + \frac{P_{\text{anz}2}}{\sqrt{3}} + \frac{P_{\text{anz}3}}{\sqrt{3}}$$



Die gesamte Blindleistung aller drei Phasen ist

$$Q_{\text{ges}} = U_{1N} \cdot I_1 \cdot \sin(\varphi_1) + U_{2N} \cdot I_2 \cdot \sin(\varphi_2) + U_{3N} \cdot I_3 \cdot \sin(\varphi_3),$$

$$Q_{\text{ges}} = U_{1N} \cdot I_1 \cdot \cos(\varphi_1 - 90^\circ) + U_{2N} \cdot I_2 \cdot \cos(\varphi_2 - 90^\circ) + U_{3N} \cdot I_3 \cdot \cos(\varphi_3 - 90^\circ)$$

$$Q_{\text{ges}} = U_{23}/\sqrt{3} \cdot I_1 \cdot \cos(\varphi_a) + U_{31}/\sqrt{3} \cdot I_2 \cdot \cos(\varphi_b) + U_{12}/\sqrt{3} \cdot I_3 \cdot \cos(\varphi_c).$$

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

3. Messung elektrischer Größen:

3.4 Messung von elektrischer Leistung

3.4.10 Blindleistungsmessung im Drehstromsystem

Aaron-Schaltung zur Blindleistungsmessung in Dreileitersystemen

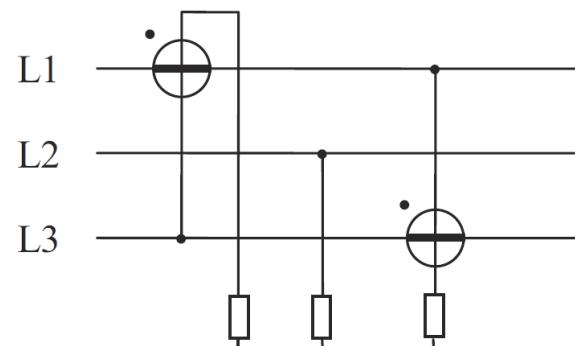
$$S_{\text{ges}} = \underline{U}_{1N} \cdot \underline{I}_1^* + \underline{U}_{2N} \cdot \underline{I}_2^* + \underline{U}_{3N} \cdot \underline{I}_3^*$$

$$S_{\text{ges}} = \underline{U}_{12} \cdot \underline{I}_1^* + \underline{U}_{32} \cdot \underline{I}_3^*$$

$$Q_{\text{ges}} = \text{Im} \left\{ S_{\text{ges}} \right\}$$

$$Q_{\text{ges}} = \text{Im} \left\{ \underline{U}_{12} \cdot \underline{I}_1^* \right\} + \text{Im} \left\{ \underline{U}_{32} \cdot \underline{I}_3^* \right\} = U_{12} \cdot I_1 \cdot \sin(\varphi_1) + U_{32} \cdot I_3 \cdot \sin(\varphi_2)$$

$$Q_{\text{ges}} = -\sqrt{3} \cdot U_{3N} \cdot I_1 \cdot \cos(\varphi_a) + \sqrt{3} \cdot U_{1N} \cdot I_3 \cdot \cos(\varphi_b)$$



$$Q_{\text{ges}} = \sqrt{3} \cdot (P_{\text{anz}a} + P_{\text{anz}b})$$

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

3. Messung elektrischer Größen:

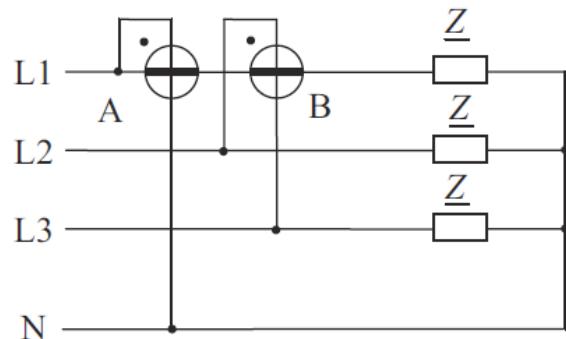
3.4 Messung von elektrischer Leistung

Die Wirk-, Blind- und Scheinleistung in einem symmetrischen 400V-Drehstromsystem mit symmetrischer Last soll bestimmt werden. Dazu werden zwei elektrodynamische Leistungsmessgeräte wie rechts im Bild dargestellt ist, angeschlossen.

Die Messwerte betragen:

$$P_A = 150 \text{ W},$$

$$P_B = 50 \text{ W}.$$



Aus den Messwerten kann die Wirk-, Blind- und Scheinleistung berechnet werden:

$$P_{\text{ges}} = 3 \cdot P_Z = 3 \cdot P_A = 3 \cdot 150 \text{ W} = 450 \text{ W},$$

$$Q_{\text{ges}} = 3 \cdot Q_Z = 3 \cdot (P_B / \sqrt{3}) = \sqrt{3} \cdot P_B = \sqrt{3} \cdot 50 \text{ W} = 86,6 \text{ var},$$

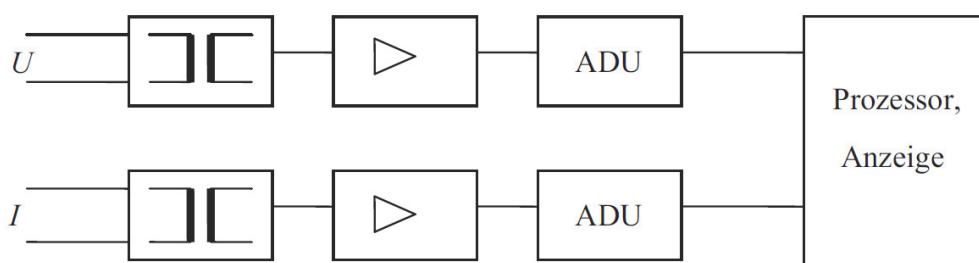
$$S_{\text{ges}} = \sqrt{P_{\text{ges}}^2 + Q_{\text{ges}}^2} = \sqrt{(450 \text{ W})^2 + (86,6 \text{ var})^2} = 458 \text{ VA}.$$

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

3. Messung elektrischer Größen:

3.4 Messung von elektrischer Leistung

3.4.11 Digitale Leistungsmesser



(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

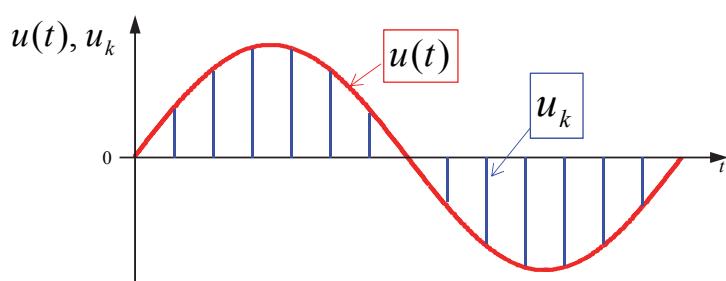
Blockschaltbild eines digitalen Leistungsmessers: Messwandler für Strom und Spannung, Verstärker, Analog-Digital-Umsetzer und Prozessorsystem mit Ausgabeeinrichtungen

Bei ausreichend kleinen Abtastschritten (hohe Abtastrate) Messung von Wirkleistung bei beliebigen Signalformen:

$$p(t) = u(t) \cdot i(t)$$

$$p_k = u_k \cdot i_k$$

$$\bar{p} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N u_k \cdot i_k$$



3. Messung elektrischer Größen:

3.4 Messung von elektrischer Leistung

3.4.12 Messung der elektrischen Energie

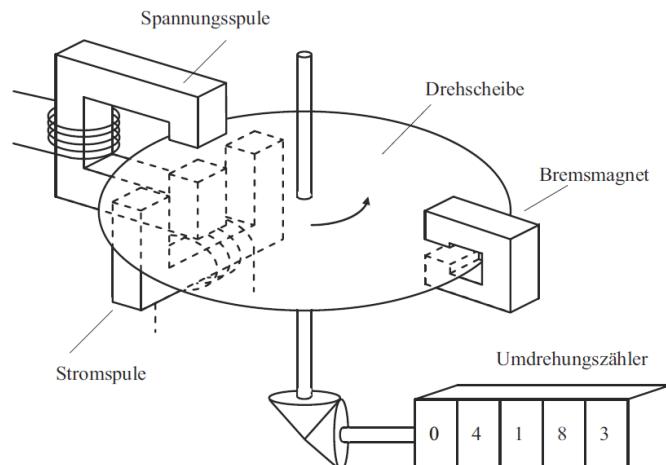
$$E(t) = \int_0^t P(\tau) d\tau = \int_0^t U \cdot I \cdot \cos \varphi d\tau$$

$$M_a = k_1 \cdot U_V \cdot I_V \cdot \cos \varphi_V$$

$$M_b = k_2 \cdot n$$

$$M_a = M_b$$

$$n = \frac{k_1}{k_2} \cdot U_V \cdot I_V \cdot \cos \varphi_V = k \cdot P_V$$



Prinzipieller Aufbau eines Induktionszählers

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

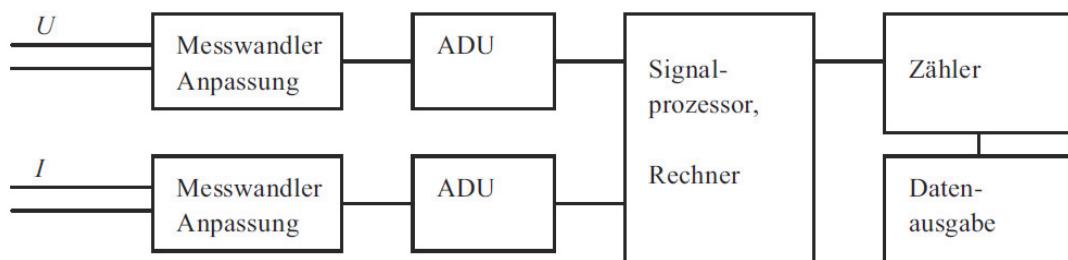
Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

185

3. Messung elektrischer Größen:

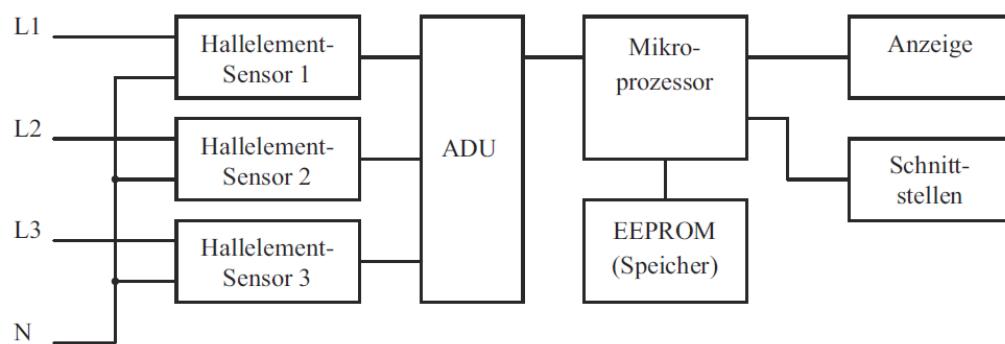
3.4 Messung von elektrischer Leistung

3.4.12 Messung der elektrischen Energie



Grundprinzip eines digitalen Elektrizitätszählers

Drehstrom-Elektrizitätszähler mit Hallelement-Sensoren



(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

186

Literatur für Kap 3.4

Autor	Titel	Verlag
R. Lerch	Elektrische Messtechnik Kapitel 8	Springer Verlag
E. Schrüfer L. Reindl B. Zagar	Elektrische Messtechnik Kapitel 2.1.4 und 2.1.5, leider wenige Details, Leistungsmessung nicht abgedeckt	Hanser Verlag
T. Mühl	Einführung in die elektrische Messtechnik Kapitel 7 (bitte Beispiele nachrechnen und Aufgaben lösen)	Hanser Verlag

4. Komponenten: Vorlesungsinhalte

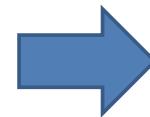
- 4.1 Messverstärker**
- 4.2 Sensoren**
- 4.3 Messleitungen**
- 4.4 Oszilloskope**

4. Komponenten:

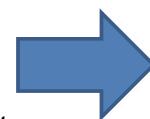
4.1 Messverstärker:

4.1.1 Was ist ein elektrischer Verstärker?

- (Elektrisch) gesteuerte elektrische Quelle
- Linearer und nichtlineare Abhängigkeit (Ausgang/Eingang)
- 4 Kombinationen:
 - Spannungsgesteuerte Spannungsquelle
 - Spannungsgesteuerte Stromquelle
 - Stromgesteuerte Stromquelle
 - Stromgesteuerte Spannungsquelle
- Idealer Verstärker:
 - Keine Rückwirkung von der Last auf Ausgang
 - Keine Rückwirkung von Ausgang auf Eingang
- Verwendung:
 - Pegelanpassung
 - Entlastung von ursprüngliche Signalquelle (Entkopplung von Ausgang und Eingang)
 - Realisierung von mathematischen Operationen mit Signalen
 - Generierung von Signalformen



Linearer Verstärker sind am meisten verbreitet

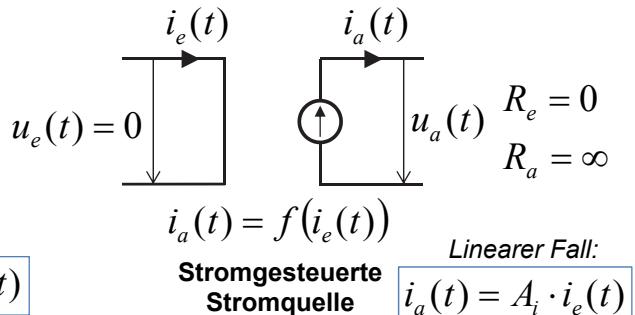
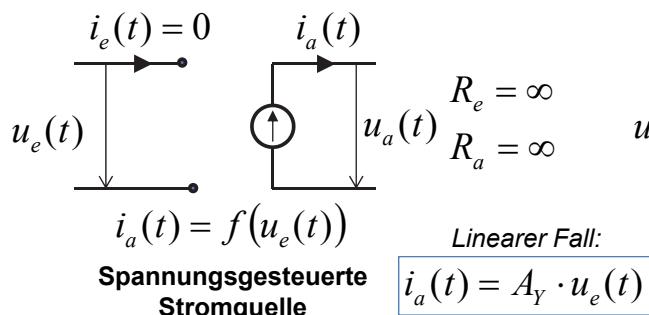
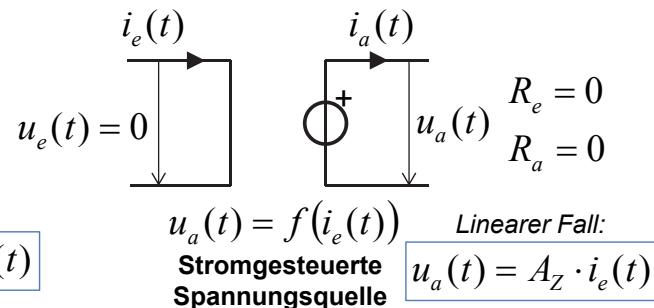
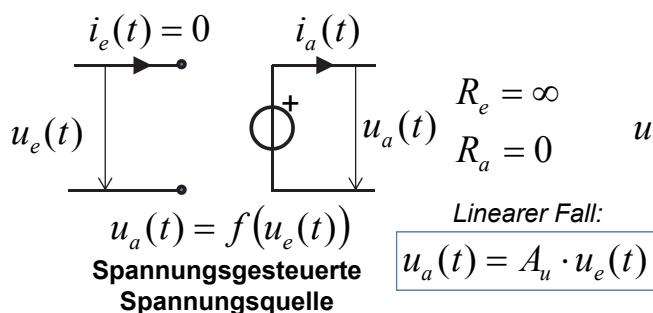


Auch als Ersatz für Kompensationsmethoden!

4. Komponenten:

4.1 Messverstärker:

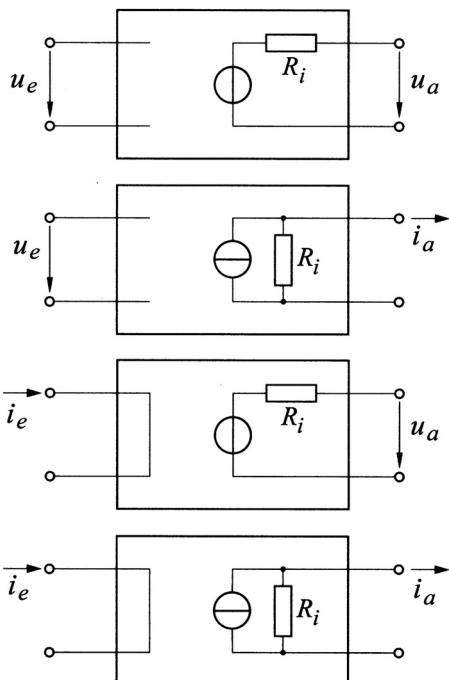
4.1.1 Mathematische Modelle idealer Verstärker



4. Komponenten:

4.1 Messverstärker:

4.1.2 Realer Verstärker (erste Annäherung)

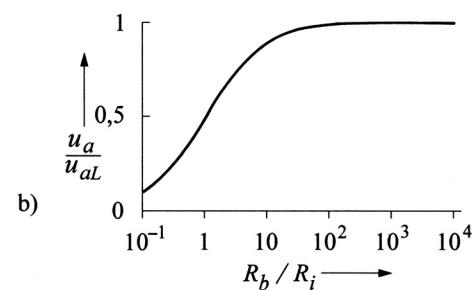
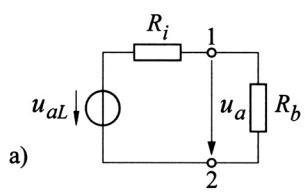


(E. Schrüfer: Elektrische Messtechnik)

4. Komponenten:

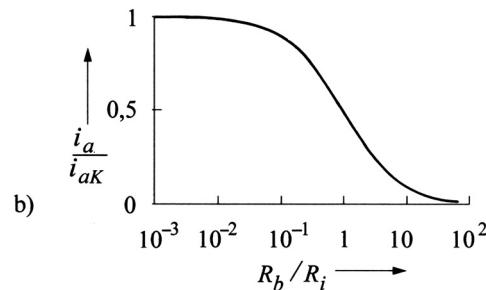
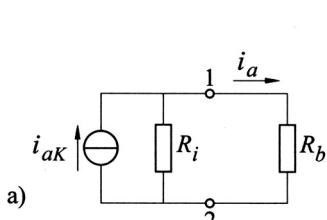
4.1 Messverstärker:

4.1.2 Einfluss von Ausgangswiderstand



Spannungsgenerator: a) Ersatzschaltbild, b) Ausgangsspannung

(E. Schrüfer: Elektrische Messtechnik)



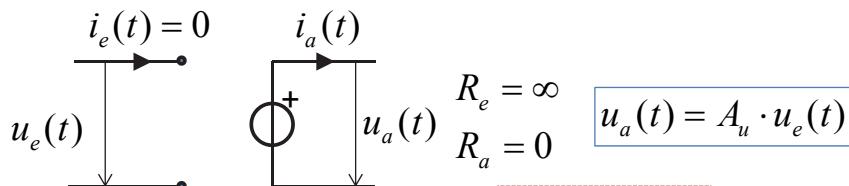
Spannungsgenerator: a) Ersatzschaltbild, b) Ausgangsspannung

(E. Schrüfer: Elektrische Messtechnik)

4. Komponenten:

4.1 Messverstärker:

4.1.3 Ein Schritt weiter: idealisierte linearer Spanungsverstärker



Lineare Spannungsgesteuerte Spannungsquelle

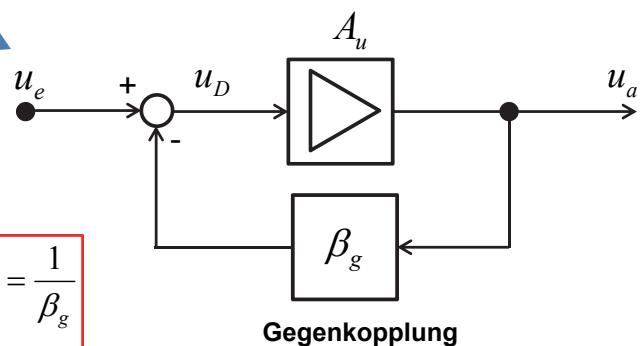
$$A_u \rightarrow \infty$$

$$u_a = u_D \cdot A_u = A_u \cdot (u_e - u_a \cdot \beta_g)$$

$$u_a \cdot (1 + A_u \cdot \beta_g) = A_u \cdot u_e$$

$$u_a = \frac{A_u \cdot u_e}{1 + A_u \cdot \beta_g} = \frac{u_e}{\frac{1}{A_u} + \beta_g}$$

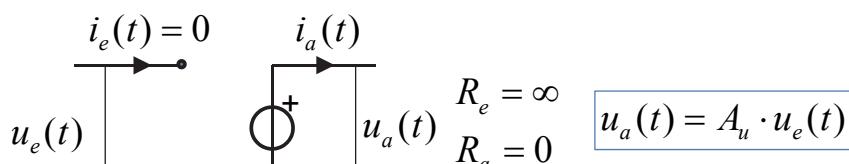
$$A_{ges} = \frac{u_a}{u_e} = \frac{1}{\frac{1}{A_u} + \beta_g} \rightarrow \lim_{A_u \rightarrow \infty} A_{ges} = \lim_{A_u \rightarrow \infty} \frac{1}{\frac{1}{A_u} + \beta_g} = \frac{1}{\beta_g}$$



4. Komponenten:

4.1 Messverstärker:

4.1.3 Ein Schritt weiter: idealisierte linearer Spanungsverstärker



Lineare Spannungsgesteuerte Spannungsquelle

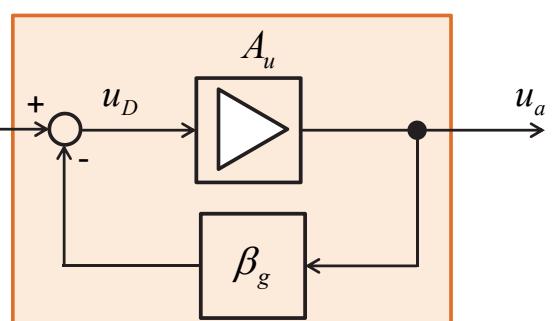
$$A_u \rightarrow \infty$$

$$u_a = u_D \cdot A_u = A_u \cdot (u_e - u_a \cdot \beta_g)$$

$$u_a \cdot (1 + A_u \cdot \beta_g) = A_u \cdot u_e$$

$$u_a = \frac{A_u \cdot u_e}{1 + A_u \cdot \beta_g} = \frac{u_e}{\frac{1}{A_u} + \beta_g}$$

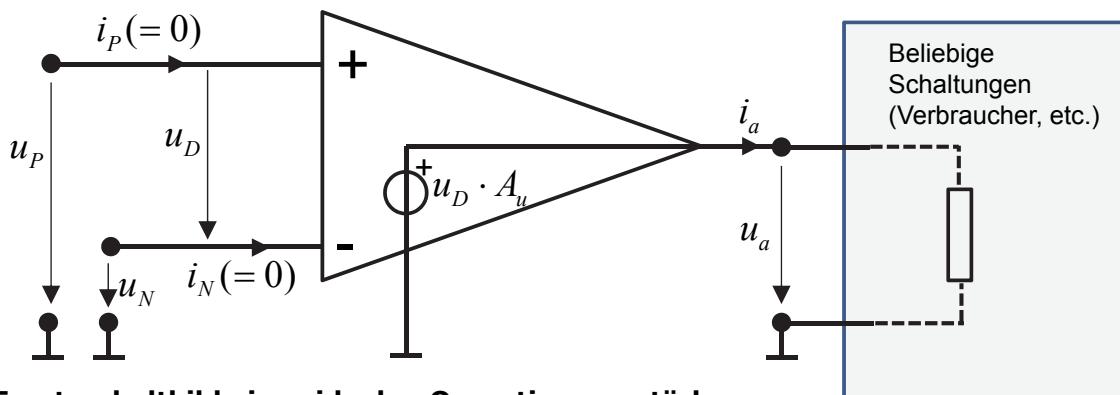
$$A_{ges} = \frac{u_a}{u_e} = \frac{1}{\frac{1}{A_u} + \beta_g} \rightarrow \lim_{A_u \rightarrow \infty} A_{ges} = \lim_{A_u \rightarrow \infty} \frac{1}{\frac{1}{A_u} + \beta_g} = \frac{1}{\beta_g}$$



4. Komponenten:

4.1 Messverstärker:

4.1.4 Idealer Operationsverstärker



Ersatzschaltbild eines idealen Operationsverstärker

$$u_a = u_D \cdot A_u \quad \text{unabhängig von der Last!}$$

i_a beliebig, von der Last abhängig

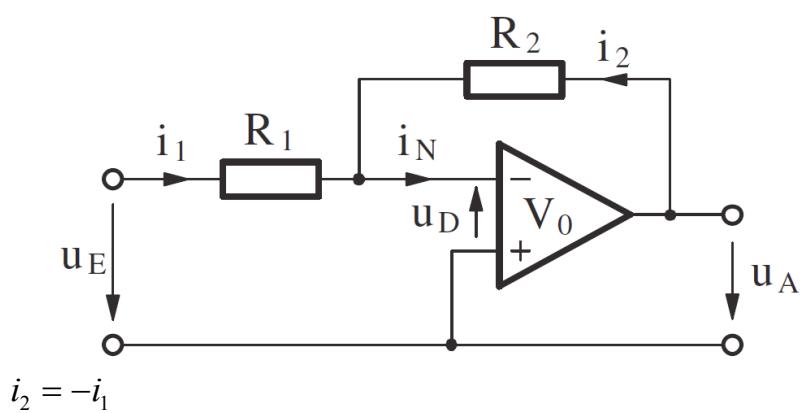
$i_P = 0, \quad i_N = 0$ unabhängig von u_D

$$A_u \rightarrow \infty$$

4. Komponenten:

4.1 Messverstärker:

4.1.5 Idealer Operationsverstärker mit Gegenkopplung



$$i_1 + i_2 = 0$$

$$u_E = R_1 i_1 - u_D$$

$$u_A = R_2 i_2 - u_D = V_0 u_D$$

$$V = \frac{u_A}{u_E} = \frac{-\frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{1}{V_0}(1 + \frac{R_2}{R_1})}$$

$$\lim_{V_0 \rightarrow \infty} V = \frac{u_A}{u_E} = -\frac{R_2}{R_1}$$

$$V_g = -\frac{R_1}{R_2}$$

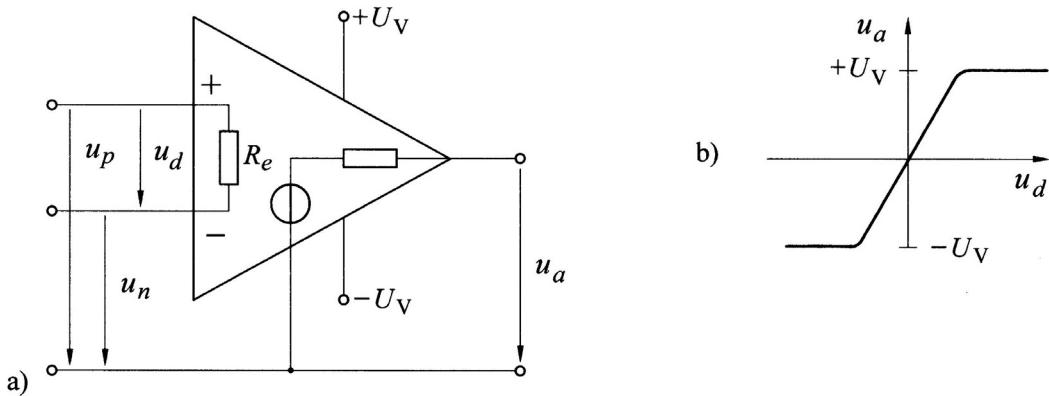
aus: R. Lerch: Elektrische Messtechnik

$$V = \frac{u_A}{u_E} = -\frac{R_2}{R_1}$$

4. Komponenten:

4.1 Messverstärker:

4.1.6 Ersatzschaltbilder realer Operationsverstärker



**Operationsverstärker:
Schaltbild (a) und Kennlinie (b)**
(E. Schrüfer: Elektrische Messtechnik)

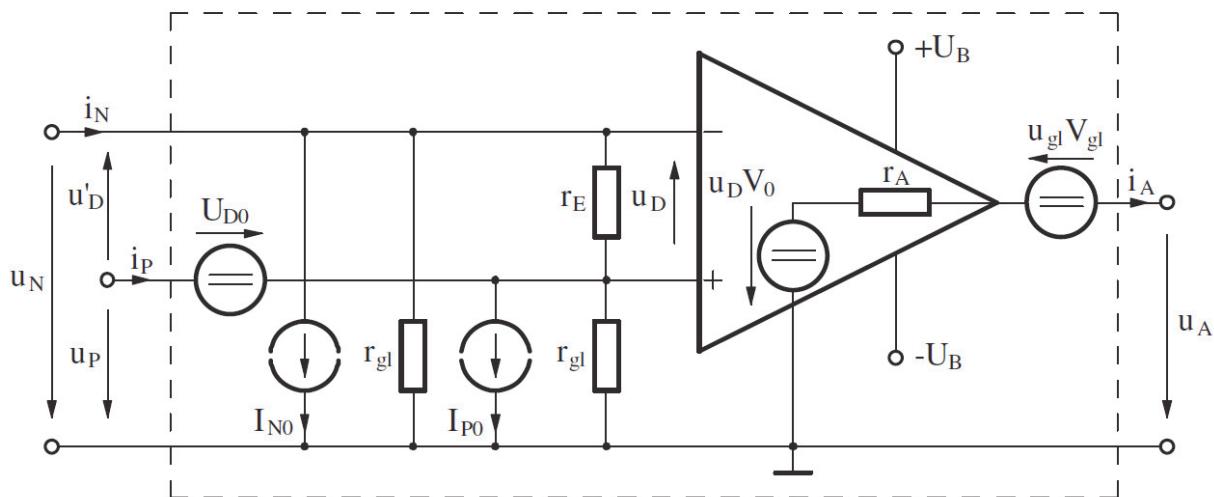
Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

197

4. Komponenten:

4.1 Messverstärker:

4.1.6 Ersatzschaltbilder realer Operationsverstärker



Kleinsignal-Ersatzschaltbild eines realen Operationsverstärkers

aus: R. Lerch: Elektrische Messtechnik

Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

198

4. Komponenten:

4.1 Messverstärker:

4.1.7 Kenngrößen realer Operationsverstärker

- Leerlaufspannungsverstärkung (open loop voltage gain) V_0
Es handelt sich hierbei um die Differenzverstärkung der offenen Schleife, d. h. des nicht-rückgekoppelten, unbeschalteten Operationsverstärkers.

$$V_0 = \frac{\partial u_A}{\partial u_D}$$

- ideal: $V_0 \rightarrow \infty$
- real: $10^4 \leq V_0 \leq 10^7$

- Leerlaufspannungsverstärkungsmaß $V_0[\text{dB}]$

$$V_0 [\text{dB}] = 20 \lg V_0 = 20 \lg \left(\frac{\partial u_A}{\partial u_D} \right)$$

- ideal: $V_0 \rightarrow \infty$
- real: $80 \text{ dB} \leq V_0 \leq 140 \text{ dB}$

aus: R. Lerch: Elektrische Messtechnik

4. Komponenten:

4.1 Messverstärker:

4.4.4 Kenngrößen realer Operationsverstärker

- Gleichtaktspannung (common mode voltage) u_{gl}
Die Gleichtaktspannung entspricht dem arithmetischen Mittel der beiden Eingangsspannungen u_N und u_P

$$u_{gl} = \frac{u_P + u_N}{2} .$$

- Gleichtaktspannungsverstärkung (common mode voltage gain) V_{gl}
Bei einem realen Operationsverstärker erscheint die um den Faktor V_{gl} verstärkte Gleichtaktspannung U_{gl} am Ausgang

$$V_{gl} = \frac{\partial u_A}{\partial u_{gl}} .$$

- ideal: $V_{gl} = 0$
- real: $V_{gl} \approx 1$

- Gleichtaktunterdrückung (common mode rejection ratio) CMRR

$$\text{CMRR} [\text{dB}] = 20 \lg \left(\frac{V_0}{V_{gl}} \right)$$

- ideal: $\text{CMRR} \rightarrow \infty$
- real: $\text{CMRR} \approx 100 \text{ dB}$

aus: R. Lerch: Elektrische Messtechnik

4. Komponenten:

4.1 Messverstärker:

4.1.7 Kenngrößen realer Operationsverstärker

- Übertragungsfunktion (frequency response) $\underline{G}(\omega)$

Die komplexe Übertragungsfunktion $\underline{G}(\omega)$ von Operationsverstärkerschaltungen, die auch als Übertragungsfaktor bezeichnet wird, entspricht der komplexen Verstärkung, d. h. dem Verhältnis der in Zeigerform dargestellten Ausgangsspannung \underline{U}_A zur Differenzeingangsspannung \underline{U}_D . Diese Übertragungsfunktion lässt sich für reale Operationsverstärker nach Gl. (7.19) approximieren

$$\underline{G}(\omega) = \frac{\underline{U}_A(\omega)}{\underline{U}_D(\omega)} = \frac{V_0}{(1 + j\frac{\omega}{\omega_1})(1 + j\frac{\omega}{\omega_2})}. \quad (7.19)$$

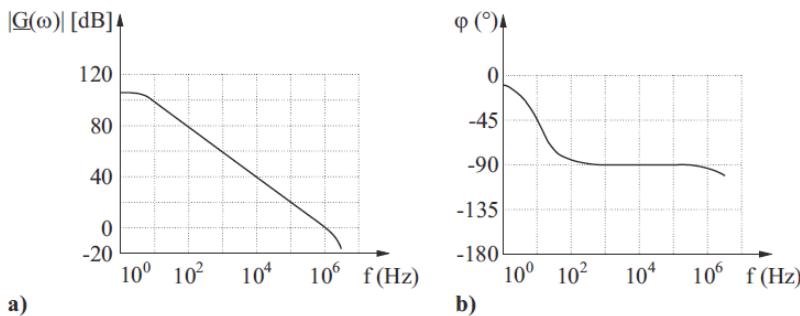


Abb. 7.7. Frequenzgang der Leerlaufspannungsverstärkung des Operationsverstärkers μA 741 ($U_B = \pm 15$ V) bei einer Temperatur von 25°C: a) Betrag, b) Phase

aus: R. Lerch: Elektrische Messtechnik

4. Komponenten:

4.1 Messverstärker:

4.1.7 Kenngrößen realer Operationsverstärker

- Gleichtakteingangswiderstand (common mode input resistance)

Der Gleichtakteingangswiderstand r_{gl} wird wie folgt berechnet

$$r_{gl} = \frac{\partial u_{gl}}{\frac{1}{2}\partial(i_P + i_N)}$$

- ideal: $r_{gl} = \infty$
- real: $r_{gl} = 1 \text{ G}\Omega \dots 100 \text{ T}\Omega$

- Differenzeingangswiderstand (differential input resistance) r_E

Da im allgemeinen der Gleichtaktwiderstand r_{gl} groß ist gegenüber dem Differenzeingangswiderstand r_E ($r_{gl} \gg r_E$), gilt folgende Definitionsgleichung für den Differenzeingangswiderstand

$$r_E = \frac{\partial u_D}{\frac{1}{2}\partial(i_P - i_N)}$$

- ideal: $r_E = \infty$
- real: $r_E = 1 \text{ M}\Omega \dots 1 \text{ T}\Omega$

- Ausgangswiderstand (output resistance) r_A

$$r_A = -\left. \frac{\partial u_A}{\partial i_A} \right|_{u_D=const.}$$

- ideal: $r_A = 0$
- real: $r_A = 2 \Omega \dots 100 \Omega$

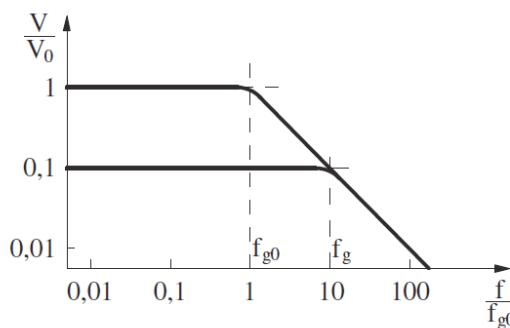
aus: R. Lerch: Elektrische Messtechnik

4. Komponenten:

4.1 Messverstärker:

4.1.7 Kenngrößen realer Operationsverstärker

- Verstärkungs-Bandbreite-Produkt (gain bandwidth product) $V f_g$**
Wichtiger noch als der reine *Verstärkungsfaktor* ist das sogenannte *Verstärkungs-Bandbreite-Produkt* $f_{g0} V_0$, welches bei Universaltypen bei etwa $V_0 f_{g0} = 10^6$ Hz liegt und bei auf hohe Bandbreite ausgerichteten Operationsverstärkern bis zu $3 \cdot 10^9$ Hz reicht. Durch eine Gegenkopplungsschaltung gemäß Abb. 7.5 wird der *effektive Verstärkungsfaktor* V und die *effektive Grenzfrequenz* f_g der Meßschaltung eingestellt. Das Produkt aus Verstärkungsfaktor V und Bandbreite bzw. Grenzfrequenz f_g ist für Grenzfrequenzen oberhalb von f_{g0} ($f_g > f_{g0}$) bei einem bestimmten Operationsverstärkertyp stets ein konstanter Wert



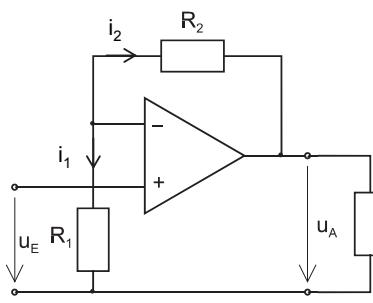
Kenngrößen von kommerziell verfügbaren Operationsverstärker gibt es in „R. Lerch: Elektrische Messtechnik“, siehe Tabelle 7.1

aus: R. Lerch: Elektrische Messtechnik

4. Komponenten:

4.1 Messverstärker:

4.1.8 Operationsverstärker-Grundschaltungen



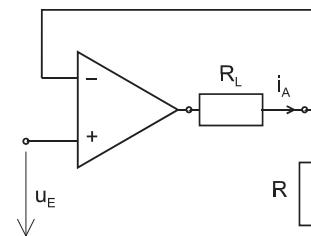
Spannungsverstärker

$$i_1 + i_2 = 0, \quad i_1 = \frac{u_E}{R_1} \rightarrow i_2 = -\frac{u_E}{R_1}$$

$$u_A + i_2 \cdot R_2 - u_E = 0$$

$$u_A - \left(\frac{R_2}{R_1} + 1 \right) \cdot u_E = 0$$

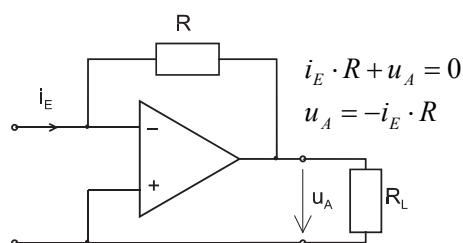
$$u_A = \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \cdot u_E$$



$$u_A = u_E$$

$$i_a = \frac{u_A}{R} = \frac{u_E}{R}$$

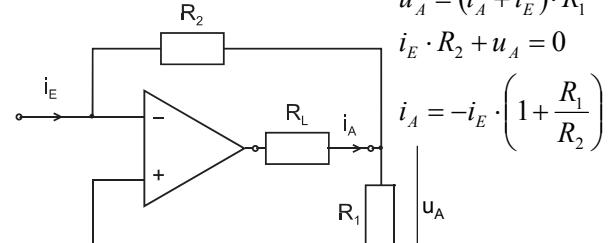
Spannungsverstärker mit Stromausgang



Stromverstärker mit Spannungsausgang

$$i_E \cdot R + u_A = 0$$

$$u_A = -i_E \cdot R$$



Stromverstärker

$$u_A = (i_A + i_E) \cdot R_1$$

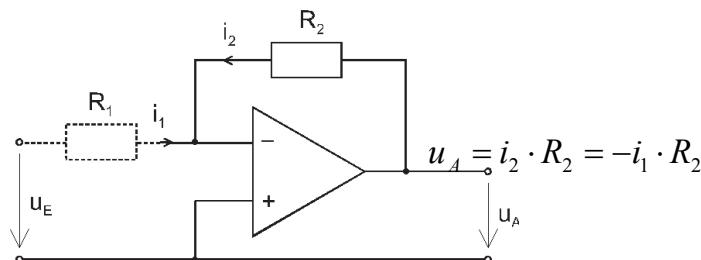
$$i_E \cdot R_2 + u_A = 0$$

$$i_A = -i_E \cdot \left(1 + \frac{R_1}{R_2} \right)$$

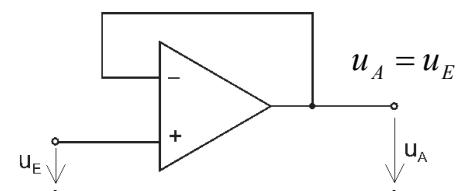
4. Komponenten:

4.1 Messverstärker:

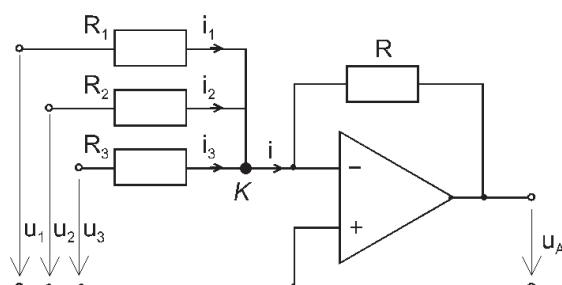
4.1.9 Arithmetische OP-Schaltungen



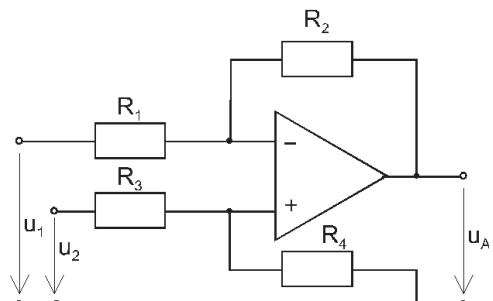
Spezialfall des I-U-Verstärkers:
Invertierender Verstärker



Spezialfall des U-U-Verstärkers:
Impedanzwandler, Spannungsfolger



Addierverstärker

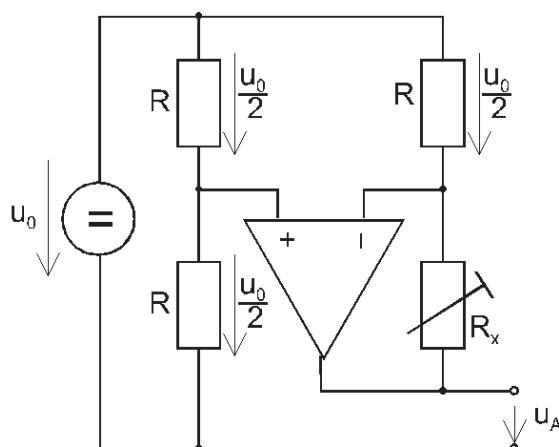


Subtrahierverstärker

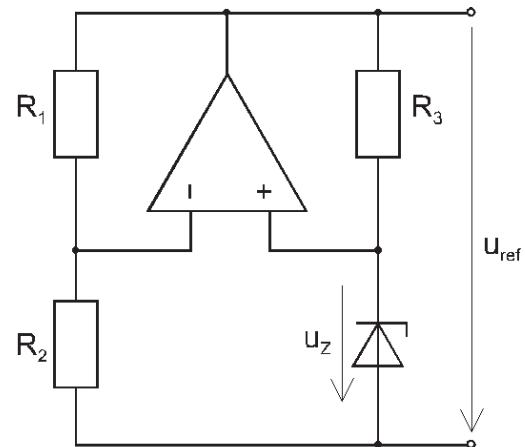
4. Komponenten:

4.1 Messverstärker:

4.1.10 OP-Brückenschaltungen



Aktive Brückenschaltung

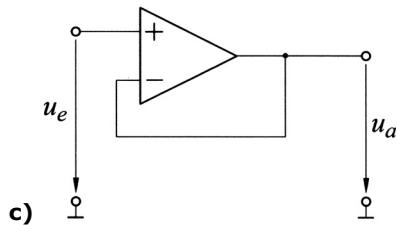
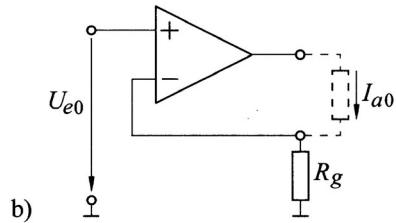
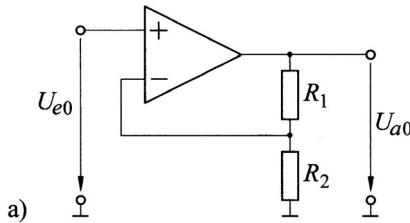


Präzisionsspannungsquelle

4. Komponenten:

4.1 Messverstärker:

4.1.11 Anwendungen mit OP-Verstärker



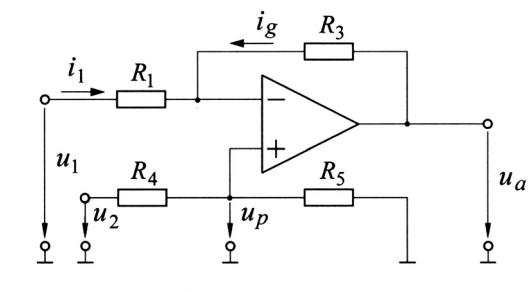
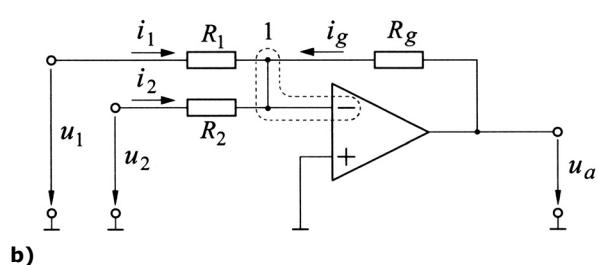
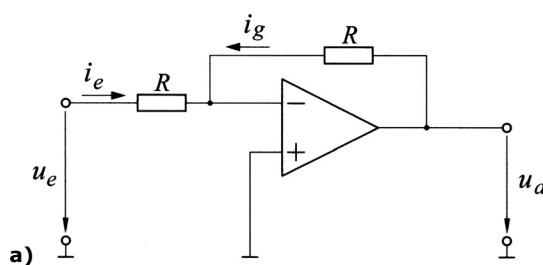
Gegengekoppelte Verstärker:
Konstantspannungsquelle (a),
Konstantstromquelle (b),
Spannungsfolger (c)

(E. Schrüfer: Elektrische Messtechnik)

4. Komponenten:

4.1 Messverstärker:

4.1.11 Anwendungen mit OP-Verstärker



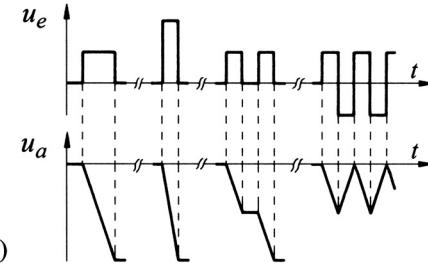
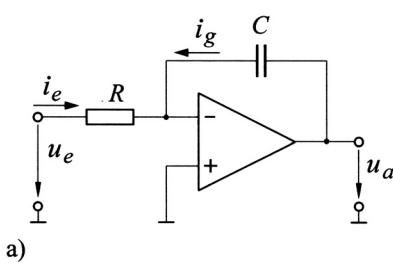
Invertierender Verstärker:
für Polaritätsumkehr (a),
Addition (b),
Subtraktion (c)

(E. Schrüfer: Elektrische Messtechnik)

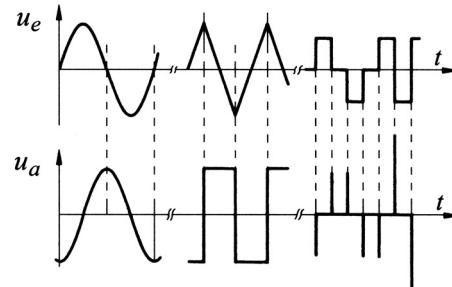
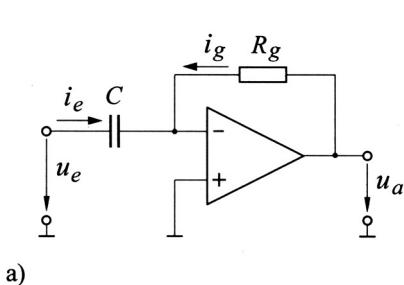
4. Komponenten:

4.1 Messverstärker:

4.1.11 Anwendungen mit OP-Verstärker



Integrierer: Schaltung (a) und Signale (b) (E. Schrüfer: Elektrische Messtechnik)

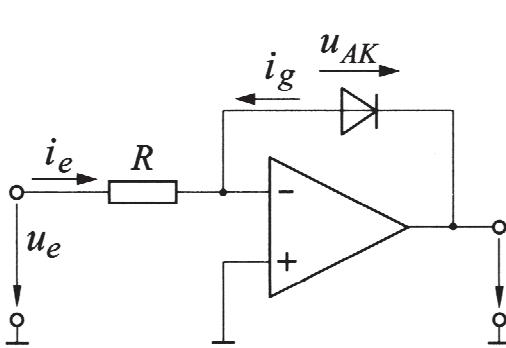


Differenzierer: Schaltung (a) und Signale (b) (E. Schrüfer: Elektrische Messtechnik)

4. Komponenten:

4.1 Messverstärker:

4.1.11 Anwendungen mit OP-Verstärker



$$I_{AK} = I_s e^{u_{AK}/u_T} = I_s e^{-u_a/u_T}; \quad u_T = 0,026 \text{ V}.$$

$$u_T = kT/e$$

$$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$$

$$e = 1,609 \cdot 10^{-19} \text{ As}$$

$$I_e = -I_g = I_{AK}$$

$$u_a = -0,026 \ln \frac{I_e}{I_s} = -0,06 \log \frac{I_e}{I_s} \quad \text{in V.}$$

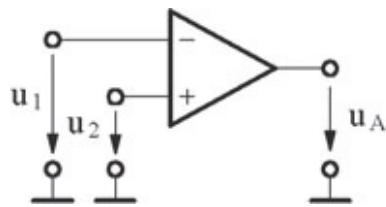
Logarithmierer

(E. Schrüfer: Elektrische Messtechnik)

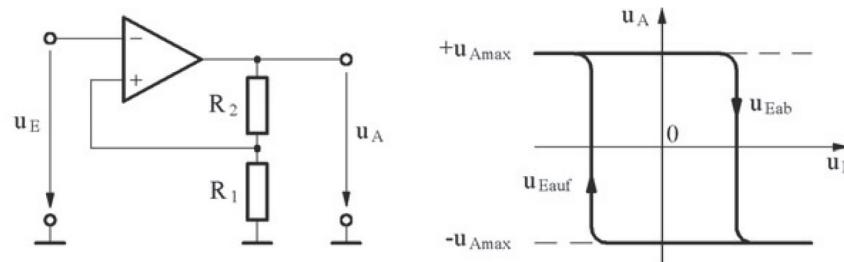
4. Komponenten:

4.1 Messverstärker:

4.1.12 Komparatoren mit OP



Komparator ohne Hysterese



$$u_{E\text{auf}} = -u_{A\text{max}} \frac{R_1}{R_1 + R_2},$$

$$u_{E\text{ab}} = +u_{A\text{max}} \frac{R_1}{R_1 + R_2}.$$

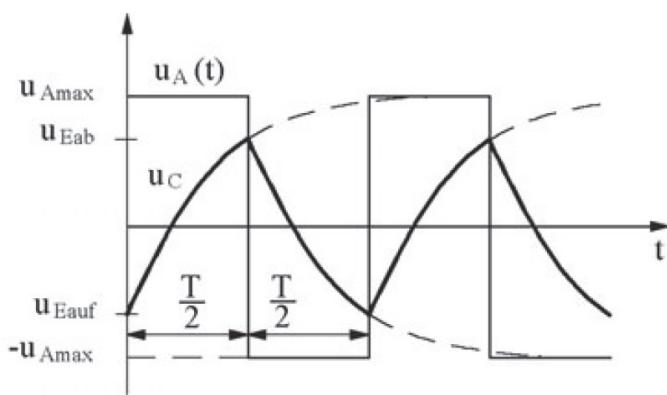
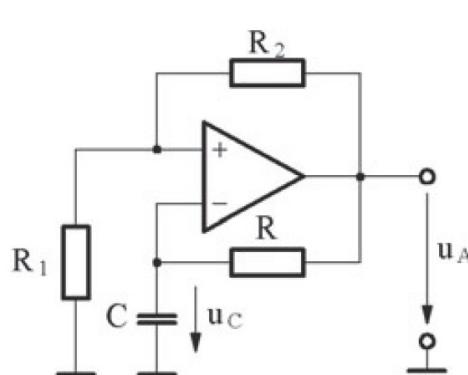
Invertierender Schmitt-Trigger: Operationsverstärkerschaltung und Kennlinien des invertierenden Schmitt-Triggers

aus: R. Lerch: Elektrische Messtechnik

4. Komponenten:

4.1 Messverstärker:

4.1.12 Multivibrator mit OP



Multivibrator mit Komparator und Spannungsverläufe in der Multivibrator-Schaltung

$$\frac{du_C}{dt} = \frac{\pm u_{A\text{max}} - u_C}{RC}$$

$$u_C(t) = u_{A\text{max}} \left(1 - \frac{2R_1 + R_2}{R_1 + R_2} e^{-t/RC} \right)$$

$$T = 2RC \ln \left(1 + \frac{2R_1}{R_2} \right)$$

$$R_1 = R_2$$

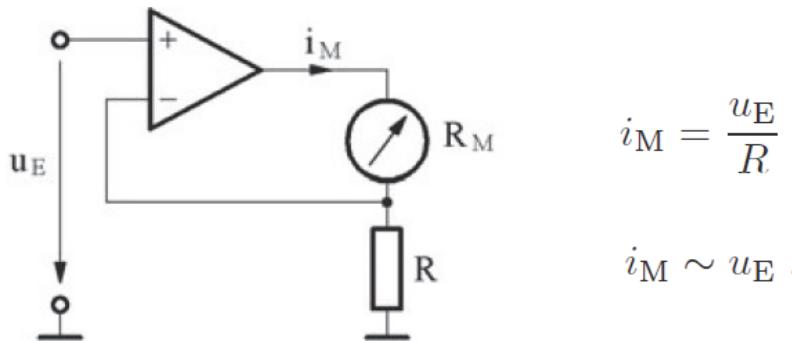
$$T = 2RC \ln 3 \approx 2,2RC$$

aus: R. Lerch: Elektrische Messtechnik

4. Komponenten:

4.1 Messverstärker:

4.1.13 Beispiel: Voltmeterschaltung



Voltmeterschaltung: hochohmige Spannungsmessung mit einem Strommessgerät

aus: R. Lerch: Elektrische Messtechnik

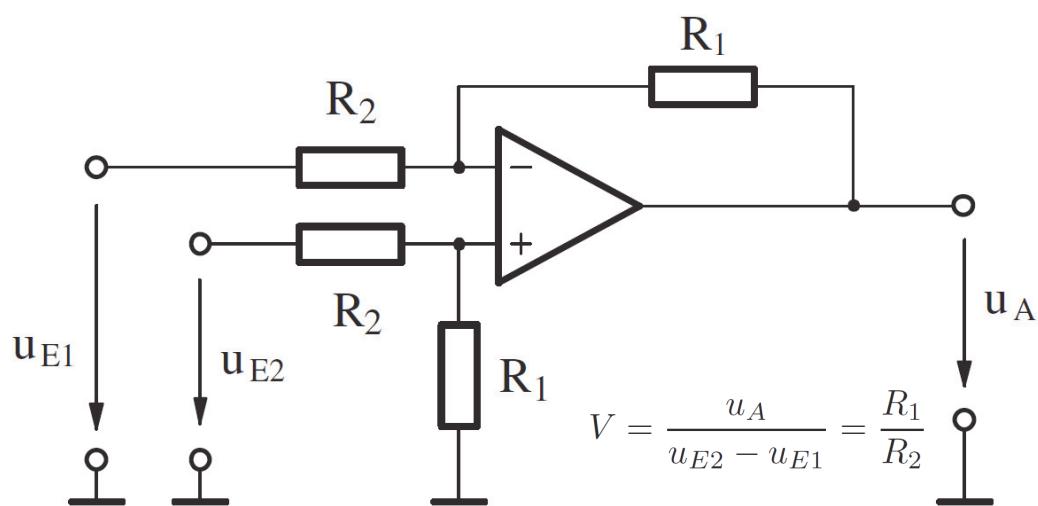
Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

213

4. Komponenten:

4.1 Messverstärker:

4.1.13 Beispiel: Differenzverstärker



Differenzverstärker

Bei der Berücksichtigung der Eingangswiderstand R_i :

$$V \rightarrow V = \frac{R_1}{R_2 + R_i}$$

aus: R. Lerch: Elektrische Messtechnik

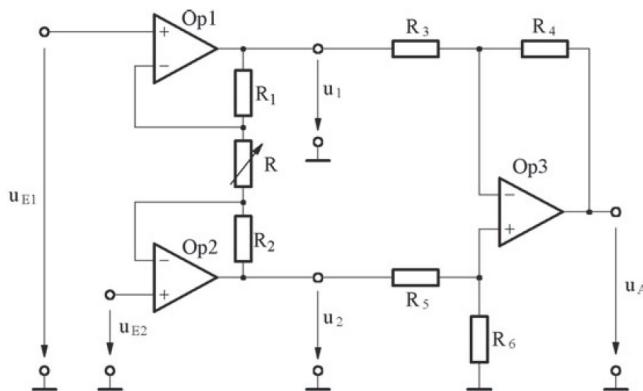
Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

214

4. Komponenten:

4.1 Messverstärker:

4.1.13 Beispiel: Instrumentenverstärker



$$u_1 = u_{E1} + R_1 \frac{u_{E1} - u_{E2}}{R} = \left(1 + \frac{R_1}{R}\right) u_{E1} - \frac{R_1}{R} u_{E2}$$

$$u_2 = u_{E2} - R_2 \frac{u_{E1} - u_{E2}}{R} = \left(1 + \frac{R_2}{R}\right) u_{E2} - \frac{R_2}{R} u_{E1}$$

$$u_{E1} = u_{E2} = u_{gl} \quad \Rightarrow \quad \frac{u_1}{u_{gl}} = \frac{u_2}{u_{gl}} = 1$$

$$\frac{R_4}{R_3} = \frac{R_6}{R_5} \quad \Rightarrow \quad u_A = \frac{R_4}{R_3} (u_2 - u_1)$$

Instrumentenverstärker

$$\frac{u_A}{u_{E2} - u_{E1}} = \frac{R_4}{R_3} \left(1 + \frac{R_1 + R_2}{R}\right)$$

Symmetrische Aufbau: $R_1 = R_2 = R'$ und $R_3 = R_4 = R_5 = R_6$:

$$\frac{u_A}{u_{E2} - u_{E1}} = 1 + \frac{2R'}{R}$$

aus: R. Lerch: Elektrische Messtechnik

Literatur für Kap 4.1

Autor	Titel	Verlag
R. Lerch	Elektrische Messtechnik Kapitel 7	Springer Verlag
E. Schrüfer L. Reindl B. Zagar	Elektrische Messtechnik Kapitel 2.3	Hanser Verlag

Aufgaben:

Wolf-Jürgen Becker, Walter Hofmann

Aufgabensammlung Elektrische Messtechnik: 337

Übungsaufgaben mit Lösungen

Kapitel 2, 3, 4 und 7 (nur die zutreffende Aufgaben)

4. Komponenten:

4.2 Sensoren / Aufteilungsbeispiel 1

(bereits bekannt aus Vorlesung „Physikalische Grundlagen der Sensorik“, SS 2014)

- 1. Sensorprinzipien der Mechanik**
- 2. Sensorprinzipien der Wärmelehre**
- 3. Sensorprinzipien der Elektrostatik und –dynamik**
- 4. Sensorprinzipien der Ausbreitung
elektromagnetischer Wellen und Optik**

4. Komponenten:

4.2 Sensoren / Aufteilungsbeispiel 2

(aus Branchenverzeichnis „Sensor- und Messtechnik“ der AMA 2011/12)

Sensoren für ...

- 1. Geometrische Messgrößen**
- 2. Mechanische Messgrößen**
- 3. Dynamische Messgrößen**
- 4. Thermische und kalorische Messgrößen**
- 5. Klimatische und meteorologische Messgrößen**
- 6. Optische und akustische Messgrößen**
- 7. Elektrische Messgrößen**
- 8. Chemische, biologische und medizinische Messgrößen**
- 9. Bildverarbeitung und sonstige Messgrößen**



4. Komponenten:

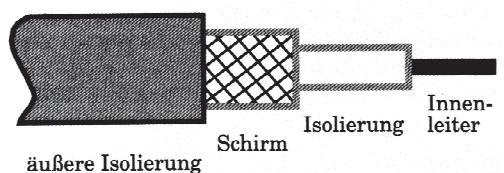
4.2 Sensoren / Aufteilungsbeispiel 3

(aus Messekatalog der SPS/IPC/DRIVES 2011):

- 1. Binäre Sensorik**
- 2. Drehgeber**
- 3. Identifikationssensorik und -systeme**
- 4. Industrielle Bildverarbeitung**
- 5. Messende Sensorik**
- 6. Sichere Sensorik**
- 7. Sensorik für explosionsgefährdete Bereiche**
- 8. Messwertaufnehmer**
- 9. Messtechnik für elektrische Größen**

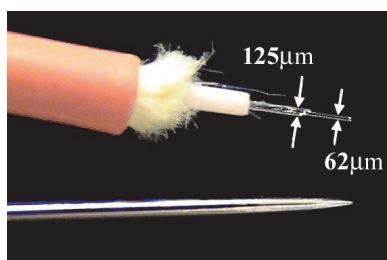
4. Komponenten:

4.3 Messleitungen



Geschirmte Doppelleitung

(G. Heyne: Elektronische Messtechnik)



Lichtwellenleiter

(Rensselaer Polytechnic Institute)

Koaxialleitung

(G. Heyne: Elektronische Messtechnik)

Triaxialleitung

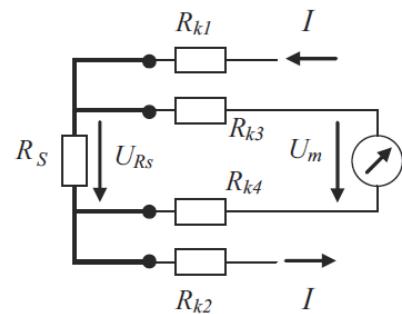
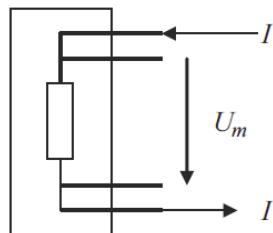
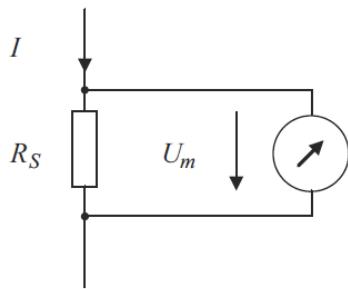
(G. Heyne: Elektronische Messtechnik)

4. Komponenten:

4.3 Messleitungen:

4.3.1 Verhalten im Gleichspannungsfall

4.3.1.0 Zweileiterschaltung und Vierleiterschaltung



- Prinzip der Strommessung mit einem Stromfühlwiderstand (Shunt) R_s ,
- Shunt in Vierleitertechnik mit getrennt nach Außen geführten Stromspeise- und Spannungsmessklemmen,
- Kontaktierter Shunt in Vierleitertechnik: die Widerstände R_{ki} repräsentieren die Kontakt- und Übergangswiderstände.

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

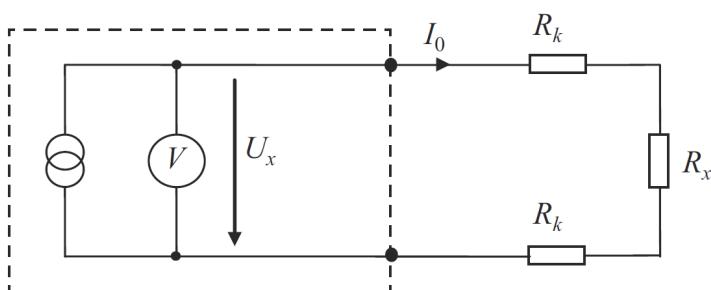
221

4. Komponenten:

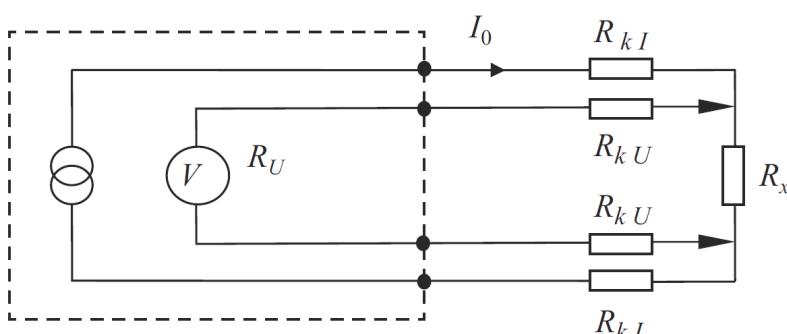
4.3 Messleitungen:

4.3.1 Verhalten im Gleichspannungsfall

4.3.1.0 Zweileiterschaltung und Vierleiterschaltung



2-Draht-Widerstandsmessung des Widerstands R_x . R_k stellen die Zuleitungs- und Kontaktwiderstände dar.



4-Draht-Widerstandsmessung mit getrennten Stromspeise- und Spannungsmessklemmen

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

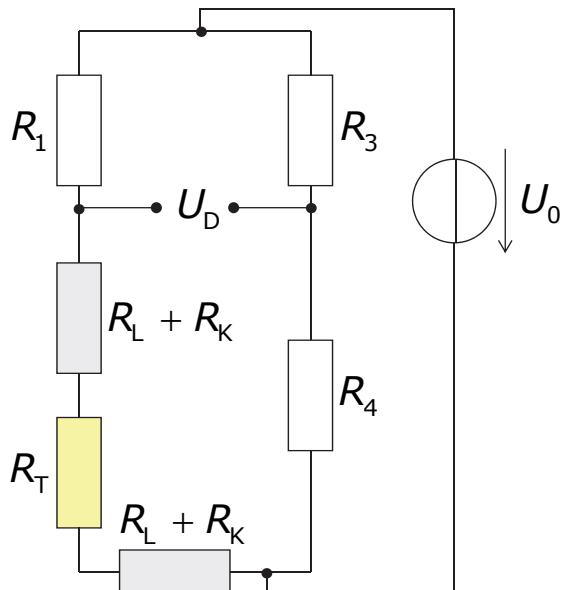
222

4. Komponenten:

4.3 Messleitungen:

4.3.1 Verhalten im Gleichspannungsfall

4.3.1.1 Zweileiterschaltung in Gleichspannungsbrücke mit Spannungsquelle



$R_L \rightarrow$ Leitungswiderstand
 $R_K \rightarrow$ Kontaktwiderstand

$$\begin{aligned} U_D &= U_2 - U_4 \\ &= U_0 \cdot \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right) \end{aligned}$$

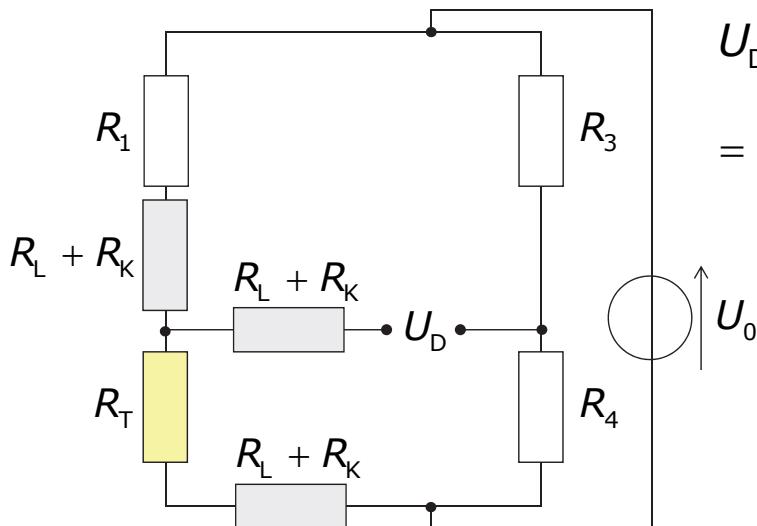
$$R_2 = R_T + 2 \cdot (R_L + R_K)$$

4. Komponenten:

4.3 Messleitungen:

4.3.1 Verhalten im Gleichspannungsfall

4.3.1.2 Dreileiterschaltung in Gleichspannungsbrücke mit Spannungsquelle



$$\begin{aligned} U_D &= U_2 - U_4 \\ &= U_0 \cdot \left(\frac{R_2^*}{R_1^* + R_2^*} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right) \end{aligned}$$

$$R_1^* = R_1 + (R_L + R_K)$$

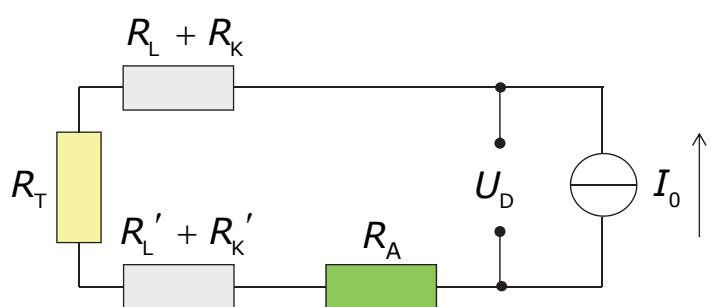
$$R_2^* = R_T + (R_L + R_K)$$

4. Komponenten:

4.3 Messleitungen:

4.3.1 Verhalten im Gleichspannungsfall

4.3.1.3 Zweileiterschaltung mit Konstantstromquelle und Abgleichwiderstand



$$U_D = I_0 \cdot (R_T + R_1^* + R_2^*)$$

$$R_1^* = R_L + R_K$$

$$R_2^* = R_L' + R_K'$$

$$U_D = I_0 \cdot (R_T + R_A)$$

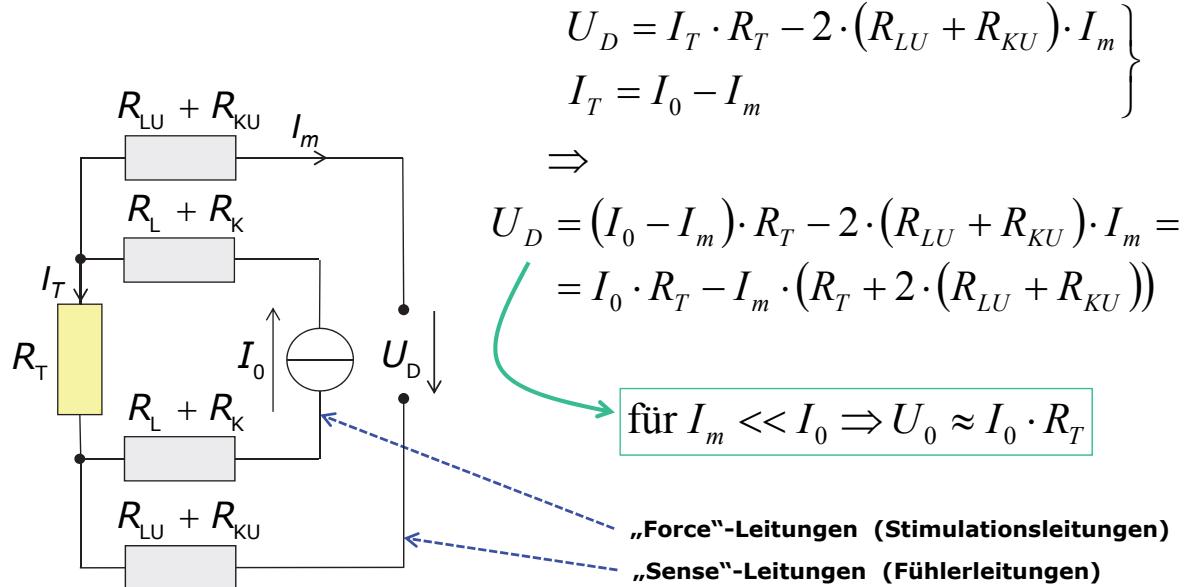
$$\text{f. } R_A \gg R_1^*, R_A \gg R_2^*$$

4. Komponenten:

4.3 Messleitungen:

4.3.1 Verhalten im Gleichspannungsfall

4.3.1.5 Vierleiterschaltung mit Konstantstromquelle



4. Komponenten:

4.3 Messleitungen:

4.3.1 Verhalten im Gleichspannungsfall

4.3.1.5 Vierleiterschaltung mit Konstantstromquelle

Werkstoff	$R_{20}/I / \Omega/m$	R_{400}/R_{20}	$\Delta T / K$
Cu		2,75	
Ag	?	2,70	?
NiCr		1,086	
CuNi		0,996	

ABB-Informationsmaterial

R_{20} = ohmscher Widerstand bei 20 °C und Leitungsdicke 0,6 mm

R_{400} = ohmscher Widerstand bei 400 °C und Leitungsdicke 0,6 mm

ΔT = Messfehler bei ges. Leitungslänge 1 m und -dicke 0,6 mm, Pt100-Sensor

Schaltung: **Zweileiterschaltung**, Gleichspannungsmessbrücke mit **Konstantstromquelle**

Widerstands-werte $R_T(9)$ des Pt100-Sensors (JUMOSENS-Daten)	°C	+0.00	+0.01	+0.02	+0.03	+0.04	+0.05	+0.06	+0.07	+0.08	+0.09
	400.0	247.092	247.095	247.099	247.102	247.106	247.109	247.113	247.116	247.120	247.123
	400.1	247.126	247.130	247.133	247.137	247.140	247.144	247.147	247.151	247.154	247.157
	400.2	247.161	247.164	247.168	247.171	247.175	247.178	247.182	247.185	247.188	247.192
	400.3	247.195	247.199	247.202	247.206	247.209	247.213	247.216	247.220	247.223	247.226
	400.4	247.230	247.233	247.237	247.240	247.244	247.247	247.251	247.254	247.257	247.261
	400.5	247.264	247.268	247.271	247.275	247.278	247.282	247.285	247.288	247.292	247.295
	400.6	247.299	247.302	247.306	247.309	247.313	247.316	247.319	247.323	247.326	247.330
	400.7	247.333	247.337	247.340	247.344	247.347	247.350	247.354	247.357	247.361	247.364
	400.8	247.368	247.371	247.375	247.378	247.381	247.385	247.388	247.392	247.395	247.399
	400.9	247.402	247.406	247.409	247.412	247.416	247.419	247.423	247.426	247.430	247.433

Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

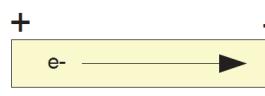
227

4. Komponenten:

4.3 Messleitungen:

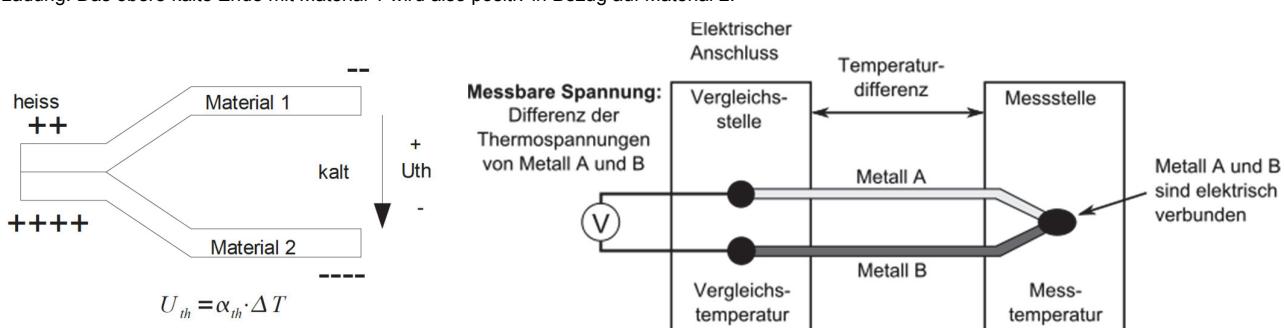
4.3.1 Verhalten im Gleichspannungsfall

4.3.1.6 Thermoelement



In einem Leiter haben die Elektronen am heißen Ende mehr Bewegungsenergie als am kalten Ende. Die <> heißen <> Elektronen verteilen sich mehr im Leiter, während die <> kalten <> eher an Ort und Stelle bleiben. Dies führt zu einem Ungleichgewicht der Ladungen, also zu einer Ladungsspannung. Diese Spannung treibt die Elektronen an, um wieder in ein Gleichgewicht zu kommen.

Diese Spannung kann nicht allein gemessen werden, denn der Anschluss geht über Drahle, die wiederum Thermospannungen bewirken, und diese müssen berücksichtigt werden. Einzelheiten siehe Themenkarte „Widerstände und Wärmeleitung“.



4. Komponenten:

4.3 Messleitungen:

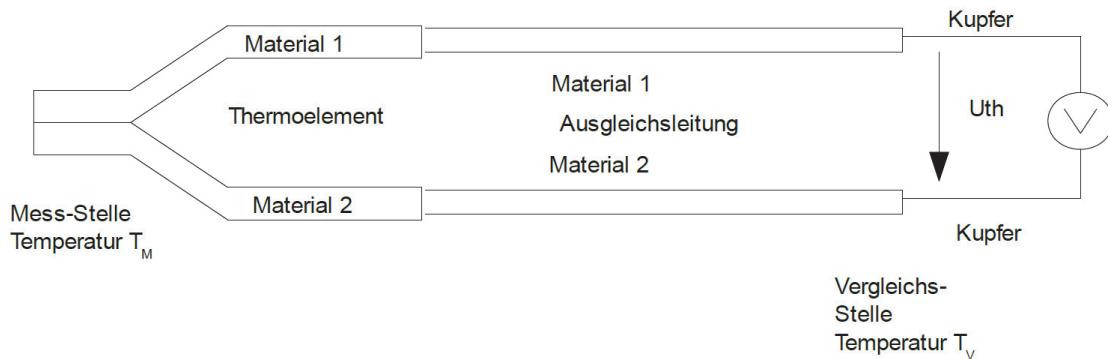
4.3.1 Verhalten im Gleichspannungsfall

4.3.1.6 Thermoelement

In der Messtechnik ist das heiße Ende die **Messstelle** mit der Temperatur T_M , das kalte Ende ist die **Vergleichsstelle** mit der Temperatur T_V .

Für eine genaue Messung muss die Vergleichstemperatur möglichst präzise eingehalten werden. Früher benutzte man hierfür z.B. schmelzendes Eis. Da Thermoelemente vor allem zum Messen hoher Temperaturen eingesetzt werden, kann die Vergleichsstelle nicht gut nahe an der Messstelle liegen.

Man verlängert das Thermoelement mit einer sogenannten **Ausgleichsleitung** bis zur Vergleichsstelle. Die Ausgleichsleitung muss aus denselben Materialien 1 und 2 bestehen wie das Thermoelement selbst. Es wirken dann Thermoelement und Ausgleichsleitung wie ein einziges verlängertes Thermoelement, und es treten keine zusätzlichen Thermospannungen auf die das Messergebnis verfälschen würden.



Messprinzip mit Thermoelement

4. Komponenten:

4.3 Messleitungen:

4.3.1 Verhalten im Gleichspannungsfall

4.3.1.6 Verkabelung von Thermoelementen / 2

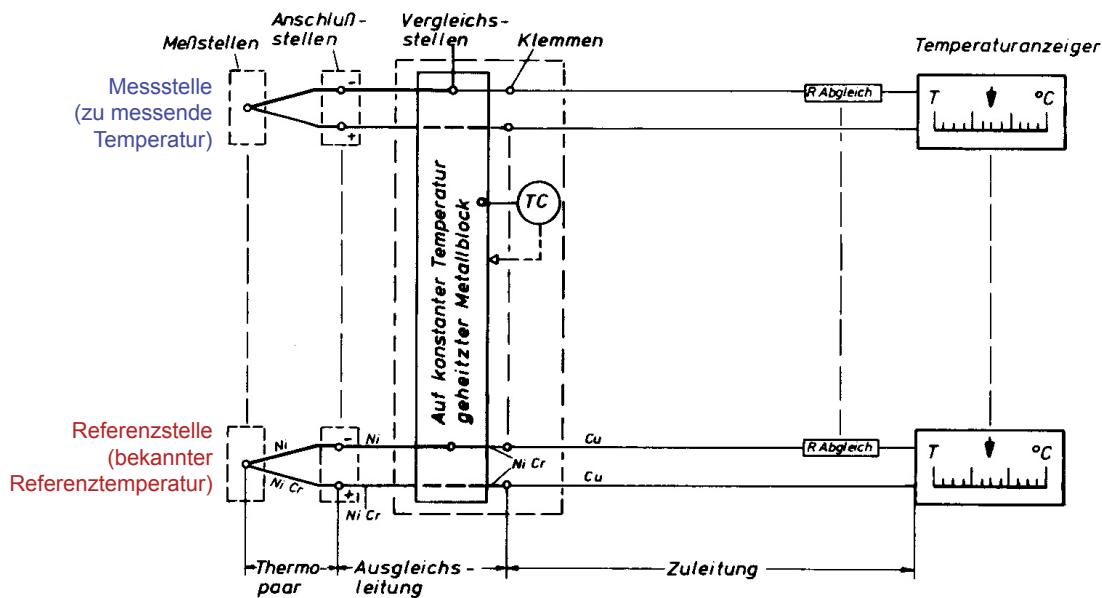
Thermopaartyp	Material der Ausgleichsleitung	Toleranz / K	Temperaturbereich / °C
Cu-CuNI (U)	Cu-CuNI	± 3,0	0 .. 200
Fe-CuNi(L)	Fe-CuNi	± 3,0	0 .. 200
NiCr-Ni (K)	NiCr-Ni	± 3,0	0 .. 200
NiCr-Ni (K)	SoNiCr-SoNi1	± 3,0	0 .. 200
NiCr-Ni (K)	SoNiCr-SoNi2	± 3,0	0 .. 100
Pt10%Rh-Pt (S)	SoPtRh1-SoPt1	± 3,0	0 .. 200
Pt10%Rh-Pt (S)	SoPtRh2-SoPt2	± 3,0	0 .. 100
Pt13%Rh-P (R)	SoPtRh1-SoPt1	± 3,0	0 .. 200
Pt13%Rh-P (R)	SoPtRh2-SoPt2	± 3,0	0 .. 100

4. Komponenten:

4.3 Messleitungen:

4.3.1 Verhalten im Gleichspannungsfall

4.3.1.6 Verkabelung von Thermoelementen / 1

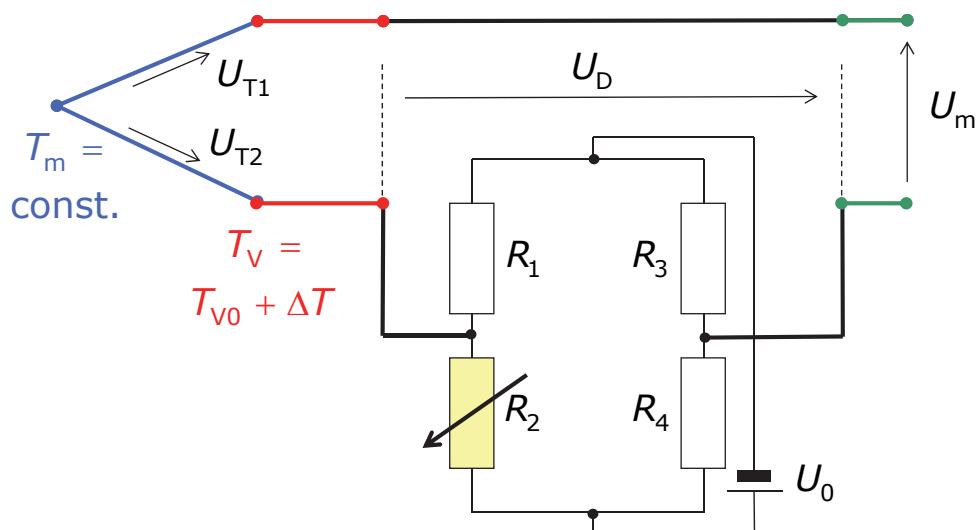


4. Komponenten:

4.3 Messleitungen:

4.3.1 Verhalten im Gleichspannungsfall

4.3.1.6 Verkabelung von Thermoelementen / 3



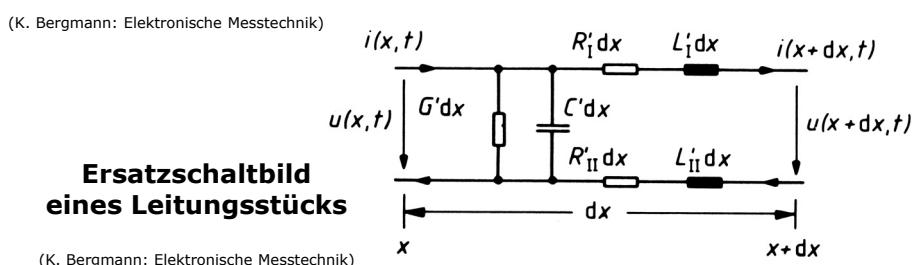
$$U_D = U_2 - U_4 = U_0 \cdot \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right)$$

4. Komponenten:

4.3 Messleitungen:

4.3.2 Verhalten im Wechselspannungsfall

Elektrische und magnetische Felder in Zweidrahtleitungen und Koaxialleitungen



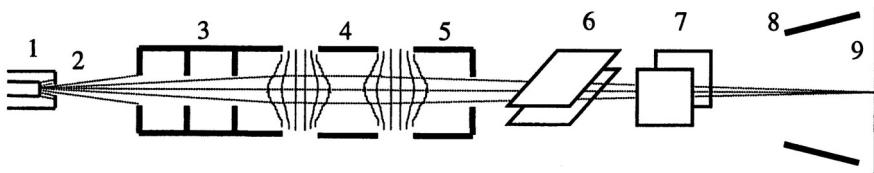
(K. Bergmann: Elektronische Messtechnik)

Ergänzender Literatur für Kap 4.3 (Messleitungen, Thermoelement)

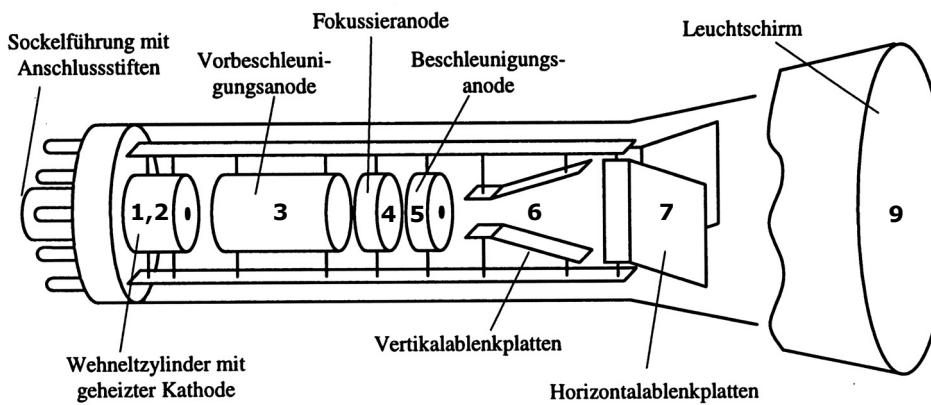
Autor	Titel	Verlag
E. Schrüfer L. Reindl B. Zagar	Elektrische Messtechnik Kapitel 2.5.1	Hanser Verlag
T. Mühl	Einführung in die elektrische Messtechnik Kapitel 5 und 6 (diesmal Fokus an 2- und 4-Leiteranschluss und Thematisierung der Widerstand von Zuleitung)	Hanser Verlag

4. Komponenten:

4.4 Oszilloskop: Prinzip



Elektronenstrahlröhre:

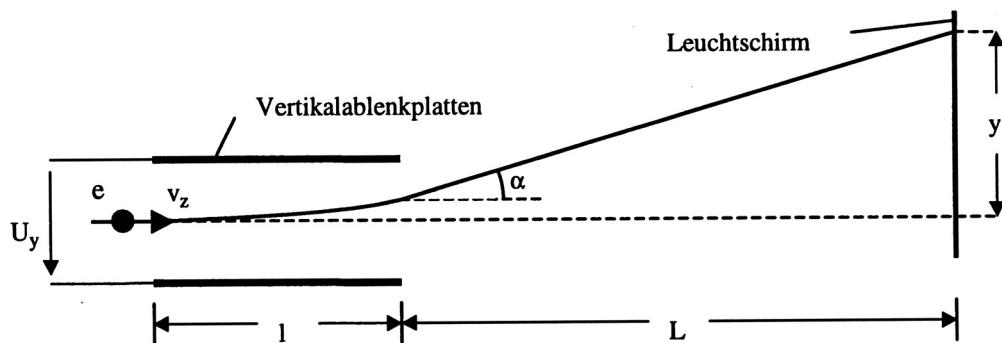


Prinzip und bauliche Ausführung

(Th. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

4. Komponenten:

4.4 Oszilloskop: Vertikale Strahlablenkung

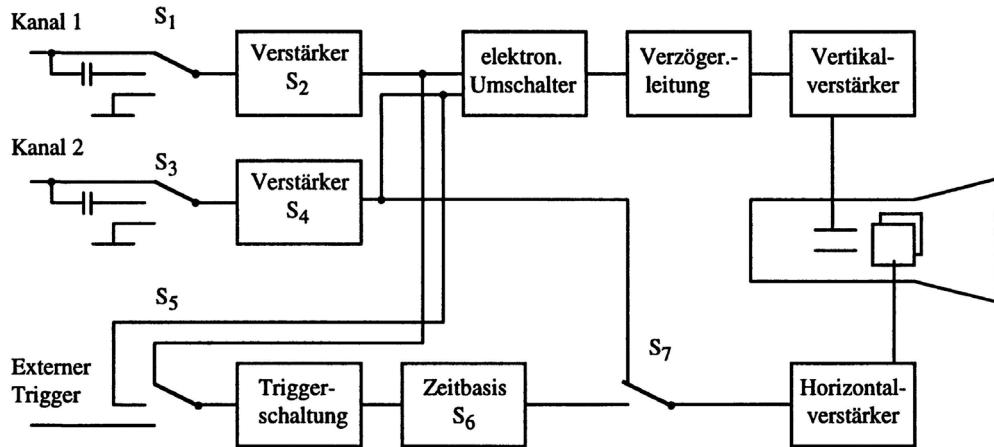


Elektronenstrahlröhre:
Strahlablenkung durch Vertikalablenkplatten

(Th. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

4. Komponenten:

4.4 Oszilloskop: Blockschaltbild

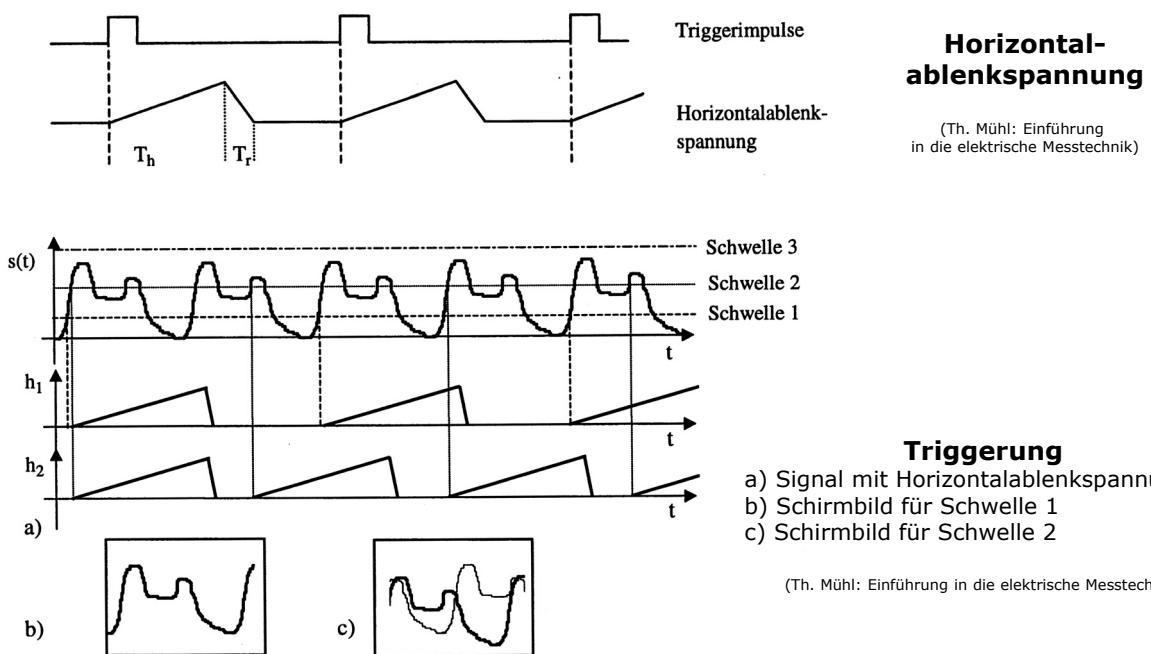


Zweikanal-Oszilloskop

(Th. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

4. Komponenten:

4.4 Oszilloskop: Horizontale Strahlablenkung



Horizontal-ablenkspannung

(Th. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

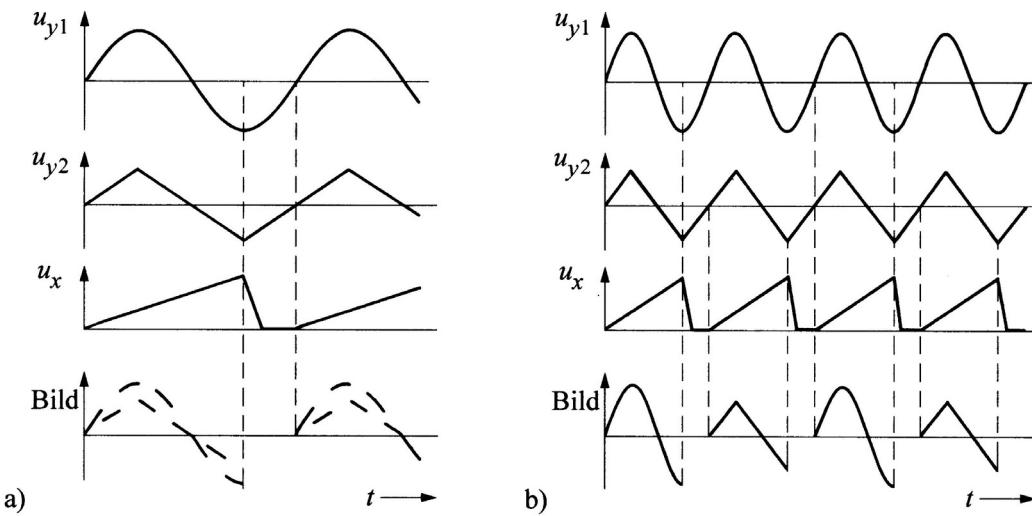
Triggerung

- a) Signal mit Horizontalablenkspannungen
- b) Schirmbild für Schwelle 1
- c) Schirmbild für Schwelle 2

(Th. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

4. Komponenten:

4.4 Oszilloskop: Zweikanalbetrieb



Zweikanalbetrieb mit Betriebsart „chopped“ (a) bzw. „alternated“ (b)

(E. Schrüfer: Elektrische Messtechnik)

Literatur für Kap 4.4

Autor	Titel	Verlag
R. Lerch	Elektrische Messtechnik Kapitel 10	Springer Verlag
T. Mühl	Einführung in die elektrische Messtechnik Kapitel 8	Hanser Verlag
E. Schrüfer L. Reindl B. Zagar	Elektrische Messtechnik Kapitel 2.2	Hanser Verlag

5. Messung nicht-elektrischer Größen: Vorlesungsinhalte

5.1 Messung geometrischer Größen

- 5.1.1 Berührende Abstands- und Winkelmessung
- 5.1.2 Berührungslose Abstands- und Winkelmessung

5.2 Messung von Drücken, Kräften, Drehmomenten

- 5.2.1 Berührende Druck-, Kraft- und Drehmomentenmessung
- 5.2.2 Berührungslose Druck-, Kraft- und Drehmomentenmessung

5.3 Messung von Temperaturen

- 5.3.1 Berührende Temperaturmessung
- 5.3.2 Berührungslose Temperaturmessung

5.4 Messung von Volumen- und Massenströmen

- 5.4.1 Berührende Volumen- und Massenstrommessung
- 5.4.3 Berührungslose Volumen- und Massenstrommessung

5.5 Messung von Massen

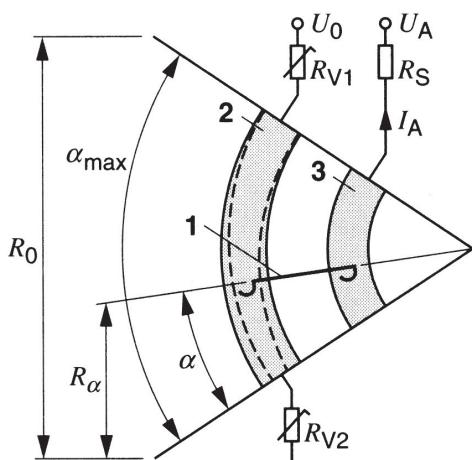
- 5.5.1 Ausschlagmethode
- 5.5.2 Elektronische Kompensationswaage

5. Messung nicht-elektrischer Größen

5. 1 Messung geometrischer Größen:

5.1.1 Berührende Abstands- und Winkelmessung:

5.1.1.1 Potentiometersysteme



Schleifpotentiometer
mit Schleifer (1), Widerstandsbahn (2),
Kontaktbahn (3)
(Bosch: Autoelektrik/Autoelektronik)

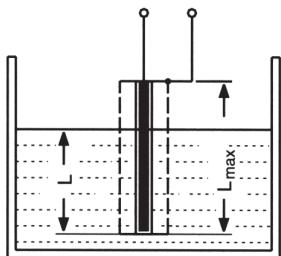
Potentiometer mit Spannungsfolgerschaltung
(S. Hesse, G. Schnell: Sensoren für die Prozess- und Fabrikautomation)

5. Messung nicht-elektrischer Größen

5.1 Messung geometrischer Größen:

5.1.1 Berührende Abstands- und Winkelmessung:

5.1.1.2 Kapazitive Systeme (1)



Kapazitive Füllstands-Messsysteme

(J. Niebuhr, G. Lindner: Physikalische Messtechnik mit Sensoren)

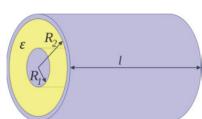
$$C_0 = 2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot l$$

$$C = C_1 + C_2 = 2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot (\varepsilon_r \cdot h + (l - h)) = C_0 \cdot \left(\frac{\varepsilon_r \cdot h}{l} + \frac{l - h}{l} \right)$$

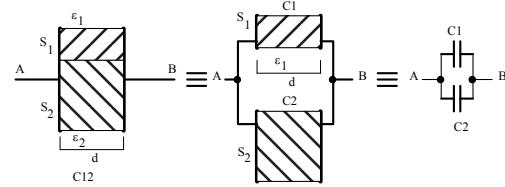
$$C = C_0 \cdot \frac{\varepsilon_r \cdot h}{l} + C_0 - C_0 \frac{\varepsilon_r \cdot h}{l} \Rightarrow h \cdot C_0 \cdot (\varepsilon_r - 1) = (C - C_0) \cdot l$$

$$h = \frac{l}{\varepsilon_r - 1} \cdot \frac{C - C_0}{C_0} \Rightarrow \frac{h}{l} = \frac{C - C_0}{C_0} \cdot \frac{1}{\varepsilon_r - 1}$$

$$\frac{\Delta h}{l} = \frac{1}{\varepsilon_r - 1} \cdot \frac{\Delta C}{C_0}$$



$$C = \frac{Q}{U} = \frac{Q}{\int \vec{E}(\vec{r}) d\vec{r}} = \frac{Q}{\frac{R_2}{R_1} \int \frac{Q}{2\pi l \varepsilon_0 \varepsilon_r r} dr} = \frac{2\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r l}{\frac{R_2}{R_1} \int \frac{1}{r} dr} = 2\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{l}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$$

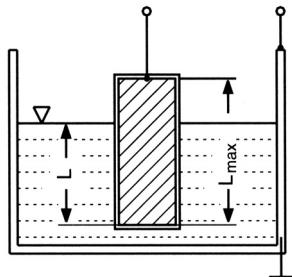


5. Messung nicht-elektrischer Größen

5.1 Messung geometrischer Größen:

5.1.1 Berührende Abstands- und Winkelmessung:

5.1.1.2 Kapazitive Systeme (1)



Kapazitive Füllstands-Messsysteme

(J. Niebuhr, G. Lindner: Physikalische Messtechnik mit Sensoren)

Auswerteschaltungen (Beispiele) :

- Wechselspannungs-Ausschlagbrücke / Viertelbrücke (3.3.5.2.1)
- Abgleich-Widerstandsmessbrücke (z.B. Kapazitätsmessbrücke nach Wien / 3.3.5.1.1)
- Wechselstrom- und -spannungsmessung (3.3.1)

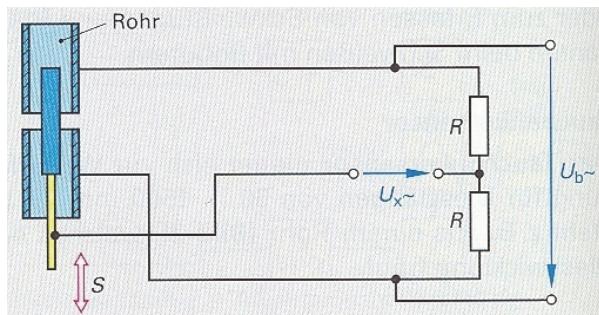
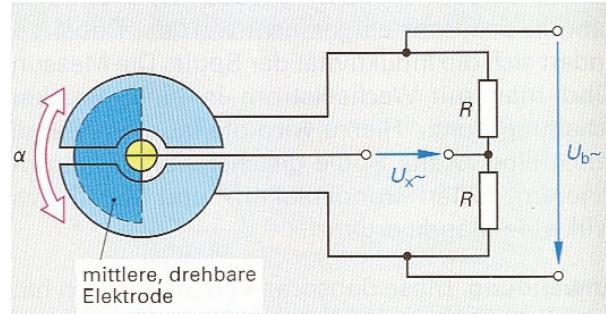
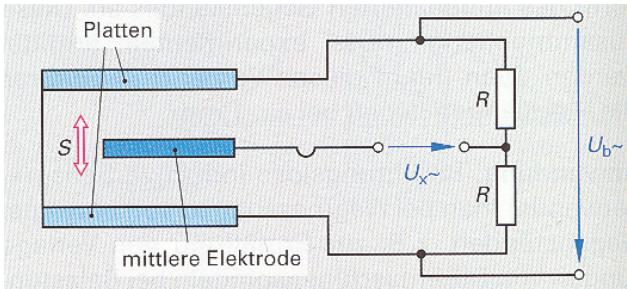
$$C = \frac{\hat{i}}{\hat{u}} \cdot \frac{1}{2\pi \cdot f}$$

5. Messung nicht-elektrischer Größen

5.1 Messung geometrischer Größen:

5.1.1 Berührende Abstands- und Winkelmessung:

5.1.1.2 Kapazitive Systeme (2)



A. Baumann et. al.: Automatisierungstechnik

$$U_x = -\frac{U_b}{2} \cdot \frac{\Delta C}{C}$$

Differenzialkondensatoren

mit $\Delta l_1 = -\Delta l_2$, bzw. $\Delta A_1 = -\Delta A_2$:

$$\frac{\Delta l_1}{l_0} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{u_0}{u_M} = -\frac{\Delta l_2}{l_0} \text{ bzw.}$$

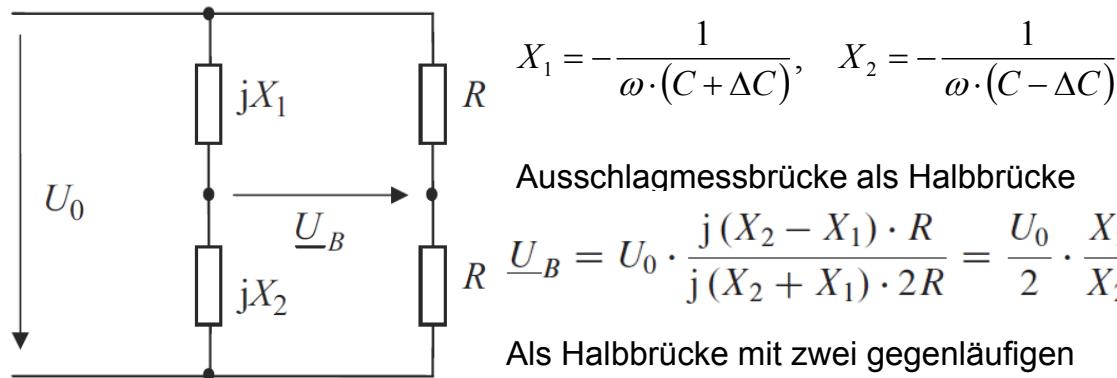
$$\frac{\Delta \alpha_1}{\alpha_0} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{u_0}{u_M} = -\frac{\Delta \alpha_2}{\alpha_0}$$

5. Messung nicht-elektrischer Größen

5.1 Messung geometrischer Größen:

5.1.1 Berührende Abstands- und Winkelmessung:

5.1.1.2 Kapazitive Systeme (2)



Ausschlagmessbrücke als Halbbrücke

$$U_B = \frac{U_0}{2} \cdot \frac{(X + \Delta X) - (X - \Delta X)}{(X + \Delta X) + (X - \Delta X)} = \frac{U_0}{2} \cdot \frac{2 \cdot \Delta X}{2X} = \frac{U_0}{2X} \cdot \Delta X$$

$$U_B = -\frac{U_0}{2} \cdot \frac{\Delta C}{C}$$

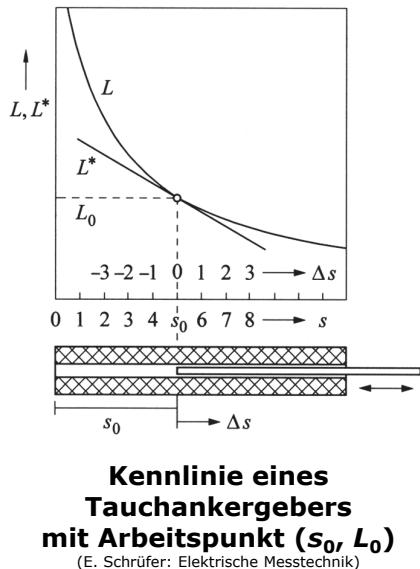
Als Halbbrücke mit zwei gegenläufigen Sensoren:

5. Messung nicht-elektrischer Größen

5. 1 Messung geometrischer Größen:

5.1.1 Berührende Abstands- und Winkelmessung:

5.1.1.3 Induktive Systeme (1)



$$S = \frac{N^2 \cdot \mu_0 \cdot A}{L}$$

Auswerteschaltungen (Beispiele) :

- Wechselspannungs-Ausschlagbrücke / Viertelbrücke (3.3.5.2.1)
- Abgleich-Widerstandsmessbrücke (z.B. Induktivitätssmessbrücke nach Maxwell / 3.3.5.1.2 oder Maxwell-Wien / 3.3.5.1.3)
- Wechselstrom- und -spannungsmessung (3.3.1)

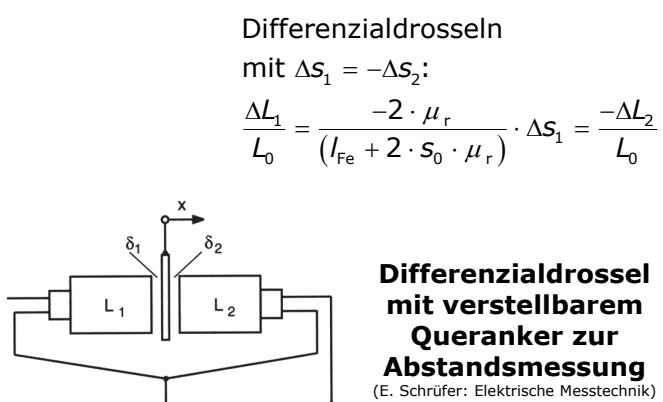
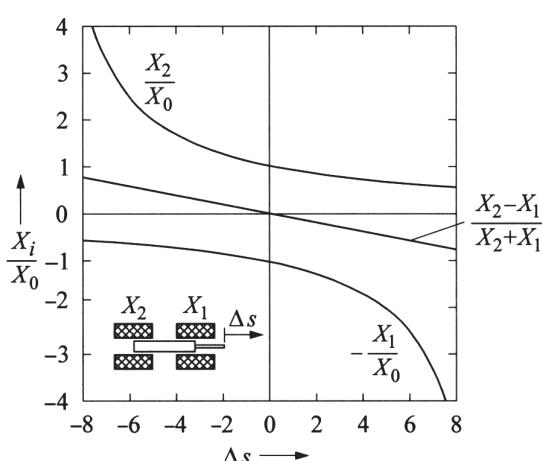
$$L = \frac{\hat{u}}{\hat{i}} \cdot \frac{1}{2\pi \cdot f}$$

5. Messung nicht-elektrischer Größen

5. 1 Messung geometrischer Größen:

5.1.1 Berührende Abstands- und Winkelmessung:

5.1.1.3 Induktive Systeme (2)



Auswerteschaltungen (Beispiele) :

- Wechselspannungs-Ausschlagbrücke / Halbbrücke (3.3.5.2.2)

5. Messung nicht-elektrischer Größen

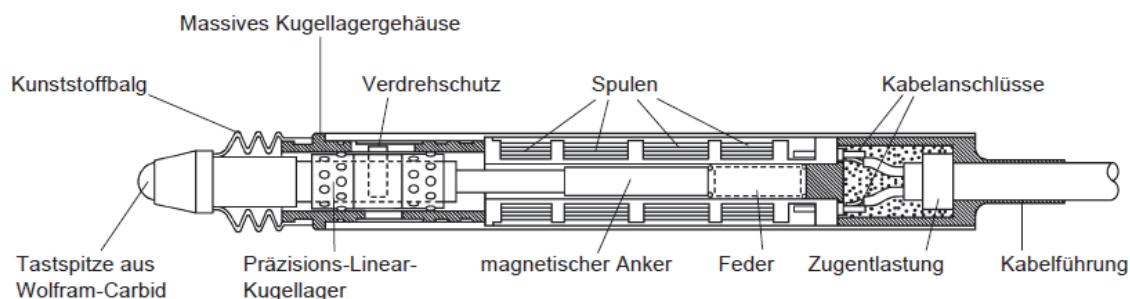
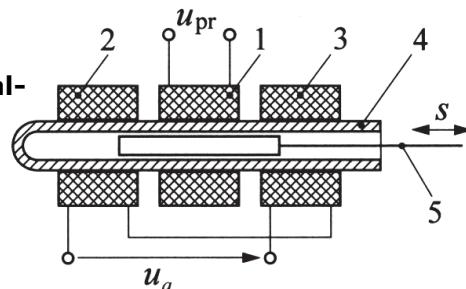
5.1 Messung geometrischer Größen:

5.1.1 Berührende Abstands- und Winkelmessung:

5.1.1.3 Induktive Systeme (3)

Prinzip eines Differential-Transformators (LVDT)

- 1: Primärspule
- 2, 3: Sekundärspulen
- 4: Hülse
- 5: verschiebbarer Kern
(E. Schrüfer: Elektrische Messtechnik)



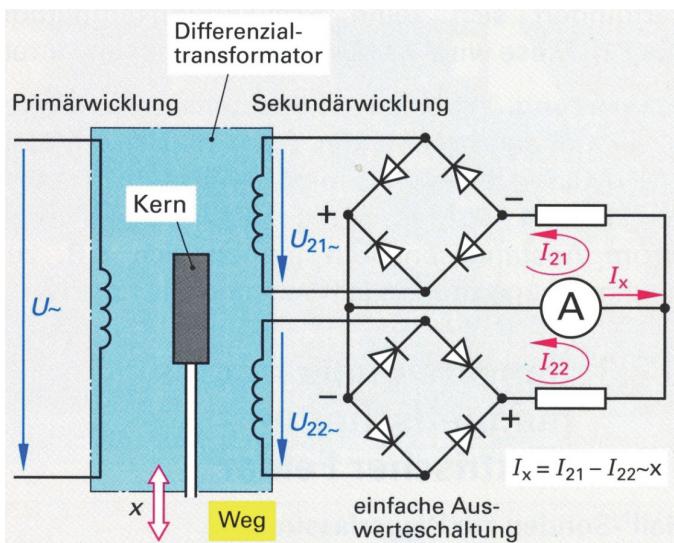
Technische Ausführung eines LVDT (Beispiel: ASM GmbH)

5. Messung nicht-elektrischer Größen

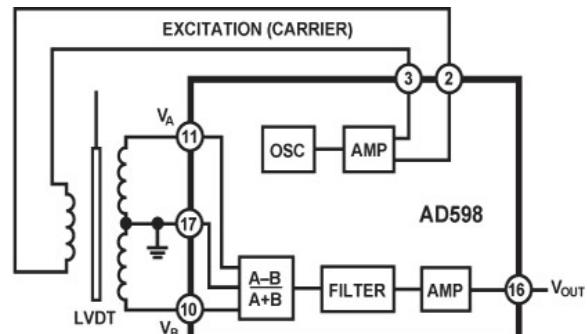
5.1 Messung geometrischer Größen:

5.1.1 Berührende Abstands- und Winkelmessung:

5.1.1.3 Induktive Systeme (4)



Prinzip der LVDT-Signalbildung
(A. Baumann et. al.: Automatisierungstechnik)



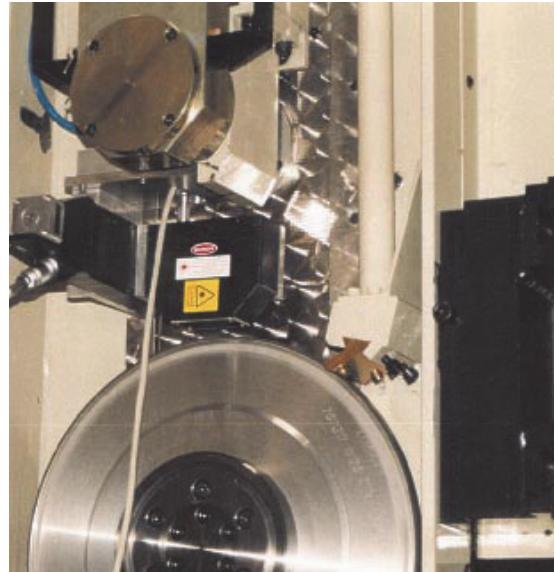
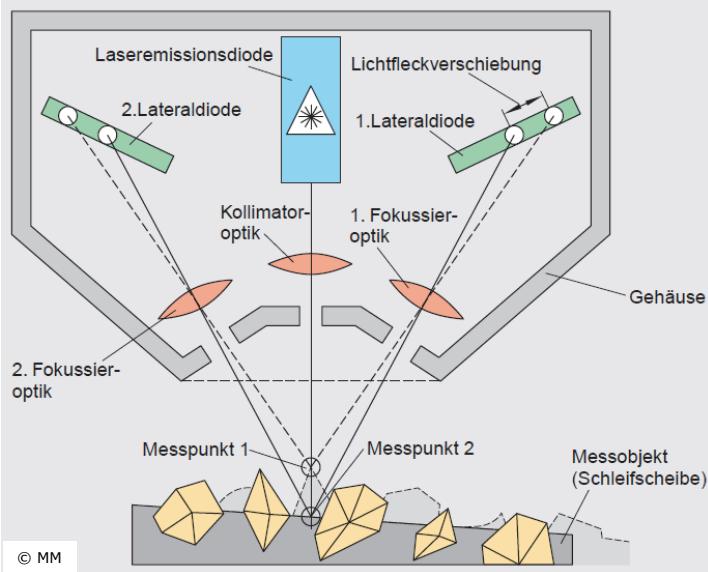
Beispiel eines integrierten Schaltkreises für Versorgung und Auswertung von LVDT-Sensorelementen
© Analog Devices

5. Messung nicht-elektrischer Größen

5.1 Messung geometrischer Größen:

5.1.2 Berührungslose Abstands- und Winkelmessung:

5.1.2.1 Optische Systeme (1)



**Applikationsbeispiel der Lasertriangulation:
Vermessung der Makro- und Mikrogeometrie von Schleifscheiben**

(O. Braun, U. Zitt: MM Maschinenmarkt 19/2000)

Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

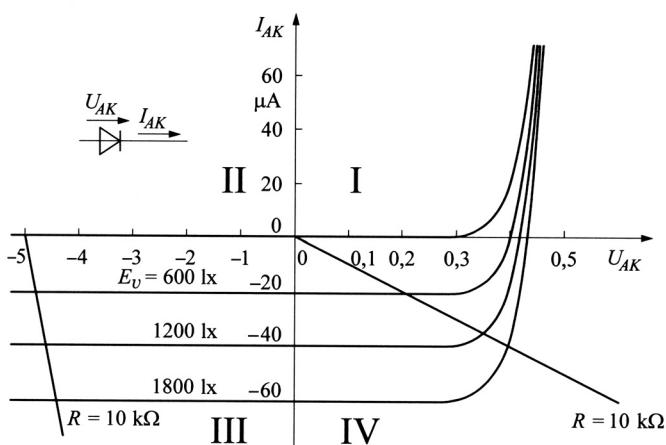
251

5. Messung nicht-elektrischer Größen

5.1 Messung geometrischer Größen:

5.1.2 Berührungslose Abstands- und Winkelmessung:

5.1.2.1 Optische Systeme (2)



Anpassungsschaltungen für Photodioden

(J. Niebuhr, G. Lindner: Physikalische Messtechnik mit Sensoren)

Kennlinienfeld der Si-Photodiode BPW20

(E. Schrüfer: Elektrische Messtechnik)

Fakultät Elektrotechnik, Medientechnik und Informatik- Vorlesung - Prof. Dr. László Juhász

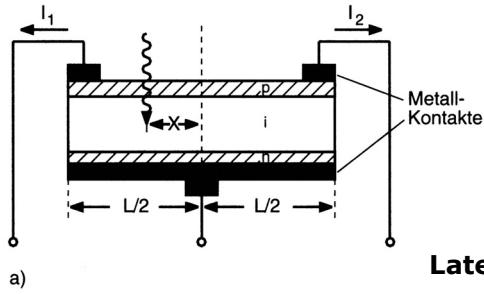
252

5. Messung nicht-elektrischer Größen

5. 1 Messung geometrischer Größen:

5.1.2 Berührungslose Abstands- und Winkelmessung:

5.1.2.1 Optische Systeme (3)

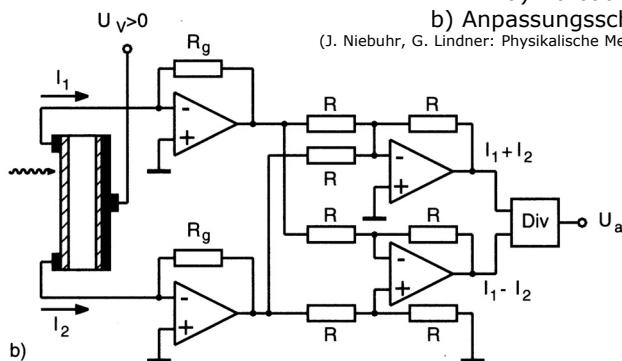


Lateraleffektdiode

a) Aufbau

b) Anpassungsschaltung

(J. Niebuhr, G. Lindner: Physikalische Messtechnik mit Sensoren)

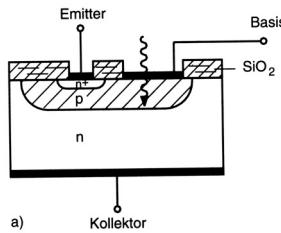


5. Messung nicht-elektrischer Größen

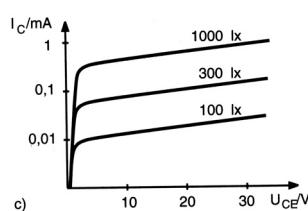
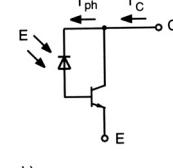
5. 1 Messung geometrischer Größen:

5.1.2 Berührungslose Abstands- und Winkelmessung:

5.1.2.1 Optische Systeme (4)



a) Kollektor



Phototransistor

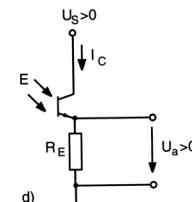
a) Aufbau

b) Ersatzschaltbild

c) Ausgangskennlinie

d) Anpassungsschaltung

(J. Niebuhr, G. Lindner: Physikalische Messtechnik mit Sensoren)

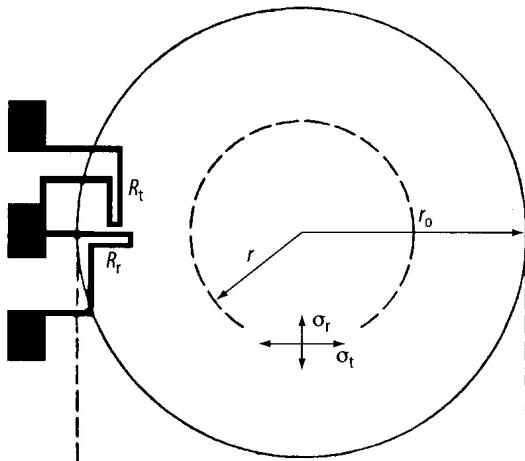


5. Messung nicht-elektrischer Größen

5.2 Messung von Drücken, Kräften, Drehmomenten:

5.2.1 Berührende Druck-, Kraft-, Drehmomentenmessung:

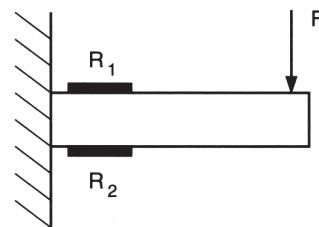
5.2.1.1 Resistive Systeme (1)



DMS-Applikation Druckmessung

(J. Niebuhr, G. Lindner: Physikalische Messtechnik mit Sensoren)

$$\varepsilon = \frac{1}{k} \cdot \frac{\Delta R}{R}$$



DMS-Applikation Wägung

(J. Niebuhr, G. Lindner: Physikalische Messtechnik mit Sensoren)

Auswerteschaltungen (Beispiele) :

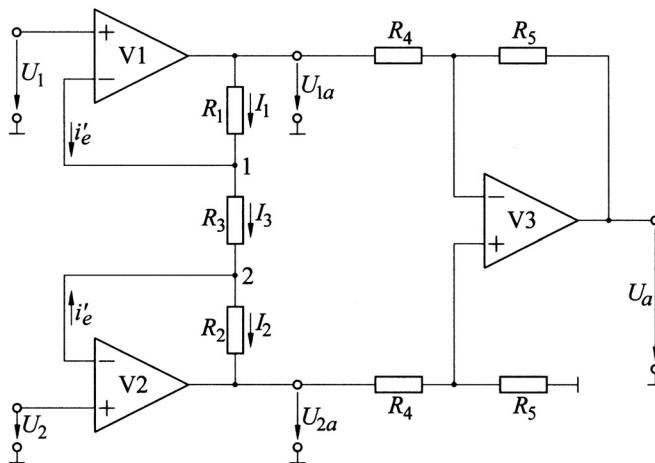
- Stromgespeiste Ausschlag-Widerstandsmessbrücke / Halbbrücke (3.2.5) bzw. Vollbrücke

5. Messung nicht-elektrischer Größen

5.2 Messung von Drücken, Kräften, Drehmomenten:

5.2.1 Berührende Druck-, Kraft-, Drehmomentenmessung:

5.2.1.1 Resistive Systeme (2)



Subtrahierer mit Elektrometerverstärker

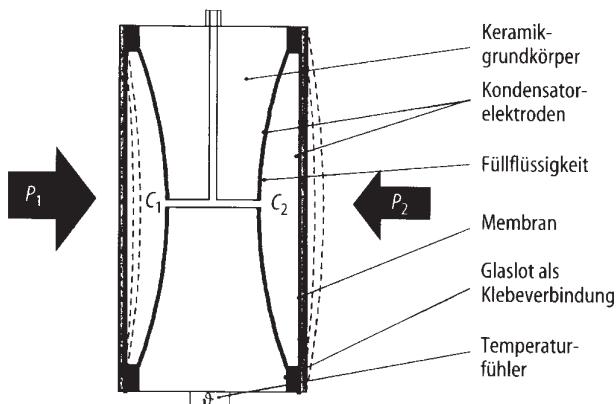
(E. Schrüfer: Elektrische Messtechnik)

5. Messung nicht-elektrischer Größen

5.2 Messung von Drücken, Kräften, Drehmomenten:

5.2.1 Berührende Druck-, Kraft-, Drehmomentenmessung:

5.2.1.2 Kapazitive Systeme



Kapazitive Drucksensoren (G. Strohrmann: Messtechnik im Chemiebetrieb)

Auswerteschaltungen (Beispiele) :

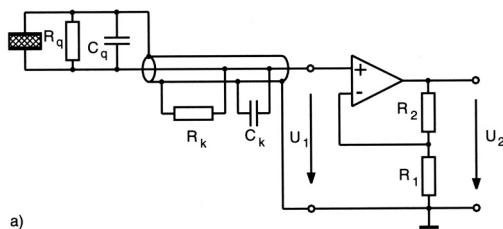
- Wechselspannungs-Ausschlagbrücke / Halbbrücke (3.3.5.2.2)

5. Messung nicht-elektrischer Größen

5.2 Messung von Drücken, Kräften, Drehmomenten:

5.2.1 Berührende Druck-, Kraft-, Drehmomentenmessung:

5.2.1.3 Piezoelektrische Systeme (1)



$$Q = k_p \cdot F$$

Elektrometerschaltung an piezoelektrischen Sensoren

(J. Niebuhr, G. Lindner: Physikalische Messtechnik mit Sensoren)

5. Messung nicht-elektrischer Größen

5. 3 Messung von Temperaturen:

5.3.1 Berührende Temperaturmessung:

5.3.1.1 Resistive Systeme

Widerstandsthermometer (RTD):

Bsp.

$$\text{Pt 100 } (-200 \text{ }^{\circ}\text{C} \dots 0 \text{ }^{\circ}\text{C}): \quad R(\vartheta) = R_0 \cdot (1 + A \cdot \vartheta + B \cdot \vartheta^2 + C \cdot (\vartheta - 100 \text{ }^{\circ}\text{C}) \cdot \vartheta^3)$$

$$\text{Pt 100 } (0 \dots 850 \text{ }^{\circ}\text{C}): \quad R(\vartheta) = R_0 \cdot (1 + A \cdot \vartheta + B \cdot \vartheta^2)$$

$$\text{Ni 100 } (-60 \text{ }^{\circ}\text{C} \dots 250 \text{ }^{\circ}\text{C}): \quad R(\vartheta) = R_0 \cdot (1 + A \cdot \vartheta + B \cdot \vartheta^2 + C \cdot \vartheta^4 + D \cdot \vartheta^6)$$

Heißleiter (NTC-Widerstand):

$$R_T = R_N \cdot e^{B \cdot \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_N} \right)}$$

Halbleiter-Widerstandsthermometer

z.B: Si (-30 $^{\circ}$ C ... 130 $^{\circ}$ C):

$$R(\Delta\vartheta) = R_0 \cdot (1 + A \cdot \Delta\vartheta + B \cdot (\Delta\vartheta)^2 + C \cdot (\Delta\vartheta)^3)$$

$$A = 7,93 \cdot 10^{-3} / \text{ }^{\circ}\text{C}; \quad B = 1,93 \cdot 10^{-5} / (\text{ }^{\circ}\text{C})^2;$$

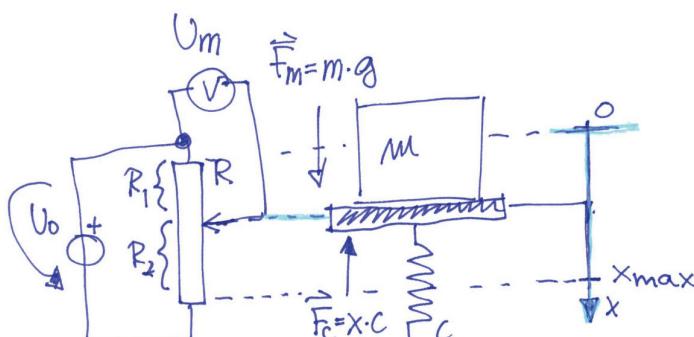
$$C = -4,82 \cdot 10^{-8} / (\text{ }^{\circ}\text{C})^3$$

$$R_0 = 2 \text{ k}\Omega; \quad \vartheta_0 = 25 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

5. Messung nicht-elektrischer Größen

5. 5 Messung von Massen:

5.5.1 Ausschlagmessung



Häufig mechanisch
komplexer, in elektrischen
Brückenschaltungen
und/oder mit OPs.

$$U_m = \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{x}{x_{max}}$$

$$x = m \cdot \frac{g}{c}$$

$$U_m = m \cdot \frac{g}{c \cdot x_{max}}$$

$$\text{Gleichgewicht: } f_m = f_c$$

$$m \cdot g = c \cdot x$$

$$x = \frac{m \cdot g}{c}$$

$$U_m = k_{AM} \cdot m$$

Prinzip der Messung von Massen mittels mechanischer Ausschlag-Methode

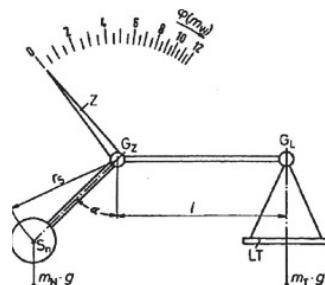
5. Messung nicht-elektrischer Größen

5. 5 Messung von Massen: 5.5.2 Elektronische Kompensationswaage

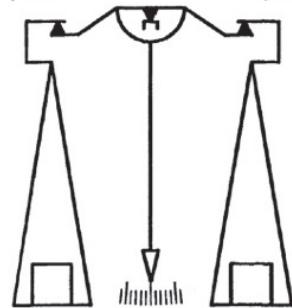
Mechanisches System Waage:

Klassische Präzisions-Feinwerktechnik

Neigungswaage:
mechanischer
Kraftaufnehmer
 $\sum M = 0$



Balkenwaage:
Kraft-
kompensations-
prinzip



Gleicharmige Balkenwaage:

Historischer Massekomparator der
PTB, Laserinterferometer als
Positionsdetektor, $\Delta m = 8 \mu\text{g}$

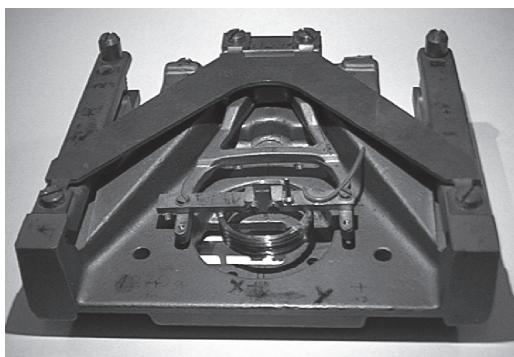


Quelle: Czichos,
Mechatronik,
Vieweg Verlag,
2006

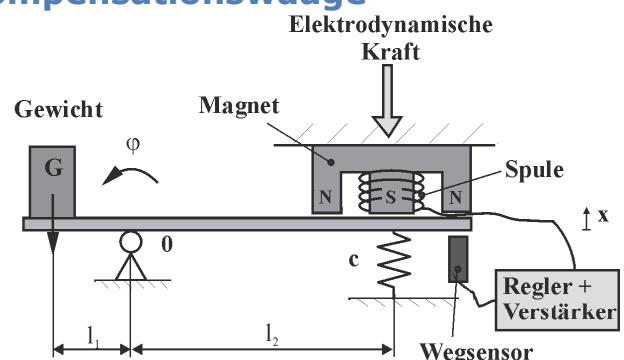
Mechanischer Neigungswaage und Balkenwaage.

5. Messung nicht-elektrischer Größen

5. 5 Messung von Massen: 5.5.2 Elektronische Kompensationswaage



Modell-
bildung



Realsystem: Kompensationswaage

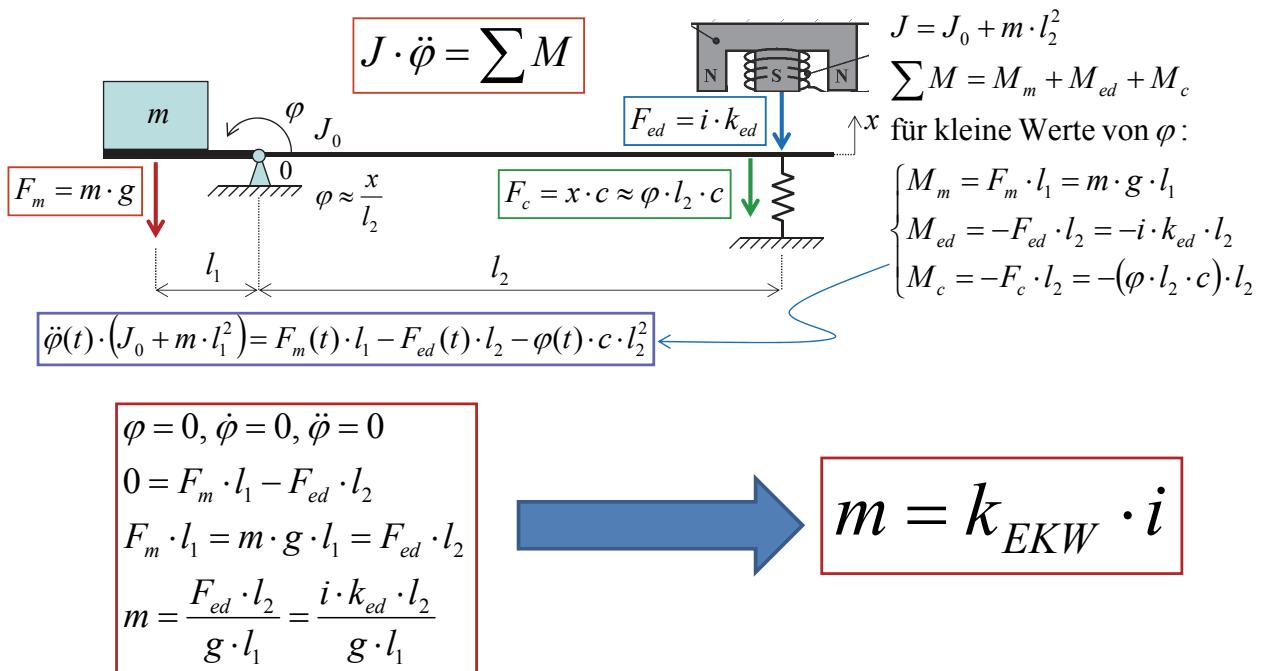
Modell der Waage

- Kraftkompensation durch elektrodynamischer Aktuator (wie z.B. im Lautsprechern).
- Optischer Wegsensor und Positionsregler, Sollwert ist konstant $\varphi^* = 0$.
- In der ausbalancierter stationäre Lage gilt:

$$\varphi = 0, \dot{\varphi} = 0, \ddot{\varphi} = 0 \Rightarrow \sum M = M_m + M_{ed} + M_c = 0$$

5. Messung nicht-elektrischer Größen

5. 5 Messung von Massen: 5.5.2 Elektronische Kompensationswaage



6. Digitale Messtechnik: Vorlesungsinhalte

- 6.1 Duales Zahlensystem, Binärcodes, Binäre Signale und ihre Verknüpfung
- 6.2 Bistabile und monostabile Kippschaltungen
- 6.3 Zähler-Schaltungen
- 6.4 Digital-Analog-Umsetzung
- 6.5 Analog-Digital-Umsetzung
- 6.6 Digital-Multimeter

7. Die Messung von Frequenz und Zeit: Vorlesungsinhalte

- 7.1 Mechanische Frequenzmessung**
- 7.2 Digitale Frequenzmessung**
- 7.3 Digitale Zeitmessung**
- 7.4 Rechende Zähler**
- 7.5 Zeit-Spannungs-Umsetzer**
- 7.6 Frequenz-Spannungs-Umsetzer**