2. Grundlagen:
2.3 Genauigkeitskriterien einer Messung:
2.3.5 Dynamisches Verhalten der Messgeräte

Das Ausgangssignal eines Messgeräts kann nicht beliebig schnell dem Eingangssignal folgen, da in dem Messgerät

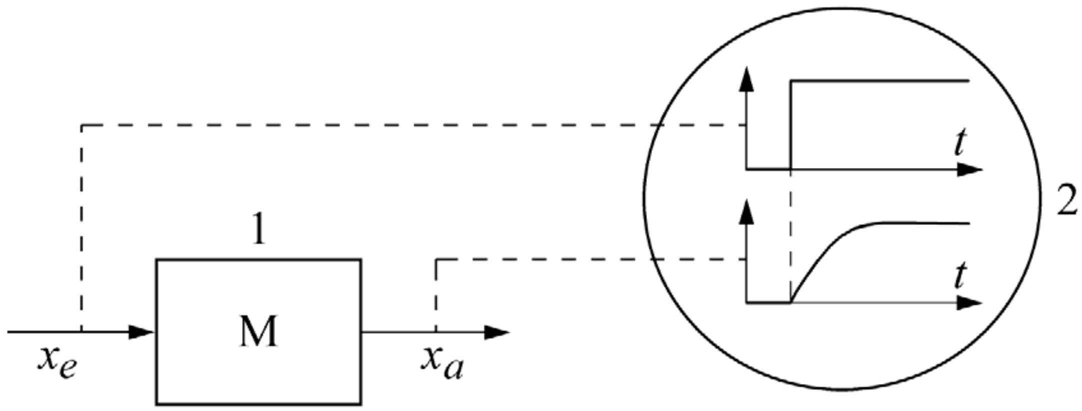
- Reibungs- und Dämpfungswiderstände überwunden,
- Massen beschleunigt oder abgebremst,
- Ladungen zu- oder abgeführt,
- Energiespeicher gefüllt oder geleert

werden müssen. Ein sich zeitlich änderndes Eingangssignal $x_e(t)$ bedingt ein sich zeitlich änderndes Ausgangssignal $x_a(t)$. Dabei sind auch die Ableitungen der Zeitfunktionen von Bedeutung. So ist, um das dynamische Verhalten eines Messgeräts zu beschreiben, die Differenzialgleichung zwischen dem Eingangs- und dem Ausgangssignal aufzustellen. Die höchste Ableitung des Ausgangssignals bestimmt dann die Ordnung der Differenzialgleichung.

Quelle:Elmar Schrüfer, Leonhard M. Reindl, Bernhard Zagar, **Elektrische Messtechnik: Messung elektrischer und nichtelektrischer Größen, Verlag:** Carl Hanser Verlag GmbH, 2014, **ISBN-10:** 3446442081, **ISBN-13:** 978-3446442085

Kapitel 1.5, **Seite** 48

2. Grundlagen:
2.3 Genauigkeitskriterien einer Messung:
2.3.5 Dynamisches Verhalten der Messgeräte



anregende Funktion	Antwortfunktion
Sinusfunktion	Sinusantwort; Amplituden- u. Phasengang; Frequenzgang
Sprungfunktion	Sprungantwort; Übergangsfunktion
Impulsfunktion	Impulsantwort; Gewichtsfunktion

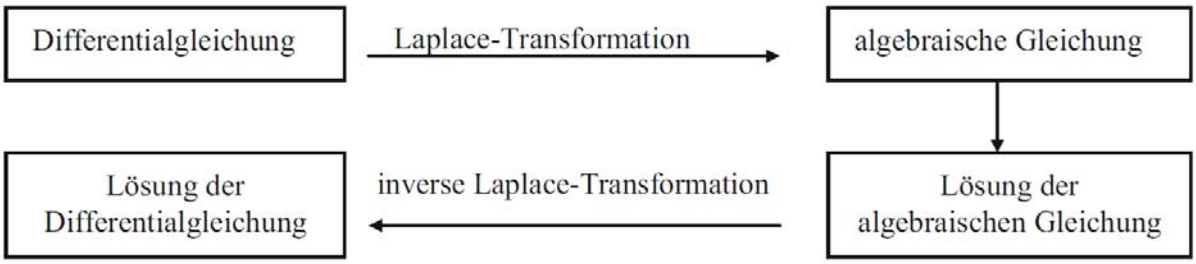
Quelle:Elmar Schrüfer, Leonhard M. Reindl, Bernhard Zagar, **Elektrische Messtechnik: Messung elektrischer und nichtelektrischer Größen, Verlag:** Carl Hanser Verlag GmbH, 2014, **ISBN-10:** 3446442081, **ISBN-13:** 978-3446442085

Kapitel 1.5, **Seite** 48

2. Grundlagen:
2.3 Genauigkeitskriterien einer Messung:
2.3.5 Dynamisches Verhalten der Messgeräte

$$X(s) = \mathrm{L}\{x(t)\} = \int_0^{\infty} x(t) \cdot e^{-st}\,\mathrm{d}t,$$

$$x(t) = \mathrm{L}^{-1}\{X(s)\} = \frac{1}{2\pi\mathrm{j}} \int_{\delta-\mathrm{j}\infty}^{\delta+\mathrm{j}\infty} X(s) \cdot e^{st}\,\mathrm{d}s.$$

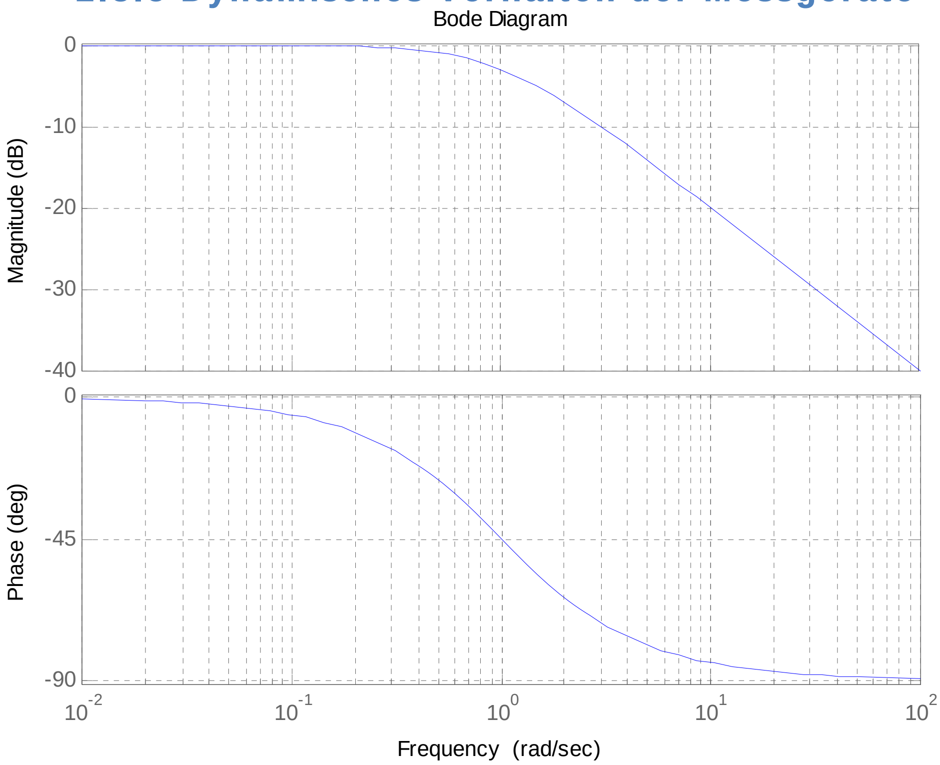


Quelle: Thomas Mühl, **Einführung in die elektrische Messtechnik, Verlag:** Springer Vieweg; Auflage: 4., 2014, **ISBN-10:** 3834808997
ISBN-13: 978-3834808998

Kapitel 3.2.1, **Seite** 43

Tafelschrieb, Herleitung Verzögerungsglied 1. Ordnung

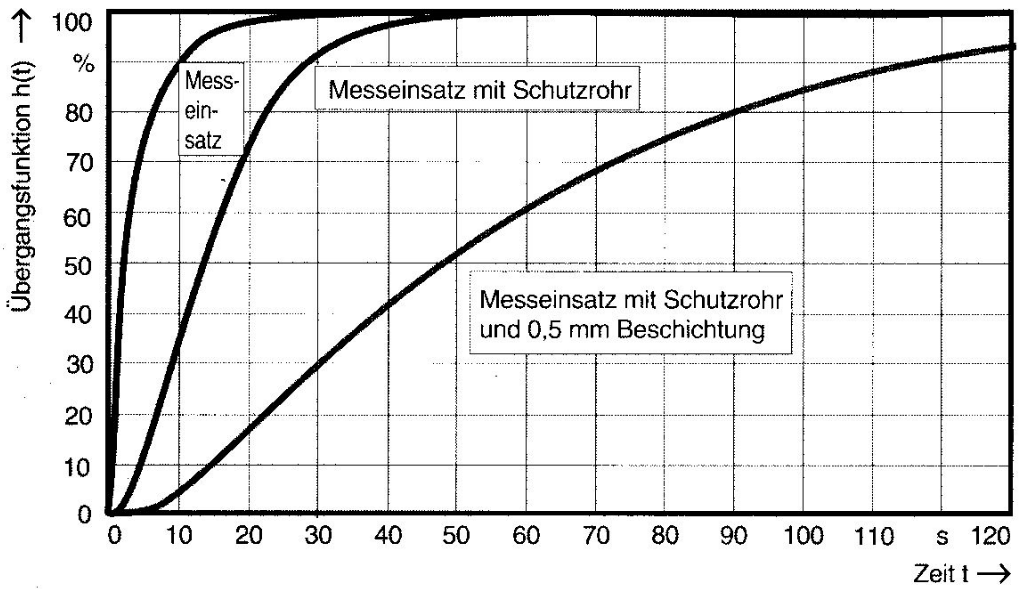
2. Grundlagen:
2.3 Genauigkeitskriterien einer Messung:
2.3.5 Dynamisches Verhalten der Messgeräte



2. Grundlagen:

2.3 Genauigkeitskriterien einer Messung:

2.3.5 Dynamische Kenngrößen (Zeitverhalten, Beispiel)



Zeitverhalten von Widerstandsthermometern

(Messbedingungen in Wasser: v_w = 0,4 m/s ± 0,05 m/s; ϑ_W=25 °C)

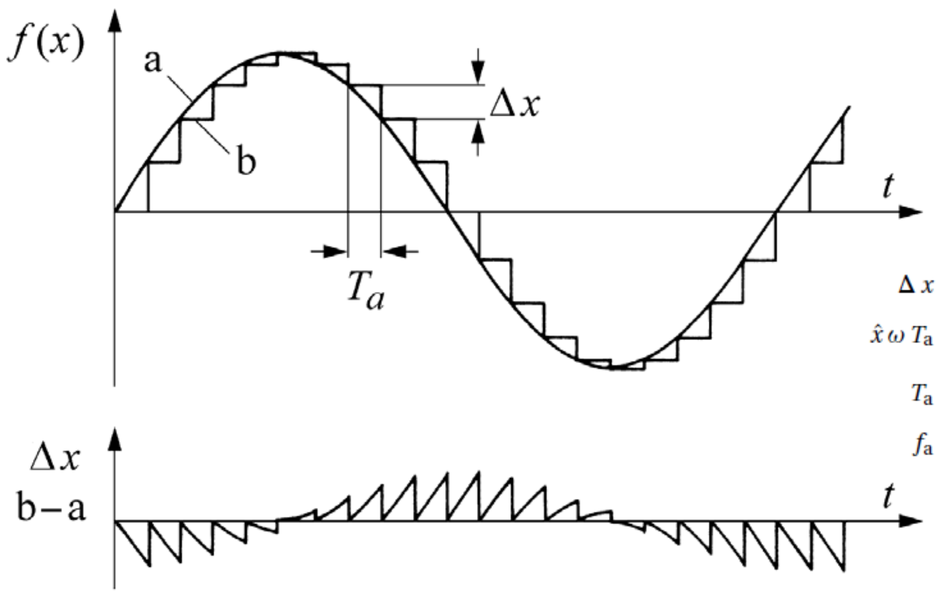
(aus ABB: Praxis der industriellen Temperaturmessung)

TECHNISCHE HOCHSCHULE DEGGENDORF

2. Grundlagen:

2.3 Genauigkeitskriterien einer Messung:

2.3.6 Dynamische Fehlermöglichkeiten



$$\Delta x = \hat{x}\,\omega\, T_a$$

$$\Delta q = \frac{\hat{x}}{2^n}$$

$$\Delta x \leq \Delta q,$$

$$\hat{x}\,\omega\, T_a \leq \frac{\hat{x}}{2^n},$$

$$T_a \leq \frac{1}{\omega\, 2^n} \quad \text{und}$$

$$f_a \geq \omega\, 2^n = 2\,\pi\, f\, 2^n = 2^{n+1}\,\pi\, f$$

Quelle:Elmar Schrüfer, Leonhard M. Reindl, Bernhard Zagar, **Elektrische Messtechnik: Messung elektrischer und nichtelektrischer Größen, Verlag:** Carl Hanser Verlag GmbH, 2014, **ISBN-10:** 3446442081, **ISBN-13:** 978-3446442085

Kapitel 1.6.1, **Seite** 66

2. Grundlagen:
2.3 Genauigkeitskriterien einer Messung:
2.3.8 Definition des dynamischen Messfehlers

Momentane dynamische Messfehler: $f_{dyn}(t) = x(t) - x_w(t)$

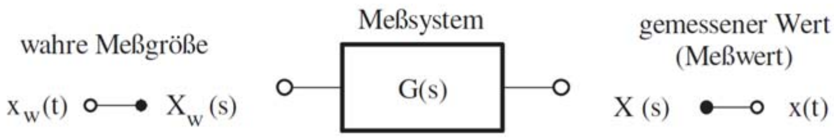
Mittelwert der dynamischer Messfehler: $\overline{f_{dyn}} = \lim\limits_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_0^T f_{dyn}(t)\cdot dt$

Mittlere quadratische dynamische Fehler: $\overline{f_{dyn}^2} = \lim\limits_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_0^T f_{dyn}^2(t)\cdot dt$

Quadratische Mittelwert des Messsignals: $\overline{x^2} = \lim\limits_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_0^T x^2(t)\cdot dt$

Bezogene quadratische Mittelwert des dynamischen Fehlers: $\overline{f_{dyn\_bez}^2} = \frac{\overline{F_{dyn}^2}}{\overline{x^2}}$

2. Grundlagen:
2.3 Genauigkeitskriterien einer Messung:
2.3.9 Bestimmung des dynamischen Messfehlers



$$F_{dyn}(s) = X(s) - X_w(s) = \\ = X_w(s)\cdot\left(G(s)-1\right) = \\ = X(s)\cdot\left(1-\frac{1}{G(s)}\right)$$

$$X(s) = X_w(s)\cdot G(s)$$

$$X_w(s) = \frac{X(s)}{G(s)}$$

Vorwärtsanalyse: $\boxed{f_{dyn}(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{X_w(s)\cdot\left(G(s)-1\right)\right\}}$

Rückwärtsanalyse: $\boxed{f_{dyn}(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{X(s)\cdot\left(1-\frac{1}{G(s)}\right)\right\}}$

2. Grundlagen:

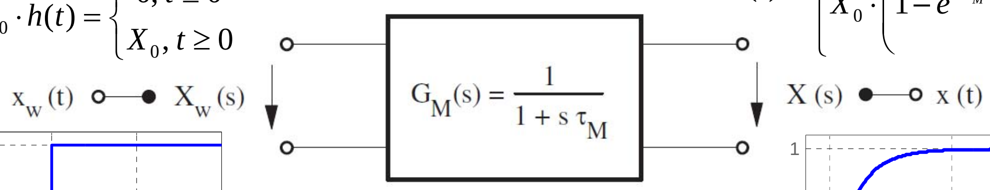
2.3 Genauigkeitskriterien einer Messung:

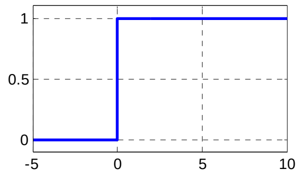
2.3.9 Bestimmung des dynamischen Messfehlers

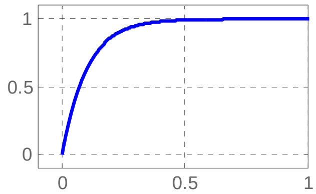
Beispiel 1: Messsystem (Tiefpass 1. Ordnung):

$$x_w(t) = X_0 \cdot h(t) = \begin{cases} 0, & t \le 0 \\ X_0, & t \ge 0 \end{cases}$$

$$x(t) = \begin{cases} 0, & t \le 0 \\ X_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_M}}\right), & t \ge 0 \end{cases}$$







Vorwärtsanalyse:

$$f_{dyn}(t) = \mathcal{L}'\{X_w(s)\cdot(G_M(s)-1)\} = \mathcal{L}'\left\{\frac{X_0}{s}\cdot\left(\frac{1}{1+s\cdot\tau_M}-1\right)\right\} = \mathcal{L}'\left\{-\frac{X_0\cdot\tau_M}{1+s\cdot\tau_M}\right\} = -X_0\cdot e^{-\frac{t}{\tau_M}}$$

$$\overline{f_{dyn}^2} = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\cdot\int_0^T X_0^2\cdot e^{-\frac{2t}{\tau_M}}\,dt = -\frac{X_0^2\cdot\tau_M}{2}\cdot\lim_{T\to\infty}\left(e^{-\frac{2t}{\tau_M}}\Big|_0^T\right) = -\frac{X_0^2\cdot\tau_M}{2}\cdot\left(\lim_{T\to\infty}\left(e^{-\frac{2t}{\tau_M}}\right)-1\right) = 0$$

2. Grundlagen:

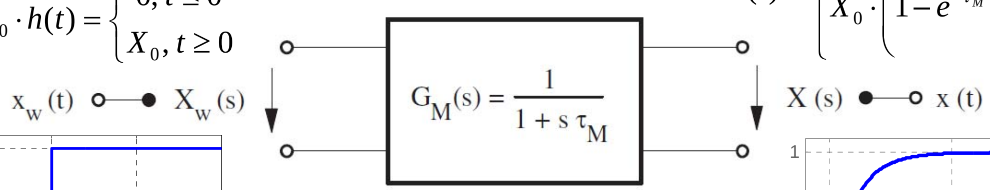
2.3 Genauigkeitskriterien einer Messung:

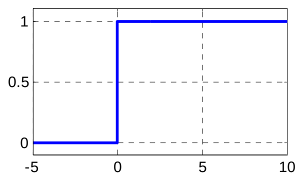
2.3.9 Bestimmung des dynamischen Messfehlers

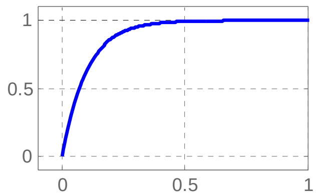
Beispiel 1: Messsystem (Tiefpass 1. Ordnung):

$$x_w(t) = X_0 \cdot h(t) = \begin{cases} 0, & t \le 0 \\ X_0, & t \ge 0 \end{cases}$$

$$x(t) = \begin{cases} 0, & t \le 0 \\ X_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_M}}\right), & t \ge 0 \end{cases}$$







Rückwärtsanalyse:

$$f_{dyn}(t) = \mathcal{L}'\left\{X(s)\cdot\left(1-\frac{1}{G_M(s)}\right)\right\} = \ldots = \mathcal{L}'\left\{-\frac{X_0\cdot\tau_M}{1+s\cdot\tau_M}\right\} = -X_0\cdot e^{-\frac{t}{\tau_M}}$$

$$\overline{f_{dyn}^2} = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\cdot\int_0^T X_0^2\cdot e^{-\frac{2t}{\tau_M}}\,dt = -\frac{X_0^2\cdot\tau_M}{2}\cdot\lim_{T\to\infty}\left(e^{-\frac{2t}{\tau_M}}\Big|_0^T\right) = -\frac{X_0^2\cdot\tau_M}{2}\cdot\left(\lim_{T\to\infty}\left(e^{-\frac{2t}{\tau_M}}\right)-1\right) = 0$$

2. Grundlagen:

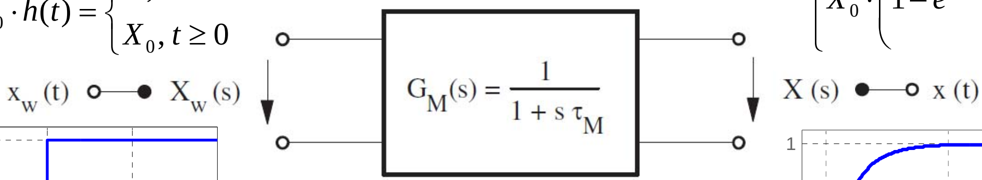
2.3 Genauigkeitskriterien einer Messung:

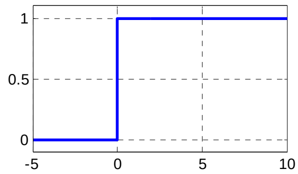
2.3.9 Bestimmung des dynamischen Messfehlers

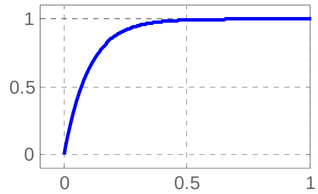
Beispiel 1: Messsystem (Tiefpass 1. Ordnung):

$$x_w(t) = X_0 \cdot h(t) = \begin{cases} 0, & t \le 0 \\ X_0, & t \ge 0 \end{cases}$$

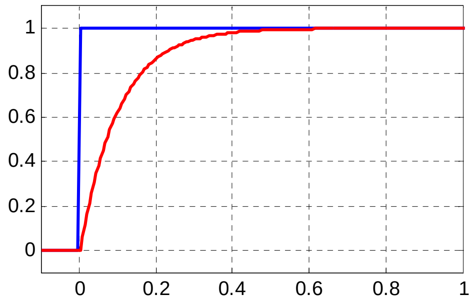
$$x(t) = \begin{cases} 0, & t \le 0 \\ X_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_M}}\right), & t \ge 0 \end{cases}$$







Es ist auch logisch, da …



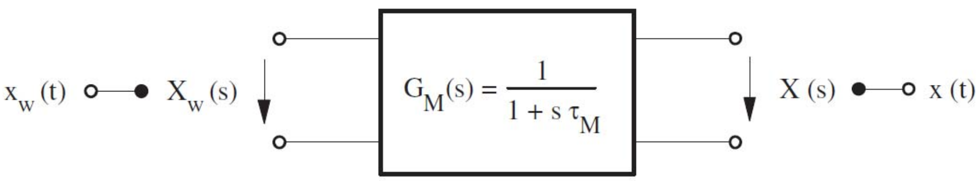
2. Grundlagen:

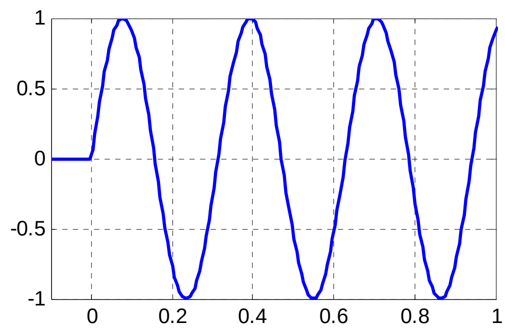
2.3 Genauigkeitskriterien einer Messung:

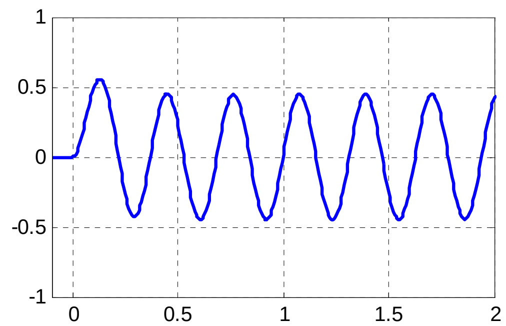
2.3.9 Bestimmung des dynamischen Messfehlers

Beispiel 2: Messsystem (Tiefpass 1. Ordnung):

$$x_w(t) = X_0 \cdot \sin(\omega_e \cdot t) \cdot h(t) = \begin{cases} 0, & t \le 0 \\ X_0 \cdot \sin(\omega_e \cdot t), & t \ge 0 \end{cases}$$







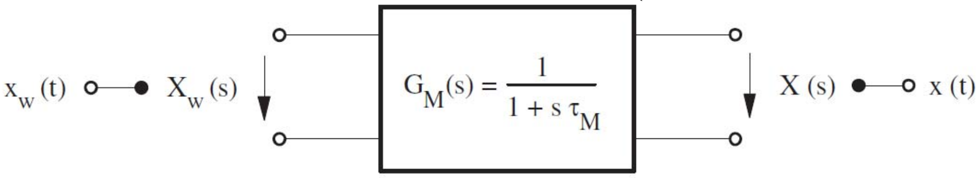
2. Grundlagen:

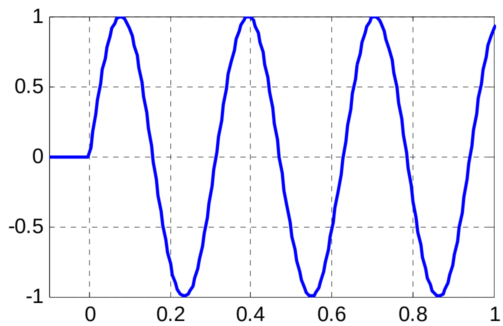
2.3 Genauigkeitskriterien einer Messung:

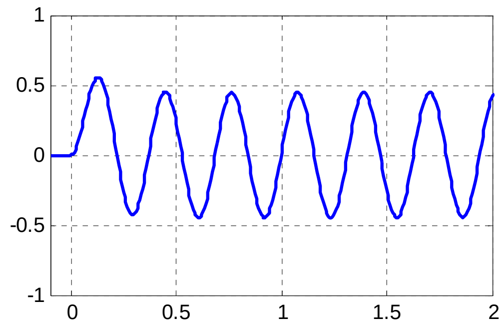
2.3.9 Bestimmung des dynamischen Messfehlers

Beispiel 2: Messsystem (Tiefpass 1. Ordnung):

$$x_w(t) = h(t)\cdot X_0 \cdot \sin(\omega_e \cdot t) \qquad x(t) = h(t)\cdot X_0 \cdot \left((\ldots)\cdot e^{-t/\tau_M} + \frac{\sin(\omega_e \cdot t - \arctan(\omega_e \cdot \tau_M))}{\sqrt{\tau_M^2 \cdot \omega_e^2 + 1}} \right)$$







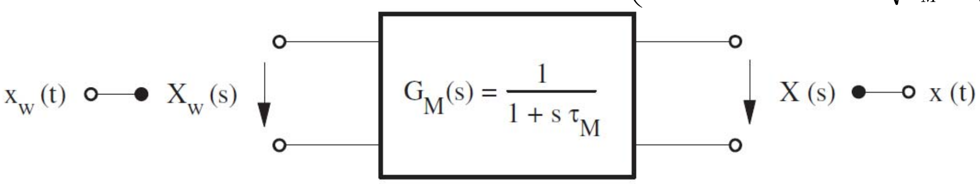
2. Grundlagen:

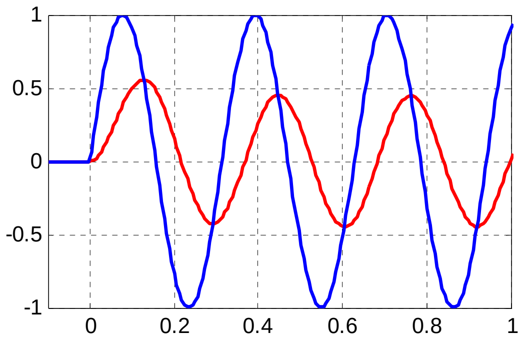
2.3 Genauigkeitskriterien einer Messung:

2.3.9 Bestimmung des dynamischen Messfehlers

Beispiel 2: Messsystem (Tiefpass 1. Ordnung):

$$x_w(t) = h(t)\cdot X_0 \cdot \sin(\omega_e \cdot t) \qquad x(t) = h(t)\cdot X_0 \cdot \left((\ldots)\cdot e^{-t/\tau_M} + \frac{\sin(\omega_e \cdot t - \arctan(\omega_e \cdot \tau_M))}{\sqrt{\tau_M^2 \cdot \omega_e^2 + 1}} \right)$$





$$f_{dyn}\Big|_{t>>0} = -X_0^2 \cdot \frac{\tau_M^2 \cdot \omega_e^2}{1+\tau_M^2 \cdot \omega_e^2} \cdot \sin^2\left(\omega_e \cdot t + \arctan\left(\frac{1}{\tau_M \cdot \omega_e} \right) \right)$$

$$\overline{f_{dyn}^2} = X_0^2 \cdot \frac{\tau_M^2 \cdot \omega_e^2}{1+\tau_M^2 \cdot \omega_e^2} \cdot \int_0^{2\pi/\omega_e} \sin^2\left(\omega_e \cdot t + \arctan\left(\frac{1}{\tau_M \cdot \omega_e} \right) \right) \cdot dt$$

$$\overline{f_{dyn}^2} = X_0^2 \cdot \frac{\pi}{\omega_e} \cdot \frac{\tau_M^2 \cdot \omega_e^2}{1+\tau_M^2 \cdot \omega_e^2} = X_0^2 \cdot \frac{\pi}{\omega_e} \cdot \frac{\omega_e^2/\omega_g^2}{1+\omega_e^2/\omega_g^2}, \qquad \omega_g = \frac{1}{\tau_M}$$

$$\overline{f_{dyn\_bez}^2} = \frac{\tau_M^2 \cdot \omega_e^2}{1+\tau_M^2 \cdot \omega_e^2} = \frac{\omega_e^2/\omega_g^2}{1+\omega_e^2/\omega_g^2}$$

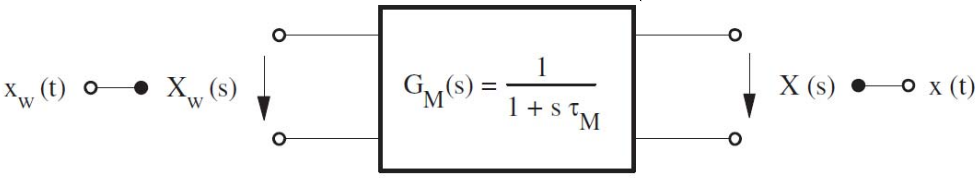
2. Grundlagen:

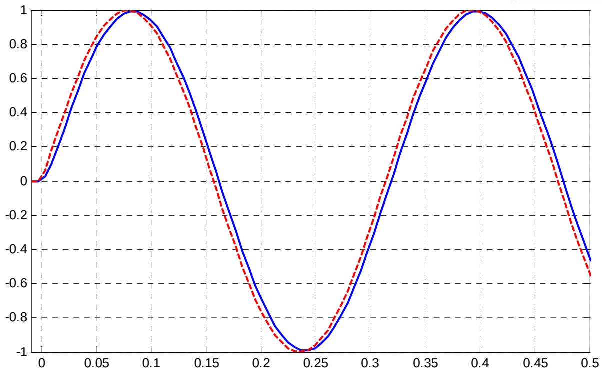
2.3 Genauigkeitskriterien einer Messung:

2.3.9 Bestimmung des dynamischen Messfehlers

Beispiel 2: Messsystem (Tiefpass 1. Ordnung):

$$x_w(t) = h(t) \cdot X_0 \cdot \sin(\omega_e \cdot t) \qquad x(t) = h(t) \cdot X_0 \cdot \left((\ldots) \cdot e^{-t/\tau_M} + \frac{\sin(\omega_e \cdot t - \arctan(\omega_e \cdot \tau_M))}{\sqrt{\tau_M^2 \cdot \omega_e^2 + 1}} \right)$$





Um den dynamischen Messfehler zu begrenzen, muss der Grenzfrequenz des Messsystems **deutlich** (>10x) höher sein, als die höchste erwartete Eingangsfrequenz!

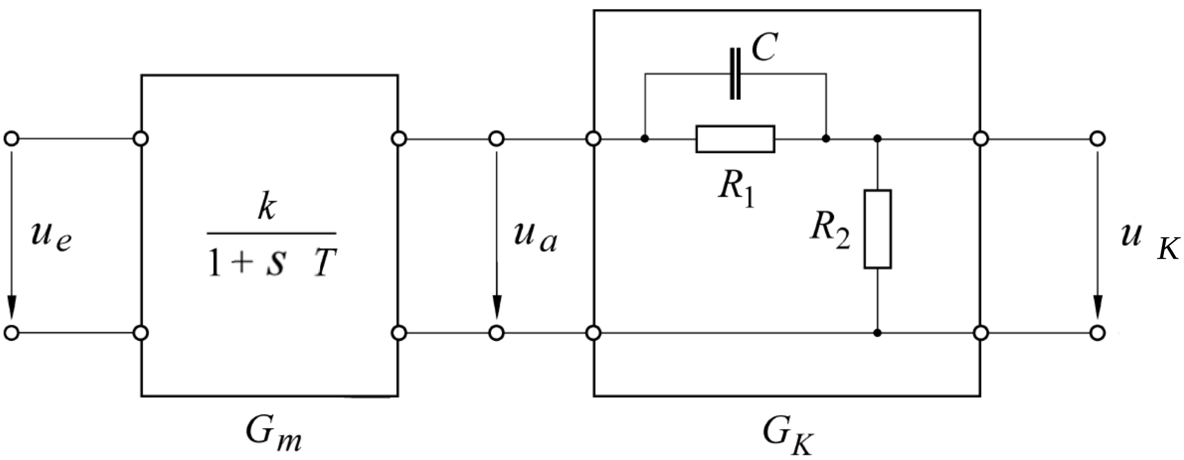
$$\frac{1}{\tau_M} = \omega_G >> \omega_e \rightarrow \tau_M \cdot \omega_e = \frac{\omega_e}{\omega_G} << 1$$

$$\rightarrow \overline{f_{dyn\_bez}^2} = \frac{\tau_M^2 \cdot \omega_e^2}{1 + \tau_M^2 \cdot \omega_e^2} = \frac{\omega_e^2 / \omega_g^2}{1 + \omega_e^2 / \omega_g^2} \approx 0$$

2. Grundlagen:

2.3 Genauigkeitskriterien einer Messung:

2.3.9 Korrektur des dynamischen Fehlers



Quelle:Elmar Schrüfer, Leonhard M. Reindl, Bernhard Zagar, **Elektrische Messtechnik: Messung elektrischer und nichtelektrischer Größen, Verlag:** Carl Hanser Verlag GmbH, 2014, **ISBN-10:** 3446442081, **ISBN-13:** 978-3446442085

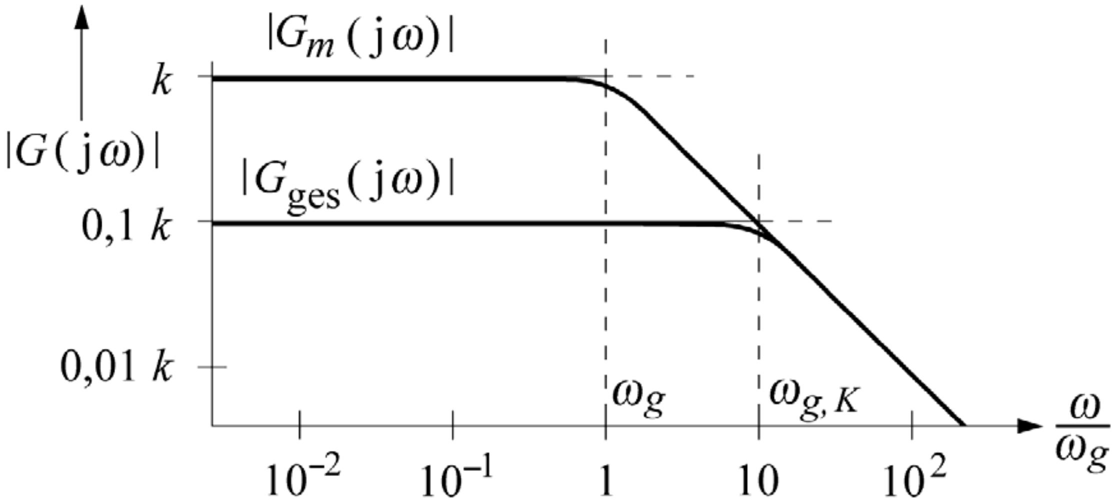
Kapitel 1.6.2, **Seite** 67

Tafelschrieb, Herleitung Kompensation

2. Grundlagen:

2.3 Genauigkeitskriterien einer Messung:

2.3.9 Korrektur des dynamischen Fehlers



Quelle:Elmar Schrüfer, Leonhard M. Reindl, Bernhard Zagar, **Elektrische Messtechnik: Messung elektrischer und nichtelektrischer Größen, Verlag:** Carl Hanser Verlag GmbH, 2014, **ISBN-10:** 3446442081, **ISBN-13:** 978-3446442085

Kapitel 1.6.2, **Seite** 67

Tafelschrieb, Herleitung Kompensation

2. Grundlagen:

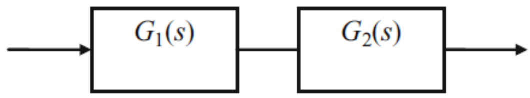
2.3 Genauigkeitskriterien einer Messung:

2.3.7 Zusammengesetzte Systeme

Serienschaltung / Kettenstruktur

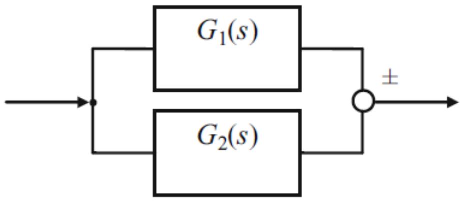
$$G(s) = G_1(s) \cdot G_2(s) \qquad E = E_1 \cdot E_2$$

$$\frac{\Delta E}{E} = \sqrt{\left(\frac{\Delta E_1}{E_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta E_2}{E_2}\right)^2}$$

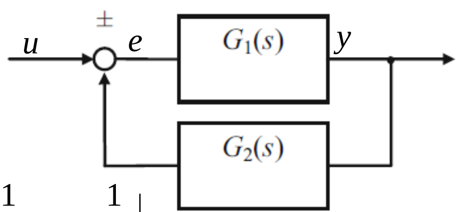


Parallelstruktur

$$G(s) = G_1(s) + G_2(s)$$



Kreisstruktur



$$y = G_1(s) \cdot e$$

$$e = u - G_2(s) \cdot y \quad \text{<-- Beispiel negative Rückführung}$$

$$y = G_1(s) \cdot (u - G_2(s) \cdot y) = G_1(s) \cdot u - G_1(s) \cdot G_2(s) \cdot y$$

$$y \cdot (1 + G_1(s) \cdot G_2(s)) = G_1(s) \cdot u$$

$$G(s) = \frac{y}{u} = \frac{G_1(s)}{1 + G_1(s) \cdot G_2(s)}$$

$$E = \frac{E_1}{1 + E_1 \cdot E_2} = \frac{1}{\frac{1}{E_1} + E_2} \approx \left.\frac{1}{E_2}\right|_{E_1 >> E_2}$$

Empfohlene Literatur für Kap. 2.3-2.4

Autor	Titel	Verlag
R. Lerch	Elektrische Messtechnik **Kapitel 5**	Springer Verlag
E. Schrüfer L. Reindl B. Zagar	Elektrische Messtechnik **Kapitel 1.3-1.7**	Hanser Verlag
T. Mühl	Einführung in die elektrische Messtechnik **Kapitel 3.2**	Hanser Verlag
R. Felderhoff, U. Freyer	Elektrische und elektronische Messtechnik **Kapitel 1.6-1.9 inkl. Übungen**	Springer Verlag