

Widerstand mittels Strom-Spannungs-Messung

$$\begin{aligned} I_I &= 15 \text{ mA} \Rightarrow \Delta I \\ I_u &= 100 \text{ mV} \Rightarrow \Delta U \\ I_m &= 0,7 \text{ A} \rightarrow \underline{I} \\ U_m &= 8 \text{ V} \rightarrow \underline{U} \end{aligned}$$

a) Max absolute systematische Fehler?

b) Durch der Regel "division" \rightarrow subst.

Lösung

a) $R = \frac{U}{I}$

$$\frac{\partial R}{\partial I} = U \cdot \left(-\frac{1}{I^2} \right) = -\frac{U}{I^2}$$

$$\Delta R = \frac{\partial R}{\partial I} \cdot \Delta I + \frac{\partial R}{\partial U} \Delta U$$

$$\frac{\partial R}{\partial U} = \frac{1}{I}$$

$$\Delta R = -\frac{U}{I^2} \cdot \Delta I + \frac{1}{I} \cdot \Delta U = -\frac{U_m}{I_m^2} \cdot I_I + \frac{I_u}{I_m} =$$

$$\Delta R = -\frac{8 \text{ V}}{(0,7 \text{ A})^2} \cdot 0,015 \text{ A} + \frac{0,1 \text{ V}}{0,7 \text{ A}} = -0,245 + 0,143 \text{ } \Omega$$

$$\Delta R = -0,102 \text{ } \Omega$$

$$R_K = R_m - \Delta R = \frac{U_m}{I_m} - \Delta R = 11,53 \text{ } \Omega$$

$$\frac{\Delta R}{R_K} = -0,0089 \approx -0,9\%$$

$$R_m = \frac{U_m}{I_m} = 11,43 \text{ } \Omega$$

b) Durch Umformung

$$\Delta R = -\frac{U_m}{I_m^2} \cdot \Delta I + \frac{1}{I_m} \Delta U$$

$$R = \frac{U_m}{I_m} \quad \frac{1}{R} = \frac{I_m}{U_m}$$

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{I_m}{U_m} \left(-\frac{U_m}{I_m^2} \right) \Delta I + \frac{I_m}{U_m} \cdot \frac{1}{I_m} \Delta U = \frac{\Delta U}{U_m} - \frac{\Delta I}{I_m}$$

Lersch Beispiel 3.2 (continued)

~~Seite~~ Seite 2

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{I_u}{U_m} - \frac{I_I}{I_m} = 0,0125 - 0,0214 = \underline{\underline{-0,0089}}$$

stimmt also auch zahlenmäßig

c) Wenn wir die Einzelfehler wissen, können wir den richtigen Wert auch einfach berechnen, oder?

$$\begin{aligned} R_K &= \frac{U_K}{I_K} = \frac{U_m - \Delta U}{I_m - \Delta I} = \frac{U_m - I_u}{I_m - I_I} = \\ &= \frac{8 \text{ V} - 100 \text{ mV}}{0,7 \text{ A} - 15 \cdot 10^{-3} \text{ A}} = \frac{7,9 \text{ V}}{0,685 \text{ A}} = 11,532 \Omega \end{aligned}$$

wozu dann die Gauze mit
Ableitung, Taylor-Reihe, etc. etc.?

⇒ Häufig wissen wir nur dass
unsere Einzelmessungen in gewissen
Band liegen $\rightarrow U_K \in [U_m - \Delta U, \dots, U_m + \Delta U]$
Das Bereich, wo das
Messergebnis liegt kann durch
Fehlerfortpflanzung bestimmt werden.