

Messtechnik

Aufgabe 3: Geometrische Vermessung eines zylindrischen Körpers

Das Volumen eines Zylinders (Durchmesser $D = 600 \text{ mm}$, Höhe $h = 700 \text{ mm}$) soll mittels der Röntgentomographie bestimmt werden.

Welche relative bzw. absolute Genauigkeit der Volumenmessung ist erzielbar, wenn die Dimensionen D und h des Zylinders mit einer absoluten Genauigkeit von $\pm 5 \text{ }\mu\text{m}$ gemessen werden können?

Aufgabe 4: Schätzung der statistischen Parameter einer Messreihe

Eine Druckmessung wird mit dem gleichen Messgerät zehnmal hintereinander durchgeführt. Es ergeben sich folgende Ergebnisse:

Messung Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Druck [bar]	1,10	1,40	1,15	1,30	1,40	1,14	1,66	1,20	1,20	1,25

- Berechnen Sie den arithmetischen Mittelwert \bar{X}_0 der Stichprobe. Nutzen Sie gegebenenfalls die mathematischen Funktionen von EXCEL!
- Berechnen Sie die empirische Varianz s^2 und die empirische Standardabweichung s der Stichprobe.
- Berechnen Sie den empirischen Variationskoeffizienten V der Stichprobe.

Aufgabe 5: Genauigkeit eines Messgerätes

Ein Messgerät für Gleichspannung der Klasse 1,5 zeigt im 150 V-Bereich eine Spannung von 100 V an. In welchem Spannungsbereich kann der wahre Wert der Spannung liegen?

Wie viel kann der relative Fehler sein?

Aufgabe 3 (Wuschek)

$$V = r^2 \cdot \pi \cdot h = \left(\frac{D}{2}\right)^2 \cdot \pi \cdot h = \frac{1}{4} \pi \cdot D^2 \cdot h$$

$$\frac{\Delta V}{V} = 2 \cdot \frac{\Delta D}{D} + \frac{\Delta h}{h}$$

$$\Delta V = \frac{1}{4} \pi h \cdot 2D \Delta D + \frac{1}{4} \pi D^2 \cdot \Delta h$$

$$V = \frac{1}{4} \pi D^2 \cdot h$$

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{2 \Delta D}{D} + \frac{\Delta h}{h}$$

$$\text{aus: } \Delta V = \frac{\partial V}{\partial D} \cdot \Delta D + \frac{\partial V}{\partial h} \cdot \Delta h$$

$$\frac{\Delta D}{D} = \frac{5 \cdot 10^{-3} \text{ mm}}{600 \text{ mm}} = 8,33 \cdot 10^{-6}$$

$$\frac{\Delta h}{h} = \frac{5 \cdot 10^{-3} \text{ mm}}{700 \text{ mm}} = 7,14 \cdot 10^{-6}$$

$$\frac{\Delta V}{V} = 2 \cdot 8,33 \cdot 10^{-6} + 7,14 \cdot 10^{-6} = 2,38 \cdot 10^{-5}$$

$$\Delta V = \frac{\Delta V}{V} \cdot V = V \cdot 2,38 \cdot 10^{-5} = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot (600 \text{ mm})^2 \cdot 700 \text{ mm} \cdot 2,38 \cdot 10^{-5} = 4710,5 \text{ mm}^3$$

Einheiten zu schreiben und korrekt umrechnen ist sehr wichtig!

Aufgabe 4. (Prof. Wuschek)

$$a) x_0 = \bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} x_i = 1,28 \text{ bar}$$

Matlab: $x_0 = 1/10 * (1.1 + 1.4 + 1.15 + 1.30 + 1.4 + 1.14 + 1.66 + 1.2 + 1.2 + 1.25)$

$$b) s^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^{10} (x_i - 1,28)^2 = 0,0285 \text{ bar}^2$$

Matlab:

$s^2 = 1/9 * ((1.1 - x_0)^2 + (1.4 - x_0)^2 + (1.15 - x_0)^2 + (1.3 - x_0)^2 + (1.4 - x_0)^2 + (1.14 - x_0)^2 + (1.66 - x_0)^2 + (1.2 - x_0)^2 + (1.2 - x_0)^2 + (1.25 - x_0)^2)$

$$s^2 = 0,0285 \text{ bar}^2$$

$$s = \sqrt{s^2} = 0,1687 \text{ bar}$$

c) empirische Variationskoeffizient

$$V_k = \frac{s}{x_0} = \frac{0,1687 \text{ bar}}{1,28 \text{ bar}} = 0,132 = 13,2\%$$

Aufgabe 5

Genauigkeitsklasse: maximaler Fehler bezogen auf Messbereich.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Messbereich} = 150 \text{ V} \\ \text{Klasse} = 1,5\% \end{array} \right\} |\Delta V| = 150 \text{ V} \cdot 0,015$$

$$|\Delta V| = 2,25 \text{ V} \rightarrow V = (100 \pm 2,25) \text{ V}$$

Relativer Fehler beim 100V Eingangsspannung

$$\left| \frac{\Delta V}{V} \right| = \frac{2,25}{100} = 2,25\%$$

Um den möglichen relativen Fehler klein zu halten, soll man den Messbereich möglichst voll ausreizen!