

### 3. Messung elektrischer Größen:

#### 3.4 Messung von Aktiven- und Blindleistung

- 3.4.1 Messung von elektrischer Leistung bei Gleichströmen
- 3.4.2 Leistung im Wechselstromkreis
- 3.4.3 Messung von Wirkleistung im Wechselstromkreis
- 3.4.4 Messung von Blindleistung im Wechselstromkreis
- 3.4.5 Bestimmung von Scheinleistung und Leistungsfaktor
- 3.4.6 Symmetrisches Dreiphasensystem
- 3.4.7 Vierleitersystem und Dreileitersystem
- 3.4.8 Leistung im Drehstromsystem
- 3.4.9 Messung von Wirkleistung im Drehstromsystem
- 3.4.10 Blindleistungsmessung im Drehstromsystem
- 3.4.11 Digitale Leistungsmesser
- 3.4.12 Messung der elektrischen Energie

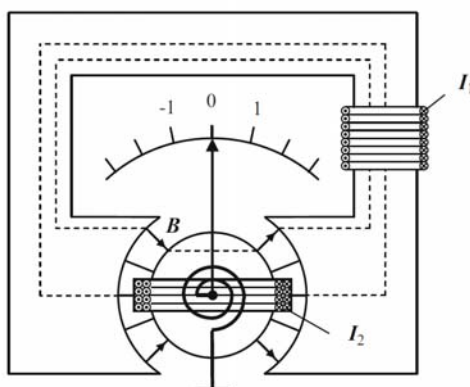
### 3. Messung elektrischer Größen:

#### 3.4 Messung von elektrischer Leistung

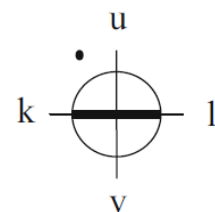
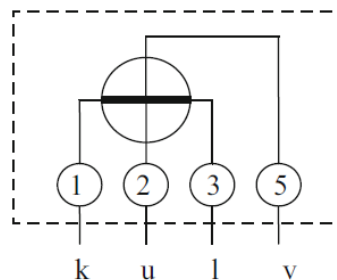
##### 3.4.1 Messung von elektrischer Leistung bei Gleichströmen

$$P_V = U_V \cdot I_V$$

$$p_V(t) = u_V(t) \cdot i_V(t)$$



$$\alpha = k \cdot I_1 \cdot I_2 = k \cdot I_v \cdot \frac{U_v}{R_U} = k_P \cdot I_v \cdot U_v$$



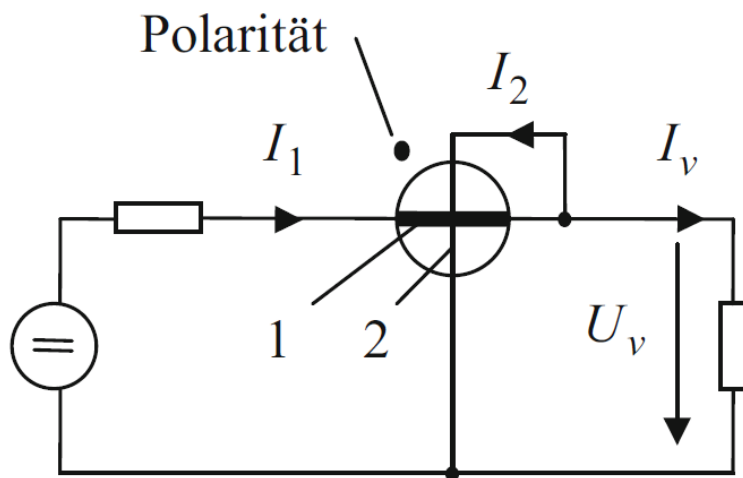
Stromklemmen =  $k, l$ , Spannungsklemmen =  $u, v$ ,  
Polaritätskennzeichnung = •

Elektrodynamisches Messwerk als Leistungsmesser

### 3. Messung elektrischer Größen:

#### 3.4 Messung von elektrischer Leistung

##### 3.4.1 Messung von elektrischer Leistung bei Gleichströmen



$$P_V = U_V \cdot I_V, \quad I_2 = \frac{U_V}{R_U}$$

$$U_2 = U_V, \quad I_1 = I_V + I_2$$

$$P_{anz} = U_V \cdot (I_V + I_2) = P_V + \frac{U_V^2}{R_U}$$

$$F_P = P_{anz} - P_V = \frac{U_V^2}{R_U}$$

$$f_P = \frac{F_P}{P_V} = \frac{\left(\frac{U_V^2}{R_U}\right)}{U_V \cdot I_V} = \frac{U_V}{I_V R_U} = \frac{R_V}{R_U}$$

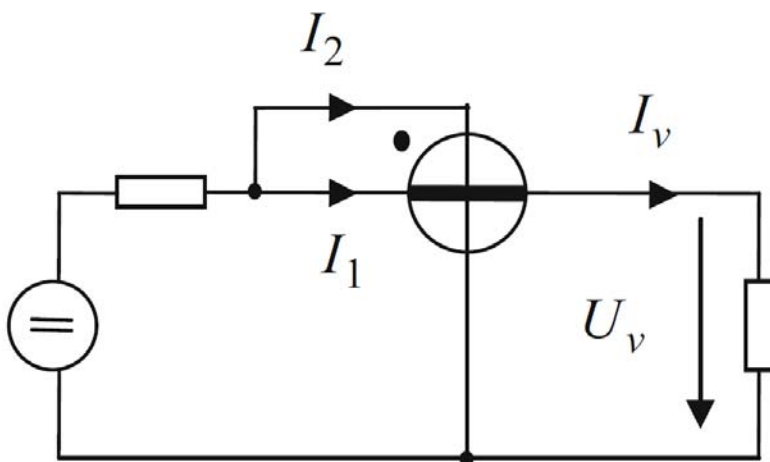
Elektrodynamischer Leistungsmesser mit Spannungsrichtiger Anschluss

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

### 3. Messung elektrischer Größen:

#### 3.4 Messung von elektrischer Leistung

##### 3.4.1 Messung von elektrischer Leistung bei Gleichströmen



$$P_V = U_V \cdot I_V, \quad I_1 = I_V,$$

$$U_2 = U_m = U_V + I_V \cdot R_I$$

$$P_{anz} = (U_V + I_V \cdot R_I) \cdot I_V = P_V + I_V^2 \cdot R_I$$

$$F_P = P_{anz} - P_V = I_V^2 \cdot R_I$$

$$f_P = \frac{F_P}{P_V} = \frac{I_V^2 \cdot R_I}{I_V^2 \cdot R_V} = \frac{R_I}{R_V}$$

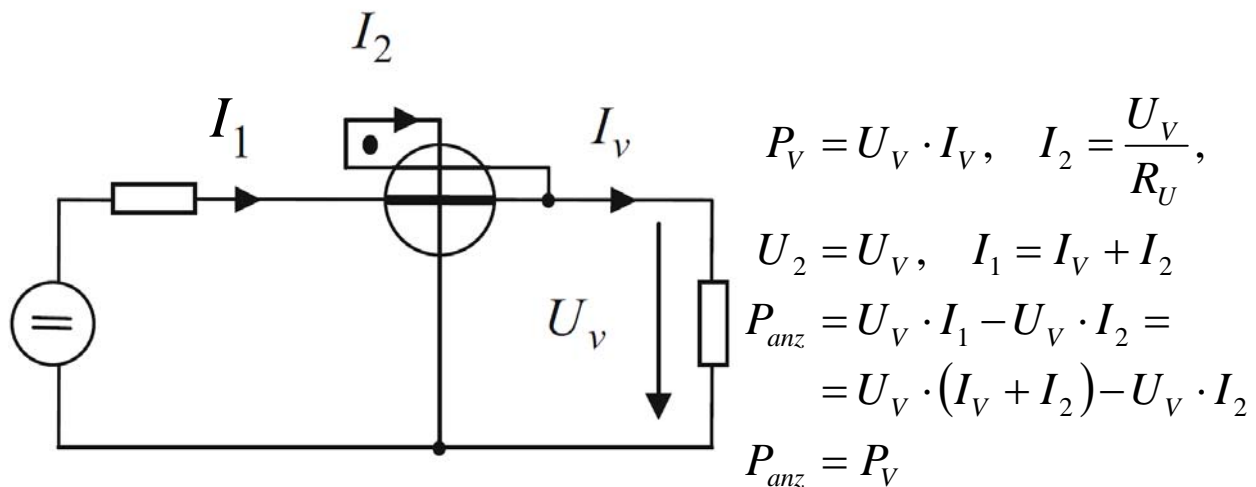
Elektrodynamischer Leistungsmesser mit Stromrichtiger Anschluss

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

### 3. Messung elektrischer Größen:

#### 3.4 Messung von elektrischer Leistung

##### 3.4.1 Messung von elektrischer Leistung bei Gleichströmen



Elektrodynamischer Leistungsmesser mit Korrekturspule:

Die Korrekturspule erzeugt ein Magnetfeld, das dem der Stromspule entgegen gerichtet ist und korrigiert so die Wirkung des erhöhten Stroms  $I_1$ .

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

### 3. Messung elektrischer Größen:

#### 3.4 Messung von elektrischer Leistung

##### 3.4.2 Leistung im Wechselstromkreis

$$u(t) = \hat{U} \cdot \sin(\omega t + \varphi_u), \quad i(t) = \hat{I} \cdot \sin(\omega t + \varphi_i) \quad U = \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{U} \quad I = \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{I}$$

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = \hat{U} \cdot \hat{I} \cdot \sin(\omega t + \varphi_u) \cdot \sin(\omega t + \varphi_i)$$

$$\sin \alpha \cdot \sin \beta = 0,5 \cdot (\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))$$

$$p(t) = \hat{U} / \sqrt{2} \cdot \hat{I} / \sqrt{2} \cdot (\cos(\varphi_u - \varphi_i) - \cos(2\omega t + \varphi_u + \varphi_i))$$

$$p(t) = U \cdot I \cdot \cos(\varphi_u - \varphi_i) - U \cdot I \cdot \cos(2\omega t + \varphi_u + \varphi_i).$$

$$P = \overline{p(t)} = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt$$

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T U \cdot I \cdot \cos(\varphi_u - \varphi_i) dt - \frac{1}{T} \int_0^T U \cdot I \cdot \cos(2\omega t + \varphi_u + \varphi_i) dt$$

$$= U \cdot I \cdot \cos(\varphi_u - \varphi_i) - 0,$$

$$\varphi = \varphi_{ui} = \varphi_u - \varphi_i$$

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi$$

$$S = U \cdot I$$

$$Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi$$

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)


### 3. Messung elektrischer Größen:

#### 3.4 Messung von elektrischer Leistung

##### 3.4.2 Leistung im Wechselstromkreis

Leistungsfaktor:  $\cos \varphi = \frac{P}{S}$

$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^*,$$

$\underline{U} = U_{\text{eff}} e^{j\varphi_u},$    $\underline{S} = U \cdot I \cdot e^{j(\varphi_u - \varphi_i)} = U \cdot I \cdot e^{j\varphi} = U \cdot I \cdot \cos \varphi + j \cdot U \cdot I \cdot \sin \varphi,$

$\underline{I} = I_{\text{eff}} e^{j\varphi_i},$   $\underline{S} = P + j \cdot Q.$

Scheinleistung  $S = |\underline{S}| = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad \text{VA},$

Wirkleistung  $P = \text{Re} \{ \underline{S} \} = U \cdot I \cdot \cos \varphi \quad \text{W},$

Blindleistung  $Q = \text{Im} \{ \underline{S} \} = U \cdot I \cdot \sin \varphi \quad \text{var}.$

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

### 3. Messung elektrischer Größen:

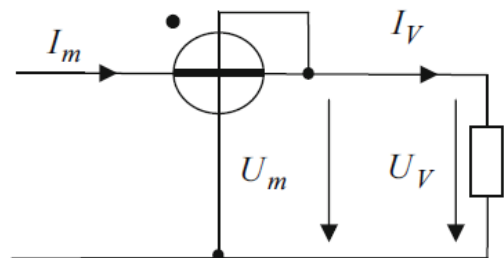
#### 3.4 Messung von elektrischer Leistung

##### 3.4.3 Messung von Wirkleistung im Wechselstromkreis

$$\begin{aligned} \overline{P}_{\text{anz}} &= \overline{i_m(t) \cdot u_m(t)} = \overline{\hat{I}_m \cos(\omega t) \cdot \hat{U}_m \cos(\omega t + \varphi_m)} \\ &= \hat{I}_m \hat{U}_m \cdot \overline{\cos(\omega t) \cdot \cos(\omega t + \varphi_m)}. \end{aligned}$$

$$\sin \alpha \cdot \sin \beta = 0,5 \cdot (\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))$$

$$\overline{P}_{\text{anz}} = \hat{I}_m \hat{U}_m \cdot 0,5 \cdot (\cos(\varphi_m) + \cos(2\omega t + \varphi_m)).$$



Für  $\omega \gg \omega_0$  ist  $\overline{\cos(2\omega t + \varphi_m)} = 0$ , und unter Verwendung der Effektivwerte anstatt der Amplituden ist

$$\overline{P}_{\text{anz}} = 0,5 \cdot \hat{U}_m \cdot \hat{I}_m \cdot \cos(\varphi_m) = U_m \cdot I_m \cdot \cos(\varphi_m).$$

**Wirkleistungsmessung (unter Vernachlässigung des Eigenverbrauchs):**

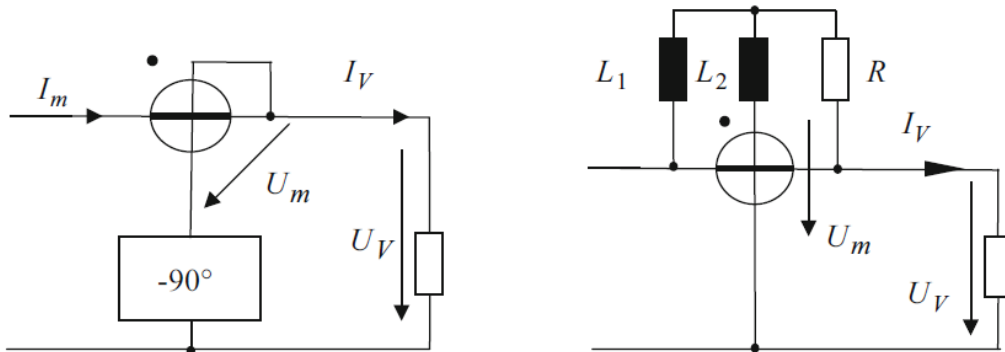
$$P_{\text{anz}} = U_m \cdot I_m \cdot \cos(\varphi_m) = U_V \cdot I_V \cdot \cos(\varphi_V) = P_V$$

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

### 3. Messung elektrischer Größen:

#### 3.4 Messung von elektrischer Leistung

##### 3.4.4 Messung von Blindleistung im Wechselstromkreis



**Blindleistungsmessung mit einem elektrodynamischen Messwerk: Prinzipschaltung mit Phasenschieber und Hummelschaltung**

$$\begin{aligned} \underline{I}_m &= \underline{I}_V \\ \underline{U}_m &= \underline{U}_V \cdot e^{-j90^\circ} \Rightarrow P_{\text{anz}} = U_m \cdot I_m \cdot \cos(\varphi_m) = \operatorname{Re}\{\underline{U}_m \cdot \underline{I}_m^*\} \\ P_{\text{anz}} &= \operatorname{Re}\{\underline{U}_V \cdot e^{-j90^\circ} \cdot \underline{I}_V^*\} = \operatorname{Re}\{U_V \cdot I_V \cdot e^{j\varphi_V} \cdot e^{-j90^\circ}\} \\ &= U_V \cdot I_V \cdot \cos(\varphi_V - 90^\circ), \Rightarrow P_{\text{anz}} = U_V \cdot I_V \cdot \sin(\varphi_V) = Q_V \end{aligned}$$

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

### 3. Messung elektrischer Größen:

#### 3.4 Messung von elektrischer Leistung

##### 3.4.5 Bestimmung von Scheinleistung und Leistungsfaktor

Durch Messung von Effektivwerten:

$$S = |\underline{S}| = U \cdot I$$

Alternativ durch Messung von Wirkleistung und Blindleistung:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

Leistungsfaktor:

$$\cos \varphi = \frac{P}{U \cdot I} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}}$$

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

### 3. Messung elektrischer Größen:

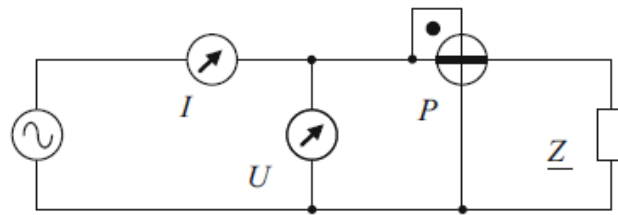
#### 3.4 Messung von elektrischer Leistung

Die Anzeigewerte betragen:

$$I = 1,5 \text{ A},$$

$$U = 228 \text{ V},$$

$$P = 300 \text{ W}.$$



Das elektrodynamische Messinstrument zeigt direkt die Verbraucherwirkleistung an:  $P_Z = P = 300 \text{ W}$ .

Die Schein- und Blindleistung wird mit Hilfe von Gl. 7.7, 7.14 und 7.9 bestimmt:

$$S = U \cdot I = 228 \text{ V} \cdot 1,5 \text{ A} = 342 \text{ VA},$$

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{(342 \text{ VA})^2 - (300 \text{ W})^2} = 164 \text{ var},$$

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{300 \text{ W}}{342 \text{ VA}} = 0,877.$$

Aus den gemessenen Werten kann auch die Last  $Z$  bestimmt werden:

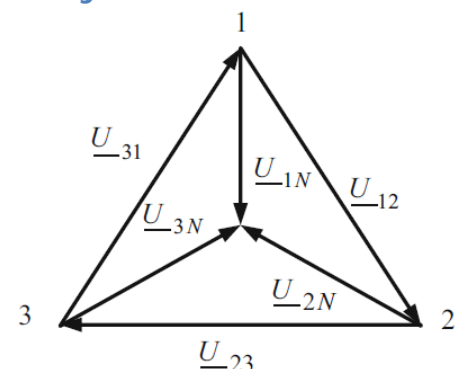
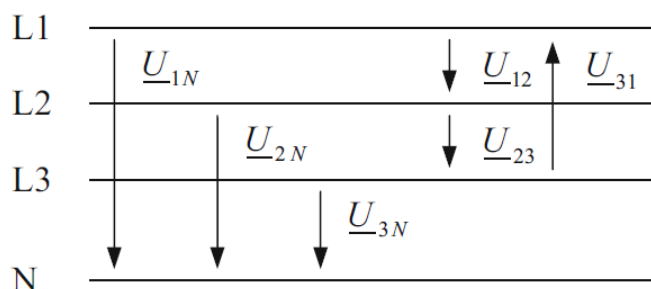
$$Z = \frac{U}{I} = \frac{228 \text{ V}}{1,5 \text{ A}} = 152 \Omega \quad \text{und} \quad \varphi_Z = \varphi = \arccos(\cos \varphi) = \arccos(0,877) = 28,7^\circ.$$

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

### 3. Messung elektrischer Größen:

#### 3.4 Messung von elektrischer Leistung

##### 3.4.6 Symmetrisches Dreiphasensystem



**Aussenleiterspannungen und Sternspannungen im Drehstromsystem**

$$\underline{U}_{1N} = U \cdot e^{j0^\circ}, \quad \underline{U}_{12} = \underline{U}_{1N} - \underline{U}_{2N} = \sqrt{3} \cdot \underline{U}_{3N} \cdot e^{-j90^\circ},$$

$$\underline{U}_{2N} = U \cdot e^{-j120^\circ}, \quad \underline{U}_{23} = \underline{U}_{2N} - \underline{U}_{3N} = \sqrt{3} \cdot \underline{U}_{1N} \cdot e^{-j90^\circ},$$

$$\underline{U}_{3N} = U \cdot e^{-j240^\circ}, \quad \underline{U}_{31} = \underline{U}_{3N} - \underline{U}_{1N} = \sqrt{3} \cdot \underline{U}_{2N} \cdot e^{-j90^\circ}.$$

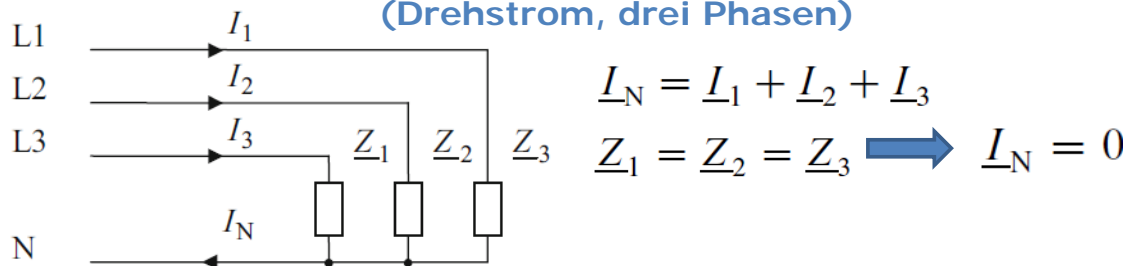
$$|\underline{U}_{ij}| = \sqrt{3} \cdot U.$$

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

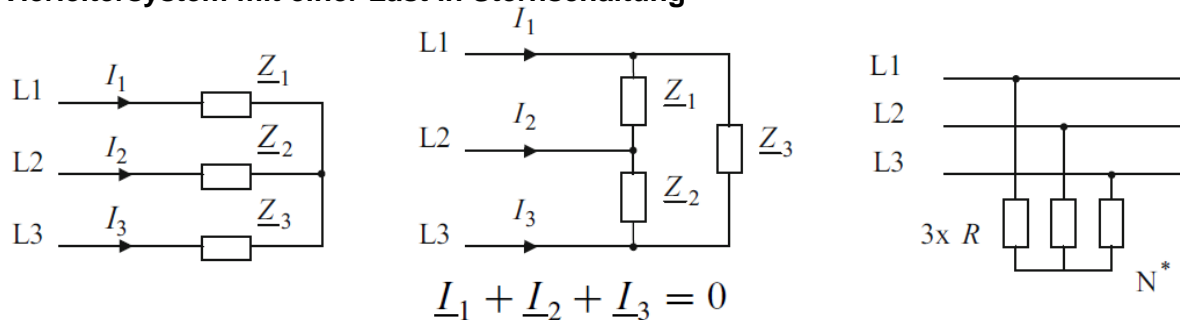
### 3. Messung elektrischer Größen:

#### 3.4 Messung von elektrischer Leistung

##### 3.4.7 Vierleitersystem und Dreileitersystem (Drehstrom, drei Phasen)



Vierleitersystem mit einer Last in Sternschaltung



Dreileitersysteme: Last in Sternschaltung, Last in Dreieckschaltung, künstlicher Sternpunkt

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

### 3. Messung elektrischer Größen:

#### 3.4 Messung von elektrischer Leistung

##### 3.4.8 Leistung im Drehstromsystem

$$P_{\text{ges}} = P_1 + P_2 + P_3$$

$$P_{\text{ges}} = U_{1N} \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1 + U_{2N} \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2 + U_{3N} \cdot I_3 \cdot \cos \varphi_3$$

$$\underline{S}_{\text{ges}} = \underline{U}_{1N} \cdot \underline{I}_1^* + \underline{U}_{2N} \cdot \underline{I}_2^* + \underline{U}_{3N} \cdot \underline{I}_3^*,$$

$$S_{\text{ges}} = |\underline{S}_{\text{ges}}|$$

$$Q_{\text{ges}} = U_{1N} \cdot I_1 \cdot \sin \varphi_1 + U_{2N} \cdot I_2 \cdot \sin \varphi_2 + U_{3N} \cdot I_3 \cdot \sin \varphi_3$$

$$P_{\text{ges}} = \operatorname{Re} \{ \underline{S}_{\text{ges}} \}$$

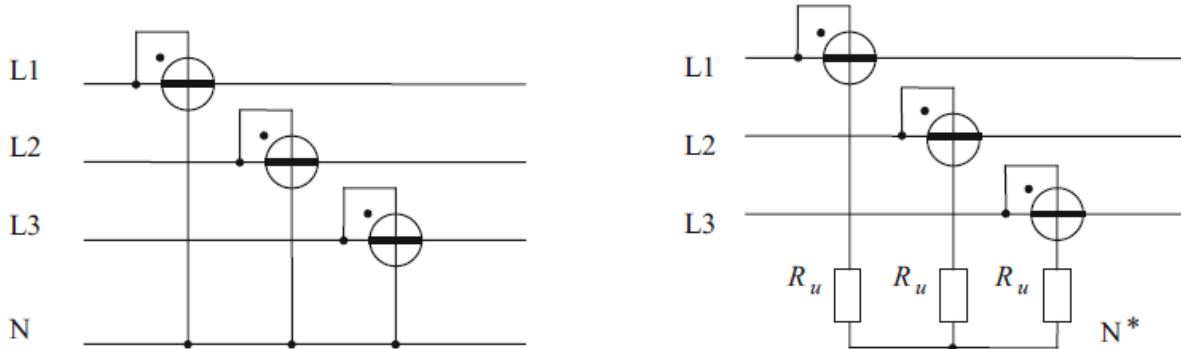
$$Q_{\text{ges}} = \operatorname{Im} \{ \underline{S}_{\text{ges}} \}$$

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

### 3. Messung elektrischer Größen:

#### 3.4 Messung von elektrischer Leistung

##### 3.4.9 Messung von Wirkleistung im Drehstromsystem



**Wirkleistungsmessung im Drehstromsystem: Vierleitersystem und Dreileitersystem mit künstlichem Sternpunkt N\***

$$P_{\text{ges}} = U_{1N} \cdot I_1 \cdot \cos(\varphi_1) + U_{2N} \cdot I_2 \cdot \cos(\varphi_2) + U_{3N} \cdot I_3 \cdot \cos(\varphi_3) ,$$

$$P_{\text{ges}} = P_{\text{anz1}} + P_{\text{anz2}} + P_{\text{anz3}} .$$

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

### 3. Messung elektrischer Größen:

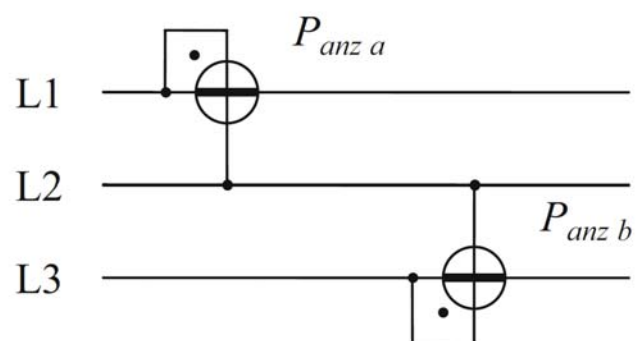
#### 3.4 Messung von elektrischer Leistung

##### 3.4.9 Messung von Wirkleistung im Drehstromsystem

$$\underline{S}_{\text{ges}} = \underline{U}_{1N} \cdot \underline{I}_1^* + \underline{U}_{2N} \cdot \underline{I}_2^* + \underline{U}_{3N} \cdot \underline{I}_3^*$$

$$\underline{U}_{12} = \underline{U}_{1N} - \underline{U}_{2N}$$

$$\underline{U}_{23} = \underline{U}_{2N} - \underline{U}_{3N}$$



**Aaron-Schaltung zur Wirkleistungsmessung**

$$\begin{aligned} \underline{S}_{\text{ges}} &= (\underline{U}_{12} + \underline{U}_{2N}) \cdot \underline{I}_1^* + \underline{U}_{2N} \cdot \underline{I}_2^* + (\underline{U}_{2N} - \underline{U}_{23}) \cdot \underline{I}_3^* \\ &= \underline{U}_{12} \cdot \underline{I}_1^* + \underline{U}_{2N} \cdot \underline{I}_1^* + \underline{U}_{2N} \cdot \underline{I}_2^* + \underline{U}_{2N} \cdot \underline{I}_3^* - \underline{U}_{23} \cdot \underline{I}_3^* \\ &= \underline{U}_{12} \cdot \underline{I}_1^* - \underline{U}_{23} \cdot \underline{I}_3^* + \underline{U}_{2N} \cdot (\underline{I}_1^* + \underline{I}_2^* + \underline{I}_3^*) . \end{aligned}$$

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)



### 3. Messung elektrischer Größen:

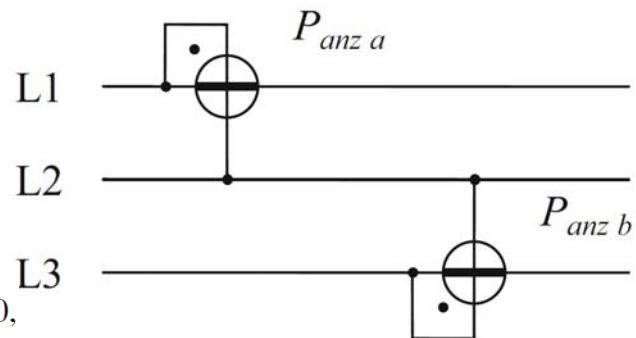
#### 3.4 Messung von elektrischer Leistung

##### 3.4.9 Messung von Wirkleistung im Drehstromsystem

$$\begin{aligned}\underline{S}_{\text{ges}} &= (\underline{U}_{12} + \underline{U}_{2N}) \cdot \underline{I}_1^* + \underline{U}_{2N} \cdot \underline{I}_2^* + (\underline{U}_{2N} - \underline{U}_{23}) \cdot \underline{I}_3^* \\ &= \underline{U}_{12} \cdot \underline{I}_1^* + \underline{U}_{2N} \cdot \underline{I}_1^* + \underline{U}_{2N} \cdot \underline{I}_2^* + \underline{U}_{2N} \cdot \underline{I}_3^* - \underline{U}_{23} \cdot \underline{I}_3^* \\ &= \underline{U}_{12} \cdot \underline{I}_1^* - \underline{U}_{23} \cdot \underline{I}_3^* + \underline{U}_{2N} \cdot (\underline{I}_1^* + \underline{I}_2^* + \underline{I}_3^*)\end{aligned}$$

Für ein Dreileitersystem ist  $\underline{I}_1^* + \underline{I}_2^* + \underline{I}_3^* = 0$ ,

und mit  $\underline{U}_{32} = -\underline{U}_{23}$  erhält man



Aaron-Schaltung zur Wirkleistungsmessung

$$\underline{S}_{\text{ges}} = \underline{U}_{12} \cdot \underline{I}_1^* + \underline{U}_{32} \cdot \underline{I}_3^* \quad \text{und damit}$$

$$\Rightarrow P_{\text{ges}} = P_{\text{anz } a} + P_{\text{anz } b}$$

$$P_{\text{ges}} = U_{12} \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_a + U_{32} \cdot I_3 \cdot \cos \varphi_c.$$

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

### 3. Messung elektrischer Größen:

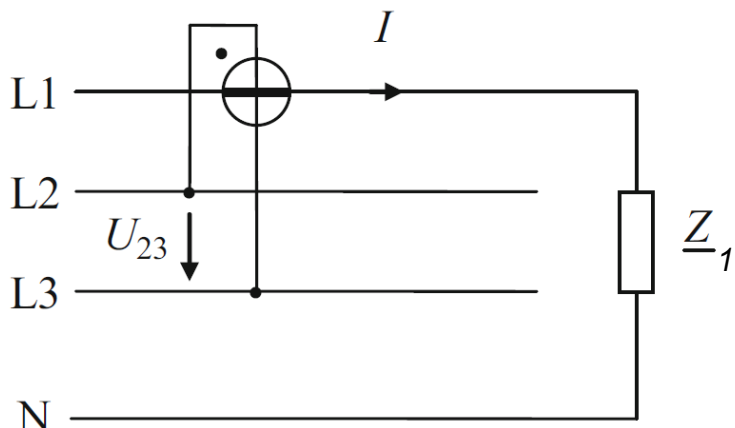
#### 3.4 Messung von elektrischer Leistung

##### 3.4.10 Blindleistungsmessung im Drehstromsystem

$$\underline{U}_{12} = \sqrt{3} \cdot \underline{U}_{3N} \cdot e^{-j90^\circ}$$

$$\underline{U}_{23} = \sqrt{3} \cdot \underline{U}_{1N} \cdot e^{-j90^\circ}$$

$$\underline{U}_{31} = \sqrt{3} \cdot \underline{U}_{2N} \cdot e^{-j90^\circ}$$



Blindleistungsmessung von  $Z_1$

$$Q_1 = U_{1N} \cdot I_1 \cdot \sin \varphi_1 = U_{23} / \sqrt{3} \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_a$$

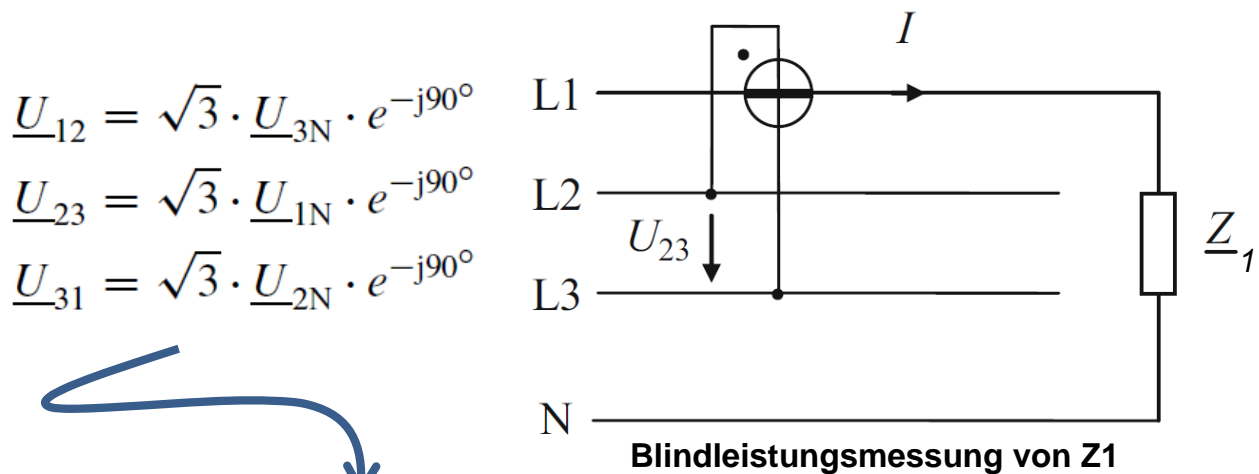
$$P_{\text{anz}} = U_{23} \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_a = \sqrt{3} \cdot Q_{Z1}$$

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

### 3. Messung elektrischer Größen:

#### 3.4 Messung von elektrischer Leistung

##### 3.4.10 Blindleistungsmessung im Drehstromsystem



$$Q_1 = U_{1N} \cdot I_1 \cdot \sin \varphi_1 = U_{23} / \sqrt{3} \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_a$$

$$P_{\text{anz}} = U_{23} \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_a = \sqrt{3} \cdot Q_{Z1}$$

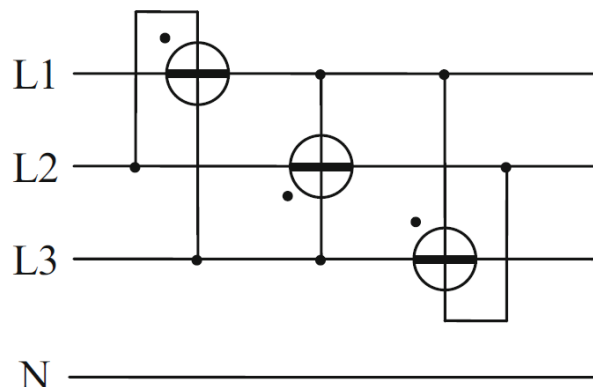
(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

### 3. Messung elektrischer Größen:

#### 3.4 Messung von elektrischer Leistung

##### 3.4.10 Blindleistungsmessung im Drehstromsystem

Blindleistungsmessung in beliebig belasteten Vier- und Dreileitersystemen



Die gesamte Blindleistung aller drei Phasen ist

$$Q_{\text{ges}} = U_{1N} \cdot I_1 \cdot \sin(\varphi_1) + U_{2N} \cdot I_2 \cdot \sin(\varphi_2) + U_{3N} \cdot I_3 \cdot \sin(\varphi_3),$$

$$Q_{\text{ges}} = U_{1N} \cdot I_1 \cdot \cos(\varphi_1 - 90^\circ) + U_{2N} \cdot I_2 \cdot \cos(\varphi_2 - 90^\circ) + U_{3N} \cdot I_3 \cdot \cos(\varphi_3 - 90^\circ)$$

$$Q_{\text{ges}} = U_{23} / \sqrt{3} \cdot I_1 \cdot \cos(\varphi_a) + U_{31} / \sqrt{3} \cdot I_2 \cdot \cos(\varphi_b) + U_{12} / \sqrt{3} \cdot I_3 \cdot \cos(\varphi_c).$$

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

### 3. Messung elektrischer Größen:

#### 3.4 Messung von elektrischer Leistung

##### 3.4.10 Blindleistungsmessung im Drehstromsystem

**Aaron-Schaltung zur Blindleistungsmessung in Dreileitersystemen**

$$\underline{S}_{\text{ges}} = \underline{U}_{1N} \cdot \underline{I}_1^* + \underline{U}_{2N} \cdot \underline{I}_2^* + \underline{U}_{3N} \cdot \underline{I}_3^*$$

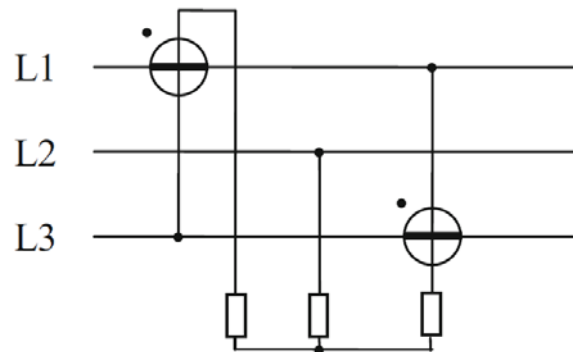
$$\underline{S}_{\text{ges}} = \underline{U}_{12} \cdot \underline{I}_1^* + \underline{U}_{32} \cdot \underline{I}_3^*$$

$$Q_{\text{ges}} = \text{Im} \{ \underline{S}_{\text{ges}} \}$$

$$Q_{\text{ges}} = \text{Im} \{ \underline{U}_{12} \cdot \underline{I}_1^* \} + \text{Im} \{ \underline{U}_{32} \cdot \underline{I}_3^* \} = U_{12} \cdot I_1 \cdot \sin(\varphi_1) + U_{32} \cdot I_3 \cdot \sin(\varphi_2)$$

$$Q_{\text{ges}} = -\sqrt{3} \cdot U_{3N} \cdot I_1 \cdot \cos(\varphi_a) + \sqrt{3} \cdot U_{1N} \cdot I_3 \cdot \cos(\varphi_b)$$

$$Q_{\text{ges}} = \sqrt{3} \cdot (P_{\text{anz } a} + P_{\text{anz } b})$$



(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

### 3. Messung elektrischer Größen:

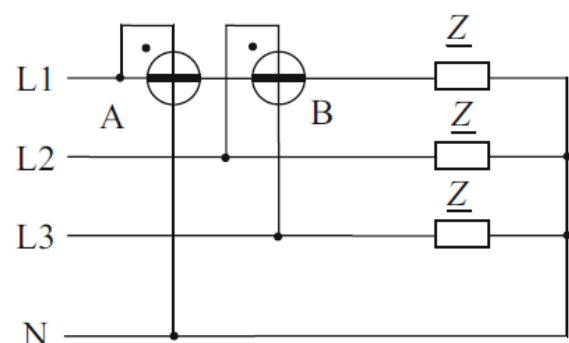
#### 3.4 Messung von elektrischer Leistung

Die Wirk-, Blind- und Scheinleistung in einem symmetrischen 400V-Drehstromsystem mit symmetrischer Last soll bestimmt werden. Dazu werden zwei elektrodynamische Leistungsmessgeräte wie rechts im Bild dargestellt ist, angeschlossen.

Die Messwerte betragen:

$$P_A = 150 \text{ W},$$

$$P_B = 50 \text{ W}.$$



Aus den Messwerten kann die Wirk-, Blind- und Scheinleistung berechnet werden:

$$P_{\text{ges}} = 3 \cdot P_Z = 3 \cdot P_A = 3 \cdot 150 \text{ W} = 450 \text{ W},$$

$$Q_{\text{ges}} = 3 \cdot Q_Z = 3 \cdot (P_B / \sqrt{3}) = \sqrt{3} \cdot P_B = \sqrt{3} \cdot 50 \text{ W} = 86,6 \text{ var},$$

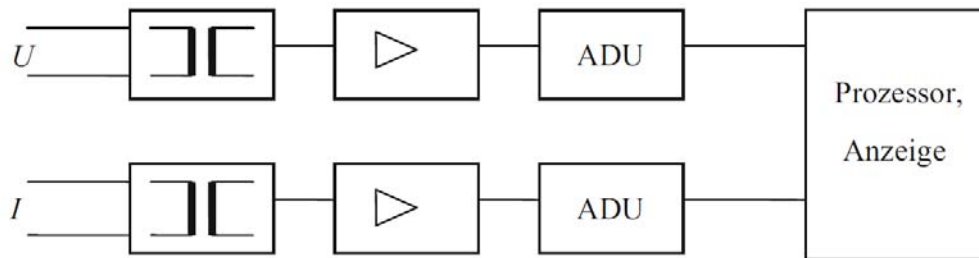
$$S_{\text{ges}} = \sqrt{P_{\text{ges}}^2 + Q_{\text{ges}}^2} = \sqrt{(450 \text{ W})^2 + (86,6 \text{ var})^2} = 458 \text{ VA}.$$

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

### 3. Messung elektrischer Größen:

#### 3.4 Messung von elektrischer Leistung

##### 3.4.11 Digitale Leistungsmesser



(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

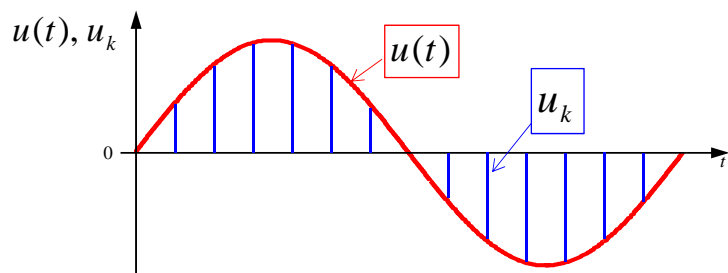
**Blockschaltbild eines digitalen Leistungsmessers: Messwandler für Strom und Spannung, Verstärker, Analog-Digital-Umsetzer und Prozessorsystem mit Ausgabeeinrichtungen**

Bei ausreichend kleinen Abtastschritten (hohe Abtastfrequenz) Messung von Wirkleistung bei beliebigen Signalformen:

$$p(t) = u(t) \cdot i(t)$$

$$p_k = u_k \cdot i_k$$

$$\bar{p} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N u_k \cdot i_k$$



### 3. Messung elektrischer Größen:

#### 3.4 Messung von elektrischer Leistung

##### 3.4.12 Messung der elektrischen Energie

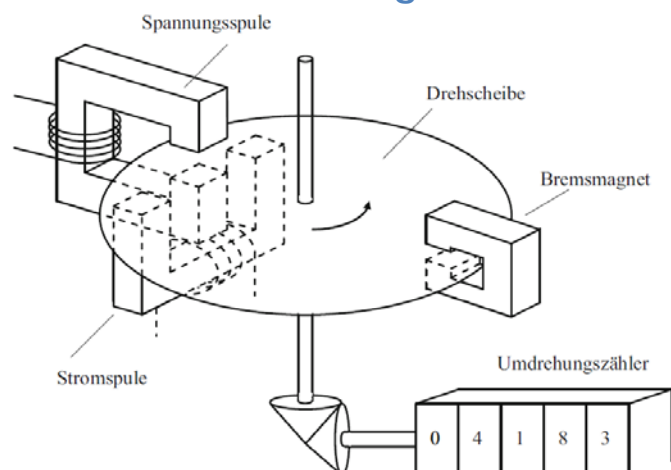
$$E(t) = \int_0^t P(\tau) d\tau = \int_0^t U \cdot I \cdot \cos \varphi$$

$$M_a = k_1 \cdot U_V \cdot I_V \cdot \cos \varphi_V$$

$$M_b = k_2 \cdot n$$

$$M_a = M_b$$

$$n = \frac{k_1}{k_2} \cdot U_V \cdot I_V \cdot \cos \varphi_V = k \cdot P_V$$

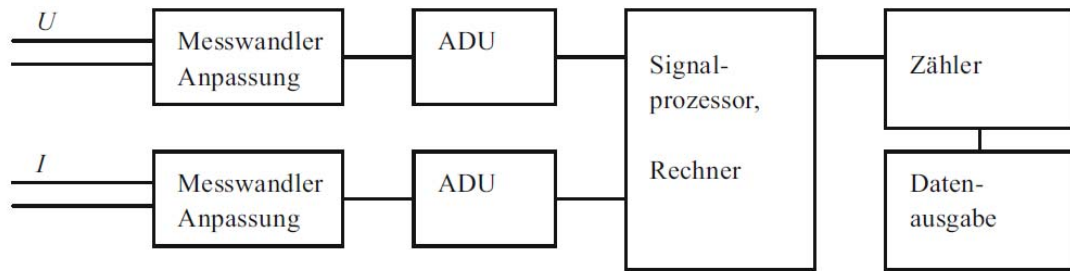


**Prinzipieller Aufbau eines Induktionszählers**

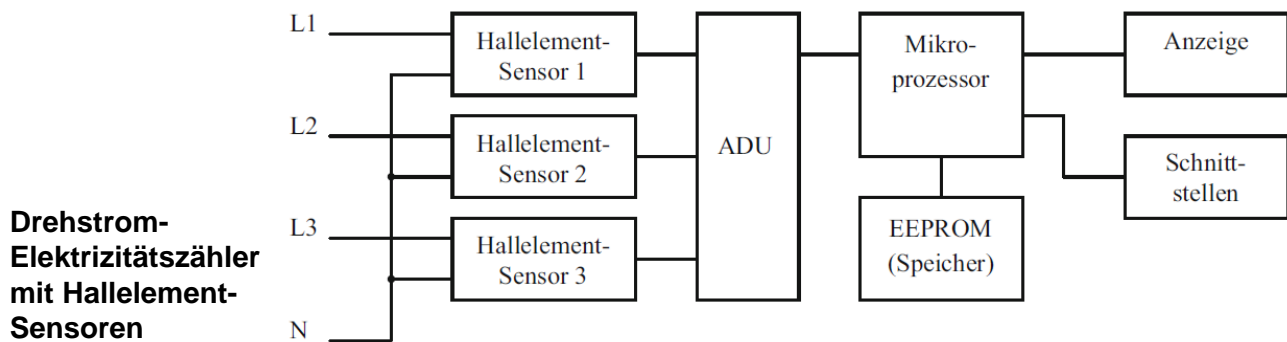
### 3. Messung elektrischer Größen:

#### 3.4 Messung von elektrischer Leistung

##### 3.4.12 Messung der elektrischen Energie



Grundprinzip eines digitalen Elektrizitätszählers



Drehstrom-  
Elektrizitätszähler  
mit Hallelement-  
Sensoren

(aus: T. Mühl: Einführung in die elektrische Messtechnik)

## Literatur für Kap 3.4

Autor	Titel	Verlag
R. Lerch	Elektrische Messtechnik <b>Kapitel 8</b>	Springer Verlag
E. Schrüfer L. Reindl B. Zagar	Elektrische Messtechnik <b>Kapitel 2.1.4 und 2.1.5, leider wenige Details, Leistungsmessung nicht abgedeckt</b>	Hanser Verlag
T. Mühl	Einführung in die elektrische Messtechnik <b>Kapitel 7 (bitte Beispiele nachrechnen und Aufgaben lösen)</b>	Hanser Verlag