Zustand	Z_1	Z_0
KS	0	0
1S	0	1
2S	1	0

Zustandsfolgetabelle kodiert:

Z_1	Z_0	E_1	E_0	$^1Z_1$	$^1Z_0$	A_2	A_1	A_0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	1	1	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	0	0	0	0
1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	0	1	0	1	0	1	0	0
1	0	1	1	0	0	0	1	0
1	1	0	0	x	x	x	x	x
1	1	0	1	x	x	x	x	x
1	1	1	0	x	x	x	x	x
1	1	1	1	x	x	x	x	x

So ein Zustand wurde nicht definiert

01.12.15

Entwurf des Übergangsschaltnetz

$^{\wedge}Z = F(E, Z)$

$^1Z_1$

		E_0	E_0, Z_0	Z_0
	0	0	1	0
E_1	1	0	0	0
E_1, Z_1	1	0	X	X
Z_1	1	1	X	X

$$^1Z_1 = Z_1\overline{E_1} + E_1\overline{E_0}\,\overline{Z_0} + \overline{E_1}E_0Z_0$$

$^1Z_0$

		E_0	E_0, Z_0	Z_0
	0	1	0	1
E_1	0	0	0	1
E_1, Z_1	0	0	X	X
Z_1	0	0	X	X

$$^1Z_0 = Z_0\overline{E_0} + E_0\overline{E_1}\,\overline{Z_0}\,\overline{Z_1}$$

2.4.3. Entwurf des Ausgangsschaltnetz

A_2

		E_0	E_0, Z_0	Z_0
	0	0	0	0
E_1	0	0	0	1
E_1, Z_1	1	0	X	X
Z_1	0	0	X	X

$$A_2 = \overline{E_0}E_1Z_0 + \overline{E_0}E_1Z_1$$

08.12.15

A_1

		E_0	E_0, Z_0	Z_0
	0	0	0	0
E_1	0	0	0	0
E_1, Z_1	0	1	X	X
Z_1	0	1	X	X

$$A_1 = E_0Z_1$$

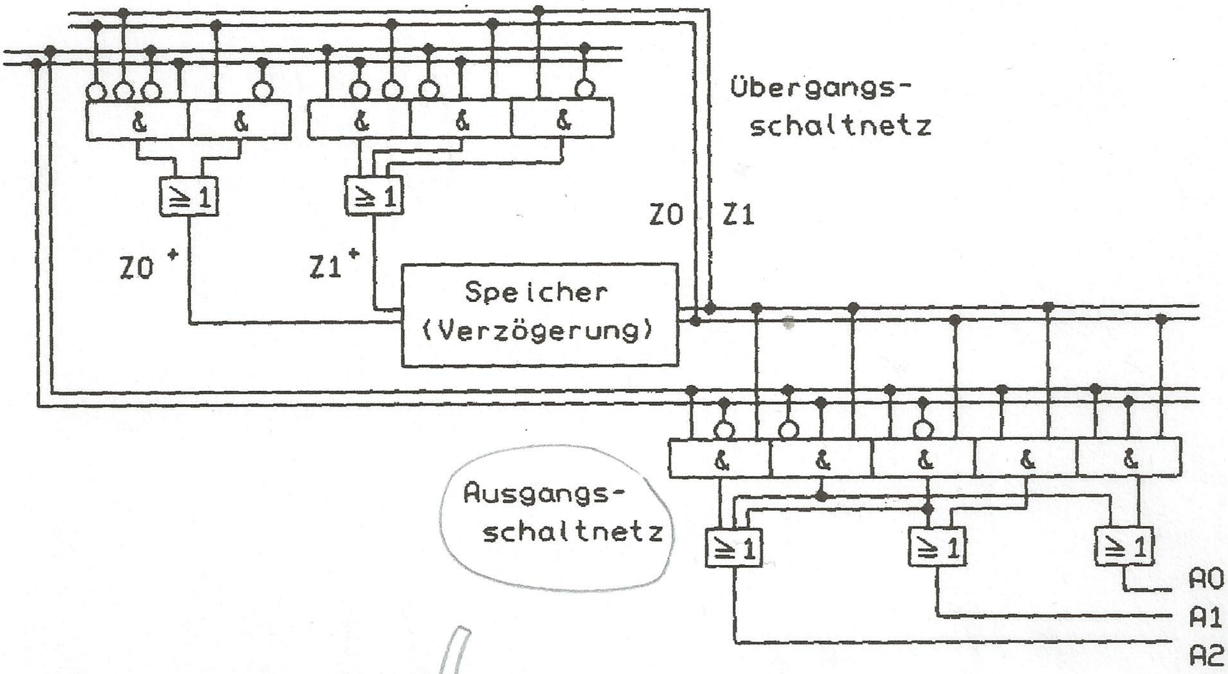
A_0

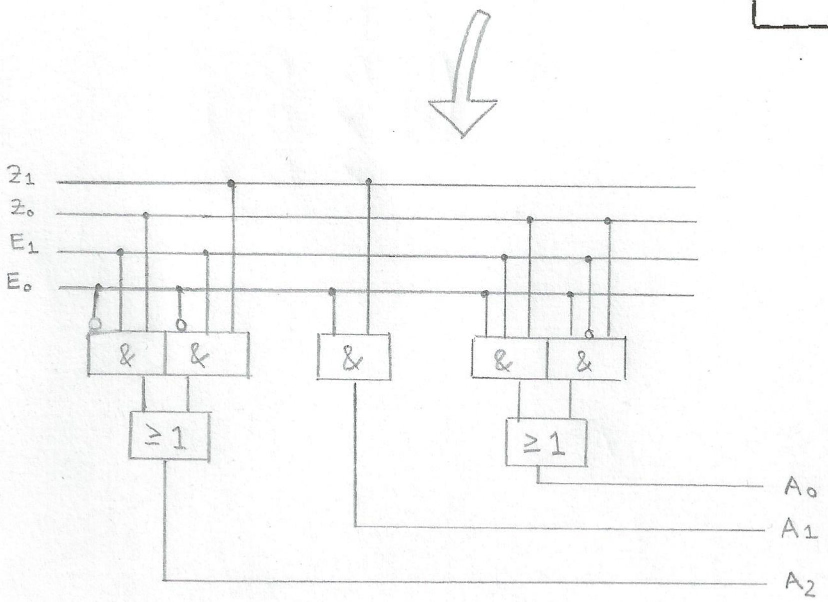
0	0	0	0
0	0	1	0
0	0	X	X
0	1	X	X

Map labels: Z_0 (columns 3–4), E_0 (columns 2–3), E_1 (rows 2–3), Z_1 (rows 3–4).

$$A_0 = E_0 E_1 Z_0 + E_0 \overline{E_1} Z_1$$

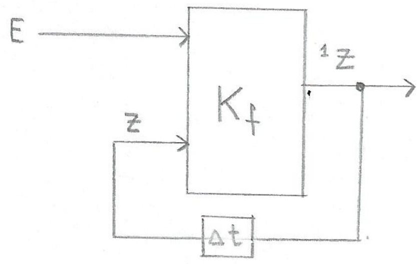
2.4.4. Schaltwerk des Geldwechselautomaten





2.5. Digitale Automaten

2.5.1. Einführung



Verzögerung

$A = \{E, Z, f, a_z\}$

E: Eingangsmenge

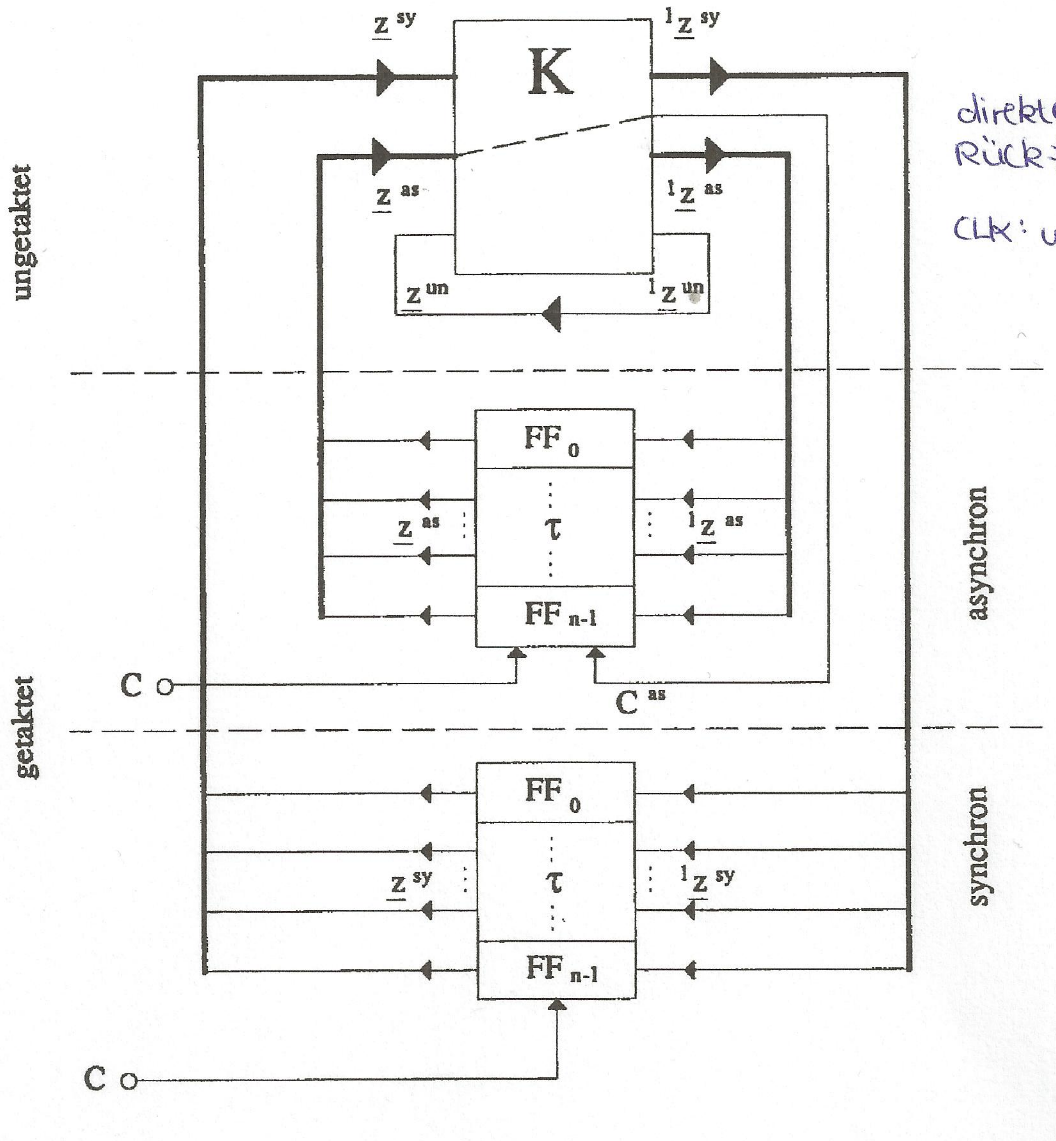
Z: Zustandsmenge

f: Überführungsfunktion $\qquad {}^1z = f(E, z)$

a_z: Initialzustand

08.12.15

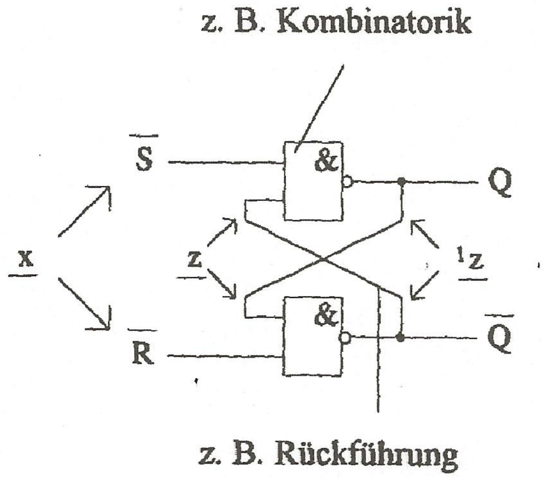
2.5.2. Betriebsweisen von Automaten



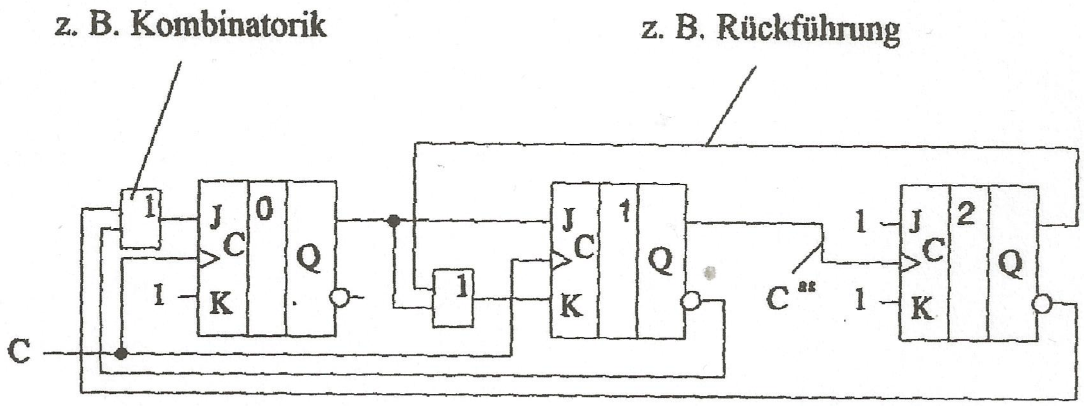
direkte Rückführung

CLK: ungetaktet

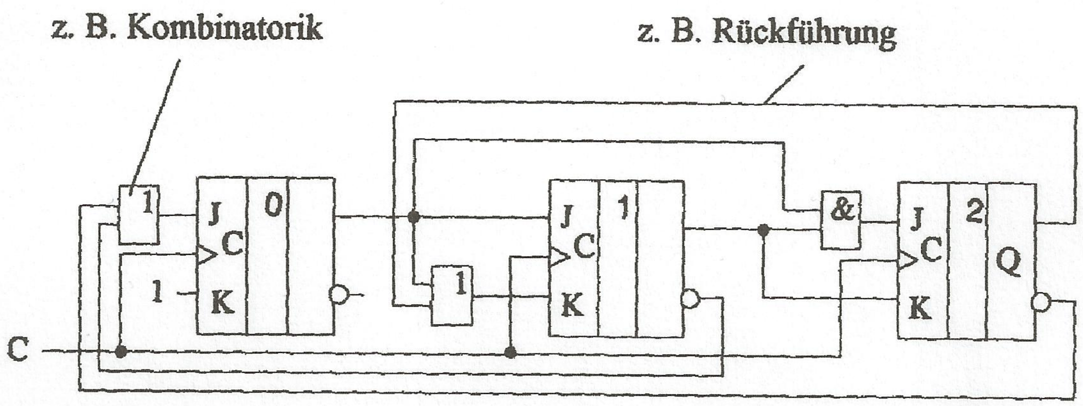
ungetaktete



Ungetaktete Betriebsweise - ungetaktetes RS-Flip-Flop



Getaktete asynchrone Betriebsweise - Asynchroner Zähler von 0 bis 6, zyklisch, BCD-Kode



Getaktete synchrone Betriebsweise - Synchroner Zähler von 0 bis 6, zyklisch, BCD-Kode

2.5.3. Automatentypen

Moore-Automat /Zustandsautomat

→ siehe Blatt

Medwedjew - Automat

→ siehe Blatt

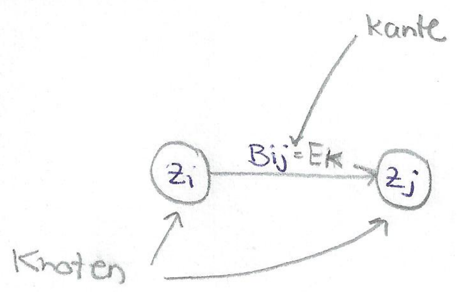
Mealy - Automat

→ siehe Blatt

2.5.4. Beschreibungsformen

Automatengraphen

Knoten und Kanten

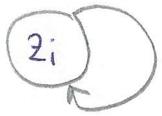


B_{ij} – Gewicht der Kante von Z_i nach Z_j

Bedingung für den Übergang von Z_i nach Z_j

$X\varepsilon$- Eingangsalphabet (Eingangssignale)

Eigenschleifen



$B_{ij} = E_k$

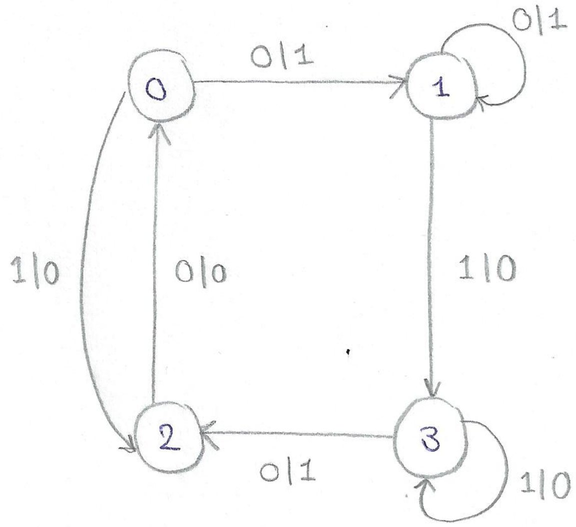
Anordnung der Ausgabe Y_i zum Knoten Z_i für den Mealy- Automaten

→ siehe Blatt

Anordnung der Ausgabe Y_i zum Knoten Z_i für den Moore-Automaten

→ siehe Blatt

Beispiel Mealy-Automat



$Z = \{0, 1, 2, 3\}$

$E = \{0, 1\}$

$A = \{0, 1\}$

	Z_1	Z_0
0	0	0
1	0	1
2	1	0
3	1	1

Automatentabelle (Zustandsübergangstabelle)

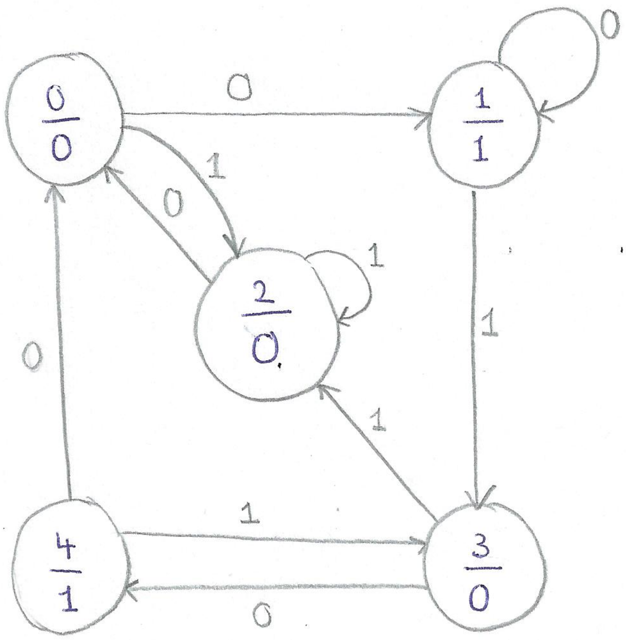
Z_1	Z_0	X E	$^1Z_1$	$^1Z_0$	Y A
0	0	0	0	1	1
0	0	1	1	0	0
0	1	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0
1	0	0	0	0	0
1	0	1	1	1	0
1	1	0	1	0	1
1	1	1	1	1	0

Mealy - Automatentabelle

E \ Z	0	1
0	1/1	2/0
1	1/1	3/0
2	0/0	3/0
3	2/1	3/0

$^1Z / A$

Beispiel Moore-Automat



$Z = \{0,1,2,3,4\}$

$E = \{0,1\}$

$A = \{0,1\}$

$\frac{E}{A}$

Moore-Automatentabelle

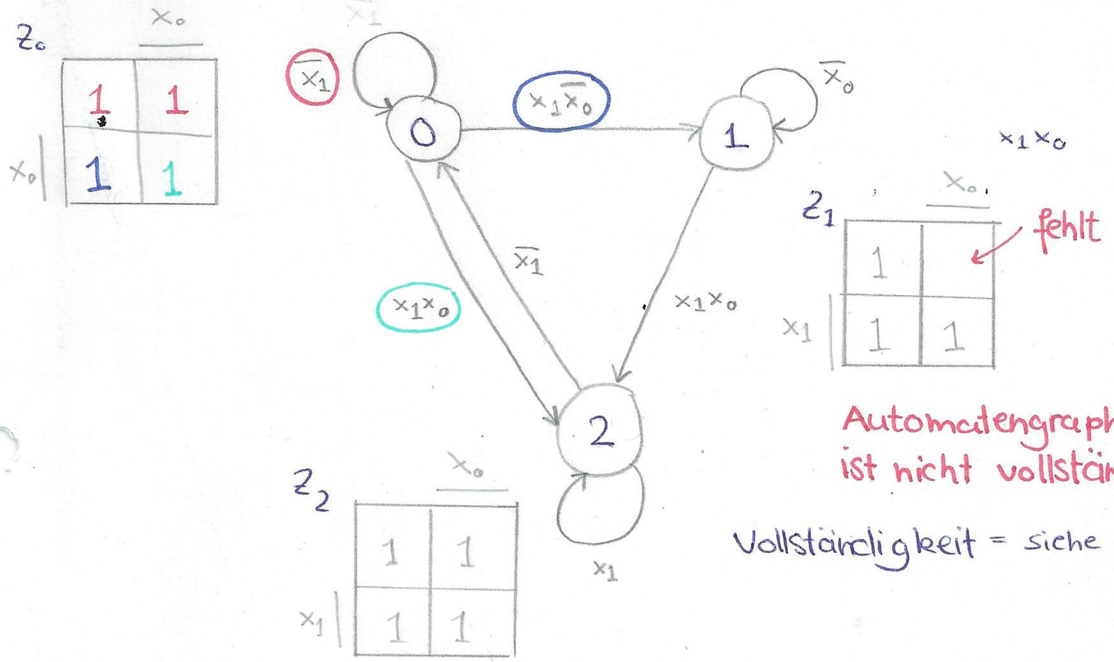
Z \ E	0	1	A
0	1	2	0
1	1	3	1
2	0	2	0
3	4	2	0
4	0	3	1

^1Z

Um die Korrektheit des Entwurfs zu überprüfen, formale Verifikation

2.5.5. Vollständigkeit und Widerspruchsfreiheit

Vollständigkeit = bei jedem Zustandsübergang jede Eingangsbelegung berücksichtigen



Automatengraph ist nicht vollständig

Vollständigkeit = siehe oben

Def: Der Automatengraph ist genau dann vollständig, wenn für alle Knoten der zugeordnete K-Plan in jedem Feld genau eine 1 enthält.

$$\forall z_i \in Z \qquad \sum_{z_i \in Z} B_{ij} = 1$$

Alle Eingangssignale an den wegführenden Kanten von Z_i disjunktiv verknüpft müssen 1 ergeben. 15.12.15

Die DNF der Belegungen der von einem Zustandsknoten abgehenden Kanten = 1 (bzw. in KNF = 0)

$$z_0 = \overline{x_1} + x_1\overline{x_0} + x_1 x_0 = \overline{x_1} + x_1\underbrace{(\overline{x_0} + x_0)}_{1} = \overline{x_1} + x_1 = 1$$

$$z_1 = \overline{x_0} + x_1 x_0 = (\overline{x_0} + x_1)(\overline{x_1} + x_0) = \overline{x_0} + x_1 \neq 1$$

$$z_2 = x_1 + \overline{x_1} = 1$$

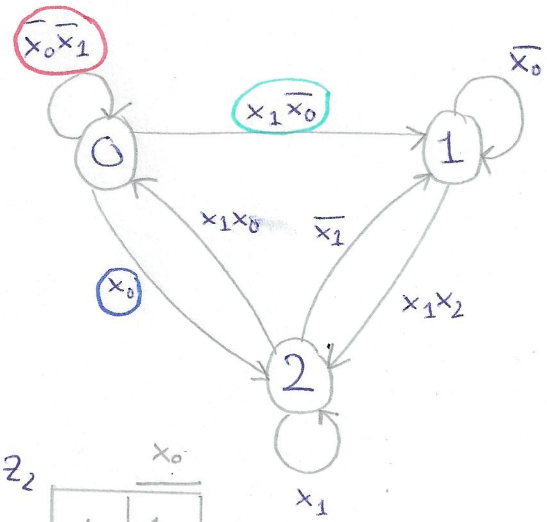
Ein Automat ist widerspruchsfrei, wenn für jeden Zustand gilt, den der Übergang zu allen Folgezuständen eindeutig bestimmt ist.

Die von jedem Knoten ausgehenden Knoten müssen paarweise disjunktiert sein.

→ **Widerspruchsfreiheit**

z_0

		x_0
	1	1
x_1	1	1



z_1

		x_0
	1	
x_1	1	1

z_2

		x_0
	1	1
x_1	1	11

→ nicht widerspruchsfrei

Def. Der Automatengraph ist genau dann widerspruchsfrei, wenn für alle Knoten der zugeordnete K-Plan in jedem Feld höchstens eine 1 enthält.

$$\forall z_i \in Z \qquad \sum_{z_i \in Z} B_{ij} B_{ik} = 0$$

Alle Eingangssignale an den wegführenden Kanten von Z_i paarweise konjunktiv verbunden müssen 0 ergeben.

z_0 : $\binom{3}{2} = 3$ (wie viele paare muss ich finden?)

$$z_0 = \overline{x_0} x_1 \cdot x_0 + \overline{x_0}\,\overline{x_1} \cdot x_1 \overline{x_0} + x_0 \cdot x_1 \overline{x_0} =$$
$$= 0 + 0 + 0 = 0$$

$\binom{2}{2} = 1$ $z_1 = \overline{x_0} \cdot x_1 x_0 = 0$

0

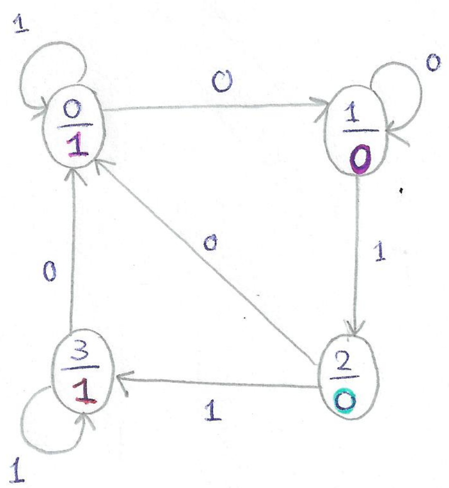
$\binom{3}{2} = 3$ $z_2 = x_1 \cdot \overline{x_1} + x_1 \cdot x_1 x_0 + \overline{x_1} \cdot x_1 x_0 =$
$= 0 + x_1 \cdot x_0 + 0 \neq 0$ → nicht widerspruchsfrei

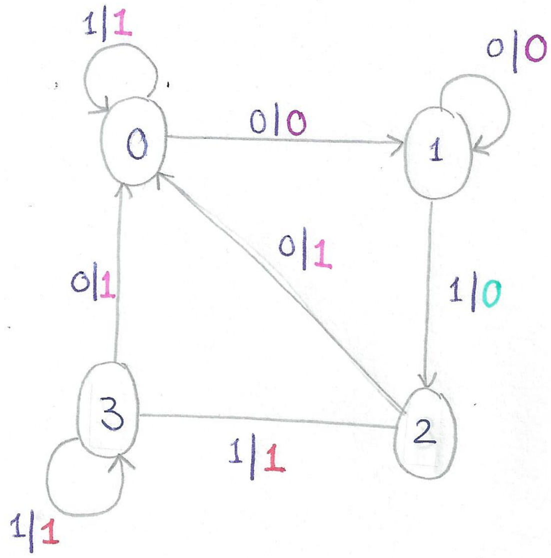
Um den Widerspruch aufzulösen muss die Kante x_1 (Eigenschleife) entsprechend angepasst werden: $x_1 \overline{x_0}$ 10

2.5.6. Äquivalenz von Moore- und Mealy – Automaten

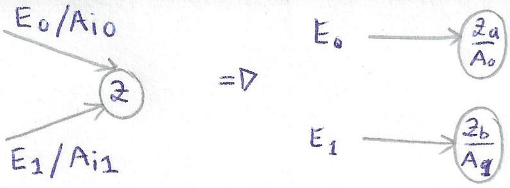
a) Umwandlung Moore-Automat -> Mealy - Automat

$A = F(Z)$ $\qquad$ $A = F(E, Z)$





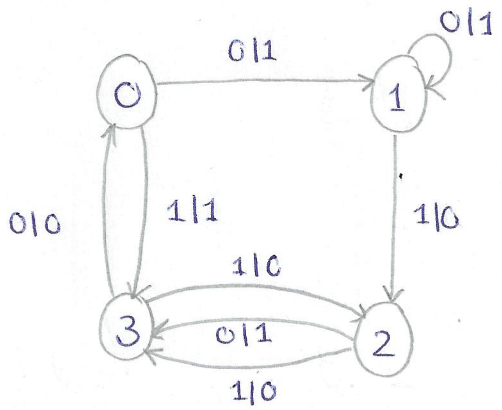
Moore - Automat $\rightarrow$ Mealy - Automat



b) Umwandlung Mealy - Automat -> Moore-Automat

$A = F(E, z) \rightarrow A = F(z)$

Unterscheiden sich die zum z_i führenden Kanten bzgl. dem Ausgabewert A_{ik} muss z_i aufgeteilt werden.



Mealy-Automat

Mealy

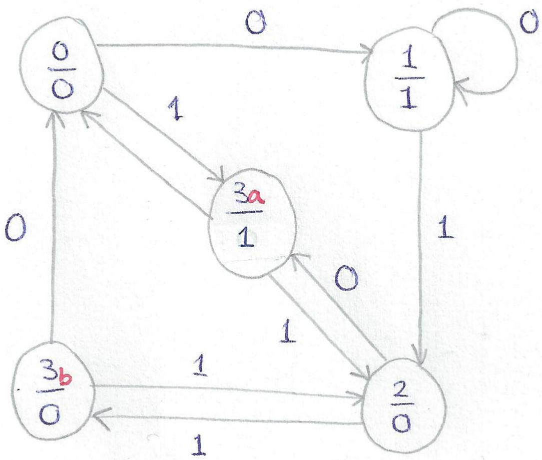
z \ x	0	1
0	1|1	3|1
1	1|1	2|0
2	3|1	3|0
3	0|0	2|0

$\underbrace{\qquad\qquad}_{z' \mid A}$

Moore

z	x = 0	x = 1	A
0	1	3a	0
1	1	2	1
2	3a	3b	0
3a	0	2	1
3b	0	2	0

$\underbrace{\qquad\qquad}_{z'}$



Moore-Automat

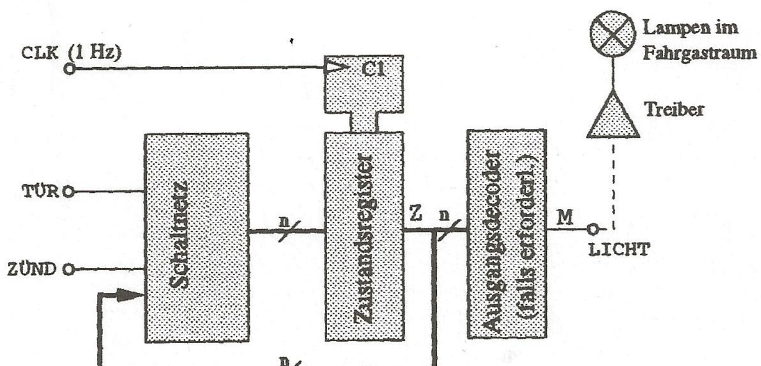
15.12.13

(HA)

Aufgabe 1

Entwerfen Sie ein Schaltwerk auf der Basis des Bildes für die Innenlichtüberwachung eines PKWs! Durch das Öffnen einer Tür (TÜR = 1) wird das Licht eingeschaltet (LICHT = 1). Nach dem Schließen (TÜR = 0) leuchtet es für 6 Sek. weiter, wenn es nicht zuvor durch das Drehen des Zündschalters (ZÜND = 1) abgeschaltet wird. Gehen Sie zur Vereinfachung davon aus, da6 die Tür nicht wieder geöffnet wird, solange das Licht brennt, und dass alle Türen ein gemeinsames TÜR-Signal erzeugen! Entwerfen Sie das Schaltwerk (Zustandsdefinition, -diagramm, Übergangstabelle und -gleichungen sowie die Gleichung des Ausgangssignals)!

Moore



HA **Aufgabe 2**

Eine sequenzielle Schaltung mit 2 JK-FF: A und B; 2 Eingängen: x1 und x0; und einen Ausgang w wird durch folgende Gleichungen spezifiziert:

Q_B $\overline{Q_B}$ $\overline{Q_B}$

$$J_A = Bx_0 + \overline{B} \cdot x_1 \qquad K_A = \overline{B}x_0\overline{x_1}$$

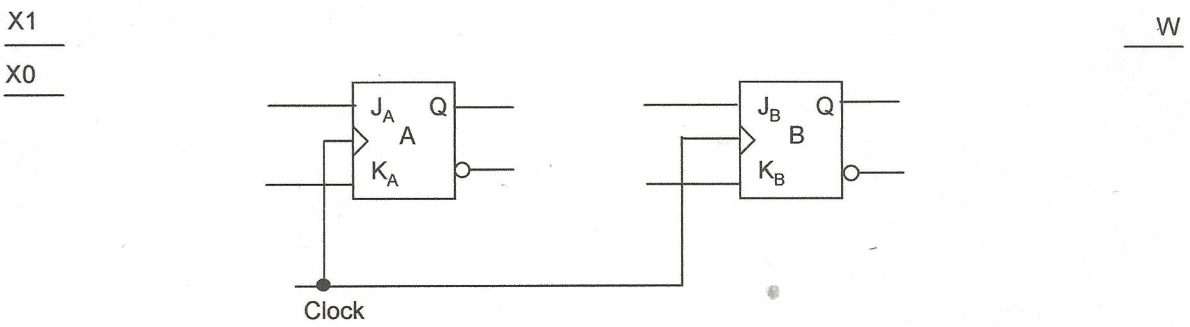
$$J_B = \overline{A}x_0 \qquad K_B = A + x_0\overline{x_1}$$

$\overline{Q_A}$ Q_A

$$w = A\overline{x_0} \cdot \overline{x_1} + B\overline{x_0} \cdot \overline{x_1}$$

Q_A · Q_B

a) Vervollständigen Sie die Schaltung auf Gatterniveau.



b) Füllen Sie die Zustandsfolgetabelle aus:

B	A	x1	x0	J_B	K_B	J_A	K_A	^1B	^1A	w
0	0	0	0							
0	0	0	1							
0	0	1	0							
0	0	1	1							
0	1	0	0							
0	1	0	1							
0	1	1	0							
0	1	1	1							
1	0	0	0							
1	0	0	1							
1	0	1	0							
1	0	1	1							
1	1	0	0							
1	1	0	1							
1	1	1	0							

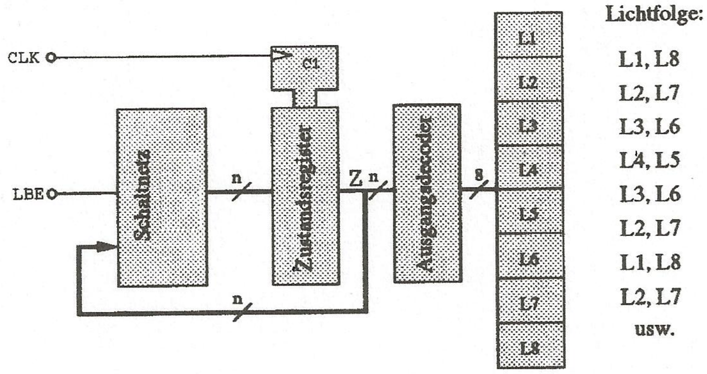
1	1	1	1							

b) Zeichen Sie den Automatengraphen

15.12.15

HA Aufgabe 3 Lichtbandsteuerung

Gegeben ist ein Lichtband aus 8 Lampen.



Entwickeln Sie ein Schaltwerk (Automat), das die Ansteuerung der einzelnen Lampen in den angegebenen Phasen vornimmt! Nach einem Reset leuchte keine Lampe. Das Signal LBE = 1 (Licht Band Ein) startet den Vorgang mit Phase 1, in der die Lampen 1 und 8 leuchten. In den folgenden Phasen wird das Licht von außen nach innen fortgeschaltet. Man hat den Eindruck, als bewege sich ein Licht von L1 nach L8 und ein anderes von L8 nach L1. An den Endpositionen kehrt sich die Richtung jeweils um. Das Leuchtband ist solange in Betrieb, bis LBE zurückgenommen wird. LBE = 0 bewirkt, dass alle Lampen mit der folgenden aktiven Taktflanke ausgeschaltet werden. Mit LBE = 1 kann das Band wieder gestartet werden.
Entwerfen Sie das Schaltwerk.

2.5.7. Zustandsreduzierung

Def. Äquivalent:

Zwei Zustände Z_i und Z_j eines Automaten sind äquivalent, wenn der Automat auf eine beliebige Eingangsfolge stets mit derselben Ausgangsfolge reagiert, gleichgültig ob im Zustand Z_i oder im Zustand Z_j begonnen wird.

$$z_i \sim z_j \Rightarrow F(E_k, z_i) = F(E_k, z_j) \quad \forall E_k \in E$$

Bsp:

Automatentabelle

7		
Z/ X	X1	X2
1	7/1	6/0
2	7/1	3/1
3	8/1	2/0
4	5/1	2/0
5	8/1	7/1
6	5/1	3/1
7	8/1	5/1
8	7/1	1/0

	¹Z		Y		
Z/ X	X1	X2	X1	X2	
1	7	6	1	0	z_1
2	7	3	1	1	z_2
3	8	2	1	0	z_3
4	5	2	1	0	z_4
5	8	7	1	1	z_5
6	5	3	1	1	z_6
7	8	5	1	1	z_7
8	7	1	1	0	z_8

15.12.15

Verträglichkeitstabelle

Z2	X						
Z3	~~7 6 8 2~~	X					
Z4	7 6 5 2	X	~~8 2 5 2~~				
Z5	X	~~7 3 8 7~~	X	X			
Z6	X	7 3 5 3	X	X	~~3 7 5 3~~		
Z7	X	~~7 3 8 5~~	X	X	8 7 8 5	~~5 3 8 5~~	
Z8	~~7 6 7 1~~	X	~~8 2 7 1~~	~~5 2 7 1~~	X	X	X
	Z1	Z2	Z3	Z4	Z5	Z6	Z7

Bearbeitung der Verträglichkeitstabelle

1. Überprüfung, ob 2 Zustände das gleiche Ausgabeverhalten haben (für alle Eingangssignale). Ist das nicht der Fall, muss das entsprechende Feld gestrichen werden.

A = "10" : z_1, z_3, z_4, z_8

A = "11" : z_2, z_5, z_6, z_7

22.12.15

2. Hat ein Zustandspaar das gleiche Ausgabeverhalten aber unterschiedliche Folgezustände (für das gleiche Eingangssignal), werden die Folgezustände geordnet nach den Eingangssignalen in das entsprechende Feld eingetragen.

Zustand

z	x_1	x_2
1	7	6
3	8	2

siehe Tabelle vorheriges Blatt (Automatentabelle)

$\underbrace{8 \quad 2}_{1\,2}$

3. Sind die Felder der unter Punkt 2 eingetragenen Zustandsfolgepaare in der Tabelle bereits unter Punkt 1 gestrichen worden, müssen auch alle Felder gestrichen werden, in denen diese Folgepaare stehen.

z	x_1
1	7
3	8

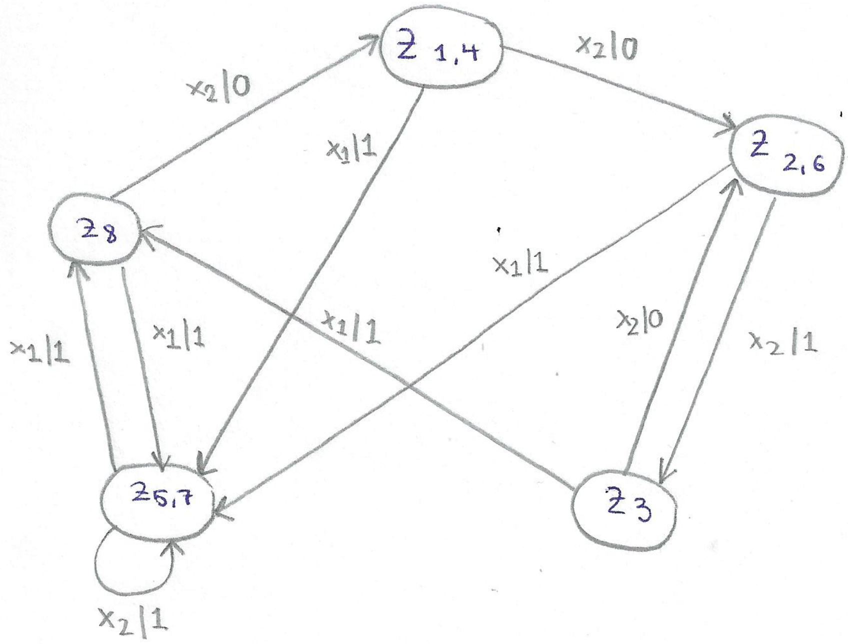
+ z8 $\boxtimes$ z7 => z3 $\boxed{\cancel{7\,6 \atop 8\,2}}$ z1 äquivalent:

z_1 und z_4

z_2 und z_6

z_5 und z_7

Vereinigungsgraphen



Aufgabe 4 Minimierung von Zuständen

Geben ist folgende Automatentabelle.

Z/X	X1	X2	X3	X4
1	1/0	2/0	1/0	1/0
2	1/0	2/0	7/1	2/0
3	3/0	2/0	3/0	8/1
4	3/1	4/0	7/1	4/0
5	3/1	5/0	7/1	5/0
6	1/0	6/0	7/1	6/0
7	1/0	7/0	7/1	6/0
8	3/1	5/0	7/1	8/0

Z				Y			
x_1	x_2	x_3	x_4	x_1	x_2	x_3	x_4
1	2	1	1	0	0	0	0
1	2	7	2	0	0	1	0
3	2	3	8	0	0	0	1
3	4	7	4	1	0	1	0
3	5	7	5	1	0	1	0
1	6	7	6	0	0	1	0
1	7	7	6	0	0	1	0
3	5	7	8	1	0	1	0

Reduzieren Sie die Zustände mit Hilfe der Verträglichkeitstabelle.

Verträglichkeitstabelle

Z2	X						
Z3	X	X					
Z4	X	X	X				
Z5	X	X	X	3474, 3575			
Z6	X	1272 1676	X	X	X		
Z7	X	1272 1776	X	X	X	1676 1776	
Z8	X	X	X	3474 3578	3575 3578	X	X
	Z1	Z2	Z3	Z4	Z5	Z6	Z7

A = "0000" : z_1

A = "0010" : z_2, z_6, z_7

A = "1010" : z_4, z_5, z_8

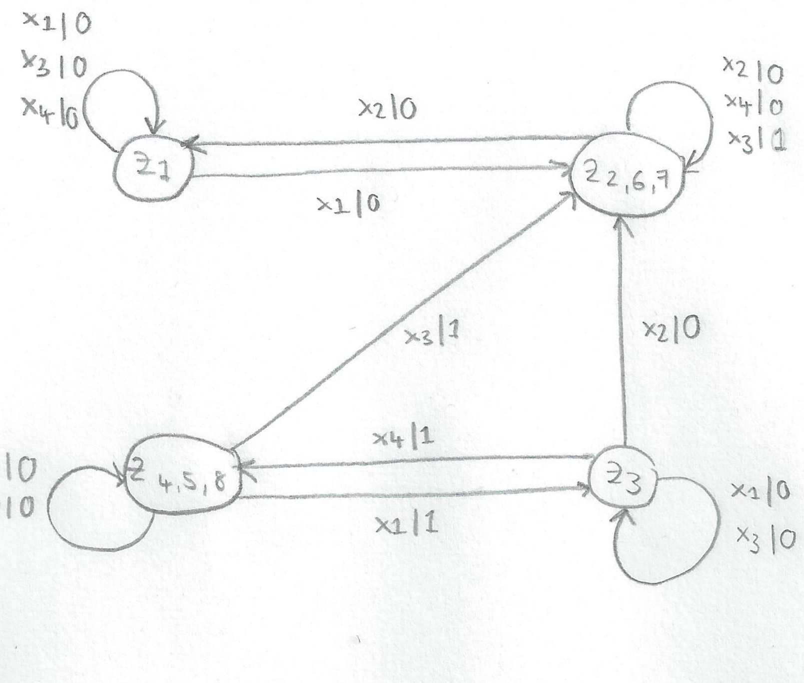
A = "0001" : z_3

<u>äquivalent:</u>

z_2 und z_6, z_7

z_4 und z_8, z_5

z_6 und z_7



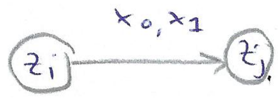
2.5.8. Codierung von synchronen Automaten

Ziel:

Möglichst effiziente Darstellung des Automaten.

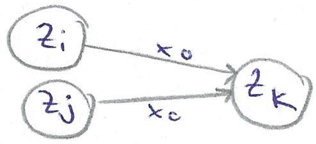
Codierungsregeln:

1. Hat ein Grundzustand bei mehreren Eingangselementen denselben Folgezustand, so sollten diese Eingangselemente einschrittig codiert werden.

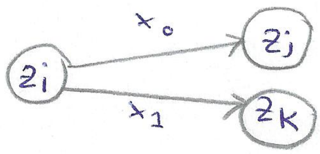


d.h. es soll sich nur ein einziges Bit ändern.

2. Haben mehrere Grundzustände beim selben Eingangselement denselben Folgezustand, so sollten diese Grundzustände einschrittig codiert werden.



3. Folgezustände desselben Grundzustands sollten dann einschrittig codiert werden, wenn die zugehörigen Eingangselemente einschrittig codiert sind.



Bsp:

n	$n+1$			
	X_0	X_1	X_2	X_3
Z_0	Z_3	Z_1	Z_2	Z_2
Z_1	Z_1	Z_3	Z_0	Z_1
Z_2	Z_3	Z_3	Z_2	Z_1
Z_3	Z_2	Z_1	Z_0	Z_2

+z

a) ohne Beachtung von Codierungsregeln