Hochschule für angewandte Wissenschaften Deggendorf
Prof. Dr.-Ing. M. Wuschek

HDU

# Messtechnik

## Aufgabe 3: Geometrische Vermessung eines zylindrischen Körpers

Das Volumen eines Zylinders (Durchmesser D = 600 mm, Höhe h = 700 mm) soll mittels der Röntgentomographie bestimmt werden.

Welche relative bzw. absolute Genauigkeit der Volumenmessung ist erzielbar, wenn die Dimensionen D und h des Zylinders mit einer absoluten Genauigkeit von ±5 µm gemessen werden können?

## Aufgabe 4: Schätzung der statistischen Parameter einer Messreihe

Eine Druckmessung wird mit dem gleichen Messgerät zehnmal hintereinander durchgeführt. Es ergeben sich folgende Ergebnisse:

| Messung Nr. | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Druck [bar] | 1,10 | 1,40 | 1,15 | 1,30 | 1,40 | 1,14 | 1,66 | 1,20 | 1,20 | 1,25 |

a) Berechnen Sie den arithmetischen Mittelwert $X_0$ der Stichprobe. Nutzen Sie gegebenenfalls die mathematischen Funktionen von EXCEL!

b) Berechnen Sie die empirische Varianz $s^2$ und die empirische Standardabweichung s der Stichprobe.

c) Berechnen Sie den empirischen Variationskoeffizienten V der Stichprobe.

## Aufgabe 5: Genauigkeit eines Messgerätes

Ein Messgerät für Gleichspannung der Klasse 1,5 zeigt im 150 V-Bereich eine Spannung von 100 V an. In welchem Spannungsbereich kann der wahre Wert der Spannung liegen?

Wie viel kann der relativer Fehler sein?

## Aufgabe 3 (Wuschek)

$$V = r^2 \cdot \pi \cdot h = \left(\frac{D}{2}\right)^2 \cdot \pi \cdot h = \frac{1}{4}\pi \cdot D^2 \cdot h$$

$$\frac{\Delta V}{V} = 2 \cdot \frac{\Delta D}{D} + \frac{\Delta h}{h}$$

$$\Delta V = \frac{1}{4}\pi h \cdot 2D\, \Delta D + \frac{1}{4}\pi D^2 \cdot \Delta h$$

$$V = \frac{1}{4}\pi D^2 \cdot h$$

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{2\,\Delta D}{D} + \frac{\Delta h}{h}$$

aus: $\Delta V = \frac{\partial V}{\partial D} \cdot \Delta D + \frac{\partial V}{\partial h} \cdot \Delta h$

$$\frac{\Delta D}{D} = \frac{5 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{mm}}{600\,\mathrm{mm}} = 8{,}33 \cdot 10^{-6}$$

$$\frac{\Delta h}{h} = \frac{5 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{mm}}{700\,\mathrm{mm}} = 7{,}14 \cdot 10^{-6}$$

$$\frac{\Delta V}{V} = 2 \cdot 8{,}33 \cdot 10^{-6} + 7{,}14 \cdot 10^{-6} = 2{,}38 \cdot 10^{-5}$$

$$\Delta V = \frac{\Delta V}{V} \cdot V = V \cdot 2{,}38 \cdot 10^{-5} = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot (600\,\mathrm{mm})^2 \cdot 700\,\mathrm{mm} \cdot 2{,}38 \cdot 10^{-5} = 4710{,}5\ \mathrm{mm}^3$$

Einheiten zu schreiben und korrekt umrechnen ist sehr wichtig!

Aufgabe 4. (Prof. Wuschek)

a) $x_0 = \overline{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_i = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} x_i = 1{,}28 \text{ bar}$

b) $s^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} (x_i - \overline{x})^2 = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^{10} (x_i - 1{,}28)^2 = 0{,}0285 \text{ bar}^2$

$s^2 = 0{,}0285 \text{ bar}^2$

$s = \sqrt{s^2} = 0{,}1687 \text{ bar}$

c) empirische Variationskoeffizient

$V_k = \frac{s}{x_0} = \frac{0{,}169 \text{ bar}}{1{,}28 \text{ bar}} = 0{,}132 = 13{,}2\%$

Aufgabe 5

Genauigkeitsklasse: maximaler Fehler bezogen auf Messbereich.

$\left.\begin{array}{l} \text{Messbereich} = 150\,V \\ \text{Klasse} = 1{,}5\% \end{array}\right\} \; |\Delta V| = 150\,V \cdot 0{,}015$

$|\Delta V| = 2{,}25\,V \longrightarrow V = (100 \pm 2{,}25)\,V$

Relativer Fehler beim 100 V Eingangsspannung

$\left|\frac{\Delta V}{V}\right| = \frac{2{,}25}{100} = 2{,}25\%$

# Messtechnik

## Aufgabe 2: Temperaturmessung

Gegeben ist ein Halbleiter-Temperaturfühler mit der Kennlinie

$$R(\vartheta) = R_0 \cdot [1 + \alpha \cdot (\vartheta - \vartheta_0) + \beta \cdot (\vartheta - \vartheta_0)^2],$$

der in einem Thermometer eingesetzt werden soll.

Der Messbereich erstreckt sich von $\vartheta_1 = 0°C$ bis $\vartheta_2 = 100°C$.

Folgende Parameter des Fühlers sind bekannt:

$\alpha = 8 \cdot 10^{-3}\ K^{-1}$
$\beta = 1{,}3 \cdot 10^{-5}\ K^{-2}$
$R_0 = 100\Omega$ bei $\vartheta_0 = 25°C$.

a) Berechnen Sie $R(\vartheta_1)$ und $R(\vartheta_2)$.

b) Ermitteln Sie die Steigung $dR/d\vartheta$ der Fühlerkennlinie allgemein und dann für $\vartheta = \vartheta_0$.

c) Nähern Sie die Fühlerkennlinie durch die Gerade an (Skizze empfohlen), welche durch $R(\vartheta_1)$ und $R(\vartheta_2)$ verläuft. Verwenden Sie dazu die Geradengleichung

$$R_G(\vartheta) = R_{G0} \cdot [1 + \alpha_G \cdot (\vartheta - \vartheta_0)].$$

Leiten Sie zunächst allgemein die Ausdrücke für $R_{G0}$ und $\alpha_G$ her und bestimmen Sie anschließend beide Größen zahlenmäßig.

d) Geben Sie allgemein und als Zahlenwert die Steigung der Geraden $dR_G/d\vartheta$ an.

e) Wie groß sind bei dieser Linearisierung

- Der absolute Fehler $F_G(\vartheta) = R_G(\vartheta) - R(\vartheta)$ bei $\vartheta = \vartheta_0$,
- Der zugehörige relative Fehler $f_G(\vartheta)$, bezogen auf die Ausgangsspanne $[R(\vartheta_2) - R(\vartheta_1)]$,
- Der Steigungsfehler $f_{SG} = (dR/d\vartheta - dR_G/d\vartheta) / (dR_G/d\vartheta)$ bei $\vartheta = \vartheta_0$?

Aufgabe 2. (Prof. Wuschek)

$$R(\vartheta) = R_0 \cdot [1 + \alpha(\vartheta - \vartheta_0) + \beta(\vartheta - \vartheta_0)^2]$$

Messbereich: $\vartheta_1 = 0\,°C \;\ldots\; \vartheta_2 = 100\,°C$

$\alpha = 8 \cdot 10^{-3}\,K^{-1}$

$\beta = 1{,}3 \cdot 10^{-5} \cdot K^{-2}$

$R_0 = 100\,\Omega \,\big|\, \vartheta_0 = 25\,°C$

a) $R(\vartheta_1) = ?$

$$R(\vartheta_1) = R_0 \cdot \left(1 + \alpha \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_0) + \beta(\vartheta_1 - \vartheta_0)^2\right) =$$

$$= 100\,\Omega \left(1 + 8 \cdot 10^{-3}\,K^{-1} (-25\,K) + 1{,}3 \cdot 10^{-5}\,K^{-2} \cdot (0_K - 25\,K)^2\right) = 100 \cdot (1 - 0{,}2 + 0{,}0081) =$$

$$= 100\,\Omega \cdot 0{,}8081 = 80{,}81\,\Omega$$

$$R(\vartheta_2) = R_0 \left(1 + \alpha(\vartheta_2 - \vartheta_0) + \beta(\vartheta_2 - \vartheta_0)^2\right) =$$

$$= 100\,\Omega \cdot \left(1 + 8 \cdot 10^{-3} \cdot K^{-1} \cdot (75\,K) + 1{,}3 \cdot 10^{-5}\,K^{-2} \cdot (75\,K)^2\right) = 100\,\Omega \cdot (1 + 0{,}6 + 0{,}07)$$

$$= 167\,\Omega$$

b) $\dfrac{dR}{d\vartheta} = ?$ $\quad R_0, \vartheta_0, \alpha, \beta$ sind Konstanten

$$\frac{dR}{d\vartheta} = R_0 \cdot \alpha + \ldots ?$$

Aufgabe 2, Fortsetzung b)

$\frac{dR}{d\vartheta} = ?$ $R(\vartheta) = R_0 + R_0 \cdot \alpha \cdot \vartheta - R_0 \cdot \alpha \cdot \vartheta_0 +$

$+ R_0 \cdot \beta \cdot \vartheta^2 - R_0 \cdot \beta \cdot 2 \vartheta \cdot \vartheta_0 +$

$+ R_0 \cdot \beta \cdot \vartheta_0^2$

$(\vartheta - \vartheta_0)^2 = \vartheta^2 - 2 \cdot \vartheta \cdot \vartheta_0 + \vartheta_0^2$

$$\frac{\partial R(\vartheta)}{\partial \vartheta} = R_0 \cdot \alpha + 2 \cdot R_0 \cdot \beta \cdot \vartheta - 2 R_0 \cdot \beta \cdot \vartheta_0$$

$$\frac{dR}{d\vartheta} = R_0 \cdot \alpha + 2 \cdot R_0 \beta \cdot \vartheta - 2 R_0 \beta \cdot \vartheta_0 =$$

$$= R_0 \cdot \alpha + 2 \cdot R_0 \cdot \beta (\vartheta - \vartheta_0) = R_0 (\alpha + 2\beta (\vartheta - \vartheta_0))$$

c) Fühlerkennlinie durch Gerade nähern

$$R_G(\vartheta) = R_{G0} \cdot (1 + \alpha_G (\vartheta - \vartheta_0))$$

wir haben 2 Punkte $(\vartheta_i, R_i)$ und 2 Unbekannten ($R_{G0}$ und $\alpha_G$):

$$\left.\begin{aligned} R(\vartheta_1) &= R_G(\vartheta_1) = R_{G0} \cdot (1 + \alpha_G \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_0)) \quad (1) \\ R(\vartheta_2) &= R_G(\vartheta_2) = R_{G0} \cdot (1 + \alpha_G \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_0)) \quad (2) \end{aligned}\right\} \text{lösen}$$

---

(1)/(2) ergibt:

$$\frac{R(\vartheta_1)}{R(\vartheta_2)} = \frac{1 + \alpha_G \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_0)}{1 + \alpha_G (\vartheta_2 - \vartheta_0)} \Rightarrow R(\vartheta_1) \cdot (1 + \alpha_G (\vartheta_2 - \vartheta_0)) =$$

$$= R(\vartheta_2) \cdot (1 + \alpha_G (\vartheta_1 - \vartheta_0))$$

$$80{,}81\,\Omega \cdot (1 + \alpha_G \cdot (-25K)) = 167\,\Omega \cdot (1 + \alpha_G (75K))$$

Aufgabe ②, Fortsetzung e)

$$R(\vartheta_1)\cdot(1+\alpha_G\cdot(\vartheta_2-\vartheta_0)) = R(\vartheta_2)\cdot(1+\alpha_G\cdot(\vartheta_1-\vartheta_0))$$

$$R(\vartheta_1)+R(\vartheta_1)\alpha_G\cdot\vartheta_2-R(\vartheta_1)\alpha_G\cdot\vartheta_0 = R(\vartheta_2)+R(\vartheta_2)\alpha_G\cdot\vartheta_1 - R(\vartheta_2)\alpha_G\cdot\vartheta_0$$

$$\Rightarrow \alpha_G\left(R(\vartheta_1)\cdot\vartheta_2-R(\vartheta_1)\cdot\vartheta_0-R(\vartheta_2)\vartheta_1+R(\vartheta_2)\vartheta_0\right) =$$

$$= R(\vartheta_2)-R(\vartheta_1)$$

$$\alpha_G = \frac{R(\vartheta_2)-R(\vartheta_1)}{R(\vartheta_1)(\vartheta_2-\vartheta_0)-R(\vartheta_2)(\vartheta_1-\vartheta_0)}$$

$$\alpha_G = \frac{(167-80{,}81)\,\Omega}{80{,}81\,\Omega\cdot(75\,K)-167\,\Omega\cdot(-25\,K)} = 8{,}4\cdot10^{-3}\,K^{-1}$$

$$\alpha_G = 8{,}4\cdot10^{-3}\,[\cancel{K}^{-1}] = 8{,}4\cdot10^{-3}\,K^{-1}$$

~~$R_{G0}$~~ $R_{G0}$ aus einer der beiden Gleichungen z.B. den ersten:

$$R_{G0} = \frac{R_G(\vartheta_1)}{1+\alpha_G(\vartheta_1-\vartheta_0)}$$

$R_G(\vartheta_1)=R(\vartheta_1)$

$$R_{G0} = \frac{R_G(\vartheta_1)}{1+\dfrac{(R(\vartheta_2)-R(\vartheta_1))\cdot(\vartheta_1-\vartheta_0)}{R(\vartheta_1)(\vartheta_2-\vartheta_0)-R(\vartheta_2)(\vartheta_1-\vartheta_0)}}$$

$$= \frac{R_G(\vartheta_1)}{(\ldots)}$$

Aufgabe ②, Fortsetzung c)

$$R_{G_0} = \frac{R_0(\vartheta_1)}{\frac{R(\vartheta_1)(\vartheta_2-\vartheta_0)-R(\vartheta_2)(\vartheta_1-\vartheta_0)+R(\vartheta_2)(\vartheta_1-\vartheta_0)-R(\vartheta_1)(\vartheta_1-\vartheta_0)}{R(\vartheta_1)(\vartheta_2-\vartheta_0)-R(\vartheta_2)(\vartheta_1-\vartheta_0)}}$$

$$R_{G_0} = \frac{\cancel{R(\vartheta_1)}\left(R(\vartheta_1)(\vartheta_2-\vartheta_0)-R(\vartheta_2)(\vartheta_1-\vartheta_0)\right)}{\cancel{R(\vartheta_1)}(\vartheta_2-\cancel{\vartheta_0}-\vartheta_1+\cancel{\vartheta_0})+R(\vartheta_2)\cancel{(\vartheta_1-\vartheta_0-\vartheta_1+\vartheta_0)}}$$

$$R_{G_0} = \frac{R(\vartheta_1)\cdot(\vartheta_2-\vartheta_0)-R(\vartheta_2)(\vartheta_1-\vartheta_0)}{\vartheta_2-\vartheta_1} = 102{,}36\,\Omega$$

$R_{G_0} = 102{,}36\,\Omega$

$\Rightarrow \alpha_G, R_G$ kann man auch aus der Gleichung einer Gerade durch zwei Punkten ermitteln.

d) $\frac{dR_G}{d\vartheta} = R_{G_0}\cdot\alpha_G$

Zweipunkteform:

$$y = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\cdot(x-x_1)+y_1$$

e) * Absoluter Fehler $F_G(\vartheta) = R_G(\vartheta) - R(\vartheta)\Big|_{\vartheta=\vartheta_0}$

$$F_G(\vartheta_0) = R_G(\vartheta_0) - R(\vartheta_0) = R_{G_0}\left[1+\alpha_G\underbrace{(\vartheta-\vartheta_0)}_{=0}\right] - R_0\left[1+\alpha\underbrace{(\vartheta-\vartheta_0)}_{=0}+\beta\underbrace{(\vartheta-\vartheta_0)^2}_{=0}\right] = R_{G_0}-R_0 = 2{,}35\,\Omega$$

* Relativer Fehler $f_G(\vartheta)$ bezogen auf die Ausgangsspanne $R(\vartheta_2)-R(\vartheta_1)$

$$\Rightarrow f_G(\vartheta) = \frac{F_G(\vartheta)}{R(\vartheta_2)-R(\vartheta_1)} = \frac{2{,}35\,\Omega}{86{,}19\,\Omega} = 0{,}0274 = 2{,}74\%$$

* $$f_{SG}(\vartheta) = \left(\frac{dR}{d\vartheta}-\frac{dR_G}{d\vartheta}\right)\Big/\left(dR_G/d\vartheta\right)\Big|_{\vartheta=\vartheta_0} = \frac{R_0\left(\alpha+2\beta\overbrace{(\vartheta-\vartheta_0)}^{=0}\right)-\alpha_G}{R_{G_0}\alpha_G}$$

$\vartheta=\vartheta_0$

$$f_{SG}(\vartheta_0) = \frac{R_0\cdot(\alpha-\alpha_G)}{R_{G_0}\alpha_G} = -0{,}0488 = -4{,}88\%$$

# 1 Messung von Strom und Spannung

## 1.1 Gleichstrom und Gleichspannung

**Aufgabe 1.1: Spannungsquelle** [2]. An den Klemmen 1,2 der in Bild 1.1 dargestellten Gleichspannungsquelle mit unbekannter Leerlaufspannung $U_0$ und unbekanntem Innenwiderstand $R_i$ wird mit einem Vielfachinstrument der Klasse 0,5 ($f_U$ bezogen auf den Messbereichsendwert $U_{a,max}$) mit 10 kΩ/V ($R_M'$) die Spannung gemessen. Es ergaben sich folgende Anzeigewerte: $U_{a1} = 8$ V; Messbereich 10 V (Vollausschlag $U_{a1,\,max}$, Innenwiderstand $R_{M1}$),
$U_{a2} = 10$ V; Messbereich 25 V (Vollausschlag $U_{a2,\,max}$, Innenwiderstand $R_{M2}$)

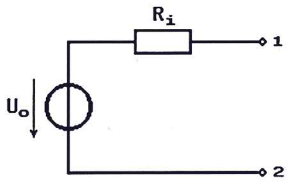



Bild 1.1

a) Berechnen Sie die Leerlaufspannung $U_0$ und den Innenwiderstand $R_i$.

b) Wie groß ist der maximal mögliche relative Fehler $|f|$ für $U_0$?

Lösung:

a)

$$U_0 = U_{a1} U_{a2} \frac{R_{M2} - R_{M1}}{U_{a1} R_{M2} - U_{a2} R_{M1}} = U_{a1} U_{a2} \frac{U_{a2,max} - U_{a1,max}}{U_{a1} U_{a2,max} - U_{a2} U_{a1,max}} = 12 \text{ V}$$

$$R_i = R_{M1} R_{M2} \frac{U_{a2} - U_{a1}}{U_{a1} R_{M2} - U_{a2} R_{M1}}$$

$$= R_M' \, U_{a1,max} U_{a2,max} \frac{U_{a2} - U_{a1}}{U_{a1} U_{a2,max} - U_{a2} U_{a1,max}} = 50 \text{k}\Omega$$

b)

$$|f| = \left|\frac{\Delta U_0}{U_0}\right| = \left|\frac{1}{U_0} \frac{\partial U_0}{\partial U_{a1}}\right| |\Delta U_{a1}| + \left|\frac{1}{U_0} \frac{\partial U_0}{\partial U_{a2}}\right| |\Delta U_{a2}|$$

$$= \left( \left|\frac{U_{a1,max}}{U_0} \frac{\partial U_0}{\partial U_{a1}}\right| + \left|\frac{U_{a2,max}}{U_0} \frac{\partial U_0}{\partial U_{a2}}\right| \right) f_U$$

$$|f| = \left( R_{M1} \frac{U_{a2}}{U_{a1}} U_{a1,max} + R_{M2} \frac{U_{a1}}{U_{a2}} U_{a2,max} \right) \frac{f_U}{|U_{a1} R_{M2} - U_{a2} R_{M1}|}$$

$$= \left( \frac{U_{a2}}{U_1} U_{a1,max}{}^2 + \frac{U_{a1}}{U_{a2}} U_{a2,max}{}^2 \right) \frac{f_U}{|U_{a1} U_{a2,max} - U_{a2} U_{a1,max}|} = 3{,}125\%$$

W.-J. Becker, W. Hofmann, *Aufgabensammlung Elektrische Messtechnik*,
DOI 10.1007/978-3-658-05156-3_1, © Springer Fachmedien Wiesbaden 2014

## Aufgabe ①

$$\left|\frac{\Delta f_u}{f_u}\right| = \frac{f_u}{U_{a,max}} = 0{,}005 = 0{,}5\%$$

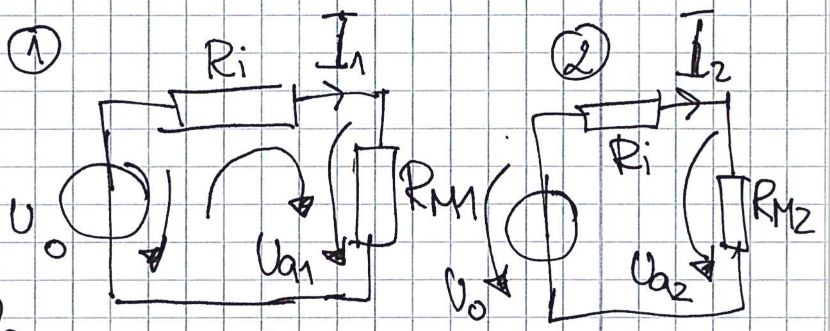
$$R_M' = \frac{10\,k\Omega}{1\,V}$$

a) Messbereich 10V $\longrightarrow R_{M1} = 100\,k\Omega \quad (= R_M' \cdot U_{a1,max})$

Messbereich 25V $\longrightarrow R_{M2} = 250\,k\Omega \quad (= R_M' \cdot U_{a2,max})$

$U_{a1} = 8V$

$U_{a2} = 10V$




$$I_1 = \frac{U_0}{R_i + R_{M1}}$$

① $$U_{a1} = I_1 \cdot R_{M1} = \frac{R_{M1} \cdot U_0}{R_i + R_{M1}}$$

② $$I_2 = \frac{U_0}{R_i + R_{M2}} \longrightarrow ② \; U_{a2} = \frac{R_{M2} \cdot U_0}{R_i + R_{M2}}$$

$$\frac{①}{②} \Rightarrow \frac{U_{a1}}{U_{a2}} = \frac{\frac{R_{M1}}{R_{M2}}}{\frac{R_i + R_{M1}}{R_i + R_{M2}}} \Rightarrow \frac{U_{a1}}{U_{a2}} = \frac{R_{M1} \cdot (R_i + R_{M2})}{R_{M2} \cdot (R_i + R_{M1})}$$

$$U_{a1} \cdot R_{M2} \cdot (R_i + R_{M1}) = U_{a2} \cdot R_{M1} \cdot (R_i + R_{M2})$$

$$R_i \cdot (U_{a1} \cdot R_{M2} - U_{a2} \cdot R_{M1}) = U_{a2} \cdot R_{M1} \cdot R_{M2} - U_{a1} \cdot R_{M1} \cdot R_{M2}$$

③ $$\boxed{R_i} = \frac{(U_{a2} - U_{a1})\, R_{M1} \cdot R_{M2}}{U_{a1} \cdot R_{M2} - U_{a2} \cdot R_{M1}} = R_{M1} \cdot R_{M2} \cdot \frac{U_{a2} - U_{a1}}{U_{a1} \cdot R_{M2} - U_{a2} \cdot R_{M1}} = 50\,k\Omega$$

① $\rightarrow$ $$U_0 = \frac{R_i + R_{M1}}{R_{M1}} \cdot U_{a1} = \frac{\cancel{R_{M1}} \cdot R_{M2} \cdot \frac{U_{a2} - U_{a1}}{U_{a1} \cdot R_{M2} - U_{a2} \cdot R_{M1}} + \cancel{R_{M1}}}{\phantom{R}} \cdot U_{a1}$$

$$U_0 = \frac{(R_{M2} \cdot U_{a2} - \cancel{R_{M2} \cdot U_{a1}} \overset{R_{M1}}{+} \cancel{U_{a1} \cdot R_{M2}} - U_{a2} \cdot R_{M1})\, U_{a1}}{U_{a1} R_{M2} - U_{a2} \cdot R_{M1}}$$

Aufgabe 1 a) Fortsetzung



$$U_0 = U_{a1} \cdot U_{a2} \cdot \frac{R_{M2} - R_{M1}}{U_{a1} R_{M2} - U_{a2} \cdot R_{M1}} = 12\,V$$

$R_M' : \left[\frac{\Omega}{V}\right]$

Umformung

$$\begin{cases} R_{M1} = U_{a1,max} \cdot R_M' \\ R_{M2} = U_{a2,max} \cdot R_M' \end{cases}$$

$$U_0 = U_{a1} \cdot U_{a2} \cdot \frac{U_{a2,max} \cdot \cancel{R_M'} - U_{a1,max} \cdot \cancel{R_M'}}{U_{a1} \cdot U_{a2,max} \cdot \cancel{R_M'} - U_{a2} \cdot U_{a1,max} \cdot \cancel{R_M'}}$$

$$\boxed{U_0 = U_{a1} \cdot U_{a2} \cdot \frac{U_{a2,max} - U_{a1,max}}{U_{a1} \cdot U_{a2,max} - U_{a2} \cdot U_{a1,max}}}$$

---

b) $|f| = \left|\frac{\Delta U_0}{U_0}\right|$

$$\Delta U_0 = \frac{\partial U_0}{\partial U_{a1}} \Delta U_{a1} + \frac{\partial U_0}{\partial U_{a2}} \cdot \Delta U_{a2}$$

$$\frac{\partial U_0}{\partial U_{a1}} = U_{a2} \cdot \frac{U_{a2,max} - U_{a1,max}}{U_{a1} \cdot U_{a2,max} - U_{a2} \cdot U_{a1,max}} + U_{a1} \cdot U_{a2} \cdot U_{a2,max} \cdot (-1) \cdot \frac{U_{a2,max} - U_{a1,max}}{(U_{a1} \cdot U_{a2,max} - U_{a2} \cdot U_{a1,max})^2}$$

$$\frac{\partial U_0}{\partial U_{a1}} = \frac{U_0}{U_{a1}} - \frac{U_0 \cdot U_{a2,max}}{(U_{a1} \cdot U_{a2,max} - U_{a2} \cdot U_{a1,max})} = U_0 \left(\frac{1}{U_{a1}} - \frac{U_{a2,max}}{(U_{a1} \cdot U_{a2,max} - U_{a2} \cdot U_{a1,max})}\right)$$

$$\frac{\partial U_0}{\partial U_{a2}} = U_{a1} \cdot \frac{U_{a2,max} - U_{a1,max}}{(U_{a1} \cdot U_{a2,max} - U_{a2} \cdot U_{a1,max})} + U_{a1} \cdot U_{a2} \cdot (-U_{a1,max}) \cdot (-1) \cdot \frac{U_{a2,max} - U_{a1,max}}{(U_{a1} \cdot U_{a2,max} - U_{a2} \cdot U_{a1,max})^2}$$

Aufgabe (1) b) Fortsetzung 

$$\frac{\partial U_0}{\partial U_{a2}} = \frac{U_0}{U_{a2}} + \frac{U_0 \cdot U_{a1,max}}{U_{a1} \cdot U_{a2,max} - U_{a2} \cdot U_{a1,max}} = U_0 \cdot \left( \frac{1}{U_{a2}} + \frac{U_{a1,max}}{\cdots} \right)$$

$$\left.\begin{aligned} \Delta U_{a1} &= f_u \cdot U_{a1,max} \\ \Delta U_{a2} &= f_u \cdot U_{a2,max} \end{aligned}\right\} \text{ } f_u \text{ bezogen auf Messbereich!}$$

$$\Delta U_0 = \frac{\partial U_0}{\partial U_{a1}} \cdot f_u \cdot U_{a1,max} + \frac{\partial U_0}{\partial U_{a2}} \cdot f_u \cdot U_{a2,max} =$$

$$\Delta U_0 = U_0 \cdot f_u \cdot U_{a1,max} \cdot \left( \frac{1}{U_{a1}} - \frac{U_{a2,max}}{U_{a1} \cdot U_{a2,max} - U_{a2} \cdot U_{a1,max}} \right) +$$

$$+ U_0 \cdot f_u \cdot U_{a2,max} \cdot \left( \frac{1}{U_{a2}} + \frac{U_{a1,max}}{U_{a1} \cdot U_{a2,max} - U_{a2} \cdot U_{a1,max}} \right)$$

$$\left| \cancel{\frac{\Delta U_0}{U_0}} \right| =$$

$$\frac{\Delta U_0}{U_0} = f_u \left( \left( \frac{U_{a1,max}}{U_{a1}} - \frac{U_{a1,max} \cdot U_{a2,max}}{\underbrace{(U_{a1} \cdot U_{a2,max} - U_{a2} \cdot U_{a1,max})}_{U_u^2}} \right) + \left( \frac{U_{a2,max}}{U_{a2}} + \frac{U_{a1,max} \cdot U_{a2,max}}{\underbrace{(U_{a1} \cdot U_{a2,max} - U_{a2} \cdot U_{a1,max})}_{U_u^2}} \right) \right)$$

$$\left| \frac{\Delta U_0}{U_0} \right| = f_u \cdot \left( \left| \frac{U_{a1,max}}{U_{a1}} - \frac{U_{a1,max} \cdot U_{a2,max}}{U_u^2} \right| + \left| \frac{U_{a2,max}}{U_{a2}} + \frac{U_{a1,max} \cdot U_{a2,max}}{U_u^2} \right| \right)$$

$$\left| \frac{\Delta U_0}{U_0} \right| = \frac{0{,}5}{100} \cdot \left( \left| \frac{10V}{8V} - \frac{10V \cdot 25V}{\underbrace{8V \cdot 25V - 10V \cdot 10V}} \right| + \left| \frac{25V}{10V} + \frac{10V \cdot 25V}{8V \cdot 25V - 10V \cdot 10V} \right| \right)$$

$$= \frac{0{,}5}{100} \cdot \left( \left| 0{,}8 - \frac{250}{100} \right| + \left| 2{,}5 + \frac{250}{100} \right| \right) = \frac{0{,}5}{100} \cdot \left( |-1{,}7| + |5| \right) = 3{,}35\%$$

**Aufgabe 1.2:** Mit der in Bild 1.2 dargestellten Schaltung soll die Spannung $U_1$ bestimmt werden. Gegeben sind: $R_1 = 4\ \mathrm{k\Omega} - 2\ \%$; $R_2 = 1\ \mathrm{k\Omega} + 1\ \%$; $U_2 = 200\ \mathrm{V} - 1{,}5\ \%$

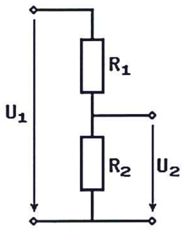



Bild 1.2

a) Welchen Wert hat $U_1$ ?
b) Berechnen Sie den systematischen Fehler von $U_1$ (absolut und relativ).
c) Berechnen Sie den maximal möglichen Fehler von $U_1$ (absolut und relativ).

Lösung:

a)
$$\mathrm{U}_1 = \left(\frac{R_1}{R_2} + 1\right) U_2 = 1\,\mathrm{kV}$$

b)
$$F = \Delta U_1 = \frac{\partial U_1}{\partial R_1}\Delta R_1 + \frac{\partial U_1}{\partial R_2}\Delta R_2 + \frac{\partial U_1}{\partial U_2}\Delta U_2$$

$$= R_1 \frac{\partial U_1}{\partial R_1} f_{\mathrm{R1}} + R_2 \frac{\partial U_1}{\partial R_2} f_{\mathrm{R2}} + U_2 \frac{\partial U_1}{\partial U_2} f_{\mathrm{U2}}$$

$$F = U_2 \left\{ \frac{R_1}{R_2} \left(f_{\mathrm{R1}} - f_{\mathrm{R2}}\right) + \left(\frac{R_1}{R_2} + 1\right) f_{\mathrm{U2}} \right\} = -39\,\mathrm{V}$$

$$f = \frac{\Delta U_1}{U_1} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \left(f_{\mathrm{R1}} - f_{\mathrm{R2}}\right) + f_{\mathrm{U2}} = -3{,}9\%$$

c)
$$|F| = |\Delta U_1| = \left|\frac{\partial U_1}{\partial R_1}\right| |\Delta R_1| + \left|\frac{\partial U_1}{\partial R_2}\right| |\Delta R_2| + \left|\frac{\partial U_1}{\partial R_2}\right| |\Delta U_2|$$

$$= U_2 \left\{ \frac{R_1}{R_2} \left(|f_{\mathrm{R1}}| + |f_{\mathrm{R2}}|\right) + \left(\frac{R_1}{R_2} + 1\right) |f_{\mathrm{U2}}| \right\} = 39\,\mathrm{V}$$

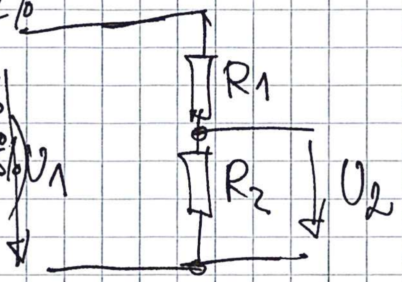
$$|f| = \left|\frac{\Delta U_1}{U_1}\right| = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \left( |f_{\mathrm{R1}}| + |f_{\mathrm{R2}}| \right) + |f_{\mathrm{U2}}| = 3{,}9\%$$

## Aufgabe 1.2 (Aufgabensammlung)

$R_1 = 4\,k\Omega - 2\%$ $\qquad \Delta R_1 = R_1 \cdot 2\%$

$R_2 = 1\,k\Omega + 1\%$ $\qquad \Delta R_2 = R_2 \cdot 1\%$

$U_2 = 200V - 1{,}5\%$ $\qquad \Delta U_2 = U_2 \cdot (-1{,}5\%)$




a) $U_1 = ?$

$$U_2 = U_1 \cdot \frac{R_2}{R_1+R_2} \Rightarrow U_1 = \frac{R_1+R_2}{R_2} U_2 = \left(1+\frac{R_1}{R_2}\right) U_2 = 1000V$$

b) Systematischer Fehler von $U_1$

$$F = \Delta U_1 = \frac{\partial U_1}{\partial R_1} \Delta R_1 + \frac{\partial U_1}{\partial R_2} \cdot \Delta R_2 + \frac{\partial U_1}{\partial U_2} \cdot \Delta U_2 =$$

$$= \frac{U_2}{R_2} \Delta R_1 + (-1) \cdot \frac{R_1}{R_2^2} \cdot U_2 \cdot \Delta R_2 + \left(1+\frac{R_1}{R_2}\right) \Delta U_2 =$$

$$\Delta U_1 = \frac{200V}{1000\Omega}\left(\frac{-2 \cdot 4000\,\Omega}{100}\right) + (-1) \cdot \frac{4000\,\Omega}{(1000)^2\,\Omega^2} \cdot 200V \cdot \frac{1 \cdot 1000\Omega}{100} +$$

$$+ \left(1+\frac{4000\Omega}{1000\Omega}\right) \cdot 200V \cdot \left(-\frac{1{,}5}{100}\right)$$

$$\Delta U_1 = \frac{200V}{1000\Omega} \cdot 4000\Omega \cdot \left(-\frac{2}{100}\right) + (-1) \cdot \frac{4000\Omega}{(1000\Omega)^2} \cdot 200V \cdot 1000\Omega \cdot \frac{1}{100} +$$

$$+ \left(1+\frac{4000\Omega}{1000\Omega}\right) \cdot 200V \cdot \left(-\frac{1{,}5}{100}\right) = -16V - 8V - 15V = -39V$$

$$f = \frac{\Delta U_1}{U_1} = -\frac{39V}{1000V} = -3{,}9\%$$

c) $$|F| = |\Delta U_1| = \left|\frac{\partial U_1}{\partial R_1}\right| \cdot |\Delta R_1| + \left|\frac{\partial U_1}{\partial R_2}\right| \cdot |\Delta R_2| + \left|\frac{\partial U_1}{\partial U_2}\right| \cdot |\Delta U_2|$$

$|F| = 39V$

$$|f| = \left|\frac{\Delta U_1}{U_1}\right| = 3{,}9\%$$

**Aufgabe 1.3:** Gegeben ist ein Spannungsmessgerät der Klasse 1,5 mit einem Messbereich 0...100 V ($U_{a,max}$) .

a) Wie groß sind die Garantiefehlergrenzen $f$?
b) Wie groß ist der maximal mögliche, absolute Fehler?
c) Wie groß ist der auf den wahren Wert $U$ = 20, 40, 60, 80, 100 V bezogene maximal mögliche, relative Fehler?
d) Nennen Sie Ursachen von Messfehlern.

Lösung:

a) $f = \pm 1{,}5$ % v. E. (Messbereichsendwert)

b) $|\Delta U| = 1{,}5\,\mathrm{V}$

c) $|f(U)| = \dfrac{U_{max}}{U}|f|$

$|f(20)| = 7{,}5\%$; $|f(40)| = 3{,}75\%$; $|f(60)| = 2{,}5\%$; $|f(80)| = 1{,}875\%$;

$|f(100)| = 1{,}5\%$

d) *Systematische Fehler* sind nach Größe und Vorzeichen erfassbar und damit auch korrigierbar. Ursachen: Bauteile-Toleranzen, Umgebungstemperatur, Feuchte, Störfelder, Nichteinhaltung der vorgeschriebenen Gebrauchslage, fehlerhaftes Messverfahren, Eigenverbrauch des Messgerätes usw.
*Zufällige Fehler* sind messtechnisch nicht direkt erfassbar. Sie streuen statistisch nach beiden Seiten um den wahren Wert und können durch Rechengrößen der Statistik beschrieben werden. Ursachen: Ablesefehler, Erschütterungen, Lagerreibung, Verschmutzung usw.

**Aufgabe 1.4: Spannungsquelle.** Mit der in Bild 1.3 dargestellten Schaltung soll der Innenwiderstand $R_i$ und die Leerlaufspannung $U$ einer Spannungsquelle bestimmt werden. Hausaufgabe!

Gegeben: - Voltmeter mit Kl. 0,5 (bezogen auf Messbereichsendwert $U_{max}$), Vollausschlag $U_{max} = 100$ V
- Widerstand $R = 12\,\Omega \pm 1$ %

Das Voltmeter zeigt in Schalterstellung 1: $U_1 = 100$ V
Schalterstellung 2: $U_2 = 75$ V an.

a) Wie groß ist der Innenwiderstand $R_i$ und die Leerlaufspannung $U$ der Spannungsquelle ($R_M \gg R, R_i$)?
b) Wie groß ist der maximal mögliche Gesamtfehler von $R_i$ ?

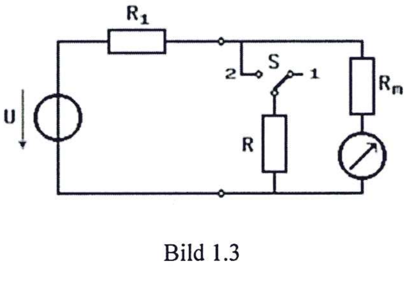



Bild 1.3

# Aufgabe 1.3

$f = 1{,}5\ \%$ $\qquad U_{a,max} = 100V$

a) $f = \pm 1{,}5\%$

b) $\Delta U = |f \cdot U_{a,max}| = \frac{1{,}5}{100} \cdot 100V = 1{,}5V$

c) $|f(U)| = \left|\frac{U_{max}}{U}\right| \cdot |f|$ weil $|f(u)| = \left|\frac{\Delta U}{U}\right| = |f| \cdot \left|\frac{U_{a,max}}{U}\right|$

$|f(20)| = \frac{100}{20} \cdot 0{,}015 = 7{,}5\%$

$|f(40)| = \frac{100}{40} \cdot 0{,}015 = 2{,}5 \cdot 0{,}015 = 3{,}75\%$

$|f(60)| = \frac{\cancel{100}}{60} \cdot \frac{1{,}5}{\cancel{100}} = 2{,}5\%$

$|f(80)| = \frac{\cancel{100}}{80} \cdot \frac{1{,}5}{\cancel{100}} = 1{,}875\%$

$|f(100)| = \frac{\cancel{100}}{\cancel{100}} \cdot \frac{1{,}5}{100} = 1{,}5\%$

d) .....

Lösung:

a)

$$R_\mathrm{i} = \frac{R R_\mathrm{M}(U_1 - U_2)}{U_2 R_\mathrm{M} - R(U_1 - U_2)} \approx R\left(\frac{U_1}{U_2} - 1\right) = 4\ \Omega$$

$$U = \frac{U_1 U_2 R_\mathrm{M}}{U_2 R_\mathrm{M} - R(U_2 - U_2)} \approx U_1 = 100\,\mathrm{V}$$

b)

$$\begin{aligned}|F| &= |\Delta R_\mathrm{i}| = \left|\frac{\partial R_\mathrm{i}}{\partial R}\right| |\Delta R| + \left|\frac{\partial R_\mathrm{i}}{\partial U_1}\right| |\Delta U_1| + \left|\frac{\partial R_\mathrm{i}}{\partial U_2}\right| |\Delta U_2| \\
&= \left|R\frac{\partial R_\mathrm{i}}{\partial R}\right| |f_\mathrm{R}| + U_\mathrm{max}\left(\left|\frac{\partial R_\mathrm{i}}{\partial U_2}\right| + \left|\frac{\partial R_\mathrm{i}}{\partial U_2}\right|\right) |f_\mathrm{U}| \\
&= R\left\{\left(\frac{U_1}{U_2} - 1\right)|f_\mathrm{R}| + \frac{U_1 + U_2}{U_2{}^2}\ U_\mathrm{max}|f_\mathrm{U}|\right\} \\
&= R_\mathrm{i}\left\{|f_\mathrm{R}| + \frac{U_1 + U_2}{U_1 - U_2}\ \frac{U_\mathrm{max}}{U_2}\ |f_\mathrm{U}|\right\} \approx 0{,}2267\ \Omega\end{aligned}$$

$$|f| = \left|\frac{\Delta R_\mathrm{i}}{R_\mathrm{i}}\right| = |f_\mathrm{R}| + \frac{U_1 + U_2}{U_1 - U_2}\ \frac{U_\mathrm{max}}{U_2}\ |f_\mathrm{U}| \approx 5{,}67\ \%$$

# Hausaufgabe für 19.10.2015

**Beispiel 3.4:** *Kontaktwiderstandsmessung*

Zur Ermittlung des Kontaktwiderstandes eines Reedrelais wurde eine Strom-Spannungsmessung an der in Abb. 3.1 gezeigten Schaltung durchgeführt. Dabei wurden die folgenden Meßwerte aufgenommen:

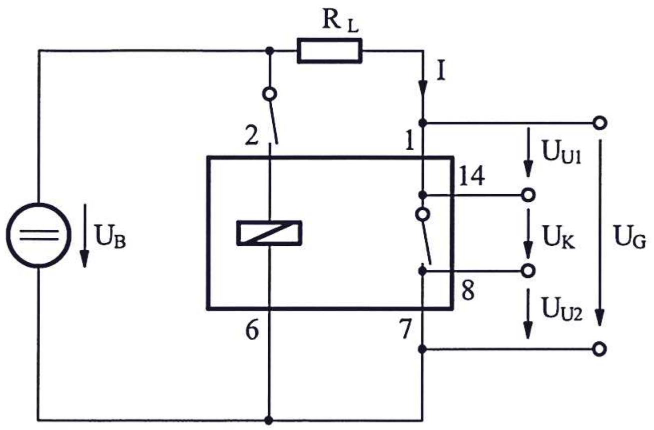



**Abb. 3.1.** Reedrelais mit Meßanordnung

| Messung | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $U_G/(\mathrm{mV})$ | 4,29 | 4,18 | 4,29 | 4,23 | 4,28 | 4,22 | 4,26 | 4,31 |
| $I/(\mathrm{mA})$ | 40,56 | 40,35 | 40,58 | 40,71 | 40,43 | 40,61 | 40,82 | 40,53 |

| Messung | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $U_G/(\mathrm{mV})$ | 4,29 | 4,19 | 4,25 | 4,20 | 4,28 | 4,23 | 4,32 | 4,33 |
| $I/(\mathrm{mA})$ | 40,76 | 40,39 | 40,48 | 40,43 | 40,53 | 40,75 | 40,72 | 40,63 |

Bei dieser Zweidrahtmessung wird mit $U_G$ der gesamte Spannungsabfall gemessen, also sowohl jener am Kontaktwiderstand $R_K$ (zwischen Klemmen 14 und 8) als auch der an den Übergangswiderständen $R_{U1}$ (von der Klemme 1 zur Klemme 14) und $R_{U2}$ (von der Klemme 8 zur Klemme 7). Der Wert des Übergangswiderstandes $R_{U1}$ beträgt $35,1\,\mathrm{m}\Omega$, jener des Übergangswiderstandes $R_{U2}$ $33,8\,\mathrm{m}\Omega$. Berechnen Sie:

a) den Schätzwert für den Kontaktwiderstand $R_K$,
b) die Schwankung $s_{RK}$, mit der die Meßwerte behaftet sind,
c) die Vertrauensgrenzen $V$ des Meßergebnisses für eine statistische Sicherheit von $P = 95\,\%$.

**Musterlösung:**

a) Bevor man die Kenngrößen zufälliger Fehler berechnet, sind die Meßwerte zunächst bezüglich ihrer systematischen Meßfehler zu korrigieren. Da bei der Messung auch der Spannungsabfall an den bekannten Übergangswiderständen $R_{\mathrm{U1}}$ und $R_{\mathrm{U2}}$ gemessen wurde, lassen sich die Spannungswerte $U_{\mathrm{K}i}$ durch Subtraktion dieses Spannungsabfalles berichtigen

$$U_{\mathrm{K}i} = U_{\mathrm{G}i} - I_i(R_{\mathrm{U1}} + R_{\mathrm{U2}})\,. \tag{3.40}$$

Die Anwendung von Gl. (3.40) auf die Meßwerte ergibt die folgende korrigierte Meßreihe:

| Messung | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $U_{\mathrm{K}}/(\mathrm{mV})$ | 1,495 | 1,40 | 1,494 | 1,425 | 1,494 | 1,422 | 1,448 | 1,517 |
| $I/(\mathrm{mA})$ | 40,56 | 40,35 | 40,58 | 40,71 | 40,43 | 40,61 | 40,82 | 40,53 |

| Messung | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $U_{\mathrm{K}}/(\mathrm{mV})$ | 1,482 | 1,407 | 1,461 | 1,414 | 1,487 | 1,422 | 1,514 | 1,531 |
| $I/(\mathrm{mA})$ | 40,76 | 40,39 | 40,48 | 40,43 | 40,53 | 40,75 | 40,72 | 40,63 |

Mit den korrigierten Meßwerten berechnen sich die Schätzwerte für die Spannung und den Strom zu

$$\tilde{U}_{\mathrm{K}} = \frac{1}{16}\sum_{i=1}^{16} U_{\mathrm{K}i} = 1,463\,\mathrm{mV} \tag{3.41}$$

$$\tilde{I} = \frac{1}{16}\sum_{i=1}^{16} I_i = 40,58\,\mathrm{mA}\,. \tag{3.42}$$

Mit Gl. (3.12) folgt der Schätzwert für den Kontaktwiderstand

$$\tilde{R}_{\mathrm{K}} = f(\tilde{U}_{\mathrm{K}}, \tilde{I}) = \frac{\tilde{U}_{\mathrm{K}}}{\tilde{I}} = 36,06\,\mathrm{m}\Omega\,. \tag{3.43}$$

**b)** Die einzelnen Schwankungen, mit denen die Meßwerte der Meßgrößen $U_{\mathrm{K}i}$ und $I_i$ behaftet sind, berechnen sich mit Hilfe von Gl. (3.8)

$$s_{\mathrm{UK}} = \sqrt{\frac{1}{\mathrm{N}-1}\sum_{i=1}^{16}(U_{\mathrm{K}i} - \tilde{U}_{\mathrm{K}})^2} = 4,367\cdot 10^{-2}\,\mathrm{mV} \tag{3.44}$$

$$s_{\mathrm{I}} = \sqrt{\frac{1}{\mathrm{N}-1}\sum_{i=1}^{16}(I_i - \tilde{I})^2} = 0,14334\,\mathrm{mA}. \tag{3.45}$$

Die Schwankung $s_{\mathrm{RK}}$ des Kontaktwiderstandswertes ergibt sich aus dem Gaußschen Fehlerfortpflanzungsgesetz. Mit dem Ohmschen Gesetz

$$R = UI^{-1} \tag{3.46}$$

erhält man die beiden partiellen Ableitungen

$$\frac{\partial R}{\partial U} = I^{-1} \tag{3.47}$$

$$\frac{\partial R}{\partial I} = -UI^{-2} \tag{3.48}$$

und damit die gesuchte Größe $s_{\mathrm{RK}}$

$$
\begin{aligned}
s_{\mathrm{RK}} &= \sqrt{\sum_{i=1}^{2} \left( \frac{\partial R_{\mathrm{K}}}{\partial x_i} \right)^2 \; s_i^2} \\
&= \sqrt{\tilde{I}^{-2} s_{\mathrm{UK}}^2 + \tilde{U}_{\mathrm{K}}^2 \tilde{I}^{-4} s_{\mathrm{I}}^2} = 1{,}084\,\mathrm{m}\Omega\,. \qquad (3.49)
\end{aligned}
$$

**c)** Für eine statistische Sicherheit von $P = 95\,\%$ und eine Meßwertanzahl von $N = 16$ läßt sich anhand von Tabelle 3.1 durch Interpolation zwischen den entsprechenden Werten ein Vertrauensfaktor von $t = 2{,}18$ ermitteln. Die Vertrauensgrenzen sind somit

$$
V = \pm \frac{t\, s_{\mathrm{RK}}}{\sqrt{16}} = \pm 0{,}5908\,\mathrm{m}\Omega. \qquad (3.50)
$$

Das Meßergebnis wird daher in folgender Form angegeben

$$
\begin{aligned}
R_{\mathrm{K}} &= \tilde{R}_{\mathrm{K}} \pm \frac{t\, s_{\mathrm{RK}}}{\sqrt{\mathrm{N}}} \\
&= 36{,}06 \pm 0{,}5908\ \mathrm{m}\Omega\,. \qquad (3.51)
\end{aligned}
$$

# Hausaufgabe für 19.10.2015

**Aufgabe 3.1:** *Klassengenauigkeit*

Die in Abb. 3.2 gezeigte Schaltung wird zur Widerstandsmessung verwen-

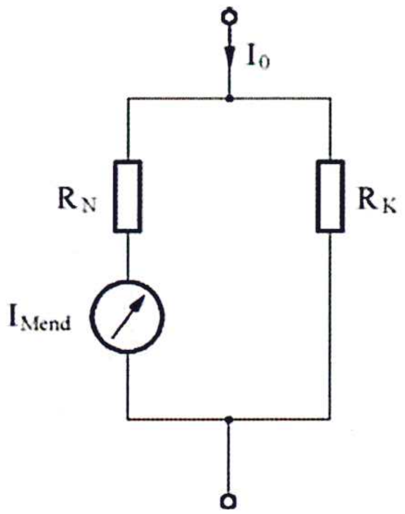



**Abb. 3.2.** Meßanordnung zur Widerstandsmessung

det. Das verwendete Strommeßgerät hat eine Genauigkeitsklasse von 1 %, einen Bereichsendwert $I_{\mathrm{Mend}} = 1\,\mathrm{mA}$ und zeigt einen Strom von $0,3\,\mathrm{mA}$ an. Mit welcher Genauigkeit kann der Widerstand $R_{\mathrm{K}}$ bestimmt werden,

wenn die Werte für den Strom $I_0 = 1\,\mathrm{mA}(1 \pm 0,01)$ sowie den Widerstand $R_{\mathrm{N}} = 10\,\mathrm{k}\Omega(1 \pm 0,01)$ bekannt sind? Geben Sie den Widerstand $R_{\mathrm{K}}$ in der Form

$$R_{\mathrm{K}} = R_{\mathrm{Knom}}(1 \pm f_{\mathrm{RK}})$$

an, wobei $f_{\mathrm{RK}}$ den relativen Fehler von $R_{\mathrm{K}}$ bezeichnet.

**Lösung:**

Der Wert des gesuchten Widerstandes ergibt sich zu

$$R_{\mathrm{K}} = 4,286\,\mathrm{k}\Omega(1 \pm 0,0719)\,.$$